

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA HIDRÁULICA Y MEDIO AMBIENTE



TESIS DOCTORAL

Aplicación del método de jerarquías analíticas  
(AHP) a la gestión de pérdidas de agua  
en redes de abastecimiento

Presentada por:

Xitlali Virginia Delgado Galván

Dirigida por:

Rafael Pérez García

Joaquín Izquierdo Sebastián

Valencia, 2011.



*JJMR,*  
*Gracias por estar aquí.*







## **AGRADECIMIENTOS**

Este trabajo no hubiera sido posible sin la tutoría de Rafael Pérez y Joaquín Izquierdo; su apoyo profesional y personal es incalculable.

Gracias a Julio Benítez y a Helena Ramos por su contribución y ayuda en el desarrollo de este proyecto.

Gracias a la Universitat Politècnica de València, al Departamento de Ingeniería Hidráulica y Medio Ambiente por darme la oportunidad de realizar mis estudios doctorales.

Gracias al Grupo Multidisciplinar de Modelación Fluidos, al Centro Multidisciplinar de Modelación de Fluidos, al grupo FluIng, al Instituto de Matemática Multidisciplinar y a todos sus integrantes por permitirme formar parte de este equipo de trabajo.

Gracias al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, a la Generalitat Valenciana por sus programas de formación de investigadores.

A mi familia y amigos, gracias por todo.



Não tinha ocorrido à mulher do médico a probabilidade de que das torneiras das casas poderia não estar a sair sequer uma gota do precioso líquido, é o defeito da civilização, habituamo-nos à comodidade da água encanada, posta ao domicílio, e esquecemo-nos de que para que tal suceda tem de haver pessoas que abram e fechem válvulas de distribuição, estações de elevação que necessitam de energia elétrica, computadores para regular os débitos e administrar as reservas, e para tudo faltam os olhos.

**Ensaio sobre a cegueira,  
José Saramago.**



## Índice de contenido

I.	RESUMEN.....	- 1 -
II.	OBJETIVOS.....	- 13 -
III.	INTRODUCCIÓN.....	- 15 -
IV.	ORGANIZACIÓN DE LA TESIS.....	- 17 -
1.	PÉRDIDAS DE AGUA EN REDES DE ABASTECIMIENTO .....	- 19 -
1. 1.	ANTECEDENTES DE FUGAS Y SU IMPORTANCIA ECONÓMICA..	- 21 -
1. 2.	COSTES RELACIONADOS CON LAS FUGAS.....	- 23 -
1. 3.	PÉRDIDAS DE AGUA Y SU CUANTIFICACIÓN.....	- 26 -
1. 4.	BALANCE DE AGUA .....	- 27 -
1. 5.	METODOLOGÍA BABE.....	- 32 -
1.5.1.	La presión en la zona de medición.....	- 38 -
1. 6.	MÉTODOS DE ESTIMACIÓN GLOBAL.....	- 39 -
1.6.1.	Top-down.....	- 40 -
1.6.2.	Bottom-up.....	- 41 -
1. 7.	CÁLCULO POR FUGA.....	- 45 -
1. 8.	NIVEL ECONÓMICO DE FUGAS.....	- 47 -
1.8.1.	Cálculo del nivel económico de fugas basado en el plan del coste mínimo total del control activo de fugas .....	- 49 -
1.8.2.	Cálculo del nivel económico de fugas basado en la relación beneficio-coste.....	- 52 -
1.8.3.	Calculo del nivel económico basado en el coste marginal del agua....	- 54 -
2.	GESTIÓN DE FUGAS .....	- 57 -
2.1.	CONTROL ACTIVO DE FUGAS.....	- 59 -
2.2.	GESTIÓN DE LA PRESIÓN.....	- 66 -
2.3.	GESTIÓN DE LA INFRAESTRUCTURA.....	- 72 -
2.4.	RAPIDEZ Y CALIDAD DE LAS REPARACIONES.....	- 76 -
2.5.	DESARROLLO DE UNA ESTRATEGIA DE GESTIÓN.....	- 77 -
2.5.1.	Preparación .....	- 78 -
2.5.2.	Selección de objetivos .....	- 79 -
2.5.3.	Consecución de objetivos .....	- 81 -
2.5.4.	Proyección de los trabajos de gestión.....	- 81 -
2.5.5.	Entrega.....	- 82 -
2.5.6.	Monitoreo y mantenimiento .....	- 82 -
2.6.	ESTABLECIMIENTO DE OBJETIVOS DE REDUCCIÓN DE FUGAS..	- 83 -
2.6.1.	Métodos alternativos para el establecimiento de objetivos de reducción de fugas.....	- 84 -
2.6.2.	Política determinada por el coste marginal del agua .....	- 85 -

2.6.3.	El establecimiento teórico de objetivos basándose en las características del sistema.....	- 86 -
2.6.4.	Establecimiento de objetivos basándose en la política de minimización. ....	- 86 -
2.6.5.	Intercambio de permisos o créditos de fugas. ....	- 88 -
2.6.6.	Reasignación nacional de recursos hídricos. ....	- 89 -
2.6.7.	Determinación de objetivos basándose en niveles de extracción .....	- 89 -
3.	EXTERNALIDADES EN LAS FUGAS Y SU GESTIÓN.....	- 91 -
3.1.	DEFINICIÓN DE EXTERNALIDAD.....	- 91 -
3.2.	CLASIFICACIÓN DE EXTERNALIDADES.....	- 92 -
3.3.	SOCIALES. ....	- 95 -
3.4.	AMBIENTALES. ....	- 98 -
3.5.	EMISIONES DE CO <sub>2</sub> .....	- 99 -
3.6.	INCONVENIENTES EN LA EVALUACIÓN DE EXTERNALIDADES. ....	- 108 -
3.7.	ENFOQUES DE VALORACIÓN.....	- 109 -
3.8.	ELECCIÓN DEL MÉTODO PARA LA INCLUSIÓN DE EXTERNALIDADES .....	- 115 -
4.	MÉTODO DE LAS JERARQUÍAS ANALÍTICAS .....	- 121 -
4.1	APLICACIONES DEL AHP .....	- 122 -
4.2	ESCALA DE VALORES .....	- 123 -
4.3	CONSTRUCCIÓN DE LAS MATRICES.....	- 124 -
4.4	CARACTERÍSTICAS DE LAS MATRICES.....	- 124 -
4.5	PROPIEDADES DE LAS MATRICES CONSISTENTES.....	- 127 -
4.6	MEJORA DE CONSISTENCIA .....	- 132 -
4.6.1.	Primer método .....	- 133 -
4.6.2.	Segundo método. Optimización. ....	- 134 -
4.6.3.	Tercer método. Linealización. ....	- 136 -
4.6.4.	Cuarto método. Negociación. ....	- 143 -
4.7	REFLEXIONES .....	- 149 -
5.	DESARROLLO DE UN SISTEMA SOPORTE DE DECISIÓN...-	- 151 -
5. 1.	FUNDAMENTOS DE LA TOMA DE DECISIONES.....	- 151 -
5. 2.	MODELOS DE TOMA DE DECISIÓN.....	- 153 -
5. 3.	CONSTRUCCIÓN DEL SSD. ....	- 154 -
5. 4.	DESCRIPCIÓN DE LA INTERFAZ GRÁFICA DE USUARIO. ....	- 155 -
5. 5.	PSEUDO-CÓDIGO DE LA INTERFAZ GRÁFICA DE USUARIO. ....	- 163 -

6.	APLICACIONES .....	- 165 -
6.1.	APLICACIÓN: MATRICES 4 X 4.....	- 167 -
6.1.1.	Aplicación 1.....	- 168 -
6.1.2.	Aplicación 2.....	- 172 -
6.1.3.	Aplicación 3.....	- 174 -
6.1.4.	Observaciones.....	- 179 -
6.2.	APLICACIÓN: MATRICES 7 X 7.....	- 179 -
6.2.1.	Aplicación 4.....	- 181 -
6.2.2.	Aplicación 5.....	- 184 -
6.2.3.	Aplicación 6.....	- 188 -
6.2.4.	Aplicación 7.....	- 194 -
6.2.5.	Aplicación 8.....	- 199 -
6.2.6.	Observaciones.....	- 203 -
6.3.	APLICACIÓN: MATRICES 5 X 5.....	- 204 -
6.3.1.	Aplicación 9.....	- 206 -
6.3.2.	Aplicación 10.....	- 210 -
6.3.3.	Aplicación 11.....	- 215 -
6.3.4.	Aplicación 12.....	- 219 -
6.3.5.	Observaciones.....	- 223 -
7.	CONCLUSIONES Y DESARROLLOS FUTUROS .....	- 225 -
	REFERENCIAS.....	- 233 -
	PUBLICACIONES VINCULADAS.....	- 239 -



## Índice de tablas

Tabla 1. Tasas de consumos medios por tipo de usuario no doméstico. ....	34 -
Tabla 2. FCP para fugas de fondo. ....	36 -
Tabla 3. Datos para la aplicación de la teoría BABE. ....	37 -
Tabla 4. Uso nocturno normal. ....	37 -
Tabla 5. Fugas de fondo. ....	37 -
Tabla 6. Fugas no contabilizadas. ....	38 -
Tabla 7. Estimación del número de roturas. ....	38 -
Tabla 8. Teoría de intervención económica, resultados. ....	64 -
Tabla 9. Similitudes control de inventarios y políticas de intervención de control activo de fugas. ....	64 -
Tabla 10. Caudal fugado ( $m^3/s$ ) considerando variaciones de presión. ....	70 -
Tabla 11. Prácticas de gestión de la presión en algunos países. ....	71 -
Tabla 12. Prácticas de gestión de la infraestructura en algunos países. ....	75 -
Tabla 13. Relación entre externalidades sociales y trabajos de gestión de fugas. ....	96 -
Tabla 14. Coste unitario por externalidad. ....	97 -
Tabla 15. Externalidades ambientales de las fugas en redes de abastecimiento. ....	98 -
Tabla 16. Externalidades por la emisión de $CO_2$ . ....	101 -
Tabla 17. Factores de emisión de $CO_2$ . ....	105 -
Tabla 18. Factor de emisión en eliminación de residuos. ....	107 -
Tabla 19. Valor económico en UK de las emisiones de $CO_2$ . ....	107 -
Tabla 20. Encuesta de valoración contingente. ....	119 -
Tabla 21. Escala de comparación entre pares. ....	123 -
Tabla 22. Valores de consistencia aleatoria. ....	127 -
Tabla 23. Matriz de comparación de criterios para evaluar alternativas de gestión de fugas. ....	168 -
Tabla 24. Matrices de comparación de alternativas de acuerdo a criterios. ....	170 -
Tabla 25. Ponderación de alternativas de gestión de fugas. ....	170 -
Tabla 26. Matriz de comparación de criterios. ....	172 -
Tabla 27. Matrices de comparación de alternativas de acuerdo a criterios. ....	173 -
Tabla 28. Ponderación de alternativas de gestión de fugas. ....	174 -
Tabla 29. Matriz de comparación de criterios no consistente. ....	175 -
Tabla 30. Matriz de comparación de criterios consistente. ....	176 -
Tabla 31. Matrices de comparación de alternativas de acuerdo a criterios. ....	178 -
Tabla 32. Ponderación de alternativas de gestión de fugas. ....	178 -
Tabla 33. Matriz de comparación de criterios, A. ....	182 -
Tabla 34. Matrices de comparación de alternativas de acuerdo a los criterios establecidos y sus correspondientes vectores propios. ....	183 -
Tabla 35. Matriz no consistente. ....	184 -
Tabla 36. Matriz consistente. ....	185 -
Tabla 37. Matrices de comparación de alternativas de acuerdo a los criterios establecidos y sus correspondientes vectores propios. ....	187 -
Tabla 38. Matriz de comparación de criterios. ....	189 -
Tabla 39. Matriz de comparación de criterios consistente (segundo método). ....	190 -
Tabla 40. Matriz de comparación de criterios consistente (tercer método). ....	190 -
Tabla 41. Matrices de comparación de alternativas de acuerdo a los criterios establecidos y sus correspondientes vectores propios. ....	193 -
Tabla 42. Matriz de comparación de criterios. ....	194 -
Tabla 43. Matriz consistente. ....	195 -

Tabla 44. Matriz consistente modificada.....	- 196 -
Tabla 45. Matrices de comparación de alternativas de acuerdo a los criterios establecidos y sus correspondientes vectores propios.....	- 197 -
Tabla 46. Matriz de comparación de criterios no consistente.....	- 199 -
Tabla 47. Matriz consistente obtenida con el segundo método.....	- 200 -
Tabla 48. Matrices de comparación de alternativas de acuerdo a los criterios establecidos y sus correspondientes vectores propios.....	- 202 -
Tabla 49. Matriz de comparación de criterios no consistente.....	- 207 -
Tabla 50. Matriz de comparación de criterios consistente.....	- 207 -
Tabla 51. Matrices de comparación de alternativas de acuerdo a los criterios establecidos y sus correspondientes vectores propios.....	- 209 -
Tabla 52. Matriz de comparación de criterios original.....	- 211 -
Tabla 53. Matriz de comparación de criterios consistente.....	- 211 -
Tabla 54. Matrices de comparación de alternativas de acuerdo a los criterios establecidos y sus correspondientes vectores propios.....	- 213 -
Tabla 55. Matriz no consistente.....	- 215 -
Tabla 56. Matriz consistente.....	- 216 -
Tabla 57. Matrices de comparación de alternativas de acuerdo a los criterios establecidos y sus correspondientes vectores propios.....	- 218 -
Tabla 58. Matriz original de comparación de criterios.....	- 219 -
Tabla 59. Matriz consistente.....	- 220 -
Tabla 60. Matrices de comparación de alternativas de acuerdo a los criterios establecidos y sus correspondientes vectores propios.....	- 222 -

## Índice de figuras

Figura 1. Entradas y salidas de la red de distribución de agua.....	- 20 -
Figura 2. Balance de agua.....	- 28 -
Figura 3. Registro de consumo diario en un distrito hidrométrico.....	- 39 -
Figura 4. Diagrama de flujo del método de arriba hacia abajo para la determinación del nivel actual de fugas. ....	- 41 -
Figura 5. Diagrama de flujo del método de abajo hacia arriba para la determinación del nivel actual de fugas. ....	- 42 -
Figura 6. Curva del plan de coste mínimo del control activo de fugas. ....	- 51 -
Figura 7. Curva del coste marginal del agua vs. nivel económico de fugas.....	- 55 -
Figura 8. Los pilares de la gestión de fugas. ....	- 57 -
Figura 9. Relación general entre la presión y la tasa de fugas.....	- 68 -
Figura 10. Diagrama del desarrollo de estrategias de gestión de fugas.....	- 80 -
Figura 11. Mapa de procesos del planteamiento de objetivos.....	- 84 -
Figura 12. Esquema jerárquico del problema. ....	- 122 -
Figura 13. Proceso de toma de decisiones. ....	- 153 -
Figura 14. Pantalla principal de la GUI. ....	- 156 -
Figura 15. GUI. Selección de criterios. ....	- 157 -
Figura 16. GUI. Matriz de comparación de criterios.....	- 157 -
Figura 17. GUI. Escala de valores. ....	- 159 -
Figura 18. GUI. Establecimiento de número de alternativas.....	- 160 -
Figura 19. GUI. Matrices de comparación de alternativas por criterio. ....	- 160 -
Figura 20. GUI. Selección de opciones de mejora de consistencia. ....	- 161 -
Figura 21. GUI. Matriz para modificar valores. ....	- 162 -
Figura 22. GUI. Botones para visualizar resultados.....	- 163 -
Figura 23. Jerarquización del problema con 4 criterios.....	- 168 -
Figura 24. Diferencias de comparación de criterios. ....	- 177 -
Figura 25. Jerarquización del problema con 7 criterios.....	- 180 -
Figura 26. Diferencias en los valores de comparación de criterios .....	- 186 -
Figura 27. Diferencias en los vectores propios.....	- 187 -
Figura 28. Diferencias en los vectores propios.....	- 192 -
Figura 29. Diferencias en los vectores propios.....	- 197 -
Figura 30. Resultado final en el proceso de toma de decisiones. ....	- 199 -
Figura 31. Diferencias entre matrices de comparación de criterios. ....	- 201 -
Figura 32. Vectores propios. ....	- 201 -
Figura 33. Jerarquización con 5 criterios.....	- 205 -
Figura 34. Diferencias entre valores de comparación de criterios. ....	- 208 -
Figura 35. Diferencias entre valores del vector de prioridades. ....	- 208 -
Figura 36. Diferencias entre matrices de comparación de criterios. ....	- 212 -
Figura 37. Diferencias entre valores del vector propio de las matrices de comparación de criterios.....	- 213 -
Figura 38. Diferencias entre valores de comparación de criterios. ....	- 216 -
Figura 39. Diferencia entre valores del vector propio de las matrices de comparación de criterios.....	- 217 -
Figura 40. Diferencias entre matrices de comparación de criterios. ....	- 220 -
Figura 41. Diferencias entre valores de comparación de criterios. ....	- 221 -



## **I. RESUMEN.**

---

Las pérdidas de agua en las redes de abastecimiento representan uno de los mayores problemas que debe enfrentar una empresa de suministro. Para encarar a este problema se deben emprender acciones que involucran la inversión de recursos. Para invertir de una forma más eficiente los recursos con los que cuenta la organización, debe realizarse una correcta evaluación de las alternativas de acción disponibles.

El carácter dinámico de una empresa de abastecimiento de agua obliga a que los gestores deban tomar decisiones basándose en la información disponible, pero también muchas veces en la experiencia que han adquirido a lo largo de su vida.

A esta situación se debe sumar el hecho de que para lograr una gestión adecuada de las fugas, los gestores deben considerar no solamente criterios técnicos, sino que adicionalmente deben ser consientes de criterios sociales y ambientales. Es decir, en ocasiones deben tratar con criterios tangibles e intangibles. Además, aún cuando algunos de estos criterios pueden ser fácilmente traducidos a unidades monetarias, existen algunos otros cuya conversión es más difícil o directamente imposible o inadecuada.

Así pues, para poder tomar una decisión respecto a la política que debe seguir una empresa de suministro de agua, debe, en primer lugar, conocer el estado actual en el que se encuentra, considerando en ese conocimiento, las externalidades en las que incurre la ejecución de sus labores actuales. Posteriormente, es necesario que se realice una evaluación de proyectos de forma que pueda definirse un proyecto económicamente rentable para la compañía. A partir de este momento, el gestor de la empresa o bien su equipo de trabajo, deben analizar la problemática a la que se desea dar solución y evaluar las alternativas de solución.

Se parte de la hipótesis de que la empresa reconoce la posición en la que se encuentra y que ha llevado a cabo un estudio mediante el cual ha definido un proyecto económicamente rentable. Sin embargo, dado que en la mayoría de las evaluaciones se

concentran los esfuerzos en el análisis técnico y económico, regularmente se omiten los criterios relacionados con los beneficios y costes externos en que incurre la compañía y que en ocasiones consisten en factores intangibles o de difícil valoración.

El desarrollo de proyectos es un proceso complejo, en el que se invierte tiempo y esfuerzos, y la conversión de todos los elementos a considerar en unidades comparables es sumamente complicada; a mayor detalle de valoración, mayor el esfuerzo necesario y el coste del planteamiento del proyecto.

Sin embargo, para tomar la decisión más adecuada y que sea más cercana a la realidad de la empresa de suministro, la red de abastecimiento, los usuarios y el entorno, es preciso considerar la mayor cantidad de elementos que integran la problemática de las fugas y su gestión.

Vale la pena tomar en cuenta y aprovechar los conocimientos y la experiencia de los gestores de los abastecimientos y las personas que laboran en las empresas de suministro para suplir la carencia de información precisa o de valoración económica de algunos de los factores que integran un problema en la gestión de las redes de abastecimiento. En primer lugar, porque son ellos los que se encargan de tomar decisiones, en segundo lugar porque son los que conocen la realidad del organismo y su infraestructura, y en tercer lugar, porque aprovechar su experiencia no representa un coste extra en la toma de decisiones.

Para llevar a cabo este proceso se ha desarrollado el presente trabajo, que consta de siete capítulos; a continuación se menciona brevemente el contenido y alcance de cada uno de ellos.

En el capítulo 1 se analizan los aspectos relacionados con las fugas de agua en la redes de distribución de agua. Se trata de forma especial las diferentes metodologías de estimación de caudales fugados, así como el concepto de nivel económico de fugas, que habla precisamente del equilibrio que toda empresa desea alcanzar entre los recursos invertidos para minimizar las pérdidas de agua y el valor del agua que se recupera con la inversión de dichos recursos.

El capítulo 2 se compone de una descripción de las alternativas en que se divide la gestión de fugas, el planteamiento de estrategias de gestión y las posibilidades de establecimiento de objetivos de minimización de pérdidas de agua.

En virtud del impacto que genera la labor de las empresas de distribución de agua potable en los usuarios y el entorno, en el capítulo 3 se realiza una descripción de las externalidades (costes y beneficios) en que se incurre por la existencia de fugas y su gestión. Con la finalidad de incluirlas en la evaluación de proyectos y en la toma de decisiones, se repasa la descripción de las opciones disponibles, se analizan las metodologías más adecuadas y finalmente se opta por la utilización de la metodología AHP.

En el capítulo 4 se describe la metodología AHP, se mencionan algunas aplicaciones que aparecen en la literatura, se analiza la formación de matrices de comparación por pares de elementos, se describen las características de las matrices, se establecen las propiedades de las matrices consistentes, se plantea la necesidad de mejora de consistencia de matrices para validar el proceso de toma de decisiones, y por este motivo se desarrollan cuatro alternativas de mejora de consistencia que solucionan el problema más frecuente de la metodología AHP.

El capítulo 5 explica el proceso general de toma de decisiones, y se analizan los modelos de toma de decisiones. A continuación, se describe la aplicación informática que se ha desarrollado con la finalidad de automatizar el proceso de toma de decisiones respecto a la política de gestión de fugas, en la cual se han incluido los criterios sociales, ambientales y emisiones de CO<sub>2</sub>.

En el capítulo 6 se presentan 12 aplicaciones realizadas para validar la metodología y las alternativas de mejora de consistencia. Estas aplicaciones han servido para realizar un acercamiento y llevar a cabo reuniones con expertos en redes de distribución, gestión de fugas y proyectos de agua potable. A raíz de estas, se ha podido conocer de primera mano la situación de algunos abastecimientos, así como aprovechar el conocimiento y experiencia de gente conocedora del área, además ha sido posible comprobar la escasa consideración de las externalidades en la valoración de fugas y en alternativas de gestión, no por falta de interés, sino por la complejidad de hacerlo. Se les ha presentado

la metodología AHP y los resultados obtenidos han sido satisfactorios, en virtud de que con esta metodología se les brinda la posibilidad de incluir en la toma de decisiones no solamente los criterios relativos a las externalidades de las fugas y su gestión, sino todos aquellos que se definan durante el planteamiento del problema.

Finalmente, en el capítulo 7 se presentan los resultados obtenidos, así como las conclusiones a las que se ha llegado después de realizar el presente trabajo. Adicionalmente se plantean las futuras opciones de investigación que se pretende desarrollar en posteriores trabajos.

## **ABSTRACT**

---

Water losses in water distribution systems represent one of the biggest problems facing a supply water company. To address this problem various actions should be taken that involve the investment of substantial resources. To invest more efficiently a suitable evaluation of alternative courses of action should be available.

The dynamic nature of a water supply company requires that managers must make decisions based on information available, and many times using the experience they have acquired throughout their life as well.

To this situation, we have to add the fact that to get sound management of leakage, managers must consider not only technical criteria, but additionally must be aware of social and environmental criteria. That is, they have to deal not only with tangible but also with intangible criteria. Moreover, even though some of these criteria may be easily translated into monetary units, there are others whose conversion is more difficult or downright impossible or inappropriate.

Thus, in order to make a decision regarding the policy to follow a water company must first be aware of its current state, including knowledge of externalities incurred in the implementation of its current work. Then, it is necessary to carry out a project evaluation to define a project economically viable for the company. From this point, the manager of the company or its staff should analyze the problems to solve and evaluate alternative solutions.

The starting point is the assumption that the company recognizes its position and has carried out a study to define an economically viable project. However, given that most evaluations concentrate efforts on technical and economic analyses, regularly criteria related to external costs and benefits incurred by the company are ignored, especially because they sometimes consist of intangibles or just of issues of difficult assessment.

The project development is a complex process, which needs time and effort. As a consequence, the transformation of all the elements to consider in comparable units is extremely complex; the more detailed assessment, the greater the effort required and the higher the cost of the project approach.

However, to make the right decision, the one which is closer to the reality of the supply company, the supply network, the users and the environment, as many elements as possible among those that make up the problem of leakage and management must be considered.

It is worth taking into account (and making use of) the knowledge and experience of supply managers and people working in the supply companies to address the lack of accurate economic valuation of some of the factors inherent to various problems about management of supply networks. Firstly, because they are responsible for making decisions; secondly, because they are the ones who know the reality of the organism and its infrastructure; and, thirdly, because drawing on their experience is not an extra cost in making decisions.

This work has been developed to carry out this process. It consists of seven chapters, whose content and scope are briefly mentioned next.

Chapter 1 discusses issues related to water leakage in water distribution networks. Various flow estimation methodologies of lost flowrates are discussed. Also, the concept of economic level of leakage is addressed, which underlines the balance that companies should achieve between the resources invested to minimize water losses and the value of recovered water through the investment of these resources.

Chapter 2 consists of a description of various alternatives for leakage management, various approaches of management strategies, and the possibilities of setting targets for minimizing water losses.

Under the impact on the users and the environment generated by the work of the companies distributing drinking water, in Chapter 3 a description of externalities (benefits and costs) incurred by the leakage and management is presented. With the

purpose of including leakage in the project evaluation and decision making, this chapter offers a description of the available options; we analyze the most appropriate methodologies, and finally opt for the use of AHP methodology.

Chapter 4 describes the AHP methodology; also some applications found in the literature are mentioned. Then we analyze the construction of pairwise comparison matrices of elements, describe the characteristics of these matrices, set the properties of consistent matrices, emphasise the need to improve consistency (if necessary) to validate the decision-making process, and, with this aim, we develop various alternatives to improve consistency that solve the most common problems of the AHP methodology.

Chapter 5 explains the overall process of decision-making, and various decision-making models are analysed. Here, we describe the computer application developed to automate the process of making policy decisions regarding management of leaks, which include social, environmental and CO<sub>2</sub> emissions costs.

Chapter 6 presents twelve applications that validate the methodology, including options for improving consistency. These applications have served to approach real-world companies by conducting meetings with experts in distribution management, leakage and water projects. These experiences have helped to observe first-hand the situation of some supply companies, as well as to use the knowledge and experience of people who know the area, and to check the modest consideration of externalities in the assessment of leakage and alternatives management, not because of lack of interest, but because of the complexity of the task. Experts were presented with the AHP methodology, and the results have been satisfactory, because thanks to this methodology they are given the possibility of including not only the criteria for the externalities of leaks and their management in decision-making, but those defined during the approach to the problem.

Finally, in Chapter 7 the results obtained are presented. We also synthesize the conclusions reached after performing this work. Additionally, facing future research, various options to be developed in further research lines have been addressed.



## **RESUM**

---

Les pèrdues d'aigua en les xarxes d'abastiment representen un dels majors problemes que ha d'enfrontar una empresa de subministrament. Per a enfrontar este problema s'han d'emprendre accions que involucren la inversió de recursos. Per a invertir d'una forma més eficient els recursos amb què compta l'organització, ha de realitzar-se una correcta avaluació de les alternatives d'acció disponibles.

El caràcter dinàmic d'una empresa d'abastiment d'aigua obliga a que els gestors hagen de prendre decisions basant-se en la informació disponible, però també moltes vegades en l'experiència que han adquirit al llarg de la seua vida.

A esta situació s'ha de sumar el fet que per a aconseguir una gestió adequada de les fugues, els gestors han de considerar no sols criteris tècnics, sinó que addicionalment han de ser consents de criteris socials i ambientals. És a dir, de vegades han de tractar amb criteris tangibles i intangibles. A més, encara que alguns d'estos criteris poden ser fàcilment traduïts a unitats monetàries, hi ha alguns altres la conversió dels quals és més difícil o directament impossible o inadequada.

Així doncs, per a poder prendre una decisió respecte a la política que ha de seguir una empresa de subministrament d'aigua, deu, en primer lloc, conèixer l'estat actual en què es troba, considerant en eixe coneixement, les externalitats en què incorre l'execució de les seues labors actuals. Posteriorment, és necessari que es realitze una avaluació de projectes de manera que puga definir-se un projecte econòmicament rendible per a la companyia. A partir d'este moment, el gestor de l'empresa o bé el seu equip de treball, han d'analitzar la problemàtica a què es desitja donar solució i avaluar les alternatives de solució.

Es partix de la hipòtesi que l'empresa reconeix la posició en què es troba i que ha dut a terme un estudi per mitjà del qual ha definit un projecte econòmicament rendible. No obstant això, atés que en la majoria de les avaluacions es concentren els esforços en

l'anàlisi tècnica i econòmic, regularment s'ometen els criteris relacionats amb els beneficis i costos externs en què incorre la companyia i que de vegades consisteixen en factors intangibles o de difícil valoració.

El desenrotllament de projectes és un procés complex, en el que s'invertix temps i esforços, i la conversió de tots els elements a considerar en unitats comparables és summament complicada; a major detall de valoració, major l'esforç necessari i el cost del plantejament del projecte.

No obstant això, per a prendre la decisió més adequada i que siga més pròxima a la realitat de l'empresa de subministrament, la xarxa d'abastiment, els usuaris i l'entorn, és necessari considerar la major quantitat d'elements que integren la problemàtica de les fugues i la seua gestió.

Val la pena tindre en compte i aprofitar els coneixements i l'experiència dels gestors dels abastiments i de les persones que treballen en les empreses de subministrament per a suplir la carència d'informació precisa o de valoració econòmica d'alguns dels factors que integren un problema en la gestió de les xarxes d'abastiment. En primer lloc, perquè són ells els que s'encarreguen de prendre decisions, en segon lloc perquè són els que coneixen la realitat de l'organisme i la seua infraestructura, i en tercer lloc, perquè aprofitar la seua experiència no representa un cost extra en la presa de decisions.

Per a dur a terme este procés s'ha desenrotllat el present treball, que consta de set capítols; a continuació es menciona breument el contingut i abast de cada un d'ells.

En el capítol 1 s'analitzen els aspectes relacionats amb les fugues d'aigua en la xarxes de distribució d'aigua. Es tracta de forma especial les diferents metodologies d'estimació de cabals escapats, així com el concepte de nivell econòmic de fugues, que parla precisament de l'equilibri que tota empresa desitja aconseguir entre els recursos invertits per a minimitzar les pèrdues d'aigua i el valor de l'aigua que es recupera amb la inversió dels dits recursos.

El capítol 2 es compon d'una descripció de les alternatives en què es dividix la gestió de fugues, el plantejament d'estratègies de gestió i les possibilitats d'establiment d'objectius de minimització de pèrdues d'aigua.

En virtut de l'impacte que genera la labor de les empreses de distribució d'aigua potable en els usuaris i l'entorn, en el capítol 3 es realitza una descripció de les externalitats (costos i beneficis) que s'incorre per l'existència de fugues i la seua gestió. Amb la finalitat d'incloure-les en l'avaluació de projectes i en la presa de decisions, es repassa la descripció de les opcions disponibles, s'analitzen les metodologies més adequades i finalment s'opta per la utilització de la metodologia AHP.

En el capítol 4 es descriu la metodologia AHP, es mencionen algunes aplicacions que apareixen en la literatura, s'analitza la formació de matrius de comparació per parells d'elements, es descriuen les característiques de les matrius, s'establixen les propietats de les matrius consistents, es planteja la necessitat millora de consistència de matrius per a validar el procés de presa de decisions, i per este motiu es desenrotllen quatre alternatives de millora de consistència que solucionen el problema més freqüent de la metodologia AHP.

El capítol 5 explica el procés general de presa de decisions, i s'analitzen els models de presa de decisions. A continuació, es descriu l'aplicació informàtica que s'ha desenrotllat amb la finalitat d'automatitzar el procés de presa de decisions respecte a la política de gestió de fugues, en la qual s'han inclòs els criteris socials, ambientals i emissions de CO<sub>2</sub>.

En el capítol 6 es presenten 12 aplicacions realitzades per a validar la metodologia i les alternatives de millora de consistència. Estes aplicacions han servit per a realitzar un acostament i dur a terme reunions amb experts en xarxes de distribució, gestió de fugues i projectes d'aigua potable. Arran d'estes, s'ha pogut conèixer de primera mà la situació d'alguns abastiments, així com aprofitar el coneixement i experiència de gent coneixedora de l'àrea, a més ha sigut possible comprovar l'escassa consideració de les externalitats en la valoració de fugues i en alternatives de gestió, no per falta d'interés, sinó per la complexitat de fer-ho. Li'ls ha presentat la metodologia AHP i els resultats obtinguts han sigut satisfactoris, en virtut que amb esta metodologia se'ls brinda la

possibilitat d'incloure en la presa de decisions no sols els criteris relatius a les externalitats de les fugues i la seua gestió, sinó tots aquells que es definisquen durant el plantejament del problema.

Finalment, en el capítol 7 es presenten els resultats obtinguts, així com les conclusions a què s'ha arribat després de realitzar el present treball. Addicionalment es plantegen les futures opcions d'investigació que es pretén desenrotllar en posteriors treballs.

## **II. OBJETIVOS.**

---

El objetivo general del presente trabajo es proporcionar una herramienta de utilidad para los gestores de abastecimientos de agua potable que permita tomar una decisión respecto a la política de gestión de fugas que debe ser aplicada.

Como objetivos particulares del trabajo, se encuentran los que aparecen a continuación:

- En virtud de considerar fundamental el conocimiento del nivel actual de fugas de la red, exponer los métodos más utilizados para determinar el nivel de fugas, así como la definición del nivel económico de fugas.
- A continuación, plantear las opciones para el establecimiento de objetivos de gestión de fugas, que sirvan como directrices al momento del diseño de planes de gestión.
- Por otro lado, se busca definir los impactos externos positivos y negativos, tanto de las fugas, como de las acciones de gestión de fugas, considerando que las decisiones tomadas por los gestores de las compañías de abastecimiento tienen una implicación mucho más amplia que la propia empresa, dado que prestan un servicio público, y que la sociedad en general es el usuario final (consumidores domésticos, industrias, comercios, gobierno, etc.).
- Establecer una técnica que permita incluir las externalidades de las fugas y su gestión, que en este caso ha sido la técnica de las jerarquías analíticas (Analytic Hierarchy Process, AHP). Considerando las características de la metodología, desarrollar una herramienta informática que permita realizar una aplicación correcta de AHP y la validación del método.



### **III. INTRODUCCIÓN.**

---

Uno de los problemas más frecuentes en las empresas de agua potable son las fugas en las redes de abastecimiento, que provocan grandes pérdidas. Además, para su manejo se invierte una suma considerable de recursos.

Las fugas en los sistemas de distribución de agua están provocadas por todos aquellos fallos en las tuberías, accesorios o tanques de almacenamiento que provocan una pérdida de agua. En todos los sistemas de abastecimientos existen fugas; ya en el año 1892, Hope y Bircumshaw (según Puust, R. *et al.*, 2010) consideraban que no existe sistema de abastecimiento sin fugas de agua y que para todas estas empresas de abastecimiento es recomendable invertir cierta cantidad de recursos para mitigar estas pérdidas, logrando así una mejora económica sustancial para la compañía.

La cantidad de agua que se pierde por fugas en las redes de distribución de agua potable representa para los gestores de las empresas de abastecimiento uno de los mayores desafíos a los que deben enfrentarse, no solamente por el coste del agua que se pierde, sino porque esa agua lleva implícita una serie de costes adicionales, e incluso conlleva impactos en la sociedad y el medio ambiente. Las decisiones tomadas por la compañía para la gestión de las fugas, tienen efecto no sólo en la propia compañía, sino también en la sociedad y en el medio que la rodea. Por ello, estas decisiones deberían estar basadas en un ejercicio de toma de decisión que incluya un mayor número de criterios, además de los meramente técnicos y económicos que normalmente suelen ser tomados en cuenta en una evaluación de proyectos.

La toma de decisiones respecto a la política de gestión de fugas a ejecutar en una empresa representa un reto para los gestores, en vista de la complejidad que ello implica. Si el problema se observa desde el punto de vista económico, es posible que la opción que se tome esté encaminada a reparar solo las fugas evidentes o reportadas, ya que la inversión que se debe realizar para detectar y reparar suele ser mayor que el valor del agua recuperada, tomando en cuenta que en la gran mayoría de los casos, la tasa de recuperación o la tarifa cobrada al abonado no llega a cubrir siquiera los costes

variables. El gestor se enfrenta a una toma de decisiones, comúnmente basada en aspectos meramente económicos, donde se analizan las pérdidas por fugas y las inversiones necesarias para solucionar el problema, para decidir qué postura debe tomar frente a la situación en la que se encuentra el abastecimiento.

Sin embargo, en vista de que se trata de un servicio público del cual todos somos usuarios, y que además las decisiones tomadas por la compañía tienen un impacto más allá de la empresa, se recomienda considerar una serie de criterios, adicionales a los aspectos técnicos y económicos, para que la decisión que se tome sea lo más acertada para la compañía y su entorno. Se propone considerar también algunas cuestiones relacionadas con las externalidades del problema, es decir, que sean considerados los efectos de las acciones de la compañía y se adicione a la toma de decisiones su impacto en la sociedad y el entorno.

Es por todo esto, se ha recurrido al Método de Jerarquías Analíticas (AHP) desarrollado por Tomas L. Saaty (1977), el cual ha sido ampliamente utilizado para la toma de decisiones en gran cantidad de campos (Omkarprasad y Sushil, 2006; Ho, 2008), ya que proporciona al tomador de decisiones la posibilidad de observar de forma gráfica un problema multicriterio, jerarquizando niveles (objetivo o problema, criterios y alternativas). Con base en una escala establecida se construyen matrices de comparación entre pares de criterios y alternativas, donde se concentran los juicios emitidos por un experto. Con la finalidad de llevar a cabo una correcta aplicación del método AHP, las matrices deben cumplir ciertas características: positividad de sus componentes, homogeneidad, reciprocidad y consistencia.

Para que la aplicación de esta metodología sea provechosa, debe contarse con personas expertas en la problemática a la que se desea dar solución, con la finalidad de que los juicios emitidos provengan de un especialista en la materia y para la decisión que se tome sea la mejor para todos los involucrados. En el trabajo que se presenta a continuación, se contó con la participación de gestores de empresas de abastecimiento de agua potable, trabajadores del área de proyectos, personal del área de fugas, un supervisor de obras de la administración pública e investigadores de una institución pública que actualmente desarrollan proyectos de agua potable en zonas rurales.

## **IV. ORGANIZACIÓN DE LA TESIS.**

---

El trabajo que se presenta esta dividido en tres partes, que comprenden en su totalidad siete capítulos con el siguiente orden: definición del problema, objetivo buscado, toma de decisiones.

Dentro de la definición del problema se encuadra el capítulo 1, donde se encuentran definidas las fugas, los costes económicos que implican, los antecedentes sobre la importancia a nivel mundial de las fugas, las formas de estimación del nivel actual de fugas, así como la definición y determinación del nivel económico de fugas.

En la sección referente al objetivo buscado, se definen los pilares de la gestión de fugas y se establecen las externalidades relativas a las fugas y su gestión. Se exponen los razonamientos para su inclusión y la necesidad de su planteamiento.

En la parte relativa a la toma de decisiones, se define la metodología AHP, se exponen los motivos que propiciaron la elección de este método, se hace hincapié en las características necesarias para su correcta aplicación, particularmente se trabaja en la característica de consistencia y en la mejora de la consistencia. Se desarrolla una herramienta informática que permite al usuario la aplicación de AHP, para analizar que se cumplan las características del método y que el resultado final sea coherente con los juicios emitidos. Se realizan diferentes aplicaciones de la metodología.

Finalmente, se tienen las conclusiones globales de la tesis, se hace una síntesis de los resultados obtenidos, las aportaciones logradas, así como los futuros desarrollos posibles.



# 1. PÉRDIDAS DE AGUA EN REDES DE ABASTECIMIENTO.

---

Las fugas en los sistemas de distribución de agua se definen como la consecuencia de cualquier fallo en las tuberías, accesorios, depósitos o tanques de almacenamiento que traen consigo una pérdida de agua.

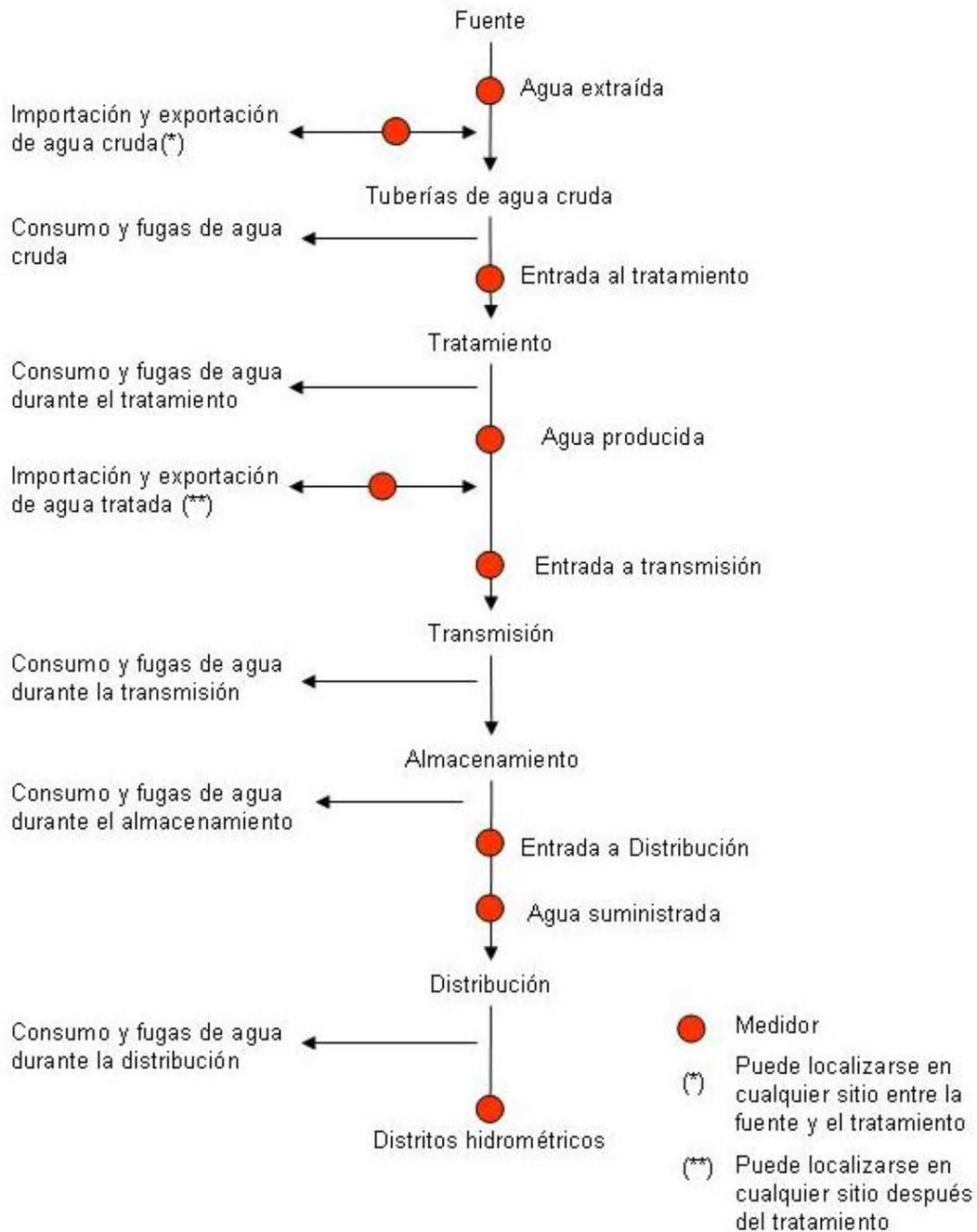
Las pérdidas de agua en los sistemas de distribución ocurren durante todo el proceso, desde la fuente de extracción hasta el punto de medición y consumo. De manera gráfica se puede observar lo que sucede en la cadena de entradas y salidas de la red de distribución de agua potable en la figura 1.

El punto de consumo es aquel punto de conexión en la tubería donde comúnmente se encuentra colocado el medidor de consumo. Este puede variar dependiendo del país o de la región de un país, ya que puede encontrarse dentro o fuera de la vivienda. En los casos de ausencia de medidor de consumo, el punto de consumo será el punto donde se conecta la tubería del usuario. En el caso de hidrantes, el punto de consumo es el mismo hidrante. En virtud de estas diferencias sobre la ubicación del punto de consumo, se tienen también discrepancias sobre las pérdidas de agua que ocurren después del punto de consumo. Sin embargo, algo en lo que se coincide en la práctica internacional es en la consideración dada a estas pérdidas como parte del consumo, motivo por el cual quedan excluidas de los cálculos de pérdidas en los balances de agua.

Han sido identificadas las principales causas de fugas, las cuales son:

- a) materiales inadecuados, de mala calidad y defectuosos.
- b) roturas de tuberías, ocasionadas por deficiencias en la mano de obra.
- c) errores de operación, que se traducen en exceso de presión, cierre muy rápido de válvulas, entre otros.
- d) corrosión interna debido a la agresividad del agua, o externa por la deficiente protección contra la agresividad del suelo o el agua.
- e) daño premeditado o accidental.

Las tasas individuales de fugas dependen del tamaño del agujero, rotura, grieta y el sistema de presión. Cabe recordar que las pérdidas de agua también ocurren en los tanques de almacenamiento, debido a fugas o desbordamientos. Para calcular el volumen total de agua perdida en un año, no solo hace falta conocer la tasa de fugas, sino también la duración de las mismas, así como otros datos al respecto.



*Figura 1. Entradas y salidas de la red de distribución de agua.*

## 1. 1. ANTECEDENTES DE FUGAS Y SU IMPORTANCIA ECONÓMICA.

Existen algunas publicaciones que han sido relevantes en el estudio económico de la gestión de fugas. En julio de 1980 el grupo técnico encargado de las pérdidas de agua del National Water Council del Reino Unido, editó el reporte 26 titulado “*Políticas y práctica del control de fugas*”. En octubre de 1986, el Deucher Verein des Gas-und Wasserfaches (DVGW) emite la nota W391 sobre “*Pérdidas de agua en los sistemas de distribución*”. En el año 1987, el Banco Mundial publica dentro de la serie de gestión de operaciones de los organismos de abastecimiento, una “*Guía de trabajo para la reducción y control del agua no facturada*”. En el año 1997, la fundación de investigación de la American Water Works Association (AwwaRF) publica el informe “*Perdidas de agua e ingresos: agua no facturada*”.

Los trabajos e investigaciones en el tema de las fugas en abastecimientos han seguido adelante, se han realizado aplicaciones y presentado avances en diversos foros, hasta el punto que en algunos países se ha tomado bastante en serio su aplicación, como es el caso de Inglaterra y Gales, donde a partir de 1998, por orden de la Office of Water Services (OFWAT) les fue impuesto a las compañías de suministro de agua potable el cálculo de niveles económicos de fugas y los objetivos de reducción de fugas. Por ello se han desarrollado un gran número de metodologías para poder cubrir las expectativas que se han propuesto después de la privatización de la industria de abastecimiento de agua potable en 1989. El problema de todas estas metodologías es que se han adecuado fundamentalmente a las características, necesidades y posibilidades existentes en el Reino Unido y en Gales, de forma que extrapolarlas al resto del mundo resulta complicado.

Parte del trabajo realizado por la OFWAT desde la década de los 80 fue publicado en 1994 en una serie de volúmenes titulados “*Informes de gestión de fugas*”. En estos informes se mencionan las formas de calcular el coste marginal del agua, la forma como debe ser calculado el coste marginal en el control activo de fugas y la forma de determinar el nivel económico de fugas basándose en los dos conceptos anteriores. Específicamente en el informe C, se define el nivel económico de fugas como el nivel de fugas para el cual, el coste marginal del control activo de fugas se iguala con el coste

marginal del agua que se pierde por fugas. En otras palabras, se refiere a que el coste de reducir la pérdida de un metro cúbico de agua se iguala al valor de ese metro cúbico de agua.

La International Water Association (IWA) Task Force on Water Losses and Performance Indicators ha desarrollado una forma de calcular el balance de agua a partir de los diversos métodos y definiciones, en definitiva, ha diseñado un estándar de buenas prácticas. De igual forma, propone una metodología de determinación del nivel económico de fugas para los abastecimientos de agua y los sistemas de distribución. Esta propuesta considera el coste marginal de cada actividad realizada comparada con su beneficio marginal. La idea actual del nivel económico de fugas se basa en el conocimiento de que cada actividad encaminada a reducir fugas sigue la ley de rendimientos decrecientes, esto es, cuanto mayores sean los recursos destinados a minimizar las pérdidas de agua, menores serán los beneficios marginales. Esta idea es la base de la metodología de la IWA, en la cual se analiza el coste marginal de cada actividad para compararlo con el de otras actividades y con el coste marginal del agua en la zona de suministro.

En Sudáfrica, mediante la introducción de una nueva legislación que ofrece incentivos reales para el uso eficiente del agua y la imposición de sanciones para quien no la cumpla, se ha dado un enorme empuje al estudio e implantación de sistemas que propicien la gestión eficiente de fugas en las redes de suministro. En particular, la Water Research Commission (WRC) ha desarrollado una serie de modelos de gestión de fugas, dentro de los cuales se incluye el llamado ECONOLEAK, que permite que la empresa de suministro identifique cuándo es necesario que se intervenga mediante control activo de fugas, lo que significa que determina la frecuencia apropiada para llevar a cabo control activo de fugas.

La Water Services Association of Australia (WSAA) regula la industria del agua en Australia, y está formada por más de 300 empresas de abastecimiento. En este país se han adoptado y adaptado las metodologías que ha propuesto la IWA. A través de una corporación de gobierno se ha instaurado un centro de entrenamiento, donde se ha trabajado con cerca de 50 empresas de distribución y han editado una serie de 10 manuales titulados “*Gestión y reducción de fugas en los sistemas de distribución de*

agua". En Australia se ha seguido la escuela de Sudáfrica y su modelo ECONOLEAK, con la versión autóctona denominada BENCHLOSS, de igual forma en Nueva Zelanda se ha adaptado el modelo, que denominan BENCHLOSSNZ.

En México, el Instituto Mexicano de Tecnología del Agua (IMTA) ha trabajado desde principios de 1990 en una metodología para solucionar la problemática de las fugas de agua potable. Este organismo de gobierno ha trabajado conjuntamente con empresas de suministro de todo el país, realizando cursos de capacitación, asesorías técnicas y editando manuales. La metodología que propone el IMTA comprende tres etapas. La primera etapa trata de la realización de un diagnóstico, donde se evalúa el volumen de agua perdido, las posibles causas de las fugas y se hace una valoración de las posibilidades de solución, de forma que se realiza una jerarquización de los proyectos a llevar a cabo para decidir cuál o cuáles deben emprenderse. En la segunda fase, se definen los equipos y planes para la búsqueda, localización y reparación de las fugas. Y en la tercera fase, se ejecutan los proyectos y se realizan las adecuaciones pertinentes para la consecución de los objetivos deseados. Esta metodología ha sido aplicada en más de 30 empresas de suministro de agua potable en México.

## **1. 2. COSTES RELACIONADOS CON LAS FUGAS.**

Las pérdidas de agua, traen consigo una serie de costes y pérdidas, que si son adecuadamente manejados pueden ser evitados, o al menos, disminuidos:

- Costes energéticos
- Costes asociados a la calidad del agua
  - Aumento de productos necesarios para el tratamiento y desinfección del agua
  - Aumento de productos químicos para mantener una desinfección residual de la red
- Costes técnicos
  - Costes de mantenimiento
  - Disminución de la eficiencia del sistema
  - Aumento de costes de suministro de agua por vías alternativas

- Costes de ampliación del sistema de abastecimiento
- Costes de nuevos equipos de bombeo
- Aumento de la demanda de agua
- Costes sociales
- Costes ambientales

Tomando como ejemplo los costes de instalación, se puede tener una idea cercana respecto a los costes de reparar, renovar o reemplazar segmentos de tubería. Según Stephenson (1989) y Huges (2002), al analizar los costes de instalación de tuberías, la tubería por sí sola puede representar hasta un 50% del coste de inversión, lo cual puede reducirse en virtud de los nuevos materiales desarrollados. La excavación comprende un 20%; esto depende del terreno y de las técnicas de excavación empleadas. La instalación y ensamble equivalen a un aproximado 5%, que puede ser mayor si se requiere una mano de obra adicional. El ajuste implica otro 5%. El recubrimiento y protección representan un 2%. Las estructuras, cámaras de válvulas y anclajes comprenden otro 2%. Las protecciones contra el golpe de ariete un 1%. La adquisición de tierras para caminos de acceso, estructuras de seguridad o construcción de vallas, protección catódica representan un 1%. Los costes de investigación e ingeniería equivalen a un aproximado del 5%. Los costes administrativos un 1%. Y finalmente, los intereses durante la construcción comprenden un 3%. Con la creciente preocupación sobre calidad del agua, es de esperar que los costes de infraestructura de tratamiento de agua aumenten en un futuro, en lugar de disminuir (Burn *et al.*, 2002).

El objetivo primordial de la realización de un análisis de costes es procurar que la inversión que se lleve a cabo sea la más conveniente técnica y económicamente para la empresa de abastecimiento y para sus usuarios. Se pretende que el dinero invertido provoque los mayores beneficios posibles, y para ello debe analizarse las opciones de solución al problema y tomar la mejor decisión.

Si se desea realizar un cálculo económico sobre la reparación, rehabilitación y reemplazo de redes urbanas de distribución de agua los siguientes datos son de gran utilidad:

- Coste de la red de suministro
- Año de instalación
- Tipo de material
- Longitud y ubicación
- Historial de mantenimiento
  - Historial detallado de las reparaciones de segmentos específicos de tuberías, donde se indique la ubicación, año y coste de la reparación.
  - Coste estimado de la rehabilitación de la tubería
  - Estimación del volumen de agua que no se ha contabilizado
  - Coste unitario de la producción de agua, para calcular el coste del agua perdida a consecuencia de las fugas
  - Edad y servicio anticipado de vida de las tuberías
  - Coste original y año de instalación de la red de suministro

Hughes (2002) recomienda realizar un análisis basado en el cálculo de los costes de reparación en un segmento de la red bajo la consideración de servicio anticipado de vida. El coste es calculado a valor presente, considerando las reparaciones por el año en que han ocurrido y los costes proyectados en que se incurran. En otras palabras, los costes de reparación en los que se incurre son descontados al nivel de precios en que se realiza el análisis. Los costes de reparación proyectados sobre los costes anticipados restantes en el periodo de análisis son descontados al mismo nivel de precios.

Una consideración que tiene un impacto importante en el coste, es la gran cantidad de pérdidas de agua que ocurren en redes de distribución viejas. A medida que la red envejece, se deteriora y las fugas en las uniones, así como la corrosión, aumentan, hasta el punto en que los costes variables de energía eléctrica para bombear el agua y los tratamientos químicos aumentan de manera considerable.

Para la realización de presupuestos y planes de acción, los costes en los que se incurrirá se desprenden de datos históricos de la empresa, que incluyen el número de roturas de tuberías por año y el coste de reparación de las tuberías. Los datos regularmente son utilizados para realizar proyecciones de las tareas que se van a realizar. Por ejemplo, si se desea tener una aproximación del monto económico que se debe contemplar para

realizar acciones de mantenimiento de la infraestructura en el próximo año, puede recurrirse a datos históricos.

### **1.3. PÉRDIDAS DE AGUA Y SU CUANTIFICACIÓN.**

La cantidad de agua que se pierde por fugas es prácticamente imposible y económicamente inviable de conocer con exactitud; solamente se puede tener una aproximación más o menos certera de la realidad. A continuación se mencionan algunas de las cuestiones claves a considerar y algunas técnicas mayormente utilizadas para realizar una estimación de las fugas de agua en el sistema más cercana a lo real.

Existen algunas opciones para estimar el volumen de agua que se pierde: el balance de agua, la metodología BABE (Bursts and Backgrounds Estimates), estimaciones globales y el cálculo por fuga son algunos ejemplos.

- El balance de agua es el método para identificar y cuantificar cada una de las entradas y salidas de agua de una red de abastecimiento.
- La metodología BABE tiene la finalidad de estimar los componentes de las pérdidas reales en las redes de distribución de agua.
- Métodos de estimación global, tales como top-down o bottom-up.
- El cálculo por fuga se refiere al cálculo puntual de una fuga de agua en particular, de forma que pueda conocerse el valor aproximado de caudal perdido.

Algunas empresas mantienen sus sistemas completamente automatizados, monitoreados y controlados, y por ello, la información que tienen al respecto es, además de completa, fácil de obtener y manejar, y todo esto favorece una gestión de la red mucho más sencilla; sin embargo, la cantidad de recursos requeridos para lograr el estado de automatización y monitoreo necesario es bastante elevada y pocas compañías tienen la

posibilidad de tener un sistema con estas características, además, de mantenerlo actualizado en cuanto a datos y tecnología empleada se refiere.

Dependiendo de las características de control y automatización de la red, el acceso a la información será más sencillo y por ende, la realización de estimaciones será más precisa.

#### **1. 4. BALANCE DE AGUA.**

A grandes rasgos, el balance de agua establece conceptos para identificar y separar los componentes que lo forman, como es el volumen de entrada, que representa el volumen anual del sistema de abastecimiento o de una parte del mismo. El consumo autorizado es el volumen anual medido o no medido que es suministrado a usuarios registrados. Se establecen también los conceptos de agua que genera ingresos y agua que no genera ingresos, siendo el primero igual al consumo autorizado facturado, y el segundo igual a la diferencia resultante entre el volumen de agua y el consumo autorizado facturado. Las pérdidas de agua corresponden a las pérdidas aparentes y a las pérdidas reales, que es equivalente a la diferencia entre el volumen de entrada y el consumo autorizado. Las pérdidas aparentes son la suma de los consumos no autorizados y las mediciones inexactas, también denominadas “pérdidas de gestión”. Las pérdidas reales comprenden las fugas y derrames en las tuberías y tanques desde la fuente hasta el punto de medición del usuario, y se denominan asimismo “pérdidas físicas”.

Se requiere una reclasificación de las pérdidas, considerando el consumo medido autorizado, consumo no medido autorizado, pérdidas reales y pérdidas aparentes, tal como aparece en la figura 2, en la cual también se incluye la consideración de agua importada y exportada.

De forma general se puede decir que el consumo autorizado es aquel que está explícita o implícitamente autorizado por la compañía de agua, independientemente de si este consumo se paga o no. El consumo autorizado suele incluir el consumo de agua utilizado por la propia empresa. Las fugas reales las forman las fugas y los derrames

ocurridos antes del punto de consumo. Las fugas aparentes son los consumos no registrados debido a errores en medición, error en la estimación de grandes consumos, o consumos no autorizados. Las pérdidas totales de agua son la suma de las pérdidas reales y las pérdidas aparentes.

Los medidores suelen tener cierto grado de error, eso significa que no contabilizan el 100% del agua que los atraviesa. Es por ello que en los balances de agua siempre existe un cierto grado de inexactitud en lo que se refiere a pérdidas totales y sus subdivisiones de reales y aparentes. Esta inexactitud suele aumentar cuando existe suministro intermitente, medidores con déficit de mantenimiento, medidores que no contabilizan bien cuando el nivel de flujo es bajo, almacenamiento considerable en la propiedad de los consumidores (depósitos domiciliarios), lo que se traduce en periodos donde la toma de agua de la red de distribución es lenta o muy baja.

Recursos propios	Volumen de agua que ingresa en el sistema	Agua exportada			Agua que genera ingresos	Agua exportada facturada
		Agua disponible para suministro	Consumo autorizado	Consumo autorizado facturado		Consumo medido facturado
Agua importada	Volumen de agua que ingresa en el sistema			Agua disponible para suministro	Consumo autorizado no facturado	Agua que no genera ingresos
		Pérdidas de agua	Fugas aparentes			
Fugas reales	Mediciones inexactas		Consumo no autorizado			
					Errores en el manejo de datos	
					Fugas en tuberías	
					Fugas y desbordamientos en almacenamiento	
					Fugas en las conexiones antes del punto de medición	

*Figura 2. Balance de agua.*

Existen varias formulaciones para realizar el cálculo del balance de agua, de entre las que cabe destacar el método estándar formulado por la IWA y sus definiciones, según lo

cual el balance de agua se compone de una serie de conceptos que se explican a continuación:

- Recursos propios: El volumen de agua tratada que entra en el sistema que procede de plantas de tratamiento propias de la empresa de abastecimiento.
- Agua importada: Volumen de agua que se compra y pasa a formar parte del volumen total de agua que ingresa en el sistema para el suministro. Regularmente, este es agua que se adquiere a abastecimientos vecinos o a las autoridades regionales con el propósito de cubrir la demanda de los usuarios.
- Volumen de agua que ingresa al sistema: El volumen total de agua que entra en el sistema comprende el agua que proviene de recursos propios de la compañía y el agua que se importa para completar la demanda de los abonados.
- Agua exportada: El volumen de agua vendida y llevada fuera del sistema de abastecimiento de agua potable, regularmente el agua es vendida a un abastecimiento vecino o a las autoridades regionales.
- Agua disponible para el suministro: Es la diferencia que existe entre el volumen total de agua que ingresa en el sistema y el agua exportada. Este rubro corresponde al agua neta con que cuenta el abastecimiento para satisfacer la demanda de los usuarios.
- Consumo autorizado: Corresponde al volumen medido o no medido de agua que es entregado a los abonados registrados, a la propia empresa, o a otros agentes que implícita o explícitamente han sido autorizados para hacer uso del agua que proporciona la compañía. Este concepto no incluye el agua exportada, sin embargo, sí incluye agua utilizada en hidrantes contra incendios, limpieza de calles, jardines municipales, fuentes públicas, entre otros usos. Incluye los conceptos de consumo medido facturado, consumo no medido facturado, consumo medido no facturado y consumo no medido no facturado.

- Consumo autorizado facturado: Cualquier consumo que es autorizado y facturado por la empresa; puede incluir servicios que cuentan con medición o servicios sin medición. Este rubro comprende el consumo medido facturado y el consumo no medido facturado.
- Consumo autorizado no facturado: Consumos que aunque directamente no representan ingresos para la empresa al no ser facturados, son autorizados por la misma, estos pueden contemplar el propio consumo de la compañía, concesiones a otras empresas o usuarios. Comprende los conceptos consumo medido no facturado y consumo no medido no facturado.
- Consumo medido facturado: Todo aquel consumo que pasa por un sistema de micromedición y que entra dentro del sistema de facturación de la compañía, incluye todos los grupos de usuarios, domésticos, comerciales, industriales e institucionales; sin embargo, no incluye el agua exportada a abastecimientos vecinos o a autoridades regionales.
- Consumo no medido facturado: Aquel consumo que entra en el sistema de facturación de la compañía, pero que no es medido; el consumo regularmente es estimado o calculado de acuerdo a algunas normas.
- Consumo medido no facturado: Consumo que aunque es cuantificado por medio de micromedición, no es facturado; aquí puede entrar el propio consumo de la compañía, consumo concedido a otras instituciones o proporcionado a cambio de otra cosa que no es una remuneración económica.
- Consumo no medido no facturado: Forma parte del consumo autorizado, aunque no es ni medido ni representa un beneficio económico directo para la compañía. Este concepto generalmente incluye el consumo de hidrantes contra incendios, lavado de tuberías, entre otros. Algunas organizaciones (AWWA e IWA) recomiendan estimar este concepto, considerándolo como un valor predefinido de 1,25% sobre el volumen de recursos propios.

- Pérdidas de agua: En este concepto se aglutinan las fugas reales y las fugas aparentes. Comprende el volumen de agua que se pierde por fallas en la red de suministro y aquellos conceptos que no corresponden a una pérdida física de agua.
- Fugas aparentes: Son aquellos conceptos que conllevan inexactitudes en cuestiones de medición de consumos, errores de datos en medición y facturación, además de los consumos no autorizados. Una sobrestimación de los consumos de usuarios conlleva a una subestimación de las fugas reales, y una subestimación de los consumos implica una sobrestimación de las fugas reales.
- Fugas reales: Corresponden a las pérdidas físicas debido a fallos en el sistema de suministro de agua potable.
- Agua que genera ingresos: Aquí se contempla el agua que se entrega a los usuarios y que les es cargada a sus facturas, cuyo concepto corresponde a los ingresos más significativos de la compañía.
- Agua que no genera ingresos: Es el agua que no representa ningún beneficio económico a la empresa; puede incluir: fugas aparentes, fugas reales, agua medida no facturada y agua no medida no facturada.
- Agua exportada facturada: El agua que se vende a sistemas de abastecimiento vecinos o a autoridades regionales representa ingresos para la empresa de suministro.
- Consumo no autorizado: Incluye los usos ilegales de hidrantes contra incendios, tomas no autorizadas, entre otros. En algunos organismos de abastecimiento este rubro puede ser realmente significativo; sin embargo, existen algunos autores (AWWA e IWA) que recomiendan estimar este valor utilizando un porcentaje del 0,25% sobre el volumen de recursos propios.

- **Mediciones inexactas:** Corresponden al concepto de pérdidas aparentes de agua causadas en el registro de medidores de agua de cliente. Muchos medidores de agua tienden a cometer errores en medición con el tiempo. Para compensar esta inexactitud, el auditor puede aplicar un porcentaje, lo cual estimará el agua no registrada debido a la inexactitud de medidor del cliente. Si no se cuenta con un sistema de medidores y el consumo es estimado, un valor de cero en este componente es válido. Sin embargo, algunos autores sugieren el valor del 2% sobre el concepto de recursos propios para estimar este rubro.

### **1.5. METODOLOGÍA BABE.**

De acuerdo con la metodología BABE desarrollada por Allan Lambert para la UK National Leakage Control Initiative, las pérdidas de agua se caracterizan como roturas y fugas de fondo, las primeras pueden ser reportadas o no reportadas, y su tasa individual es mayor a  $0,5 \text{ m}^3/\text{hora}$  a una presión aproximada de 50 mca. En el caso de las segundas, la tasa individual de fugas corresponde a valores inferiores a la tasa de roturas (BWS, 2001). Según la WRC (1999) el límite que establece para diferenciar entre las fugas de fondo y las roturas, se encuentra en  $0,25 \text{ m}^3/\text{hora}$ .

Los conceptos BABE pueden ser utilizados para determinar los componentes de las fugas reales anuales, o los componentes de los flujos nocturnos (LEAKS, 2008). Algunos programas de evaluación de pérdidas han basado su funcionamiento en estos conceptos, tal es el caso de SANFLOW publicado en 1999, PRESMAC editado en 2001, BENCHLEAK que salió al mercado en 2001, y ECONOLEAK distribuido en 2002. Estos modelos fueron diseñados por la WRC de Sudáfrica (McKenzie y Lambert, 2002) y sus avances han sido difundidos por McKenzie y Seago (2005).

En el caso del modelo SANFLOW, su principal aportación tiene que ver con el registro y análisis de flujos mínimos nocturnos. El modelo PRESMAC esta encaminado a estimar el potencial de la gestión de la presión. El modelo BENCHLEAK fue diseñado para la determinación de los componentes del agua que no genera ingresos y los principales indicadores de gestión. El objetivo de ECONOLEAK es determinar la frecuencia óptima de intervención de control activo de fugas.

El modelo SANFLOW requiere mediciones de flujo mínimo nocturno en un distrito hidrométrico o área determinada. Generalmente, el menor consumo en la red se presenta entre la medianoche y las 04.00 horas. Algunos autores mencionan específicamente el horario comprendido entre las 02.00 y las 04.00 como las horas de consumo mínimo. El modelo hace una cuantificación del volumen de flujo mínimo nocturno, haciendo las siguientes diferenciaciones:

- Uso nocturno normal.
  - Uso nocturno doméstico
  - Uso nocturno no doméstico medido
  - Uso nocturno no doméstico no medido
- Fugas de fondo.
  - Fugas en instalaciones
  - Fugas en conexiones
  - Fugas en tuberías
- Roturas.
  - Roturas reportadas
  - Roturas no reportadas

A continuación se explican brevemente:

- Uso nocturno.

Para la determinación del uso nocturno normal, se puede recurrir a utilizar los datos que usa la WRC, según los cuales, se dice que aproximadamente el 6% de la población se encuentra activa durante las horas determinadas como de consumo mínimo y la tasa de consumo que se utiliza para calcular el uso nocturno normal es de 10 l/persona activa. La población no debe confundirse con el número de conexiones o abonados. Para hacer la diferenciación se sugieren utilizar como datos para el cálculo del uso mínimo normal 1,7 l/conexión/hr o 0,6 l/persona/hr (WRC, 1999).

En el caso de uso nocturno no doméstico medido, existe un listado, que se incluye en la tabla 1 que contempla las tasas de consumo, considerando una serie de usos, de acuerdo con sondeos realizados por la WRC, en la primera columna se encuentran identificados los abonados según el uso del agua, en la segunda columna el tamaño de la muestra tomada, en la tercera columna el número de usuarios con actividad nocturna, en la cuarta columna se contempla la media de consumo por consumidores activos y en la columna final la media consumida por abonados.

Cabe mencionar, que existen algunos usuarios que, por su consumo, pueden tener un impacto considerable en las mediciones del flujo mínimo nocturno, estos usuarios pueden ser industrias cerveceras, aeropuertos, hoteles, entre otros grandes consumidores, que pueden ser claramente identificados, y su consumo puede ser medido y diferenciado dentro del uso nocturno normal. Adicionalmente, en usuarios tales como residencias y hospitales, el consumo puede aproximarse tomando como tasa 2,5 l/persona/día.

*Tabla 1. Tasas de consumos medios por tipo de usuario no doméstico.*

Uso	Tamaño de muestra	Número activo	Media por conexiones activas (l/conexión/hr)	Media por conexiones (l/conexión /hr)
Estaciones de policía, bancos, iglesias, jardines, trabajos de tratamiento y saneamiento de agua	123	16	7,0	0,9
Tiendas, oficinas, lavanderías, casas de huéspedes, almacenes, granjas	2013	606	20,5	6,2
Hoteles, colegios, cafeterías, restaurantes	505	244	26,0	12,6
Hospitales, fábricas, baños públicos	205	79	53,0	20,5
Casas de ancianos, pequeñas minas y empresas de extracción de materiales	33	25	80,0	60,6

- Fugas de fondo.

Las fugas de fondo corresponden a pequeñas fugas que, por su tamaño, son de difícil detección. Estas fugas se identifican por el lugar donde se encuentran. Pueden ocurrir en las uniones, en tuberías o en accesorios ubicados antes o después del punto de medición de consumo de los usuarios.

Fugas de fondo en accesorios: El valor propuesto por la WRC varía entre 0,5 l/conexión/hr hasta 1,5 l/conexión/hr, siendo la tasa media sugerida 1 l/conexión/hr.

Fugas de fondo en conexiones: Para la determinación de las fugas de fondo en conexiones, la WRC sugiere un valor medio de 3 l/conexión/hr, aunque la tasa puede oscilar entre 1,5 l/conexión/hr y 4,5 l/conexión/hr.

Fugas de fondo en tuberías: La WRC recomienda el uso de una tasa media de fugas de fondo de 40 l/km/hr, sin embargo, dependiendo del estado de la infraestructura, se puede modificar la tasa desde 20 l/km/hr hasta 60 l/km/hr.

Según Malithong (2005), las fugas de fondo representan una pequeña cantidad del volumen total del agua fugada, y pone como ejemplo la determinación de fugas de fondo a una presión de 50 mca:

$$LB = 4C + 0,04M , \quad (1.1)$$

siendo:

$LB$  – Fugas de fondo (l/hr).

$C$  – conexiones.

$M$  – metros de tubería.

Hay que hacer mención a que, para tener un cálculo más aproximado a la realidad, se debe contemplar el factor de condición de la infraestructura ( $FCI$ ), que es un indicador de la situación de la red, además del factor de corrección de presión ( $FCP$ ) para adecuar las mediciones a la presión de la red. El  $FCI$  será explicado en el punto 2.3 y los valores del  $FCP$  se muestran en la tabla 2.

$$LB = 4 \cdot FCI \cdot C + 0,04 \cdot M , \quad (1.2)$$

$$LB = 4 \cdot FCP \cdot FCI \cdot C + 0,04 \cdot M . \quad (1.3)$$

Tabla 2. FCP para fugas de fondo.

Presión (mca)	FCP (reporte E 26)	FCP (exp. 0,5)	FCP (exp. 1,0)	FCP (exp. 1,5)	FCP (exp. 2,5)
20	0,33	0,63	0,40	0,25	0,10
25	0,43	0,71	0,50	0,35	0,18
30	0,53	0,77	0,60	0,46	0,28
35	0,64	0,84	0,70	0,59	0,41
40	0,75	0,89	0,80	0,72	0,57
45	0,87	0,95	0,90	0,85	0,77
50	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
55	1,13	1,05	1,10	1,15	1,27
60	1,27	1,10	1,20	1,31	1,58
65	1,41	1,14	1,30	1,48	1,93
70	1,56	1,18	1,40	1,66	2,32
75	1,72	1,22	1,50	1,84	2,76
80	1,88	1,26	1,60	2,02	3,24
85	2,05	1,30	1,70	2,22	3,77
90	2,22	1,34	1,80	2,41	4,35
95	2,40	1,38	1,90	2,62	4,98
100	2,59	1,41	2,00	2,83	5,66

El valor del *FCP* tiene relación con el área del orificio de la fuga, así como con la presión a la que opera la red; la teoría FAVAD (Fixed And Variable Area Discharged paths) desarrollada por May (1994), en relación al área de descarga fija y variable, establece una relación con el exponente que se debe utilizar en virtud de las características del orificio de fuga y la presión. Esta teoría será explicada en el punto 2.2.

La WRC sugiere la utilización del *FCP* exponente 1,5 para el cálculo de las fugas de fondo, en vista de que considera que abarca fugas con tasas de flujo que tienen exponente entre 0,5 y 2,5. Para el caso de las roturas, se propone la utilización del exponente 0,5 en vista que se considera que usualmente las roturas corresponden a áreas fijas.

En la tabla 3 se muestran los datos para realizar un ejemplo de la teoría BABE, el cálculo de flujos mínimos nocturnos utilizando *FCP*, algunos valores son tomados de las sugerencias hechas por la WRC.

Tabla 3. Datos para la aplicación de la teoría BABE.

Concepto	Valor
Longitud de tuberías	6750 m
Número de conexiones	845
Número de propiedades	890
Población	4500
Presión media nocturna en la zona de estudio (PMN)	65 mca
Flujo mínimo nocturno medido	15,6 m <sup>3</sup> /hr
Fugas de fondo en tuberías	40 l/km/hr
Fugas de fondo en conexiones	3 l/conexión/hr
Fugas de fondo en accesorios	1 l/conexión/hr
Población activa durante la noche	6%
Cantidad de agua usada en inodoros	10 l
Número de pequeños usuarios no domésticos	30
Media de consumo por consumidores activos	50 l/hr
Tasa de consumo de usuarios no domésticos	1,2 m <sup>3</sup> /hr
Exponente de fugas de fondo	1,5
Exponente de roturas	0,5

En la tabla 4 se observa la estimación de los usos nocturnos:

Tabla 4. Uso nocturno normal.

Concepto	Cálculo	Valor
Uso nocturno doméstico	$(4500) \cdot (0,06) \cdot (10)$	2,7 m <sup>3</sup> /hr
Uso no doméstico de pequeños usuarios	$(30) \cdot (50)$	1,5 m <sup>3</sup> /hr
Uso no doméstico de grandes usuarios	$(1) \cdot (1,2)$	1,2 m <sup>3</sup> /hr
Uso nocturno normal		5,4 m <sup>3</sup> /hr

La estimación de fugas de fondo de acuerdo al flujo mínimo nocturno, se incluye en la tabla 5:

Tabla 5. Fugas de fondo.

Concepto	Cálculo	Valor
Fugas en tuberías	$(6,75) \cdot (40)$	0,27 m <sup>3</sup> /hr
Fugas en conexiones	$(845) \cdot (3)$	2,53 m <sup>3</sup> /hr
Fugas en accesorios	$(890) \cdot (1)$	0,89 m <sup>3</sup> /hr
Fugas de fondo a 50 mca		3,49 m <sup>3</sup> /hr
FCP	$(65/50)^{1,5}$	1,48
Fugas de fondo a 65 mca		5,17 m <sup>3</sup> /hr

La diferencia entre el flujo mínimo nocturno medido, la suma de fugas de fondo y usos nocturnos, corresponde a fugas no estimadas, y se observa en la tabla 6:

*Tabla 6. Fugas no contabilizadas.*

<b>Concepto</b>	<b>Valor</b>
Cálculo de uso nocturno normal	5,4 m <sup>3</sup> /hr
Cálculo de fugas de fondo	5,17 m <sup>3</sup> /hr
Uso nocturno esperado	10,57 m <sup>3</sup> /hr
Flujo mínimo nocturno medido	15,6 m <sup>3</sup> /hr
Fugas no estimadas	5,03 m <sup>3</sup> /hr

Al considerar que existe una determinada cantidad de flujo que se encuentra contabilizado pero que no entra dentro de las estimaciones de uso nocturno normal, ni de fugas de fondo, se contempla que ese volumen comprende las fugas no estimadas, que suelen ser roturas; por ello, se procede a la estimación del número de roturas, tomando como tasa de flujo por rotura 1,6 m<sup>3</sup>/hr a una presión estándar de 50 mca (WRC, 1999), tal y como se puede observar en la tabla 7:

*Tabla 7. Estimación del número de roturas.*

<b>Concepto</b>	<b>Cálculo</b>	<b>Valor</b>
Fugas no estimadas	(15,6)-(10,57)	5,03 m <sup>3</sup> /hr
<i>FCP</i>	$(65/50)^{0,5}$	1,14
Fuga por rotura a 65 mca	(1,6)*(1,14)	1,82 m <sup>3</sup> /hr
Número de roturas estimadas	(5,03)/(1,82)	2,76

### **1.5.1. La presión en la zona de medición.**

Una vez que se tiene establecida la zona de medición, que se encuentra seccionada y que se cuenta con la posibilidad de realizar mediciones certeras del volumen que entra y es consumido, se puede proceder a realizar la identificación del volumen mínimo que es usado en la red durante las horas determinadas como de uso más bajo. En la figura 3 se puede observar una gráfica común del consumo que existe en una red, el punto más bajo en cada día corresponde al flujo mínimo nocturno.

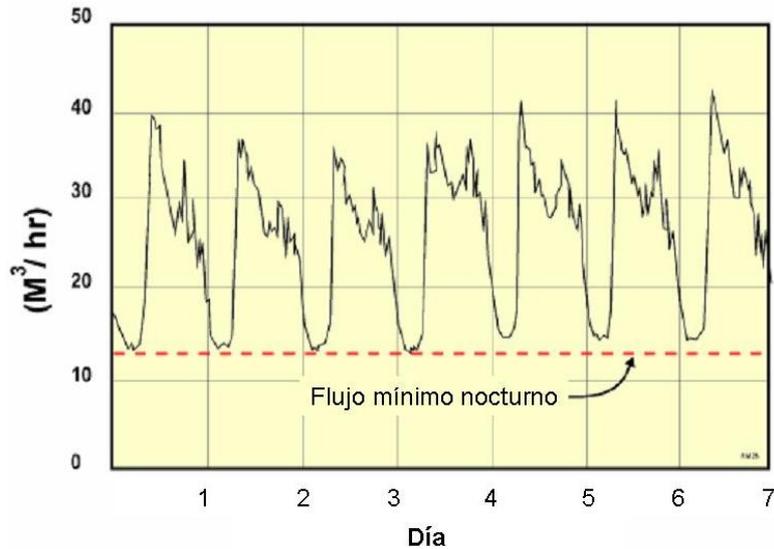


Figura 3. Registro de consumo diario en un distrito hidrométrico.

Es indispensable, además de conocer el flujo mínimo nocturno, determinar la presión media nocturna en la zona de estudio ( $PMN$ ). La presión media nocturna en la zona de estudio es la media de la presión medida durante el periodo de medición, es utilizada para la estimación de pérdidas basadas en la medición del flujo mínimo nocturno. La determinación de la  $PMN$ , según Malithong (2005), es:

$$PMN = P_H \cdot S + (1 - S) \cdot P_L, \quad (1.4)$$

$$P_{av} = \frac{P_H + P_L}{2}, \quad (1.5)$$

siendo:

$P_H$  – Presión más alta en la zona.

$P_L$  – Presión más baja en la zona.

$P_{av}$  – Presión media en la zona.

$S$  – Tasa del número de puntos con mayor presión que  $P_{av}$ .

## 1. 6. MÉTODOS DE ESTIMACIÓN GLOBAL.

Como se ha mencionado, para cualquier empresa de abastecimiento es necesario conocer el nivel de fugas al que esta trabajando, así como la tendencia que sigue dicho

nivel. Por ello, debe realizar un estudio a fondo sobre la situación en la que se encuentra, con el fin de desarrollar estrategias adecuadas para mitigar dicho problema.

Para la determinación del nivel actual de fugas, considerando que no es una cuestión que sea posible medir con precisión, se realiza una estimación del volumen de agua que se pierde.

Las empresas de distribución de agua suelen recurrir a dos métodos de estimación de fugas principalmente; uno de ellos realiza el cálculo de arriba hacia abajo (top-down) y el otro, de abajo hacia arriba (bottom-up). Las estimaciones del volumen de agua que se pierde por fugas es una forma aceptable de cálculo, puesto que es prácticamente imposible y económicamente inviable tener un conocimiento exacto de dicho valor.

El primero de ellos consiste en hallar la diferencia entre el volumen ingresado en el sistema de distribución en el punto de producción y el consumo (figura 4). El segundo, se basa en la realización de un monitoreo continuo del flujo mínimo nocturno, el consumo real nocturno y el *FCP* (figura 5), conceptos que se han abordado en la descripción del balance de agua.

### **1.6.1. Top-down.**

En el caso del método de estimación del nivel actual de fugas de arriba hacia abajo, a partir del volumen de agua que se introduce en el sistema de distribución en el punto de producción, se deducen los volúmenes correspondientes al agua suministrada, medida y facturada; agua suministrada no medida y facturada; agua suministrada no medida y no facturada; agua para usos operativos; de la misma forma, se deducen los conceptos de mediciones inexactas, consumos no autorizados, entre otros, que no impliquen fugas de agua. Finalmente se tiene como resultado una estimación del nivel actual de fugas de la red de suministro de agua potable. A decir verdad, lo que se plantea es la realización de un balance de agua.

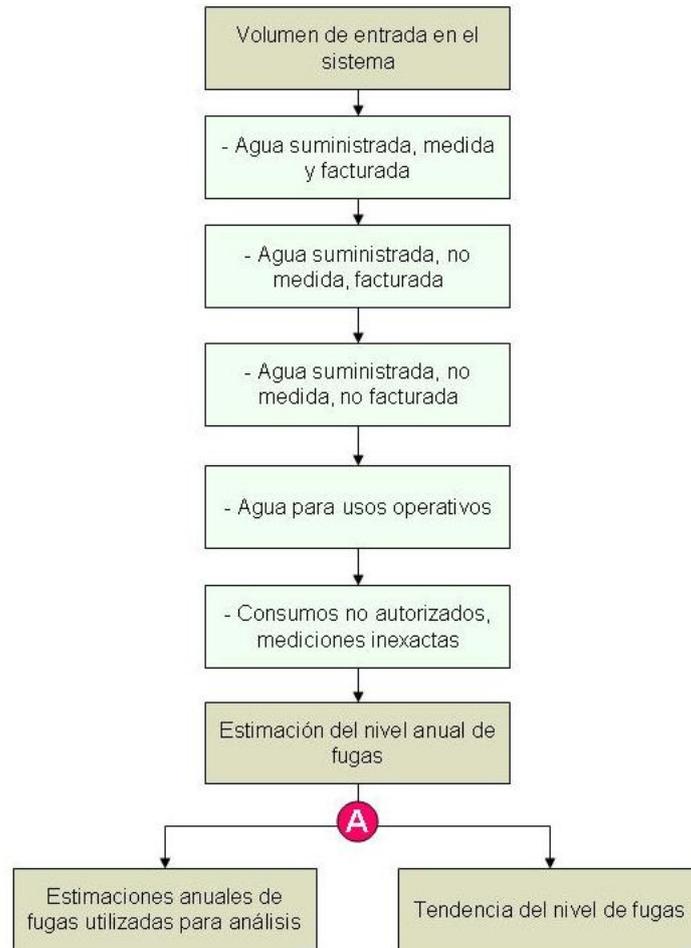
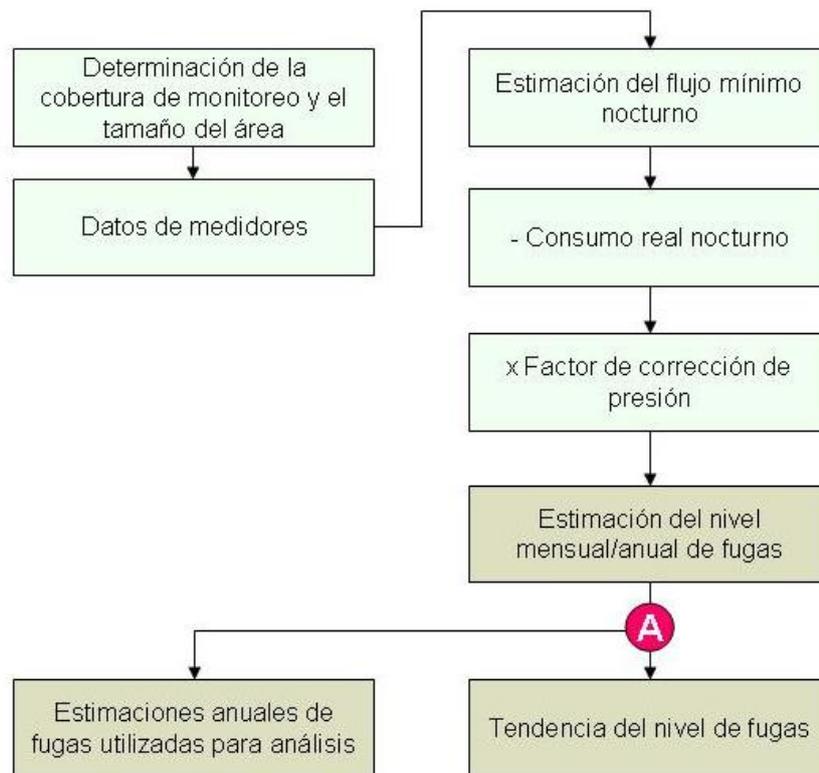


Figura 4. Diagrama de flujo del método de arriba hacia abajo para la determinación del nivel actual de fugas.

### 1.6.2. Bottom-up.

En este método, el nivel actual de fugas se estima partiendo del flujo mínimo nocturno, que es la tasa de flujo en una red o en un distrito hidrométrico, durante el periodo de demanda mínima en una noche determinada. A este valor debe restarse el consumo real nocturno, el cual equivale a la parte del flujo mínimo nocturno que es efectivamente consumida por los usuarios. En el caso de existencia de micromedidores, el valor es obtenido de la medición de los mismos, y en ausencia de éstos, el consumo debe ser estimado. La diferencia entre el flujo mínimo nocturno y el consumo real nocturno debe ser multiplicada por un *FCP*, que es el factor dependiente de hora/día que se utiliza para

ajustar la presión media nocturna de una zona a la presión media diurna, que puede encontrarse en la tabla 2.



*Figura 5. Diagrama de flujo del método de abajo hacia arriba para la determinación del nivel actual de fugas.*

Para la estimación del nivel actual de fugas, calculado a partir del método de abajo hacia arriba, existe una diferencia en el caso de disponer de distritos hidrométricos. Se calcula que debe tenerse en cuenta el requerimiento de monitoreo del flujo nocturno de más del 90% de las propiedades (abonados) que los comprenden, considerando que cada distrito pueda tener aproximadamente entre 1000 y 2000 propiedades o usuarios conectados a la red. En caso de carecer de distritos hidrométricos, se calcula que la zona de estudio puede variar significativamente, pero se habla de una aproximación que va de 5.000 a 10.000 abonados o usuarios conectados a la red. En ambos casos, se plantea que lo ideal es tener una medición de más del 90%, lo cual implica la realización de un amplio monitoreo. Como última opción y menos completa, se pueden realizar pruebas de pérdidas con datos de una sola noche (OFWAT Tripartite Group 2002).

Como acabamos de referir las opciones, en orden descendente de detalle, van desde la que se considera un estándar de buenas prácticas, con el monitoreo de distritos hidrométricos, como segunda la opción de una estimación robusta, en el caso del monitoreo de la zona de estudio y, finalmente, una estimación menos robusta en el caso de las pruebas de pérdidas de una sola noche (OFWAT, 2002). Existen otras consideraciones fundamentales para la estimación del nivel actual de fugas relativo al método de abajo hacia arriba, como son: el tamaño del área de estudio, que el flujo de datos corresponda a medidores correctamente calibrados, la evaluación del flujo mínimo nocturno, los consumos nocturnos permitidos, el *FCP*, para obtener como resultado las estimaciones mensuales y anuales de las fugas por zona.

Referente al tamaño de las áreas de estudio, se puede decir que lo establecido en el estándar de buenas prácticas marca como ideal de tamaño del área de estudio, los distritos hidrométricos que van desde 800 hasta 2.000 abonados, o zonas de monitoreo de flujo de 5.000 a 10.000 usuarios, en todo caso, se puede recurrir a áreas de pérdidas que van de 200 a 500 propiedades.

El flujo de datos utilizado para el cálculo del nivel de fugas debe proceder de medidores correctamente calibrados, con un proceso fiable de validación de la información. Lo ideal es contar con un único medidor del distrito hidrométrico, además de un parque de medidores de usuarios, de forma que comparando los datos que provienen de ambos sistemas de medición, pueda ser más fácil identificar posibles fallos o errores en la cuantificación del agua. Algunas compañías tienen más de un medidor por distrito hidrométrico, por lo cual el OFWAT Tripartite Group (2002), hace mención de que al tener más fuentes de información sobre un mismo valor, es más probable cometer errores de pérdida de información.

Los *FCP* deben ser determinados por las presiones en cada distrito hidrométrico y deben basarse en datos fiables.

Para las estimaciones mensuales y anuales por zonas y compañía, estos cálculos deben provenir de datos fiables de los distritos hidrométricos. Regularmente se debe proceder

a la determinación de fugas por secciones o por distritos de medición, para posteriormente realizar una estimación de las fugas de toda la compañía.

Para la consideración de las entradas totales al sistema, la estimación de este factor depende directamente de que los medidores se encuentren correctamente calibrados, tomando en cuenta también las posibles pérdidas de datos y los errores de medición.

Cabe mencionar que, referente al estándar de buenas prácticas, las necesidades de información que se requieren sólo pueden ser cubiertas por empresas que mantengan una infraestructura hidráulica robusta y exista un continuo monitoreo de las variables.

Ambos métodos de cálculo de la estimación del nivel actual de fugas, de arriba hacia abajo y de abajo hacia arriba, deben llegar a un mismo punto (A) de donde partir para poder obtener un valor anual utilizable para los análisis y una tendencia del nivel de fugas. El punto donde deben coincidir (A), corresponde a un paso donde conciliar los valores obtenidos por ambos métodos, con el objeto de lograr la utilización de un mismo valor tanto para ser utilizado en análisis, como para la tendencia del nivel de fugas.

De acuerdo con los procedimientos recomendados en el estándar de buenas prácticas de la OFWAT, la información relativa a la tendencia del nivel de fugas debe analizarse mensualmente con la finalidad de observar la trayectoria de este valor en el tiempo. Adicionalmente, el cálculo de la tendencia del nivel de fugas debe servir para calcular los costes de transición. Los costes de transición son los costes unitarios de reducción de fugas de pasar de un nivel a otro.

Para determinar la tendencia del nivel de fugas, la medición continua del flujo nocturno es un buen método para determinar cómo va evolucionando el nivel de fugas en el tiempo y hacer predicciones. Aquí lo primordial es el monitoreo continuo y adecuado, que se lleve a cabo con una periodicidad constante y que cumpla con unos requisitos de uniformidad de información, es decir, que las mediciones puedan ser sujetas de comparación, para de esa forma tener datos válidos para su estudio y análisis.

### 1.7. CÁLCULO POR FUGA.

Durante años, se trabajó con la modelación de las fugas basada en el “principio de la raíz cuadrada” (Garzón, 2006), donde se considera que el caudal de la fuga es proporcional al área de la fuga y a la velocidad de salida del fluido, que es directamente proporcional a la raíz cuadrada de la presión estática:

$$Q_f = C_d A_f \sqrt{2gh}, \quad (1.6)$$

donde,

$Q_f$  – caudal fugado ( $m^3/s$ ).

$C_d$  – coeficiente de descarga de fuga.

$A_f$  – área de la fuga ( $m^2$ ).

$g$  – aceleración de la gravedad ( $m/s^2$ ).

$h$  – altura piezométrica (mca).

De acuerdo con la teoría FAVAD (Fixed And Variable Area Discharged paths) de May, sobre los trayectos de descarga de área fija y variable, se determinó que el área transversal de algunos tipos de fugas puede variar con la presión. Esto provoca que el caudal que se pierde por fugas varíe según la presión:

$$Q_f = C_f P^{N_1}, \quad (1.7)$$

donde,

$Q_f$  – caudal fugado ( $m^3/s$ ).

$C_f$  – coeficiente de fuga ( $m^{3-N_1}/s$ ).

$P$  – presión (mca).

$N_1$  – exponente de fuga.

Según May (1994), la tasa de flujo de la fuga es equivalente a la velocidad multiplicada por el área, que varía con la presión de la siguiente forma:

- Áreas determinadas, como agujeros en las paredes de tuberías metálicas, el exponente  $N_1$  es 0,5.

- Áreas que varían a lo largo de un eje, como fugas en uniones o accesorios, el exponente  $N_1$  es 1,5.
- Áreas que varían a lo largo de dos ejes, como grietas en tuberías de plástico, el exponente  $N_1$  es 2,5.

El caudal fugado, visto como una proporción del caudal que circula por la tubería, puede ser expresado de la siguiente forma:

$$Q_f = f \cdot Q_d, \quad (1.8)$$

donde,

$f$  – fracción fugada.

$Q_d$  – caudal demandado.

Siendo  $f$  la fracción de agua que se pierde por fugas, que es una proporción del total de agua que circula por la tubería y corresponde a aquella que ‘abastece’ a la fuga. Esta proporción tiene relación directa con la presión a la que opera la red, el coeficiente de fuga  $C_f$  y el exponente  $N_1$ :

$$f = \frac{C_f (P)^{N_1}}{Q_d}. \quad (1.9)$$

Determinar el volumen total de fugas resulta complicado; pero mientras se consideren de forma más precisa los factores que influyen en el cálculo se podrá tener una estimación más cercana a la realidad. Resulta complicado conocer con certeza el volumen que corresponde a consumo, aún cuando existe una macro y micromedición; determinar el volumen exacto de fugas solo puede ser aproximado y bajo un intervalo de confianza trabajar para acercarse a un volumen más o menos cercano a la realidad.

Si se desea tener una estimación del volumen total y de la energía total que se pierde por fugas debe considerarse:

- La frecuencia de fugas por kilómetro de tubería y la frecuencia de fugas en conexiones por cada mil conexiones, así como la media del volumen perdido por fuga.

- Duración media de la fuga y tasa promedio de fuga.
- En el caso de fugas reportadas, tiempo de conocimiento, localización y reparación.

Comúnmente, para efectos prácticos, el volumen estimado total de fugas es determinado indirectamente del volumen de entrada al sistema y el consumo autorizado. En la realidad, las compañías que tienen sistemas de macro y micromedición aceptan que tanto los medidores como los sistemas de recogida de datos tienen deficiencias y errores, y por ello manejan índices de fiabilidad de mediciones. Sin embargo, si se tiene a la mano la información suficiente para realizar la valoración puntual del coste de la existencia de una fuga, vale la pena analizarlo con la finalidad de conocer el monto económico que representa para la empresa.

#### **1. 8. NIVEL ECONÓMICO DE FUGAS.**

Para todo sistema de distribución de agua potable, existe un nivel de fugas que no es económicamente rentable reparar. Esto quiere decir que existe un punto donde el valor del agua que se pierde a causa de las fugas es menor que el valor de la inversión para hacer los trabajos de reducción de fugas. Esto es conocido como nivel económico de fugas o ELL por sus siglas en inglés Economic Level of Leakage.

En el corto plazo, el nivel económico de fugas está relacionado con la presión media del sistema, la condición de la red y la facilidad de recolectar datos (Farley y Trow, 2003). Se basa en un análisis económico que estima el nivel óptimo de control activo de fugas, considerando los costes y el valor del agua en el corto plazo en la zona de abastecimiento.

En el largo plazo, el nivel económico de fugas se basa en el análisis de inversiones teniendo en cuenta el nivel actual de fugas, el nivel económico de fugas en el corto plazo, cómo se verá modificado el nivel económico de fugas, la cantidad de agua ahorrada, el cambio en términos de recursos invertidos del control activo de fugas

comparado con la nueva política, el coste de las inversiones propuestas y el periodo de retorno.

Según Farley y Trow (2003), dar respuesta a las siguientes cuestiones hará que los organismos de abastecimiento de agua tomen las decisiones más acertadas: ¿Cuál es el nivel actual de fugas? ¿Cuál es el nivel económico de fugas en el corto plazo? En caso de realizar nuevas inversiones ¿se modificará el nivel económico de fugas en el corto plazo? ¿Cuál es el ahorro en pérdida de agua y en cambio de control activo de fugas comparando la política aplicada actualmente con la realización de nuevas inversiones? ¿Cuál es el coste de las nuevas inversiones? ¿Cuándo se recuperará dicha inversión?

Las metas buscadas en cuanto a los niveles de fugas que se desean alcanzar deben establecerse para zonas particulares de la red de suministro, y es por ello, que el nivel de fugas objetivo es un agregado del nivel de fugas de cada zona.

El factor externo más importante que afecta a los objetivos de nivel de fugas es la regulación a la que está sometida la empresa de abastecimiento y las expectativas que ello genera. Los clientes esperan que la empresa controle los precios que cobra por los servicios; el gobierno espera que la empresa procure brindar un buen servicio, que ocasione desarrollo económico y que sea de una calidad adecuada que persiga mantener la salud pública; los accionistas esperan que la empresa funcione eficientemente y que produzca ganancias; los grupos ecologistas esperan que las extracciones de agua de las fuentes sean menores y que no se construyan nuevos reservorios.

Los objetivos se ven influenciado por factores internos y externos; sin embargo lo que resulta un objetivo normal o estándar es plantearse la reducción de un 20% de las fugas en un periodo de 5 años o quizá establecer un volumen de pérdidas de agua por vivienda por día a alcanzar en determinado año. Sin embargo, las escalas temporales son fundamentales en la implantación de objetivos, ya que de ello dependerá el logro de los mismos y la motivación de la empresa y sus trabajadores para seguir trabajando en el plan, por ello si se plantea hacer una reducción sustancial de fugas en un periodo muy corto, es de esperar que no se logre el objetivo. Una escala temporal de 4 a 7 años es razonable, una escala menor es muy ambiciosa y solo conducirá a la ineficiencia y una escala mayor será antieconómica.

Con esta escala temporal en los planes de gestión de fugas es probable que al principio los resultados obtenidos sean poco notables, pero para el año 3 y 4 los resultados pueden ser significativos y al final los resultados serán mínimos pero fundamentales para el logro total de los objetivos. El hecho de que los beneficios obtenidos sean menores al final depende de la ley de rendimientos decrecientes.

Existen tres formas de calcular el nivel económico de la reducción de fugas, basándose en el plan del coste mínimo total del control activo de fugas, mediante la determinación de la relación beneficio-coste, y a través del coste marginal del agua.

#### **1.8.1. Cálculo del nivel económico de fugas basado en el plan del coste mínimo total del control activo de fugas.**

Requiere el desarrollo de un plan a largo plazo, que implique un periodo de 25 a 30 años y su propósito fundamental es minimizar el valor presente neto del coste de la inversión que debe llevarse a cabo para la gestión de la oferta y la demanda de agua, calculando la inversión, los costes de capital, del sistema, operativos, y los posibles costes sociales y ambientales, de cada una de las alternativas. El manejo de las fugas es sólo una de las posibilidades de actuación en la gestión del balance de aguas de la empresa. El perfil de fugas resultante de la opción con el menor coste a valor presente dará como resultado el perfil del nivel económico de fugas, por lo que, finalmente proporcionará el nivel que es económicamente rentable alcanzar.

Los elementos que se requieren para una mejor aplicación son: el coste a valor presente de cada una de las alternativas, el periodo temporal, tomar en cuenta todos los costes, incluyendo los sociales y ambientales, realizar pronósticos de oferta y demanda, y los costes e impactos de otras medidas de oferta y demanda del servicio. Para calcular el coste total de cada alternativa y determinar aquella de menor coste, debe observarse el periodo de temporal, la tasa de descuento y calcular el valor presente de la suma total de los costes estimados en el horizonte de evaluación, para ello se recurre a la siguiente fórmula:

$$C = \sum_{t=1}^n \frac{C_t}{(1+i)^t}, \quad (1.10)$$

donde,

$C$  – coste total.

$C_t$  – costes en el año  $t$ .

$i$  – tasa de descuento.

$N$  – número de años del horizonte de evaluación.

En el caso de minimizar el valor presente neto del coste, hay dos cuestiones a las que se les debe dar importancia; la primera es la correcta identificación y valoración de los costes que son de utilidad para el cálculo del plan del coste mínimo y la segunda es la utilización de una tasa de descuento adecuada. El período temporal debe ir de 25 a 30 años. Para la inclusión de los costes, en este caso, sólo se consideran en el análisis aquellos costes que varían como resultado de los cambios; es decir, que aquellos costes que permanecen fijos en todas las alternativas de gestión de la oferta y la demanda no serán tomados en cuenta. En general los costes que se incluyen son operativos, como energía y químicos, las inversiones de capital y los costes de mantenimiento y reemplazo en que se incurren; los costes fijos operativos sólo se incluyen cuando se presume que cambiarán en el horizonte de planeación. Los cargos por extracción son regularmente considerados como fijos, por lo que no se incluye en el cálculo, pero en virtud de que la reducción de fugas da como consecuencia una mayor disponibilidad de agua, es probable que las extracciones disminuyan; la inclusión o no de este rubro depende de si la cantidad a extraer varía drásticamente. Los costes sociales y ambientales son considerados externalidades, y se sugiere que se tomen en cuenta como costes independientes de la compañía. Los pronósticos de oferta y demanda deben ser base del plan del coste mínimo. La aplicación del plan del coste mínimo debe considerar todas las posibles alternativas de gestión del balance de aguas y considerar los costes e impactos de otras medidas del balance.

La curva del plan del coste mínimo tiene tres regiones particulares:

1. El coste marginal del control de fugas es mayor que el coste marginal del recurso. A niveles de fugas bajos, el coste marginal del control de fugas es

mayor que el coste marginal del agua, la curva tiene valores mayores en cuanto mas bajo es el nivel de fugas y no es económicamente rentable operar en esta área, ya que el coste del control de fugas es mayor que el coste de explotación de una nueva fuente.

2. El coste marginal del control de fugas se iguala con el coste marginal del recurso, lo que equivale al nivel económico de fugas. Lo ideal sería que las compañías se mantuvieran en este rango, ya que es lo económicamente rentable. En este punto los costes del control de fugas se ven compensados con los costes de la reducción de fugas. El punto mínimo de la curva representa el nivel económico de fugas.
3. El coste marginal del control de fugas es menor que el coste marginal del recurso. En esta área no es económicamente rentable operar, pero es un paso que debe darse para lograr la reducción de fugas.

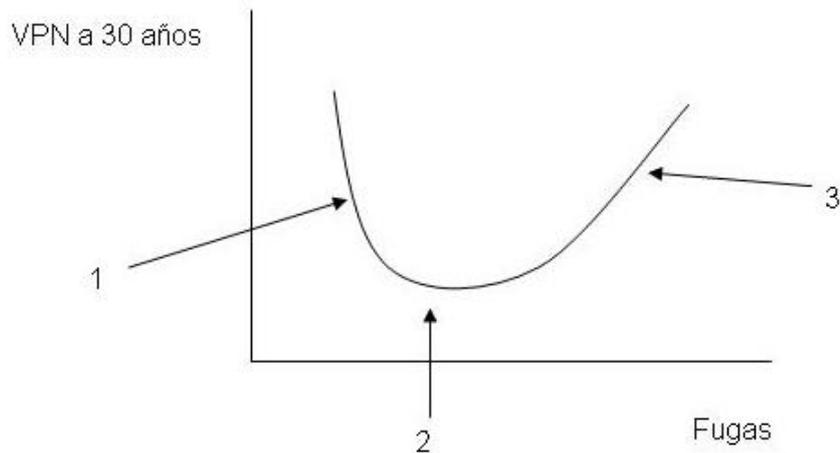


Figura 6. Curva del plan de coste mínimo del control activo de fugas.

Existen algunas cuestiones que aun cuando no son esenciales para el desarrollo del plan del coste mínimo, pueden ser considerados adicionalmente, como son: el impacto en el

cambio climático, el nivel de servicio, el riesgo en la modelación, otras opciones de balance de oferta y demanda.

Particularmente, el nivel de servicio la empresa de suministro debe estar reflejado en las proyecciones del balance de agua, y el margen que se maneja en ese sentido es fundamental para determinar el riesgo en la modelación; por ejemplo, un gran margen en la proyección del balance de agua puede significar poco riesgo en interrupciones de suministro, pero puede implicar grandes inversiones. Por otro lado, si se tiene un margen pequeño en la determinación del balance de agua los costes serán menores, pero se incrementa el riesgo de interrupción en el suministro y de la implementación de medidas de emergencia para solucionar el problema que se pueda presentar.

### **1.8.2. Cálculo del nivel económico de fugas basado en la relación beneficio-coste.**

El balance de agua calcula las pérdidas totales de agua y una serie de componentes, incluidos las pérdidas aparentes, pérdidas reales, consumo autorizado, entre otros. Las proyecciones del balance de aguas son el punto de partida para la determinación de los costes y beneficios.

La relación beneficio-coste consiste en evaluar a valor presente los beneficios del control de fugas y dividirlo entre el valor presente de los costes del mismo. El criterio de decisión establece que para determinar la rentabilidad de un proyecto, esta relación debe ser mayor a 1:

$$B/C = \frac{\sum_{t=1}^n \frac{B_t}{(1+i)^t}}{\sum_{t=1}^n \frac{C_t}{(1+i)^t}}, \quad (1.11)$$

donde,

$B/C$  – relación beneficio-coste.

$B_t$  – beneficios en el año  $t$ .

$C_t$  – costes en el año  $t$ .

$i$  – tasa de descuento.

$N$  – número de años del horizonte de evaluación.

Los cálculos basados en la determinación del beneficio-coste consisten en evaluar las posibles opciones de realizar control de fugas en distritos individuales en el sistema de distribución de agua, evaluando las opciones de realizar control pasivo de fugas, sondeo regular, medición de distritos, combinar medición de distritos, entre otros. El objetivo principal de esta forma de evaluación es tomar la mejor decisión sobre las acciones que deben emprenderse para reducir las fugas, que sean menos costosas y que representen los mayores beneficios.

Los pasos clave en la evaluación del beneficio-coste en la reducción de fugas en una red de distribución de agua potable o en una zona de la red son:

- Realizar el balance de agua.
- Calcular el nivel anual de fugas actual y la tendencia de fugas.
- Determinar el nivel mínimo de fugas que es posible alcanzar.
- Analizar las actividades de control de fugas actuales, sus costes y beneficios.
- Evaluar políticas alternativas de reducción de fugas y contrastarlas con la política actual, tomando en cuenta los objetivos que se deseen alcanzar, ya que para cada nivel de fugas existen unos costes y beneficios asociados.
- Determinar la nueva política de reducción de fugas, que será la que dé como resultado la mejor relación beneficio-coste.

Mientras que la evaluación del plan del coste mínimo busca minimizar el coste total de gestión de balance de oferta y demanda en un periodo de planeación que puede ir de 25 a 30 años, esta forma de determinación del nivel económico de fugas sugiere también que se contabilicen los beneficios que se obtendrán, ya que la reducción de fugas va a influir no sólo en la cantidad de agua que deja de perderse, sino también la posibilidad de ampliar el suministro, brindar un mejor servicio, extraer menos cantidad de agua de la fuente, entre otros, que deben ser correctamente identificados y cuantificados con el propósito de incluir estos datos al análisis beneficio-coste y elegir la opción que tenga un cociente mayor. Vale la pena mencionar que en este caso, adicional al ahorro en el

que se incurre en materia de energía, químicos e inversiones, se tiene una implicación en beneficios sociales y ambientales, que debe ser considerada para su evaluación.

Utilizando este método, la reducción de fugas es comparada con todas las posibles opciones de balance de la oferta y la demanda, lo que incluye gestión de la demanda y desarrollo de fuentes de extracción. Permite una compensación entre el control de fugas, el desarrollo de nuevas fuentes de abastecimiento y otras posibilidades de gestión de la oferta y la demanda que puedan ser aplicadas a la compañía. La aplicación de esta técnica es compleja, ya que exige un análisis profundo de todas las posibles soluciones del problema, lo que incluye sus costes y beneficios asociados.

### **1.8.3. Cálculo del nivel económico basado en el coste marginal del agua.**

El coste marginal del agua puede ser incluso complementario a la aplicación del plan del coste mínimo y a la determinación de la relación coste-beneficio. Requiere una comparación entre el coste marginal del control activo de fugas y el coste marginal de la aplicación de otras alternativas para realizar la gestión del balance de agua. El nivel económico de fugas es aquel punto donde se iguala el coste marginal del control de fugas y el coste marginal del agua de la siguiente opción. Si el coste marginal del control de fugas es menor que el coste de obtener agua de una nueva fuente, entonces será más rentable económicamente reducir fugas, en caso contrario, sería conveniente la explotación de la nueva fuente. El nivel económico de fugas se obtiene cuando el coste marginal de la reducción de fugas se iguala con el coste marginal del agua de una fuente alterna. La característica principal de este cálculo es que requiere un análisis robusto del coste marginal de las opciones de gestión del balance de la oferta y la demanda.

La curva del coste marginal del agua y el nivel de fugas, representa en el eje de ordenadas el coste marginal del agua y en el eje de abscisas el nivel de fugas. El coste marginal del agua equivale al coste marginal operativo del sistema; a mayor coste operativo, menor nivel económico de fugas. Si el coste del agua fuera alto, el resultado sería un nivel económico de fugas bajo. Esta curva permite la determinación del nivel económico de fugas para cualquier coste marginal del agua.

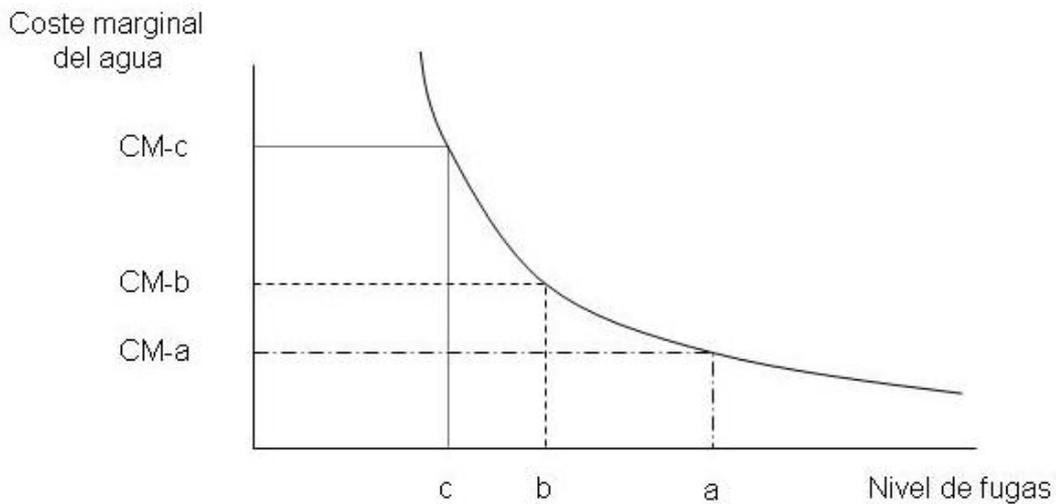


Figura 7. Curva del coste marginal del agua vs. Nivel económico de fugas.

Dada la complejidad del desarrollo de un análisis beneficio-coste para el caso de determinación del nivel económico de fugas, la determinación de dicho nivel por medio del uso de costes marginales del agua y del control de fugas puede ser una opción. En el caso de optar por este camino se debe considerar la existencia de costes variables de operación, tales como energía y químicos, y además, el nivel económico de fugas a largo plazo debe ser calculado utilizando el coste marginal del agua que representa la siguiente fuente alternativa.

Para que esta forma de cálculo del nivel económico de fugas sea completamente válida, debe considerar los siguientes aspectos en cada una de las cuestiones fundamentales:

- Costes operativos variables.
- Nivel económico de fugas a largo plazo.
- Cálculo del coste marginal del agua. Es fundamental determinar el valor que representarán los costes operativos y el coste marginal del agua a largo plazo. En este caso, se debe poner especial atención en que pueda realizarse una comparación directa con el coste marginal del control de fugas; por ello, en la determinación de costes a largo plazo para un periodo temporal de 25 a 30 años, se deben considerar costes de capital, costes fijos y variables de operación, costes de mantenimiento de capital, entre otros, además de beneficios para el

mismo periodo temporal. Para el cálculo del nivel económico de fugas el valor apropiado que debe utilizarse para el valor del coste marginal del agua es el que resulta de dividir el valor presente neto de los costes dividido entre el valor presente neto que representa la disponibilidad de agua.

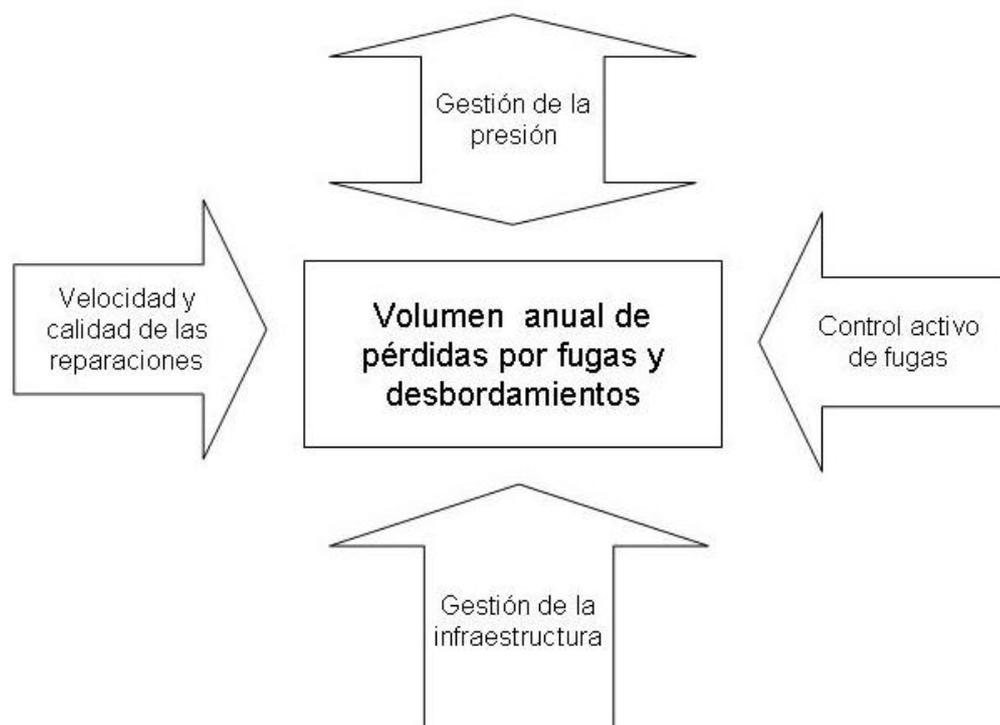
- Perfil de fugas. Se obtiene a través de las mediciones que se realizan en la red o en los distritos hidrométricos, y está dado por las estimaciones de la media del caudal fugado por unidades de tiempo.

Al momento de calcular el nivel económico de fugas para el largo plazo, es indispensable considerar la utilización de los datos provenientes de los cálculos del coste marginal del agua de la siguiente fuente alternativa.

## 2. GESTIÓN DE FUGAS.

La gestión de fugas comprende una serie de acciones encaminadas a mitigar los efectos de la pérdida de agua, que, como se ha mencionado, trae consigo unos perjuicios adicionales. El primer paso consiste en la cuantificación de las pérdidas actuales de agua, lo que equivale a la determinación del nivel actual de fugas. Posteriormente, se evalúan los recursos con los que cuenta la empresa de suministro para hacer frente a la problemática. Se procede al planteamiento de objetivos de reducción de fugas, estableciendo los tiempos y acciones a llevar a cabo; aquí es recomendable realizar el cálculo del nivel económico de fugas, con la finalidad de que la solución al problema resulte económicamente rentable para la compañía de abastecimiento. El siguiente paso es la puesta en marcha de los proyectos de reducción de fugas, que recaerán en alguno o algunos de los cuatro pilares de la gestión de fugas. Una vez alcanzados los objetivos fijados, es de fundamental importancia realizar acciones de monitoreo y mantenimiento.

Los cuatro pilares de la gestión de fugas son:



*Figura 8. Los pilares de la gestión de fugas.*

Se presenta una descripción de cada uno de ellos:

- Control activo de fugas. El primer paso de esta forma de gestión es la localización de las fugas evidentes y su reparación, lo que provocará una disminución en el nivel de fugas; por lo regular esto representa la realización de trabajos que debieron haberse hecho tiempo atrás. Sin embargo, posteriormente se debe hacer una inversión más fuerte para detectar aquellas fugas que no resultan evidentes y, por supuesto, repararlas.
- Gestión de la presión. La mejor manera de reducir la tasa de flujo de aquellas fugas que son prácticamente indetectables, sin tener que reemplazar la infraestructura, es realizar una eficiente gestión de la presión. En este caso, los proyectos que resultan más rentables son aquellos que cubren grandes áreas y tienen un efecto significativo en las presiones medias, por ejemplo, la instalación de una válvula reductora de presión en una rama de una tubería principal que abastezca a una urbanización. Posterior a ello, el siguiente paso es la instalación de otras válvulas reductoras de presión conjuntamente en un distrito hidrométrico.
- Gestión de la infraestructura. Con los distritos hidrométricos el objetivo perseguido es tener áreas discretas abastecidas por una sola instalación de medición y con tendencia a minimizar la cantidad de válvulas de corte. El número de áreas depende del diseño de la red de suministro. En el caso de tuberías y su reemplazo, reemplazar tuberías reducirá el volumen de pérdidas de agua; sin embargo la implementación de estas medidas tiene costes elevados. Para ello, el cambio de tuberías debe realizarse a aquellas que tienen mayor frecuencia de rotura y niveles de fugas de fondo.
- Rapidez y calidad de las reparaciones. Reducir el tiempo de reparación hará que disminuya la cantidad de agua perdida; sin embargo, una vez que el tiempo de reparación se reduzca hasta cierto punto, el coste unitario de reparación

aumentará en vista de los costes que deben realizarse, por la ley de rendimientos decrecientes.

Existen otras actividades que tienen impacto en el control de fugas, como la sectorización, las políticas de lecturas de medidores de usuarios, extender la medición a todos los usuarios, entre otras.

### **2.1. CONTROL ACTIVO DE FUGAS.**

El control activo de fugas consiste en emprender acciones en todo el sistema de distribución o en distritos hidrométricos individuales, para localizar y reparar fugas detectables pero que no han sido reportadas. Los métodos principales son:

- Inspecciones regulares o sondeos en todas las conexiones y accesorios de tuberías.
- Mediciones por zonas.
- Mediciones por distrito, midiendo el total del flujo que entra diaria, semanal o mensualmente.
- Mediciones continuas o intermitentes de los flujos nocturnos.
- Mediciones pequeñas a lo largo del día.
- Colocar temporalmente detectores sonoros de fugas.

Cada uno de estos métodos tiene sus limitaciones y rango de aplicación. Por ello, la utilización de uno u otro, o la combinación de varios, estará determinada por las dimensiones y condiciones del sistema de distribución.

Para evaluar la duración promedio de las fugas reportadas y no reportadas, se requiere la consideración de tres factores, a saber: el conocimiento de la existencia de una fuga, su localización y su reparación.

El conocimiento de la existencia de la fuga es el tiempo promedio desde la aparición de la fuga hasta que la empresa se da cuenta de que existe. La localización (o período de localización) es el tiempo promedio desde el conocimiento de la fuga hasta que la compañía localiza su lugar exacto. La reparación (o período de reparación) es el tiempo promedio desde que la empresa localiza la fuga hasta que esta es reparada.

$$Q_f = (C + L + R)(T), \quad (2.1)$$

donde,

$Q_f$  – Volumen fugado ( $m^3$ ).

$C$  – Tiempo de conocimiento (días).

$L$  – Tiempo de Localización (días).

$R$  – Tiempo de reparación (días).

$T$  – Tasa de flujo ( $m^3/día$ ).

Como ejemplo, consideremos una tubería a una presión de 50 mca con una rotura que tiene una tasa de flujo diario de  $30 m^3/día$ , suponiendo que el tiempo que tarda la empresa en tener conocimiento de su existencia es de 7 días, que invierte 3 días más en su localización y que pasan 6 días para repararla completamente; partiendo de estos datos, al final la fuga representa una pérdida de agua equivalente a  $480 m^3$ .

El control pasivo de fugas consiste sólo en atender la reparación de las fugas que son reportadas, mientras que el control activo de fugas se encarga también de atender la reparación de las fugas no reportadas.

En la evaluación de fugas y en la determinación del nivel económico de fugas, se requiere que todas las fugas en el sistema de distribución, desde la fuente hasta el punto de consumo, sean calculadas o estimadas, de acuerdo a grupos de infraestructura. Lo más común es realizarlo de la siguiente forma: pérdidas desde la fuente de extracción hasta la planta de potabilización, pérdidas desde la planta de potabilización hasta los lugares de almacenamiento y pérdidas en distribución, ocurridas en los lugares de almacenamiento o en las estaciones de bombeo.

Para propósitos de monitoreo continuo de fugas en distritos hidrométricos de tamaño considerable, o para la gestión continua de la presión en grandes sistemas de distribución, es necesario dividirlos (sectorizarlos) en un número discreto de zonas, cada una con sus puntos de medición de flujos de entrada y salida. Las pérdidas reales en estas zonas se componen de las fugas en las tuberías principales de distribución, fugas en conexiones de servicio en calle, y fugas o desbordamientos en tuberías después de calle o línea de propiedad. En el caso de que este tipo de sectorización no haya sido realizado cuando se construyó el sistema de distribución, se tendría que hacer una importante inversión para implementarla.

El nivel de fugas de fondo es la suma de pérdidas de agua que resultan individualmente muy pequeñas para ser detectadas fácilmente. Los parámetros que determinan este nivel base son las condiciones de la infraestructura, la presión de operación, la longitud y materiales de las tuberías de distribución, el número de conexiones y las fugas en reservorios. El concepto de las fugas de fondo ha sido explicado en el punto 1.5 en el apartado de la metodología BABE.

Cualquier nueva fuga encontrada puede tener un rango bastante amplio de tasa de flujo, desde pocos litros por hora hasta miles de litros por hora, aunque las fugas que no son reportadas regularmente tienen tasas de flujo bajas en accesorios y tasas un poco más elevadas en tuberías y conexiones.

Si es necesario realizar excavaciones, el coste de reparación de cada fuga, sin importar la tasa de flujo, puede ser alto, y por ello, en algunas ocasiones, la reparación de algunas fugas con baja tasa de flujo suele ser antieconómica, en virtud de que la relación coste-beneficio es menor a 1. Además, según algunos autores, la reparación de algunas fugas pequeñas suele desatar la aparición de nuevas fugas o el aumento en la tasa de las fugas existentes a su alrededor. Según Pearson (2007), existe una posible relación entre el control activo de fugas y la frecuencia de roturas.

En algunos sistemas de distribución donde se ha puesto en marcha un control activo de fugas, existe una política para más eficiente esta actividad buscando solo las fugas de más de 500 l/h en tuberías principales y conexiones. Esto produce un efecto prácticamente inmediato en la disminución del nivel de fugas, y es más económico y

rápido. Este concepto es el que se define en el UKWIR (UK Water industry research program) como el nivel de fugas de salida.

Para la utilización de métodos de detección sonoros, es útil conocer que a presiones moderadas, unos 20 o 30 mca, resulta más difícil la localización de fugas.

Existe una metodología denominada teoría económica de intervención de fugas, que presta especial interés sobre la tasa natural de incremento de fugas. La tasa natural de incremento de fugas es la tasa promedio a la cual crecen las fugas no detectadas y las fugas de fondo cuando la empresa de abastecimiento practica un control pasivo de fugas. Esta tasa puede variar de cero a más de 20 litros/propiedad/hora. Sin un control activo de fugas, las pérdidas reales aumentarían a la misma tasa que la tasa natural de incremento de fugas, que está determinada principalmente por la condición de la infraestructura, la presión y la densidad de las conexiones.

La definición del nivel económico de intervención de fugas (Lambert y Lalonde, 2005; Lambert y Fantozzi, 2005) afirma que la frecuencia económica de intervención se logra cuando la media del coste marginal del control activo de fugas se iguala con la media del coste variable del agua que se pierde por fugas. Si las fugas no reportadas aumentan según la tasa natural de incremento de fugas, entonces, el nivel de intervención óptimo se alcanza cuando el coste de intervención es equivalente al valor del agua que se pierde por fugas.

Para la obtención del nivel económico de intervención, se asume la implantación del control activo de fugas, con lo cual, estos cálculos servirán para determinar el número de meses en que será inspeccionada la totalidad de la red. Se toman en cuenta tres parámetros esenciales, a saber: la tasa natural de incremento de fugas, el coste de intervención, que equivale al coste de inspeccionar la totalidad de la red, y el coste variable del agua que se pierde por fugas. La tasa natural de incremento de fugas se puede presentar en forma anual o en  $\text{m}^3/\text{día}$ . El coste de intervención de la totalidad de la red puede expresarse en unidades monetarias, unidades monetarias/conexión de servicio, o unidades monetarias/km de tubería; este coste de intervención no incluye el coste de reparación. El coste variable del agua esta dado en unidades monetarias/ $\text{m}^3$ . Si se supone que la tasa de incremento de fugas está dada en  $\text{m}^3/\text{día}$ , el coste de

intervención en unidades monetarias, y el coste variable del agua pérdida en unidades monetarias/m<sup>3</sup>, entonces la forma de obtener la frecuencia económica de intervención (*FEI*), es decir, el número de meses en que será inspeccionado el 100% del sistema, es la siguiente:

$$FEI = \sqrt{\frac{0,789(C_i)}{(C_v)R}}, \quad (2.2)$$

donde,

*FEI* – frecuencia económica de intervención (meses).

*C<sub>i</sub>* – coste de intervención de toda la red (unidades monetarias).

*C<sub>v</sub>* – coste variable del agua que se pierde por fugas (unidades monetarias/m<sup>3</sup>).

*R* – tasa natural de incremento de fugas (m<sup>3</sup>/día).

El porcentaje del sistema que debe ser inspeccionado anualmente (*PI*) se obtiene de la siguiente forma:

$$PI = 100 \left( \frac{12}{FEI} \right), \quad (2.3)$$

siendo

*PI* – porcentaje del sistema que debe ser inspeccionado anualmente (%).

Con este resultado podemos determinar el porcentaje de red que es económicamente rentable inspeccionar durante un año, de forma que si *FEI* = 12, el resultado sería que durante un año es posible analizar el 100% de la red de abastecimiento.

El presupuesto anual para la inspección del sistema, sin incluir los costes de reparación será:

$$PA = PI(C_i), \quad (2.4)$$

siendo

*PA* – presupuesto anual (unidades monetarias).

El volumen económico de fugas no reportadas, se calcula de la siguiente manera:

$$VEF = \frac{PA}{C_v}, \quad (2.5)$$

siendo

$VEF$  – volumen económico de fugas no reportadas ( $m^3/año$ ).

Se plantea el ejemplo de una empresa de abastecimiento de agua potable de 15.000 abonados, que tiene una tasa de incremento de fugas de  $R=0,015 m^3/conexión/día/año$ , o  $R=225 m^3/día/año$ , el coste de intervención es de  $C_i=3 euros/conexión$ , ó  $C_i=45.000 euros$ , y coste variable del agua perdida por fugas  $C_v=0,10 euros/m^3$ .

Partiendo de estos datos, los resultados obtenidos se presentan a continuación (tabla 8):

*Tabla 8. Teoría de intervención económica, resultados.*

<i>FEI</i>	39,72	meses
<i>PI</i>	30,20	%
<i>PA</i>	13.593	euros/año
<i>VEF</i>	135.937	$m^3/año$

Lo cual indica que durante un año el 30,20% de la red será inspeccionada, con un coste de 13.593 euros; de forma que, en 39,72 meses será revisado el 100% del sistema de abastecimiento, y para lograr el punto de equilibrio entre el presupuesto destinado para la inspección de la red y el volumen de fugas detectadas por los trabajos de inspección, deben recuperarse  $135.937 m^3$ .

Según Lambert (1998) existen similitudes entre el control de inventarios y las políticas de intervención en el control activo de fugas, lo cual se plantea en las ecuaciones que aparecen a continuación en la tabla 9:

*Tabla 9. Similitudes control de inventarios y políticas de intervención de control activo de fugas.*

$I_{av} = I_{min} + U / 2$	$L_{av} = L_e + R / 2N$
$I_{av}$ - nivel medio de inventario	$L_{av}$ - nivel medio de fugas
$I_{min}$ - nivel mínimo registrado de inventario	$L_e$ - nivel de fugas de salida
$U$ - número de unidades o entregas	$R$ - tasa anual natural de incremento de fugas
	$N$ - número de intervenciones al año

El coste del control activo de fugas se obtiene de la siguiente forma:

$$CAF = C_r(R) + C_i(N),$$

donde,

$CAF$  – coste del control activo de fugas.

$C_r$  – costes fijos de reparar una fuga no reportada.

$C_i$  – coste medio unitario de una intervención del control activo de fugas.

Si se sustituye  $N=0,5(R)/(L_{av}-L_e)$ , queda la ecuación:

$$CAF = C_r + 0.5(C_i)(R)/(L_{av} - L_e).$$

El coste total anual es equivalente al coste del control activo de fugas, más el coste del agua perdida, el cual se obtiene:

$$C_a = CMS * L_{av},$$

donde,

$C_a$  – Coste del agua perdida.

$CMS$  – Coste marginal de suministro o coste marginal del agua.

Por lo tanto, el coste total anual queda:

$$C_t = C_r + 0.5(C_i)(R)/(L_{av} - L_e) + C_a$$

$$C_t = C_r + C_i R / (L_i - L_e) + C_a + CMS (L_i + L_e) / 2.$$

De las ecuaciones anteriores, se obtiene la media del nivel económico de fugas:

$$MELL = L_e + [(0.5)(C_i)(R/CMS)]^{1/2},$$

siendo

$MELL$  – Media del nivel económico de fugas,

así como el nivel económico de intervención de fugas:

$$IELL = Le + [(2)(Ci)(R/CMS)]^{1/2},$$

siendo

*IELL* – Nivel económico de intervención de fugas.

## **2.2. GESTIÓN DE LA PRESIÓN.**

La presión a la que opera una red de distribución tiene influencia también en la tasa de flujo de fugas de la red; es decir, la variación en la presión de la red produce un cambio en la velocidad de la fuga. La mejor manera de reducir la tasa de flujo de aquellas fugas que son prácticamente indetectables, sin tener que realizar grandes acciones, es llevar a cabo un eficiente manejo de las presiones. La gestión de la presión es muy importante en la gestión de fugas, y por ello, aunque durante el día se manejen presiones muy cercanas al estándar mínimo, el ahorro que se puede tener al reducir la presión por la noche es significativo, cuando el consumo es menor y las presiones son más altas.

Todas las causas de fugas que tienen su origen en errores operativos están asociadas directa o indirectamente con la presión. Estadísticamente está demostrado que cuando las presiones aumentan de manera drástica excediendo los 40 mca bajo la condición de suministro continuo, o bien existe suministro intermitente, o bien hay habituales variaciones en la presión, la frecuencia de aparición de nuevas fugas se incrementa, en comparación con lo que ocurre en un sistema de distribución similar bajo condiciones de suministro continuo a una presión constante y adecuada (Pearson, 2007).

Existen algunos claros beneficios de la gestión de presión en las redes de suministro (Lambert, 2002):

- Ampliación de la vida útil de la infraestructura de distribución.
- Reducción de frecuencia de nuevas roturas en tuberías y accesorios.
- Reducción de tasas de flujo de las fugas existentes.

- Reducción de nuevas fugas en tuberías y desbordamientos en tanques de almacenamiento privados.
- Reducción de consumo de algunos componentes relacionados directamente con la presión de la red.

Como ya se ha mencionado, la teoría FAVAD, afirma que el área transversal de algunos tipos de fugas puede variar con la presión, lo que provoca que el caudal que se pierde por fugas varíe según la presión:

$$Q_f = C_f P^{N_1}, \quad (2.6)$$

$Q_f$  – caudal fugado ( $m^3/s$ ).

$C_f$  – coeficiente de fuga ( $m^{3-N_1}/s$ ).

$P$  – presión (mca).

$N_1$  – exponente de fuga.

El valor del exponente  $N_1$  varía entre 0,5 y 2,5 y por consiguiente la relación de la presión y la fuga se modifican para cualquier sistema de distribución, dependiendo de los números relativos y las áreas seccionales de las diferentes trayectorias de fugas en una red de distribución específica.

La forma general de la teoría FAVAD consiste en que el caudal fugado varía con la presión:

$$\frac{Q_1}{Q_0} = \left( \frac{P_1}{P_0} \right)^{N_1}, \quad (2.7)$$

donde,

$Q_0$  – caudal fugado antes de la gestión de presiones ( $m^3/s$ ).

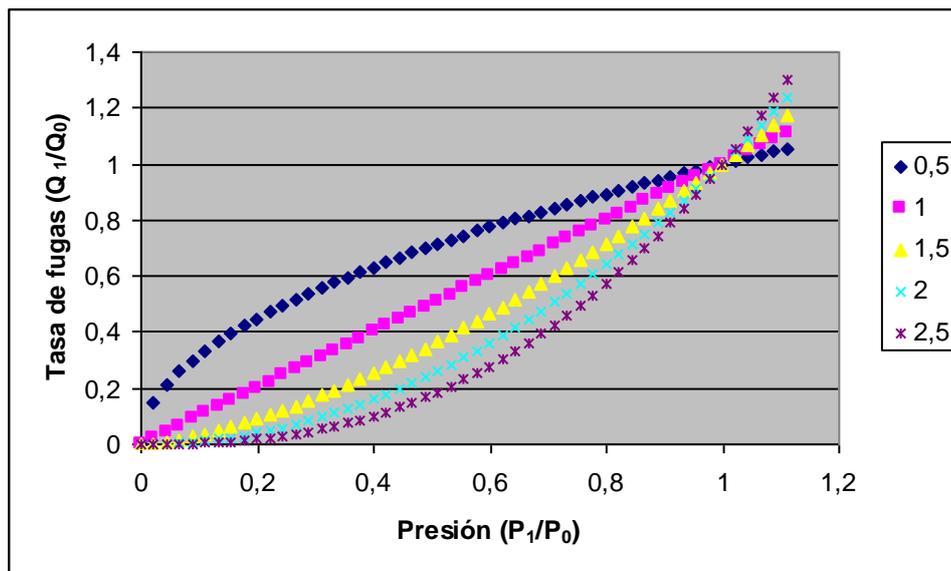
$Q_1$  – caudal fugado después de la gestión de presiones ( $m^3/s$ ).

$P_0$  – presión antes del la gestión de presión (mca).

$P_1$  – presión después de la gestión de presión (mca).

Según análisis realizados por países como Inglaterra, Malasia, Canadá, Chipre, Brasil, Estados Unidos, Australia y Nueva Zelanda, los valores obtenidos para el exponente  $N_1$  oscilan entre 0,5 y 1,5 ocasionalmente algunos valores por encima de 2,5. Los japoneses utilizan la media ponderada de 1,15 (Ogura, 1979, referencia de Thornton y Lambert, 2005). En el caso de Inglaterra, la media ponderada se encuentra alrededor de 1,0. Estudios en Inglaterra recomiendan utilizar el valor del exponente  $N_1$  considerando:

- Presión lineal: relacionada con las fugas en grandes zonas y cuando no se requiere que los resultados tengan un alto grado de precisión.
- Diferentes exponentes a distintos niveles de fugas, para zonas mas pequeñas o cuando es necesaria una mayor precisión en los resultados.
- Mediciones individuales, cuando se requiere que los resultados sean muy precisos. (Thornton y Lambert, 2005).



*Figura 9. Relación general entre la presión y la tasa de fugas.*

En promedio, reduciendo la presión en un 10% en grandes sistemas de distribución, la disminución de las tasas de flujo de fugas de manera instantánea es del 11,5%, y en subdistritos individuales las tasas varían del 5% al 25% (Lambert, 1998).

La relación entre la presión y la tasa de flujo de las fugas actuales determina que, cuanto mayor sea el valor del exponente  $N_1$ , mayor será la sensibilidad de la tasa de fugas a los cambios de presión.

Existen estudios bastante significativos donde se determinan los diferentes valores tanto para el exponente  $N_1$ , como para el coeficiente  $C_f$ , es decir, valores para el exponente de la fuga y para el coeficiente de descarga del orificio. Estos valores fluctúan dependiendo del tipo de falla, diámetro de la tubería, material, longitud de la falla.

Tal es el caso de los resultados obtenidos por Ávila y González (2004), en relación a los parámetros de fugas para fallas longitudinales en tuberías, en las uniones de los tramos de tuberías y en collares de derivación para conexiones domiciliarias de tuberías de PVC de 2'', 2,5'', 3'' y 4'', se desprenden que en el caso de fugas en fallas longitudinales las fórmulas son:

$$Q_f = 1300d^{-0.7}L^{2.65}P^{1.678\left(\frac{L}{d}\right)^{0.03}}$$

$$Q_f = 850d^{-0.9}L^{2.7}P^{1.7},$$

donde,

$d$  – diámetro de la tubería (m).

$L$  – longitud de la fuga (m).

Puede ser utilizada cualquiera de las dos ecuaciones anteriores para calcular el caudal de fuga a través de una falla longitudinal, aunque la primera tiene un mejor ajuste global con los datos experimentales medidos, con un valor  $R^2$  de 0,91, mientras que la segunda ecuación tiene un valor de  $R^2$  de 0,88 (Ávila y González, 2004).

En el mismo estudio se concluye que en las conexiones domiciliarias y los fallos en uniones de tuberías de 3'' y 4'' el valor del exponente  $N_1$  varía entre 0,3 y 0,6 (Ávila y González, 2004).

El coeficiente de descarga del orificio no es constante para fugas, ya que varía en función del régimen de flujo. Garzón (2006) hace mención de la relación entre el coeficiente de descarga ( $C_f$ ) y el número de Reynolds; pone el ejemplo de un orificio de

1 mm en una tubería de cobre de 15 mm de diámetro. Para este caso particular, en la zona de flujo laminar el coeficiente de descarga aumenta rápidamente hasta 0,8, lo que implica que las fugas pequeñas son muy sensibles a los cambios de presión, mientras que en flujo turbulento  $C_f$  se mantiene constante en valores cercanos a 0,75, y en la zona de transición oscila entre 0,7 y 0,85. Sotelo (1982) presenta también la variación del coeficiente de descarga  $C_f$  con el número de Reynolds en un orificio circular, el cual oscila entre 0,6 y 0,7. Colombo y Karney (2002) utilizan un valor dado por EPANET2 denominado coeficiente emisor  $C_E$ , que es similar a un coeficiente de fuga.

Se presenta a continuación el caso de una fuga en una tubería de PVC con longitud de 1 km, diámetro de 254 mm, con una demanda de caudal constante de 0,07 m<sup>3</sup>/s, una altura mínima de presión demandada de 25 mca. La tabla 10 muestra el caudal fugado con un exponente  $N_1=0,5$  con diferentes coeficientes de fuga modificando la presión:

*Tabla 10. Caudal fugado (m<sup>3</sup>/s) considerando variaciones de presión.*

<b>P (mca)</b>	<b>30</b>	<b>35</b>	<b>40</b>	<b>45</b>
<b><math>C_E=0,001</math></b>	0,005477226	0,00591608	0,006324555	0,0067082
<b><math>C_E=0,0015</math></b>	0,008215838	0,00887412	0,009486833	0,01006231
<b><math>C_E=0,002</math></b>	0,010954451	0,01183216	0,012649111	0,01341641
<b><math>C_E=0,0025</math></b>	0,013693064	0,014790199	0,015811388	0,01677051

El porcentaje de caudal fugado oscila entre el 7,8 y el 9,5%. En el caso de que el exponente  $N_1=1$  el porcentaje del caudal fugado oscila entre 42 y el 65%.

Las necesidades de caudal en una red varían de acuerdo con el tipo de usuario, el horario, el clima, entre otros factores. Esto influye en los requerimientos energéticos, calidad del agua y presión. Según Fuertes *et al.* (2002), las razones de necesidad de control del punto de funcionamiento de una instalación son en primer lugar, mantener las presiones por encima de unos valores mínimos que garanticen el servicio y por debajo de unos máximos que eviten los problemas de roturas y reduzcan las fugas; justo lo que equivale a la gestión de la presión para el manejo de fugas. En segundo lugar, mantener un caudal constante; aquí, Fuertes *et al.* (2002) hace la observación de que son muchos los procesos industriales que trabajan con caudales constantes, o predeterminados, según las necesidades del proceso productivo. Finalmente, para mantener los rendimientos de los elementos de bombeo entre algunos márgenes

elevados, pone como ejemplo que un punto de funcionamiento de una bomba alejado del nominal proporciona unos malos rendimientos y por tanto, unos costes de impulsión mejorables.

Como se ha visto, la cantidad de agua fugada esta íntimamente relacionada con la presión en la red. Lambert *et al.* (2002) incluyen de forma resumida las prácticas comunes de gestión de la presión utilizadas por algunos países, lo cual se presenta a continuación en la tabla 11:

*Tabla 11. Prácticas de gestión de la presión en algunos países.*

<b>País</b>	<b>Práctica común</b>
Malasia	Para reducir la presión, muchas veces se instalan válvulas reductoras de presión o se construyen tanques de rotura de carga. El volumen fugado en la red de distribución es proporcional a la presión en la red.
Italia	Identificación de las presiones con la finalidad de reducir el daño a materiales.
Finlandia	No se realiza gestión de la presión para disminuir las fugas.
Polonia	Las fugas reales son influenciadas por la presión al final del sistema.
Rumania	Se encuentra en desarrollo el establecimiento de válvulas para el control de la presión.
Hong Kong	En zonas con presión excesivamente alta se han instalado válvulas de control de flujo con la finalidad de reducir la presión.
Portugal	Los datos de presión y caudal son medidos de forma telemática.
España	Regularmente se aplica la reducción de presión como medida para reducir fugas.
Noruega	Se tiene claro que las fugas dependen en gran medida de la presión, por ello, existen zonas de manejo de presiones, con la posibilidad de adicionar nuevas zonas.
Dinamarca	Existen zonas de manejo de presiones y se procura que las alturas máximas de bombeo se mantengan al nivel mas bajo posible.
Tailandia	Existe un plan de zonificación para el monitoreo de presiones y caudales.
Australia	Las presiones de operación generalmente son altas, sin embargo, se esta intentando desarrollar un sistema para manejarlas eficientemente.
Marruecos	La presión de operación suele ser muy alta.
Sudáfrica	El manejo de la presión ha tomado gran importancia en los últimos años, se han implementado estudios piloto en algunas de las ciudades más grandes del país.
Alemania	Aún no se aplica de forma general el manejo de presiones para la disminución de fugas.
Estados Unidos	No se practica de manera regular la gestión de la presión.

### **2.3. GESTIÓN DE LA INFRAESTRUCTURA.**

Una de las formas de gestionar la infraestructura es realizar un correcto mantenimiento y renovación de la red de distribución. Se podría considerar que si cada año se realizase una renovación de un porcentaje de la red, en un determinado número de años la red estaría completamente renovada; lo que resulta complicado es determinar cual es la sección que debe renovarse cada año con la finalidad de obtener los mejores beneficios.

Algunas compañías de abastecimiento optan por incluir un plan de reemplazo anual de tuberías, es decir, reemplazar un porcentaje de la tubería cada año; y para ello, realizan un estudio para determinar cuáles son los segmentos de la red que deben renovarse primero y cuáles después, de forma que cuentan con planes de acción plurianuales (orientación preventiva-proactiva). Esto representa una visión correcta para atajar el problema, y es una parte de lo que se puede llamar control activo de fugas; sin embargo, el estudio que debe hacerse para la determinación de los segmentos es complejo, pues no se sabe a ciencia cierta si el reemplazo va a tener un efecto significativo a corto plazo en la disminución de la cantidad de agua que se pierde por fugas. Por otra parte, actuar de modo contrario, es decir, realizar acciones sólo cuando se tiene la certeza de una fuga, bien sea por reportes de usuarios o por conocimiento propio de la empresa, es una visión antieconómica de solucionar el problema (orientación correctiva). Una propuesta válida sería realizar un reemplazo planeado anualmente y realizar acciones de detección de fugas, así como emprender tareas de remediación en cuanto se tenga conocimiento de la existencia de una fuga en concreto.

La decisión de reemplazar o rehabilitar depende del tamaño del proyecto, los recursos disponibles, otros proyectos de la compañía, y su capacidad financiera. Los beneficios que se tienen al reemplazar, reparar y rehabilitar, comúnmente incluyen aumentar la vida útil del sistema, mejorar el servicio y disminuir la cantidad de agua que se pierde por fugas. Al reducir las pérdidas de agua, se obtiene una reducción en los costes de operación al necesitar una menor cantidad de energía para el transporte del agua y menores cantidades de agentes químicos para su tratamiento.

Lambert *et al.* (1998) mencionan un factor de condición de la infraestructura (*FCI*), que se obtiene mediante la comparación del componente de fugas mínimo con el cálculo de

las fugas nocturnas, considerando que el área estudiada experimenta el nivel de fugas de fondo de una infraestructura en condiciones medias. Estas consideraciones incluyen también la presión de operación y la densidad media de conexiones.

En el corto plazo, el nivel económico de fugas es determinante en el *FCI*, mientras que en el largo plazo se puede determinar: a) mediante la aplicación intensiva de un control activo de fugas, ya que con su aplicación se pueden localizar y reparar fugas que no son fácilmente detectables, y con la reducción del nivel de fugas se obtiene un mejor índice de condición de la infraestructura, y b) mediante el reemplazo de tuberías, si se cuenta con un programa efectivo de reemplazo de la red de distribución, de forma que las tuberías que se reemplacen sean las que tienen una mayor tasa de fugas, se puede tener un impacto real en el índice de condición de la infraestructura.

El valor del *FCI* suele encontrarse entre el 0,5 y 2,0 (Malithong, 2005). Cuanto más cercano se encuentre al 0,5 se identifica con una buena condición de la infraestructura, y por el contrario, un valor cercano a 2,0 significa que existen deficiencias en la condición de la infraestructura. Según Lambert (1998), se desprende de algunos estudios realizados en compañías del Reino Unido, que el *FCI* de distritos hidrométricos individuales de menos de pocos miles de conexiones con tuberías y conexiones nuevas, pueden variar desde casi cero (0,0) hasta alcanzar un valor de 20,0 en distritos con tuberías y conexiones en mal estado; coincide con Malithong (2005) en que la aparición de un valor alto corresponde a una infraestructura en malas condiciones, discrepando en los valores que mencionan. Adicionalmente, Lambert (1998) agrega que, en una gran zona de suministro en la cual se hayan realizado trabajos de mejora de la infraestructura, aunado a un programa de micromedición, el *FCI* suele tener un valor de 0,5; en ciudades con una red antigua tienden a alcanzar un valor de 2,0. La fórmula del *FCI* es:

$$FCI = \frac{Q_m}{Q_{m'}}, \quad (2.8)$$

donde,

*FCI* - factor de condición de la infraestructura.

$Q_m$  - fugas actuales mínimas en un distrito hidrométrico ( $m^3/hr$ ).

$Q_{m'}$  - fugas mínimas posibles en un distrito hidrométrico considerando buena condición de la infraestructura ( $m^3/hr$ ).

Los pasos para determinar el *FCI*, según Lambert (1998), son:

1. Se identifica el valor más bajo obtenido del flujo mínimo nocturno en el distrito hidrométrico ( $\text{m}^3/\text{hr}$ ).
2. Se deduce del valor medido más bajo del flujo mínimo nocturno, el consumo hecho por usuarios. De esa forma se tiene el valor de las fugas mínimas actuales en el distrito hidrométrico ( $\text{m}^3/\text{hr}$ ).
3. Se determina un valor mínimo del flujo nocturno considerando que la infraestructura se encontrara en buen estado ( $\text{m}^3/\text{hr}$ ).

Si se realiza un estudio sobre la tasa de incidencias de fugas en tramos de tuberías, se puede tomar la decisión correcta sobre las zonas a reemplazar que tendrían un mayor impacto en la disminución del nivel de fugas; sin embargo, debe ponerse especial atención en que la inversión que se haga en el estudio corresponda con la inversión en el reemplazo de la red, es decir, se debe encontrar un balance entre el coste del estudio y el coste de reemplazo.

Existe una diferencia entre la frecuencia de rupturas y el nivel de fugas de fondo, respecto al diámetro de las tuberías. Tuberías con alto nivel de rupturas por kilómetro, por lo regular, tienden a ser de diámetro pequeño, mientras que las tuberías que tienen un elevado nivel de fugas de fondo suelen ser de gran diámetro. La frecuencia de fugas también varía con el material de la tubería, la condición del suelo, la presión, etcétera, y en ocasiones, cuestiones como la edad de la tubería pueden no ser suficientemente orientativas (Lambert 1998).

Los distritos de medición tienen una serie de ventajas adicionales a la propia gestión de la red por secciones de una forma más sencilla, como son, la detección de fugas, el conocimiento de la cantidad de agua que entra a la red y que llega al usuario, la oportunidad de realizar un mejor manejo de la presión y una mejor determinación del consumo.

Todos los trabajos que se llevan a cabo en la gestión de la infraestructura deben tener por objetivo mantener el nivel de calidad del servicio que se ofrece, por lo que, existen

algunas cuestiones en las que se debe poner especial atención, como es la calidad del material de trabajo, el desarrollo de operaciones con la diligencia adecuada, el manejo de los residuos de los trabajos de mantenimiento, entre otros.

En Lambert *et al.* (2002) se presentan las prácticas habituales de algunos países respecto a la gestión de la infraestructura, que se resumen en la siguiente tabla 12, que se presenta a continuación:

*Tabla 12. Prácticas de gestión de la infraestructura en algunos países.*

<b>País</b>	<b>Práctica común</b>
Malasia	Programa de reemplazo de tuberías de asbesto cemento que son más propensas a fugas.
Italia	Las conexiones de servicio son más problemáticas que las tuberías, se investiga en factores estratégicos.
Corea	Cambio de tuberías de distribución más antiguas.
Japón	Se contempla la rehabilitación de tuberías y líneas de servicio como una medida preventiva. Existen numerosas roturas de tuberías de asbesto cemento, aunque la mayor parte de la red es de fundición dúctil. Numerosos problemas con las conexiones de PVC, polietileno y acero inoxidable.
Finlandia	Renovación de la red, especialmente el reemplazo de las tuberías de fundición con corrosión.
Polonia	Instalación de tuberías de fundición dúctil en las líneas principales, mayor uso de tuberías plásticas.
Rumania	Las tuberías actuales tienen una antigüedad de entre 30-40 años, un 46% de la red es de asbesto cemento, 30% de fundición y 21% de hierro fundido. Utilización de materiales y técnicas de alta calidad para la reparación, reemplazo y renovación de la red.
Hong Kong	Se cuenta con un plan de reemplazo del 53% de la red en 20 años. Se ha comenzado por las tuberías con corrosión y las zonas con alta frecuencia de roturas.
Portugal	Los mayores problemas son la edad, la corrosión y las deficiencias en construcción, la combinación de estos factores influye en la alta tasa de fugas.
Dinamarca	Se planea el 0,8% de rehabilitación de la red cada año.
Reino Unido	La reparación sin coste o subsidiada de fugas en tuberías propiedad de usuarios ha logrado disminuir las fugas reales a 18 litros/conexión/día.
Bangkok	El plan pretende el reemplazo del 4% de la red al año. El 30% de la red tiene una edad de más de 25 años.
Marruecos	Red con demasiados años de antigüedad y con una construcción deficiente.
Sudáfrica	El mantenimiento y reemplazo se encuentra por debajo del óptimo.
Alemania	Importantes tasas de fallas en tuberías y conexiones de servicio.

<b>País</b>	<b>Práctica común</b>
Hungría	Se planea el reemplazo del 1% de la red anualmente, incluyendo cambio de conexiones de servicio.
Estados Unidos	En el este del país las infraestructuras urbanas son antiguas.

La descripción de las prácticas, según Lambert *et al.* (2002), se desprenden de los reportes nacionales escritos por cada país.

#### **2.4. RAPIDEZ Y CALIDAD DE LAS REPARACIONES.**

La rapidez y la buena calidad de las reparaciones son esenciales para una buena gestión de fugas (Lambert, 1998). Estas dos cuestiones resultan por sí mismas evidentes en lo que se refiere al buen manejo de fugas en una red de distribución. El hecho de reducir el tiempo medio de reparación de fugas tiene un gran impacto en el volumen anual de fugas.

Una vez que se tiene conocimiento de la existencia de una fuga y se ha localizado, se debe proceder a su reparación, y de la rapidez de las acciones emprendidas depende en gran medida el coste de dicha maniobra, ya que al actuar de manera rápida se está evitando que se pierda determinada cantidad de agua, que como ya se sabe, tiene una serie de costes añadidos, aunque es probable que la rapidez ocasione un coste adicional a la compañía. Es por ello que se debe buscar un punto óptimo en este sentido, para actuar de forma tal que sean aprovechados los recursos de la manera más eficiente y se eviten las mayores pérdidas posibles.

Otra cuestión importante es la calidad de los trabajos realizados en la reparación de la fuga, así como la calidad de los materiales utilizados; la realización de trabajos de calidad deficiente, puede provocar que la fuga reaparezca en un lapso de tiempo relativamente corto, lo que habrá significado un gasto innecesario en la reparación y la pérdida de recursos.

Existe una diferencia entre el tiempo de actuación en fugas reportadas y fugas no reportadas. Por regla general, las fugas reportadas son atendidas en un periodo de tiempo corto, mientras que en el caso de las fugas no reportadas para su detección se

debe invertir un tiempo mayor y una serie de recursos adicionales; sin embargo, debe tenerse en cuenta que para que una fuga sea visible, es probable que lleve un tiempo de existencia considerable, con lo cual, las pérdidas que ha representado suelen ser importantes. Por ello, el control activo de fugas es otro de los pilares de la gestión de fugas, ya que al minimizar el tiempo de conocimiento y localización, se procede de forma más rápida a la corrección del problema.

Para la reparación de fugas pueden requerirse cortes temporales de servicio, así como cortes de calles al tránsito de coches y peatones, por lo cual, las maniobras deben realizarse con la mayor prontitud posible, para así ocasionar las menores molestias a usuarios y a terceros perjudicados.

El tiempo de reparación suele ser un indicador interno de eficiencia del sistema, pero también es común que en el caso de las fugas reportadas se tenga como un estándar de servicio a los usuarios.

## **2.5. DESARROLLO DE UNA ESTRATEGIA DE GESTIÓN.**

El aspecto mas importante en el desarrollo de estrategias para el manejo de fugas es el establecimiento de objetivos. A todo organismo de distribución de agua le gustaría eliminar las fugas definitivamente del sistema, y sin embargo, esto es imposible; por ello cada empresa suministradora debe plantearse el nivel de fugas que debe alcanzar y el que debe mantener en el largo plazo.

Las fugas están presentes en todos los sistemas de distribución; lo que varía es el volumen de agua perdido. Este volumen depende de las características de la red de tuberías, el nivel de tecnología, la práctica operativa de la empresa y la habilidad para controlar las fugas. De esto se puede destacar que el volumen de agua perdida depende en gran medida de la presión de la red, la frecuencia y tasas de flujo de nuevas fugas y roturas, las proporciones de nuevas fugas reportadas, el tiempo en que la fuga es detectada, el tiempo en que es localizada, el tiempo en que es reparada y el nivel de fugas pequeñas que no se pueden detectar fácilmente.

El volumen de agua perdida por fugas varía de una empresa de abastecimiento a otra, varía entre países y entre regiones de un mismo país, ya que los sistemas de abastecimiento cuentan con características muy diferentes. Por eso resulta fundamental identificar los componentes de las pérdidas de agua en cada una, con el propósito de crear una estrategia adecuada y desarrollar los planes de acción apropiados para sus características en particular; de este modo, las mediciones y estimaciones serán mas precisas o al menos cercanas a la realidad del sistema.

Las pérdidas reales de agua comprenden las fugas en tuberías, en uniones y accesorios, las ocurridas en las paredes y suelos de los tanques de almacenamiento y además los desbordamientos en tanques de almacenamiento.

La IWA ha desarrollado una estrategia general para la gestión de fugas. Dicha estrategia comprende 6 etapas, las cuales se muestran a continuación:

### **2.5.1. Preparación.**

- Evaluación del nivel actual de fugas.
- Establecer los factores y la escala de tiempo para la reducción de fugas.
- Determinar los recursos disponibles.

La *IWA Task Force on Water Losses and Performance Indicators* ha desarrollado una forma de calcular el balance de agua, en virtud de los diversos métodos y definiciones para realizarlo; es por ello que ha diseñado el estándar de buenas prácticas; los componentes principales del balance de agua han sido explicados en el punto 1.4.

El primer paso para el desarrollo de una estrategia de gestión de fugas es completar algunas preguntas sobre las características de la red, su operación y las herramientas de las que se dispone.

- ¿Cuánta agua se está perdiendo? Lo que lleva a realizar un balance de agua, para lo cual se puede recurrir al propuesto por la IWA.

- ¿Dónde se está perdiendo? Para ello se requiere hacer una auditoria de la red.
- ¿Por qué se está perdiendo? Lo mejor es revisar la operación de la red.
- ¿Qué estrategias pueden introducirse para reducir pérdidas y mejorar el rendimiento? Desarrollar estrategias apropiadas.
- ¿Cómo se puede mantener la estrategia y sostener los objetivos logrados? A través del entrenamiento y la operación de procedimientos.

El financiamiento para la puesta en marcha de la estrategia de gestión de fugas es sumamente importante; puede venir de un incremento de tarifas a los usuarios, de fondos del gobierno, de subvenciones o préstamos internacionales, o incluso de aceptar un nivel mas bajo de utilidades mientras se realizan los trabajos de reducción de fugas.

Existen dos estados dentro de la estrategia de gestión de fugas, el primero encaminado a lograr el objetivo de la reducción de fugas, y el segundo en mantener el nivel alcanzado. Estos dos estados pueden ocurrir de manera simultánea en una misma empresa, en virtud de que existen zonas donde el nivel de fugas deseado ya haya alcanzado y el objetivo ahora sea mantener dicho nivel, mientras que en otras zonas aún se estén realizando trabajos para la reducción de fugas.

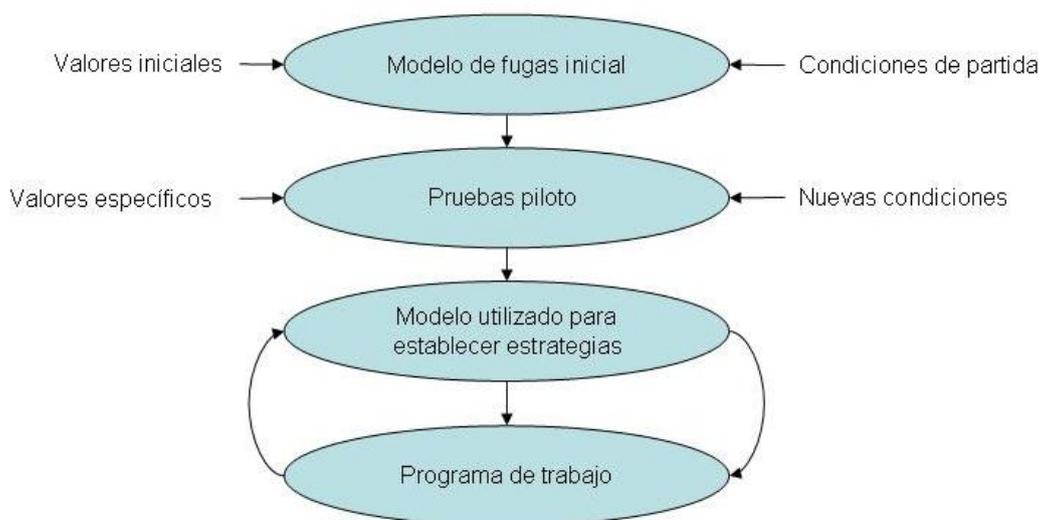
### **2.5.2. Selección de objetivos**

- Calcular el nivel económico de fugas
- Seleccionar los objetivos provisionales en el corto y en el largo plazo
- Proponer el plan de inversiones
- Realizar ejercicios de prueba

La cuestión más importante acerca del desarrollo de una estrategia de gestión de fugas, es la determinación del objetivo de reducción de fugas, es decir, el nivel de fugas que el organismo desea alcanzar y mantener en el largo plazo. Considerando que siempre existirá un nivel de fugas que debe ser tolerado, porque es prácticamente imposible y completamente antieconómico conseguir el nivel cero de fugas.

- Una reducción de fugas provoca una reducción en los costes operativos, en virtud de que el volumen de agua que será tratada y bombeada disminuirá, lo que requiere menor cantidad de energía y químicos. Al haber ahorrado un volumen de agua que anteriormente se perdía en fugas, existirá una mayor disponibilidad y le dará a la compañía suministradora la oportunidad de postergar posibles planes de búsqueda de nuevas fuentes para ampliar la oferta del suministro, y las necesidades de inversión y costes operativos que ello implica. La reducción de fugas también implica un beneficio medioambiental y social, si esto repercute en una menor extracción de agua en fuentes que se encuentran en fase crítica o si se atraviesa por una etapa de sequía en la región. Las fugas representan pérdidas de dinero, por lo que para mitigar este efecto se deben implementar programas de manejo de fugas.

Vale la pena mencionar la importancia de la recolección de datos, las herramientas informáticas para su almacenamiento y análisis y posteriormente la posibilidad de realizar pruebas en algunas zonas de la red de las técnicas que se utilizarán para el manejo de fugas, con el fin de ensayar lo que se llevará a cabo en toda la red. Esto es de gran ayuda para el establecimiento de las estrategias que se aplicarán en el plan, aunque es importante hacer hincapié en que lo ideal es ir paso a paso en el desarrollo del plan. En Farley y Trow (2003) se propone el siguiente esquema (figura 10):



*Figura 10. Diagrama del desarrollo de estrategias de gestión de fugas.*

El valor del agua es pieza clave para la determinación del nivel económico de fugas y para la implantación de planes de gestión de fugas. Si se trata de una zona donde existe abundante agua y los costes de producción son mínimos, la empresa puede limitarse simplemente a hacer control pasivo de fugas y reparar solo aquellas fugas visibles. Por el contrario, aquellas regiones donde existe escasez de agua requerirá un mayor nivel de actividad para reducir el nivel de fugas hasta el punto que sea rentable.

El programa de trabajo se basa en una combinación de medidas a tomar en cuanto a los 4 pilares de la gestión de fugas: control activo, manejo de la presión, gestión de la infraestructura, y rapidez y calidad de las reparaciones.

### **2.5.3. Consecución de objetivos.**

- Proveer servicios soporte, equipo, materiales.

El logro de los objetivos depende de la aplicación del programa de trabajo, es decir, de la aplicación de uno o algunos de los 4 pilares de la gestión de fugas. La elección de las estrategias a seguir depende de las condiciones del propio sistema de distribución de agua potable; lo que puede funcionar para una empresa, puede que para otra no se a lo mas conveniente.

Los requerimientos de servicio para llevar a cabo los trabajos de gestión de fugas, así como equipo y los materiales necesarios, deben ser correctamente elegidos.

### **2.5.4. Proyección de los trabajos de gestión.**

La planificación de los trabajos considerando los tiempos requeridos para cada actividad y el planteamiento de cada uno de los objetivos tomando en cuenta escalas temporales adecuadas.

### **2.5.5. Entrega**

- Entrenamiento del personal
- Revisar el presupuesto

Una parte fundamental de la implantación de las estrategias de acción es que sean del conocimiento de todos los integrantes de la empresa y que se comprometan con los objetivos que se desean alcanzar. Se proponen algunas ideas para motivar la participación activa del personal, tales como iniciar la implantación con un evento, entrenamiento y capacitación, políticas de incentivos y relaciones públicas.

### **2.5.6. Monitoreo y mantenimiento**

- Utilizar datos recogidos del sistema
- Mantener las instalaciones y el equipo
- Mantener el control activo de fugas
- Revisión anual

Cuando los objetivos se han logrado, lo que sigue es realizar acciones de mantenimiento del nivel alcanzado, lo que requiere la realización de esfuerzos continuos con el fin de no perder el nivel de fugas que ahora se tiene. Lo ideal es seguir una serie de monitoreos estratégicos, tácticos y operativos.

Los monitoreos estratégicos plantean que aunque el indicador de la gestión de fugas suele ser un balance anual, la empresa no puede esperar a tener este valor y año con año tomar acciones, por lo cual, se deben hacer monitoreos regulares con el fin de emprender acciones que puedan propiciar que se cumplan los objetivos anuales y se mantenga el nivel actual de fugas.

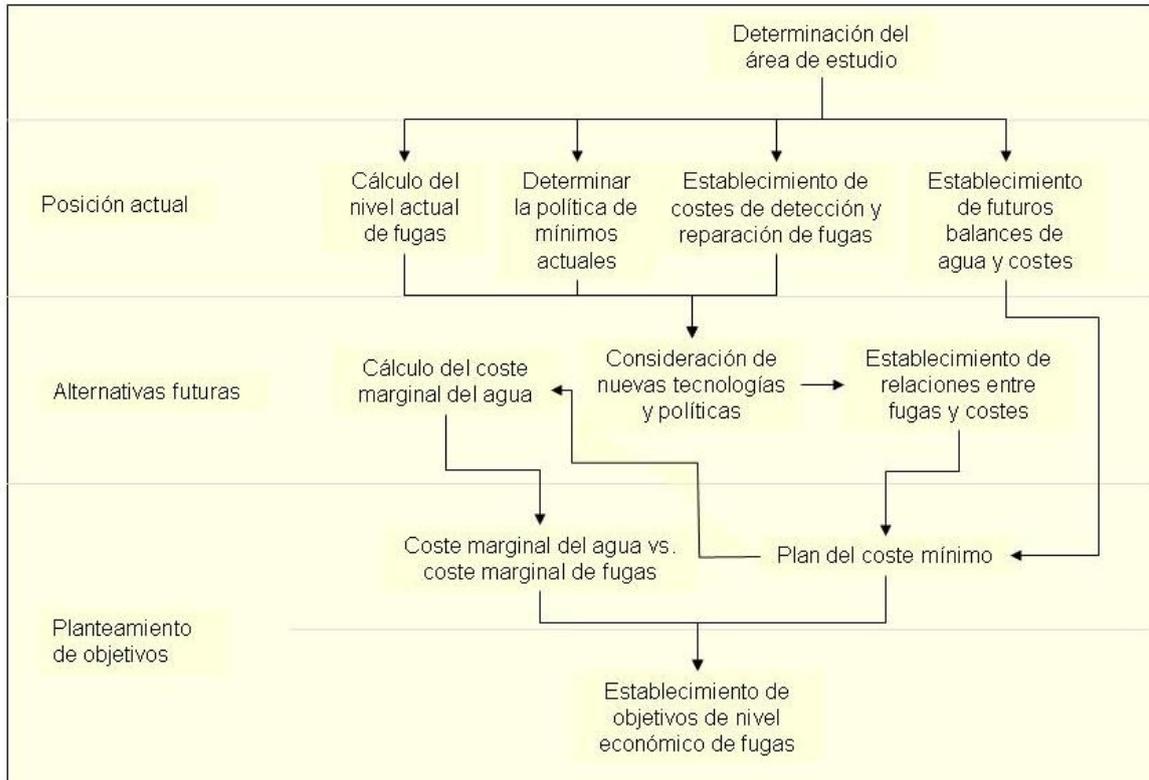
Monitoreo táctico: cuando se han construido instalaciones o se ha implementado una infraestructura, esta debe ser mantenida y estos trabajos deben procurar inspecciones periódicas de calibración, revisión, mantenimiento o reemplazo.

En el monitoreo operativo el mantenimiento del nivel de fugas es una tarea meticulosa, que requiere el manejo y actualización de grandes volúmenes de información, por lo cual es una tarea que debe mantenerse al día.

## **2.6. ESTABLECIMIENTO DE OBJETIVOS DE REDUCCIÓN DE FUGAS.**

En el caso del establecimiento de objetivos, estos deben ser fijados tanto para el corto plazo como para el largo plazo.

Los métodos convencionales para el establecimiento de objetivos de reducción de fugas son el plan del coste mínimo del control activo de fugas y el coste marginal del agua comparado con el coste marginal de las fugas. Pero para llegar a ellos se sigue un proceso complejo, que parte del establecimiento de la zona de estudio, de la determinación del estado actual tanto del nivel de fugas como de las políticas de minimización, de la evaluación de costes de localización y reparación de fugas, y de las estimaciones futuras de oferta y demanda, así como de costes, así como, finalmente, del análisis de las futuras alternativas que consideren nuevas tecnologías y políticas de reducción.



*Figura 11. Mapa de procesos del planteamiento de objetivos.*

En el punto 2.5 se ha descrito la estrategia diseñada por la IWA para la gestión de fugas y una de las principales partes de dicha estrategia es la selección de objetivos, adicionalmente la figura 11 nos muestra un mapa propuesto por el OFWAT (Tripartite Group 2002) para el desarrollo de objetivos de gestión de fugas, sin embargo, dependiendo de las características del sistema de abastecimiento, la calidad de la información que posee y las prioridades que tenga, existen algunos métodos adicionales para el establecimiento de objetivos; algunos de ellos se mencionan en el apartado siguiente.

### **2.6.1. Métodos alternativos para el establecimiento de objetivos de reducción de fugas.**

La determinación de objetivos de reducción de fugas puede estar influida por una serie de factores que pueden incluir cuestiones políticas, medioambientales, tecnológicas, sociales, de sustentabilidad, entre otras. Pero es fundamental que dicha determinación se base, al menos en parte, en un análisis económico de la situación de la empresa de

suministro y las condiciones de la red de distribución de agua potable. Se presenta una serie de métodos alternativos para la determinación de objetivos de gestión de fugas, que pueden aplicarse adicionalmente a la utilización de los métodos tradicionales.

### **2.6.2. Política determinada por el coste marginal del agua.**

Para este caso, se considera el coste marginal del agua de la siguiente fuente alternativa de abastecimiento. En este caso, se analizarán los costes marginales del agua dependiendo del origen del mismo, es decir, si la política se basa en el reemplazo de tuberías, se analiza el coste de reducción partiendo del coste que implique “ahorrar” cada metro cúbico de agua. De igual forma, si la política implica la utilización de nuevas tecnologías para abastecerse del agua, el coste marginal se obtendrá a partir del coste de la nueva tecnología para producir un metro cúbico de agua. Si la alternativa es la explotación de una nueva fuente de abastecimiento, el coste marginal vendrá dado por el coste que represente la producción de un metro cúbico adicional del líquido. Así es como se analiza cada una de las opciones alternativas que tiene la empresa de abastecimiento para proveerse del agua que debe distribuir a los abonados.

La aplicación de esta opción de evaluación y determinación de políticas y objetivos de reducción de fugas implica algunos requerimientos básicos, necesarios para validar su aplicación (OFWAT, 2002), que representan una curva comparativa detallada de fugas y costes de la compañía, además de un cálculo detallado del coste marginal de agua.

Las ventajas de la utilización de esta opción es que corresponde a una evaluación robusta y completa que brinda la posibilidad a la empresa de suministro de determinar sus objetivos de forma certera, basándose en una serie de información bastante amplia.

Las desventajas son los requerimientos de información, puesto que suele requerir una serie de datos que, si la empresa no cuenta con ellos previamente, le puede suponer un trabajo importante para su obtención o puede incluso no resultarle rentable.

### **2.6.3. El establecimiento teórico de objetivos basándose en las características del sistema.**

Mediante este método se estima un nivel de fugas técnicamente alcanzable, basado en las características físicas del sistema. Para la determinación del objetivo es crítico el desarrollo de una ecuación que contenga los elementos claves del sistema. Deben tomarse en cuenta ciertas consideraciones para la determinación de objetivos, y ser desarrollada una relación entre el objetivo deseado y la longitud de tuberías, el número de conexiones, la presión, la tasa de ocurrencia de fugas, entre otras. Sin embargo, el método actualmente utilizado para el control activo de fugas no debe ser considerado. El objetivo de reducción de fugas pueden ser establecido sin hacer referencia a la disponibilidad de agua o ser ajustado para tener en cuenta de la escasez de agua (OFWAT, 2002).

Este tipo de establecimiento de objetivos requiere una menor cantidad de datos que el método anterior, con lo cual es mucho más sencillo. La clave para la aplicación de este método es la correcta determinación de la relación entre los componentes del sistema.

Sin embargo, pueden existir deficiencias si la ecuación no se determina considerando los aspectos fundamentales de la empresa de abastecimiento de agua potable, o si se le da peso a cuestiones poco determinantes o si se dejan de lado algunas otras cuestiones importantes.

### **2.6.4. Establecimiento de objetivos basándose en la política de minimización.**

La política de minimización del nivel de fugas es también conocida como la del nivel base o nivel de fondo, para lo cual es necesario, en primer lugar, definir estos niveles de fugas. El nivel de fugas de fondo, es el sumatorio de todas las fugas pequeñas y escapes de válvulas, uniones, hidrantes, medidores, y otros accesorios, incluso aquellas fugas de tanques de almacenamiento, todas aquellas fugas que regularmente no exceden los 100 litros/hora y que no son fácilmente identificables individualmente. A 50 m de presión no deben ser mayores a 500 litros/hora, y a partir de ese valor ya es considerada una

ruptura (Managing Leakage, Informe E 26, 1994, referencia de OFWAT, 2002). El nivel base de fugas es el volumen agregado de fuentes de pérdidas, que es relativamente muy pequeño para ser detectado por el control activo de fugas, y que implica la utilización de métodos sofisticados de búsqueda y localización de fugas. Existen algunos parámetros significativos para la determinación de este nivel de fugas, tales como la longitud de tuberías principales, las fugas debido a la estructura del embalse o tanque de almacenamiento, la longitud, diámetro, presión y material de las líneas de distribución, el número de usuarios clandestinos, la relación entre la presión y el nivel base de fugas y las condiciones de la infraestructura (OFWAT, 2002).

El Tripartite Group menciona que para lograr un cálculo correcto del nivel base de fugas, se utilizan los FCP del reporte E 26 de Gestión de fugas, para tuberías e infraestructura que se encuentre en buenas condiciones y se menciona que hay un factor de corrección de presión  $(P/50)^{1.5}$  donde P es la presión en metros, según la referencia (UKWIR Report 97/WM/08/10), cuestión ya mencionada en el punto 2.3 y cuyos valores asociados se encuentran contenidos en la tabla 2.

De acuerdo con algunas experiencias en Inglaterra, después de la determinación del nivel base de fugas, el nivel económico de fugas en el corto plazo ha resultado estar un 20% o 30% por encima.

Utilizando este método de determinación se calcula un objetivo que puede variar. El nivel calculado por este método debe ser menor al nivel calculado por el método de determinación teórica y menor a la reducción obtenida hasta el momento. El cálculo se realiza por zonas, al igual que el establecimiento de objetivos, por lo que el valor global del nivel de fugas que se desea alcanzar es un agregado del cálculo por zonas.

Como ventajas de la utilización de este método, conviene decir que puede ser una forma sencilla y clara de determinación de objetivos, y que se basa en los datos de consumo mínimo nocturno. Aquí lo importante es que la empresa se plantee alcanzar su objetivo de forma económica, no en alcanzar un objetivo directamente económico.

La desventaja es que se requiere un cálculo exacto del nivel de fugas para que el resultado pueda ser fiable y que los objetivos no se plantean en el contexto del balance de la oferta y demanda.

#### **2.6.5. Intercambio de permisos o créditos de fugas.**

En este caso, es comparable la negociación que existe de los permisos de descarga de contaminantes o en el caso de CO<sub>2</sub>, los niveles permitidos de emisiones que tiene que cada empresa.

En el caso de Inglaterra, el gobierno tiene pensado aplicar una política que permita el intercambio en tres áreas ambientales. En primer lugar, en la reducción de la cantidad de basura tirada en los vertederos, en segundo lugar la reducción de emisión de gases de efecto invernadero, y en tercer lugar los derechos de extracción de agua de ríos.

La comercialización de los permisos de extracción de agua, no solo de ríos sino también del subsuelo, permite que aquellos abastecimientos con altos costes de reducción de fugas puedan acceder a la utilización de permisos de extracción de empresas que tengan menores costes de reducción de fugas. Es decir, que una empresa que puede disminuir la cantidad de agua extraída reduciendo su nivel de fugas, en vista de que sus costes de reducción de fugas son comparativamente más pequeños a otra, lo cual le permite comercializar parte del agua que tiene derecho a extraer, a otra empresa de abastecimiento a la que le sea económicamente más rentable pagarle los derechos que disminuir su nivel de fugas. La filosofía de la compra, venta o arrendamiento de derechos de extracción, corresponde a los llamados bancos de agua, que han sido bastante populares desde hace tiempo. Cabe recalcar que, para que se dé este tipo de intercambio de derechos, debe existir una fundamentación legal, visto que de otra forma, esto podría propiciar a un mercado negro del agua.

Por otro lado, esta forma de intercambio de derechos puede ser una motivación para las compañías, ya que adicionalmente a la reducción de fugas, pueden tener el beneficio de la comercialización de parte de sus derechos de extracción.

### **2.6.6. Reasignación nacional de recursos hídricos.**

La aplicación de este método de reasignación de recursos hídricos, requiere de la determinación del nivel económico de fugas a nivel nacional; además se basa en la actual situación de cada empresa de abastecimiento en cuanto a su ubicación geográfica, su nivel actual de fugas, y su posición de oferta y demanda.

Una reasignación de recursos pretende que todas las compañías de un país manejen un nivel de fugas similar. Este tipo de determinación de objetivos puede motivar a las compañías que se tengan una posición en el ranking de asignación de recursos por debajo de las asignaciones a otras empresas y que por esta situación deban realizar fuertes inversiones para reducir el nivel de fugas.

En este sentido, es comprensible que una compañía determine unos objetivos de reducción de fugas poco significativos, en virtud de su posición privilegiada geográficamente, y que ello le otorgue la posibilidad de invertir menos en reducción de fugas y plantearse objetivos que no representan gran avance en este sentido.

Sin embargo, si se diera una reasignación de recursos, esto provocaría su preocupación en la erogación de una mayor cantidad de recursos económicos para mitigar la problemática de las fugas. La reasignación nacional de recursos es prácticamente imposible de aplicar, en virtud de la complejidad, no de su aplicación, sino de su aceptación por las diversas empresas de abastecimiento.

### **2.6.7. Determinación de objetivos basándose en niveles de extracción.**

Es un hecho que al existir fugas en una red de suministro, parte del agua que se extrae de las fuentes no llega a su destino. Sin embargo, este método de determinación de objetivos, expone que la reducción de fugas no conduce necesariamente a beneficios ambientales y sociales (OFWAT, 2002).

Sin embargo, como alternativa al establecimiento de objetivos de reducción de fugas, se plantea el establecimiento de objetivos de extracción de agua de las fuentes de abastecimiento. Para este método, todos aquellos que extraigan agua de la misma cuenca deben estar en sintonía, para obtener beneficios ambientales en conjunto.

### **3. EXTERNALIDADES EN LAS FUGAS Y SU GESTIÓN.**

---

Dentro de la gestión de fugas, existe una serie de costes que pueden ser considerados en la toma de decisiones, como son: los costes energéticos, costes técnicos, costes asociados a la calidad del agua, así como costes externos o externalidades, de los cuales se puede mencionar los costes sociales, ambientales y emisiones de CO<sub>2</sub>. La complejidad de la valoración de cada uno de estos depende en gran medida de los métodos que se utilicen. Sin embargo, existen algunos con mayor complejidad para su valoración, lo cual no significa que deban dejar de considerarse en la evaluación de la situación actual de fugas y las alternativas del manejo de las mismas. De hecho la consideración de este tipo de costes dará la oportunidad de tomar una decisión más acertada tanto para la empresa, como para su entorno.

#### **3.1. DEFINICIÓN DE EXTERNALIDAD.**

Una externalidad se presenta cuando el estado ‘natural’ de un individuo o un bien se ve afectado de forma positiva o negativa debido al comportamiento de otro.

En el caso de la gestión de fugas, debe entenderse por comportamiento las decisiones tomadas por los gestores de la compañía, que se traducen en acciones, realizadas u omitidas; y las afectaciones pueden traducirse en impactos sociales, ambientales y emisiones de CO<sub>2</sub>.

Cuando los impactos son positivos se considera un beneficio externo, por el contrario, si los impactos son negativos se trata de un coste externo. Los costes y beneficios externos son aquellos impactos adicionales que surgen como resultado de las fugas y/o de las acciones emprendidas por la compañía para su gestión.

### **3.2. CLASIFICACIÓN DE EXTERNALIDADES.**

Los diferentes impactos pueden traducirse en costes y beneficios sociales, ambientales y emisiones de CO<sub>2</sub>. Algunos autores clasifican de forma conjunta los impactos ambientales y las emisiones de CO<sub>2</sub>, sin embargo, dada la importancia de estos últimos (Naciones Unidas, 1998; UNFCCC/CCNUCC; Ley 1/2005), se ha optado por considerarlos de forma separada y se tratará de forma especial en el apartado 3.5. La clasificación que a continuación se realiza establece una diferencia entre las externalidades de las fugas y su gestión, desde el punto de vista del paso del proceso en el que ocurren y el tipo de externalidad de la que se trata.

#### a) Externalidades relativas a las fugas:

En este caso, considerando que la existencia de fugas provoca un uso adicional de agua por parte de la empresa de suministro, se consideran impactos potenciales por emisiones de carbono: el uso de combustible y energía en bombeo para la extracción, uso de energía y combustibles en la planta de tratamiento, uso de combustible y energía en la etapa de distribución, emisión de gases de efecto invernadero de la planta de tratamiento y sus residuos. Los impactos en ríos pueden incurrir en aspectos tales como: pesca recreativa y comercial, paseo, admiración de la naturaleza, camping, baño, navegación recreativa y comercial, biodiversidad, uso indirecto y valor de no uso, uso agrícola, herencia, precio de propiedades cercanas, entre otros. Las externalidades en embalses pueden tener un efecto en: pesca recreativa y comercial, paseo, admiración de la naturaleza, camping, baño, navegación recreativa, biodiversidad, uso indirecto y valor de no uso, uso agrícola, herencia, precio de propiedades cercanas, entre otros. Las externalidades potenciales en humedales o acuíferos son: paseo, admiración de la naturaleza, camping, biodiversidad, uso indirecto y valor de no uso, uso agrícola, herencia, precio de propiedades cercanas, entre otros.

De acuerdo al paso del proceso en que ocurren:

- Extracción de agua en ríos, embalses, acuíferos o humedales.
  - o Consumo de combustibles y energía usada por bombas.
  - o Pesca recreativa.

- Recreación (paseo, admiración de la naturaleza, camping, baño, navegación).
- Biodiversidad, uso indirecto y valor de no uso (existencia, valor de opción, legado, herencia, etc.).
- Pesca comercial.
- Navegación comercial.
- Otros (uso agrícola, herencia, precio de propiedades cercanas, etc.).
- Distribución.
  - Consumo de combustibles y energía.
  - Consumo de combustibles y energía usada en la planta de potabilización.
- Tratamiento.
  - Consumo de combustibles en la planta de tratamiento.
  - Emisión de gases de efecto invernadero de la planta de tratamiento.
  - Emisión de gases de efecto invernadero de los residuos de la planta de tratamiento.

b) Externalidades relativas a la gestión de fugas:

Las actividades de gestión de fugas son: control activo de fugas, reparación de fugas reportadas, gestión de la presión y renovación. Las externalidades sociales referentes a la gestión de fugas pueden englobarse en: interrupción del paso de peatones y vehículos, disminución de la presión e interrupción del suministro planeado y no planeado, contaminación auditiva, inconvenientes visuales. Respecto a las emisiones de CO<sub>2</sub>, las externalidades están relacionadas con el uso de combustibles asociados al transporte, el consumo de combustible en las actividades de reparación en el sitio, la utilización de materiales en renovación y reparación.

De acuerdo a las actividades de gestión de fugas:

- Detección de fugas.
  - Uso de energía y combustibles en transporte.
- Reparación de fugas detectadas.
  - Retraso, desviación o interrupción del paso de vehículos.

- Desviación del paso de peatones.
- Interrupción de servicio o perjuicios a usuarios comerciales o domésticos debido a trabajos.
- Contaminación auditiva debido a los trabajos.
- Uso de energía y combustible en transporte.
- Uso de energía y combustible en trabajos.
- Materiales usados en la reparación.
- Renovación.
  - Retraso, desviación o interrupción del paso de vehículos.
  - Desviación del paso de peatones.
  - Interrupción o perjuicios a usuarios comerciales o domésticos debido a trabajos.
  - Contaminación auditiva debido a los trabajos.
  - Uso de energía y combustible en transporte.
  - Uso de energía y combustible en trabajos.
  - Materiales usados en la reparación.
- Reparación no planeada de fugas reportadas.
  - Retraso, desviación o interrupción del paso de vehículos.
  - Desviación del paso de peatones.
  - Interrupción de servicio o perjuicios a usuarios comerciales o domésticos debido a trabajos.
  - Contaminación auditiva debido a los trabajos.
  - Uso de energía y combustible en transporte.
  - Uso de energía y combustible en trabajos.
  - Materiales usados en la reparación.
- Roturas reportadas.
  - Costes por inundación.
  - Costes por interrupciones del servicio no planeados.
  - Pérdida de presión.
  - Uso de energía y combustible en transporte.
  - Uso de energía y combustible en trabajos.
  - Desbordamiento de alcantarillas.
- Gestión de la presión.

- Retraso, desviación o interrupción del paso de vehículos.
- Costes por interrupciones del servicio no planeados.
- Pérdida de presión.
- Suministro alternativo.
  - Uso extraordinario de energía y combustible.

### **3.3. SOCIALES.**

Las actividades de fugas y su gestión que pueden tener impactos sociales son: retraso, desviación o interrupción del paso de vehículos, desviación del paso de peatones, interrupción o perjuicios a usuarios comerciales o domésticos debido a trabajos, contaminación auditiva debido a los trabajos, costes por inundación, costes por interrupciones del servicio no planeados, pérdida de presión, desbordamiento de alcantarillas.

La OFWAT (2007), en el caso de los costes sociales, considera los retrasos de los peatones, los retrasos de los vehículos, las interrupciones de servicio, la baja presión, la contaminación auditiva y las inundaciones. Para valorarlos se realiza una cuantificación del número de peatones afectados, el número de vehículos afectados, el número de hogares afectados, tanto por inundación, por ruido, interrupción de servicio o baja presión.

El proceso de valoración consiste en una primera etapa donde se preparan los datos necesarios para la evaluación, la segunda etapa trata de estimar las externalidades relacionadas con las fugas, y en la tercera etapa se desarrolla una relación entre las fugas y los costes sociales.

Dentro de la primera etapa, el primer paso para la evaluación consiste en definir las políticas de evaluación y dentro de este paso podemos concentrar cinco rubros de trabajos relacionados con la problemática fugas: detección de fugas, reparación de fugas detectadas, reparación de fugas reportadas, renovación de la infraestructura y control de la presión. En la tabla 13, se puede observar la relación existente entre los trabajos relacionados con la gestión de fugas y las externalidades sociales.

*Tabla 13. Relación entre externalidades sociales y trabajos de gestión de fugas.*

Externalidad	Trabajos de gestión de fugas				
	Detección de fugas	Reparación de fugas detectadas	Reparación de fugas reportadas	Renovación de la infraestructura	Control de la presión
Retraso de peatones	X	X	X	X	
Retraso de vehículos	X	X	X	X	
Interrupción de suministro		X	X	X	
Baja presión		X	X	X	X
Contaminación auditiva		X	X	X	
Inundación			X		

El siguiente paso consiste en la estimación de resultados de los trabajos de gestión de fugas, considerando la existencia de una política de actuación, para lo cual, se parte del número de trabajos de reparación de fugas detectadas, reparación de fugas reportadas, renovación de la infraestructura y control de presión.

La información que se requiere para evaluar los impactos relacionados con la tabla 13 es la siguiente:

Detección de fugas: número de peatones y vehículos con retraso.

Reparación de fugas: número de peatones y vehículos con retraso, número de usuarios con interrupción de suministro, número de usuarios que han experimentado baja presión, número de personas que han sufrido contaminación auditiva y número de usuarios que han sufrido inundaciones.

Renovación de la infraestructura: número de peatones y vehículos con retraso, número de usuarios con interrupción de suministro, número de usuarios que han experimentado baja presión, número de personas que han sufrido contaminación auditiva.

Control de la presión: número de usuarios con interrupción de suministro, número de usuarios que han experimentado baja presión.

En el caso de roturas y fugas evidentes que causan inundaciones: número de propiedades o calles que han sufrido o están en riesgo de inundación, número de peatones y vehículos con retraso, número de usuarios con interrupción de suministro, número de usuarios que han experimentado baja presión.

Para tener una idea del valor económico que pueden llegar a tener las externalidades sociales, en la tabla 14 podemos observar los datos que maneja la OFWAT (2007):

*Tabla 14. Coste unitario por externalidad.*

Externalidad	Coste	Unidades
Retraso de peatones	26,7	£/hr
Retraso de vehículos	30,2	£/hr
Interrupción de suministro	10,0	£/abonado
Baja presión	5,0	£/abonado
Contaminación auditiva	1,4	£/día
Inundación	1.400	£/casa

Todos estos valores son estimaciones aplicables en el Reino Unido y se basan en un estudio realizado por UKWIR (1999). Es por ello que deben hacerse las siguientes observaciones: en el caso del retraso de peatones y vehículos, se considera que todas esas personas son trabajadores, no se toman en cuenta otra serie de costes ocasionados por la modificación del tránsito de automóviles, como es el congestionamiento, el ruido, accidentes y la contaminación del aire. En el caso de la interrupción del suministro y la baja presión, los valores propuestos se basan en estimaciones de estándares de servicio de las propias empresas de abastecimiento. La contaminación auditiva se basa en la media de los valores que países como Dinamarca, Suecia y Noruega aplican como compensación cuando los habitantes se ven sujetos a contaminación auditiva. Respecto a las inundaciones, UKWIR llegó a ese valor a partir de conversaciones con expertos y de los valores aplicados en anteriores eventos. Lo anterior no excluye que estos datos puedan ser modificados, de acuerdo a actualización de valores o modificación de metodologías para obtener un valor específico para el análisis que se desee realizar, es decir, estos valores son un mero referente de los alcances económicos que pueden llegar a tener estas externalidades.

### 3.4. AMBIENTALES.

Las externalidades ambientales están relacionadas sobre todo con la existencia de fugas y en muy raras ocasiones con los trabajos de gestión. Y sus impactos potenciales se traducen prácticamente de forma exclusiva en la mayor cantidad de agua que debe extraerse para contrarrestar el agua que se pierde en el camino, lo cual se resume en la siguiente tabla 15:

*Tabla 15. Externalidades ambientales de las fugas en redes de abastecimiento.*

Actividad	Externalidad	Impactos potenciales en:		
		Ríos	Embalses	Acuíferos y humedales
Extracción	Pesca recreativa	x	x	
	Recreación (paseo, admiración de la naturaleza, camping, baño, navegación)	x	x	x
	Biodiversidad, uso indirecto y valor de no uso (existencia, valor de opción, legado, herencia, etc.)	x	x	x
	Pesca comercial	x	x	
	Navegación comercial	x		
	Otros (uso agrícola, herencia, precio de propiedades cercanas, etc.)	x	x	x

Para la valoración de impactos ambientales, existen una serie de técnicas y metodologías ampliamente estudiadas, que se explicarán en un apartado posterior. Sin embargo, se puede mencionar la necesidad de información que debe tenerse para lograr que los valores finales obtenidos sean los más cercanos a la realidad. Si bien, muchos enfoques de valoración pueden ser útiles y algunos no requieren valores exactos, entre más amplia sea la visión del problema y el conocimiento de los impactos estén mas claros, mejor será el resultado obtenido.

La OFWAT sugiere contar con la siguiente información:

Identificación de las características ambientales del sitio:

- Accesibilidad.
- Instalaciones.

- Cercanía con algún núcleo urbano.
- Importancia y singularidad.
- Calidad y tipo de pesca.
- Calidad ecológica.
- Estética.

Identificación de los cambios que ha sufrido la zona:

- Tamaño del área afectada o longitud de alcance.
- Cambios en la calidad del agua.
- Cambios en los niveles y caudales.
- Visibilidad de los impactos.

La valoración ambiental cuenta con una amplia gama de técnicas que pueden ser utilizadas, estas técnicas pueden ser usadas de forma análoga para valorar externalidades sociales y emisiones de carbono. Según Freeman (1992, 2003), los economistas, para poder estimar el valor del medio ambiente de la manera más aproximada, o bien llegar a obtener lo que se conoce como el valor económico total, deben considerar el valor de uso, el valor de opción y el valor de no uso. El valor de uso es aquel que refleja el valor económico del uso directo del bien ambiental. El valor de opción, refleja el valor económico de la disponibilidad de conservar el bien ambiental para tener la opción de utilizarlo en el futuro, aún cuando actualmente no esté haciendo uso de él. Y finalmente, el valor de no uso es el que refleja el valor económico de conservar un bien ambiental del que personalmente nunca se hará uso. En la sección 3.7 se tratará de forma amplia las opciones de valoración que pueden ser útiles, no solo para la valoración ambiental, sino también para la consideración de las demás externalidades.

### **3.5. EMISIONES DE CO<sub>2</sub>.**

Desde hace ya varias décadas se ha comprobado el impacto que tienen las emisiones de CO<sub>2</sub> en el medio ambiente. Según Solomon *et al.* (2009), el cambio climático tiene lugar debido al incremento en las emisiones de CO<sub>2</sub> y se considera potencialmente irreversible la posibilidad de revertir el daño. Lee (2006) menciona que es urgente tomar

medidas en la reducción de emisiones de CO<sub>2</sub>, haciendo hincapié en la producción de electricidad. Versi (1998) menciona que si las emisiones de CO<sub>2</sub> continúan en aumento, en unos años, la temperatura media del planeta se incrementará entre 1 y 6 grados, con las consecuencias que ello implica. Precisamente por las consecuencias que provocan las emisiones de CO<sub>2</sub> existe una preocupación mundial en la utilización concienciada de productos y de energía. El mismo Versi (1998) menciona además, que en vista que los grandes emisores de gases de efecto invernadero son los países desarrollados, son estos los que deben poner más empeño en la resolución del problema.

El 11 de diciembre de 1997 en Kyoto, se estableció el Convenio Marco de Naciones Unidas sobre el Cambio Climático (Naciones Unidas, 1998), donde las partes incluidas se comprometen a cumplir una serie de compromisos de limitación y reducción de emisiones de gases de efecto invernadero.

En España, el Real Decreto 1370/2006 aprueba el Plan Nacional de Asignación de derechos de emisión 2008-2012, la Orden PRE/2827/2009 modifica las cuantías de las asignaciones sectoriales establecidas, y la Ley 1/2005 regula el régimen del comercio de derechos de emisión de gases de efecto invernadero. La legislación existente al respecto a nivel mundial es profusa, la preocupación por parte de todos los países y por la sociedad en general es visible.

Uno de los costes más significativos en el abastecimiento de agua es el coste de la energía y combustibles necesarios en el bombeo y el rebombeo. Las fugas en redes no sólo representan la pérdida del agua, sino que el agua conlleva una serie de costes añadidos, dentro de los que se encuentran los costes energéticos. La energía utilizada para el transporte del agua tiene un impacto en el ambiente, que es la emisión de gases de efecto invernadero. La disminución del nivel de fugas implica un mejor uso de dicha energía y es posible decir que existe una disminución de emisiones en redes de abastecimiento por las mejoras realizadas en la utilización de energía. De forma adicional, se mencionan también las emisiones de gases de efecto invernadero de la planta de tratamiento y sus residuos, así como las emisiones por los materiales usados en la reparación.

Las externalidades por emisiones de CO<sub>2</sub> están relacionadas con el uso de combustible y energía en bombeo para la extracción, uso de energía y combustibles en la planta de tratamiento, uso de combustible y energía en la etapa de distribución, emisión de gases de efecto invernadero de la planta de tratamiento y sus residuos, combustibles asociados al transporte, el consumo de combustible en las actividades de reparación en el sitio, la utilización de materiales en renovación y reparación. En la tabla 16 se presenta la categorización de acuerdo a las actividades que las generan:

Tabla 16. Externalidades por la emisión de CO<sub>2</sub>.

Externalidades relativas a las fugas:	Extracción de ríos, embalses, acuíferos o humedales.	Consumo de combustibles y energía usada por bombas.
	Distribución.	Consumo de combustibles y energía.
		Consumo de combustibles y energía usada en la planta de potabilización.
	Tratamiento.	Consumo de combustibles en la planta de tratamiento.
		Emisión de gases de efecto invernadero de la planta de tratamiento.
		Emisión de gases de efecto invernadero de los residuos de la planta de tratamiento.
Externalidades relativas a las actividades de gestión de fugas:	Detección de fugas.	Uso de energía y combustibles en transporte.
	Reparación de fugas detectadas.	Uso de energía y combustible en transporte.
		Uso de energía y combustible en trabajos.
		Materiales usados en la reparación.
	Renovación.	Uso de energía y combustible en transporte.
		Uso de energía y combustible en trabajos.
		Materiales usados en la reparación.
	Reparación no planeada de fugas reportadas.	Uso de energía y combustible en transporte.
		Uso de energía y combustible en trabajos.
		Materiales usados en la reparación.
	Roturas reportadas.	Uso de energía y combustible en transporte.
		Uso de energía y combustible en trabajos.
		Desbordamiento de alcantarillas.
	Suministro alternativo.	Uso extraordinario de energía y combustible.

En este sentido, la Organización de las Naciones Unidas, a través de grupo encargado del cambio climático (UNFCCC) encargado del control del protocolo de Kyoto, han desarrollado una serie de metodologías enmarcadas en el CDM (Clean Development Mechanism), que tienen por objeto evaluar las emisiones de gases de efecto invernadero a la atmósfera.

Dentro de los gases de efecto invernadero sujetos a control, se encuentran el CO<sub>2</sub> (dioxido de carbón), CH<sub>4</sub> (metano), N<sub>20</sub> (óxido nitroso), HFCs (hidrofluorocarbonos), PCFs (perfluorocarbonos), SF<sub>6</sub> (hexafluoruro de azufre).

El UNFCCC ha desarrollado la metodología aplicable a las empresas de abastecimiento de agua y las mejoras de eficiencia energética, considerando las emisiones de gases de efecto invernadero, en particular de CO<sub>2</sub>, y tomando como base el estudio llevado a cabo en el estado de Karnataka, India (Quality Tonns, 2004), específicamente en las ciudades de Mysore, Mangalore, Hubli-Dharwad, Bellary y Tiptur-Arasikere, donde se han evaluado proyectos de mejora de eficiencia energética en las compañías de distribución de agua potable, que tienen como principales beneficios sociales y ambientales los que se mencionan a continuación:

- Reducción del uso de combustibles para producir electricidad, así como las emisiones asociadas.
- La existencia de estos proyecto promueven conciencia ecológica entre la población.
- Expandir y mejorar el servicio que presta la empresa de abastecimiento.
- Con este tipo de proyectos, las empresas del sector, se ven motivadas a llevar a cabo acciones de mejora de eficiencia energética, al observar que se logran resultados satisfactorios.
- Al reducir la cantidad de agua que no genera ingresos y reducir los costes de operación, se puede plantear una disminución de tarifas para algunos sectores de la población.
- Se pueden aplazar o cancelar proyectos para aumentar la capacidad de abastecimiento de energía eléctrica.

- Los costes de energía y combustible se verán disminuidos.
- Reducción de los impactos ambientales.

Los proyectos llevados a cabo en los 5 municipios tienen los siguientes objetivos:

1. Mejora de la eficiencia de bombeo:
  - a. Mejorar el servicio prestado por la empresa de suministro.
  - b. Reducir la presión ejercida sobre el recurso agua.
  - c. Reducir los costes de distribución.
2. Mejora del factor de potencia:
  - a. Reducir las pérdidas de energía eléctrica.
  - b. Liberar la capacidad de la red eléctrica usada.
  - c. Mejorar la productividad.

Este tipo de proyectos son los que están contenidos dentro de la metodología propuesta por la ONU, para evaluar la reducción de emisiones de gases de efecto invernadero.

La metodología es aplicable a:

1. Proyectos que explícitamente reducen la cantidad de energía requerida para hacer llegar agua a los abonados.
2. Proyectos actuales de mejora de eficiencia energética, que incluyan disminución de fugas.
3. Nuevos planes de mejora de eficiencia energética que reemplacen los existentes.

No es aplicable a proyectos que contemplen el aumento de la capacidad de bombeo, es decir, que impliquen adicionar nuevos sistemas de bombeo, sólo aquellos de mejora de eficiencia.

Es por ello que la metodología se considera para ser aplicada en gestión de fugas, en virtud de que al llevar a cabo cualquiera de las acciones marcadas por los pilares de la gestión de fugas (gestión de la presión, control activo de fugas, gestión de la infraestructura, calidad y rapidez de las reparaciones) (Lambert *et al.*, 1998), se contempla una mejora en la eficiencia energética, en vista de que las acciones para

minimizar las fugas, producen una disminución en las pérdidas de agua, esto provoca una reducción en la cantidad de agua que debe bombearse y con ello, la necesidad de energía es menor.

La metodología que propone el UNFCCC plantea una situación de valoración antes y después del proyecto, que en este caso particular, se refiere a antes y después de emprender acciones de gestión de fugas.

Emisiones base (antes del proyecto):

$$EB = M_y^3 (PPER)(EF_y), \quad (3.1)$$

donde

$EB$  – emisiones base, considerando el  $CO_2$  emitido ( $kgCO_2$ ).

$M_y^3$  – metros cúbicos distribuidos al año antes de implementar al proyecto ( $m^3$ ).

$PPER$  – tasa de eficiencia antes del proyecto ( $kWh/m^3$ ).

$EF_y$  – factor anual de emisiones de carbón de la red eléctrica ( $kgCO_2/kWh$ ).

El factor de emisión que se utiliza es calculado basándose en el documento del UNFCCC titulado ‘herramienta para calcular el factor de emisión de un sistema eléctrico’ o bien, con el factor de emisión contenido en la tabla 11.

Para el cálculo de las emisiones del proyecto, se utiliza la siguiente formula:

$$EP = kWh_y (EF_y), \quad (3.2)$$

donde

$EP$  – emisiones del proyecto ( $kgCO_2$ ).

$kWh_y$  – cantidad de energía eléctrica requerida después del proyecto para la distribución del agua.

Para la determinación de la reducción de emisiones, se procede a realizar la diferencia entre las emisiones base y las emisiones del proyecto, de ahí se obtiene el total de

reducción obtenida mediante la ejecución del proyecto de mejora de eficiencia energética.

$$RE = EB - EP = [M^3(PPER)(EF_y)] - [kWh(EF_y)]. \quad (3.3)$$

Cabe mencionar, que existe un documento del UNFCCC que trata del monitoreo de la metodología de mejora de eficiencia energética en los sistemas de bombeo, que sirve como auxiliar a la propia metodología. Estos documentos han sido revisados por especialistas y gracias a sus opiniones, han podido ser modificados y adecuados para la aplicación de la misma a nivel general, todo el proceso puede ser observado en la página web del UNFCCC.

Para estimar el alcance de las emisiones de CO<sub>2</sub> es necesario conocer el factor de emisión de acuerdo con el tipo de energía que se usa la red. En la tabla 17 se concentran los factores de emisión publicados por la OFWAT (2007):

*Tabla 17. Factores de emisión de CO<sub>2</sub>.*

Combustible	Factor de emisión (FE)	Unidades
Red eléctrica	0,44	Kg CO <sub>2</sub> /kwh
Electricidad renovable	0*	Kg CO <sub>2</sub> /kwh
Gas natural	5,44	Kg CO <sub>2</sub> /therm
Gasolina/Gasoil	2,69	Kg CO <sub>2</sub> /litro
Keroseno	2,53	Kg CO <sub>2</sub> /litro
Gas LP	1,49	Kg CO <sub>2</sub> /litro
Petróleo	2,46	Kg CO <sub>2</sub> /litro
Diesel	2,72	Kg CO <sub>2</sub> /litro

- Este valor puede ser aplicado solamente cuando se garantiza el suministro de energías verdes.

En referencia al cálculo de emisiones, la OFWAT (2007) propone una diferenciación entre las emisiones en la extracción y distribución y las emisiones en el tratamiento.

Dentro de las emisiones por extracción y tratamiento se contempla el consumo de energía utilizado por las bombas para la extracción desde la fuente, así como el bombeo y rebombeo en el proceso de distribución. Se debe hacer también aquí una distinción

entre el consumo de energía en el proceso de extracción y en la distribución, considerando el tipo de energía que se utiliza, para de esa forma hacer un análisis del tipo de energía o combustible que se usa (gas LP, diesel, generación propia, keroseno, entre otros).

Respecto a las emisiones correspondientes al tratamiento, se considera el consumo de energía, los combustibles utilizados, emisiones por el volumen de agua tratada por ozonización, fracción de ozono generado por el oxígeno puro, residuos del agua tratada, entre otros.

El cálculo del CO<sub>2</sub> de la extracción y la distribución:

$$EED = \sum (CE)(FE), \quad (3.4)$$

donde

*EED* – emisiones en extracción y distribución (kgCO<sub>2</sub>).

*CE* – consumo de energía o combustible.

*FE* – Factor de emisión de CO<sub>2</sub>.

En el tratamiento, las emisiones se calculan de la siguiente forma:

$$ET = (VA)(FE)(1 - O), \quad (3.5)$$

donde

*ET* – emisiones de tratamiento (kgCO<sub>2</sub>).

*VA* – volumen de agua tratada.

*O* – fracción de ozono generado por el oxígeno puro.

Vale la pena mencionar que el factor de emisión del proceso de ozonificación equivale a 0,0341 kgCO<sub>2</sub>/m<sup>3</sup> de agua tratada (según valores manejados por la OFWAT, 2007). La fracción de ozono generada por el oxígeno puro debe ser definida por cada empresa de tratamiento de agua.

En el caso de los residuos del agua tratada, se utiliza la siguiente fórmula para determinar sus emisiones:

$$ER = M(FE'), \quad (3.6)$$

donde

$ER$  – Emisiones de residuos del tratamiento de agua (kgCO<sub>2</sub>).

$M$  – Proceso de eliminación de residuos.

$FE'$  – Factor de emisión (kgCO<sub>2</sub>/ton).

Este  $FE'$  no equivalente al valor antes presentado, se toma de la tabla 18:

*Tabla 18. Factor de emisión en eliminación de residuos.*

Proceso de eliminación	$FE'$ (kgCO <sub>2</sub> /ton)
Vertedero	210
Compostaje	584
Incineración	0*

\* Este tipo de eliminación de residuos se excluye del cálculo de emisiones.

Para conocer el valor económico de las emisiones de CO<sub>2</sub>, se puede tomar de base los valores (en libras) que utiliza la OFWAT (tabla 19), así como las estimaciones que plantea para años futuros. En el caso de España, los valores pueden ser considerados en virtud de las multas impuestas por tonelada emitida en exceso, que equivale a 40 euros/ton CO<sub>2</sub> (LEY 1/2005).

*Tabla 19. Valor económico en UK de las emisiones de CO<sub>2</sub>.*

año	valor	unidades
2007	25,40	£/ton CO <sub>2</sub>
2008	25,91	£/ton CO <sub>2</sub>
2009	26,43	£/ton CO <sub>2</sub>
2010	26,95	£/ton CO <sub>2</sub>
2011	27,49	£/ton CO <sub>2</sub>
2012	28,04	£/ton CO <sub>2</sub>
2013	28,60	£/ton CO <sub>2</sub>
2014	29,18	£/ton CO <sub>2</sub>
2015	29,76	£/ton CO <sub>2</sub>

### **3.6. INCONVENIENTES EN LA EVALUACIÓN DE EXTERNALIDADES.**

Existe una cuestión que resulta sumamente importante a la hora de realizar la evaluación de externalidades relacionadas con las fugas y su gestión, es el caso de la doble contabilización, en el cual se incurre cuando:

- Los impactos son considerados dentro de la evaluación de costes y beneficios en ambos lados, es decir, se consideran costes en un lado y beneficios en otro. Se pone como ejemplo los costes por reparación de fuga, si bien es cierto que al reparar una fuga se tiene un coste de control de fuga y ese coste puede ser atribuido a la misma fuga, los costes erogados para la reparación no pueden ser de igual forma añadidos al coste por fugas; y los beneficios generados por la reparación de la fuga se consideran en los beneficios de reparación o en los beneficios de fugas, si es que puede ser posible, pero no en ambos.
- El valor de dichas externalidades puede ser internalizado, es decir, cuando dichos costes o beneficios se han considerado ya como adheridos a las decisiones propias de la empresa de abastecimiento. Este tipo de cosas suceden cuando las externalidades son consideradas como implicaciones directas de la toma de decisiones en el proyecto, como ejemplo se tiene cuando existe algún impuesto o cargo adicional por cambio climático que considere alguna de las externalidades, cuando los costes asociados a los cortes de suministro sean considerados dentro de los estándares de suministro y sean considerados para ser compensados en las tarifas a los usuarios, o bien, cuando en el caso de obstrucción de alguna calle, se procede a tomar medidas para compensar el daño ocasionado y éste sea en cierta medida eliminado.
- Los impactos no son claramente separables y pueden solaparse con otros impactos, por la complicación existente entre algunos impactos que tienen dificultad para ser considerados por separado. Por ejemplo, una misma población puede verse afectada por más de una externalidad (cierre de calles, corte de servicio, presión insuficiente, entre otras), y la compensación recibida, si es que

existe, pudiera hacerse en forma general, motivo por el cual la diferenciación de compensaciones e incluso de impactos suele ser complicada.

Por lo anterior, es que debe ponerse especial atención a la hora de decidir el método de valoración a utilizar, es evidente que la elección del mismo tiene que ver directamente con el objetivo buscado, el alcance de la valoración y las características de la problemática.

### **3.7. ENFOQUES DE VALORACIÓN.**

Se ha decidido aplicar de forma análoga el concepto de activo ambiental a los recursos que utiliza el sistema de abastecimiento de agua, de forma que la red de abastecimiento y la condición en la que se encuentra se conceptualizan como un activo que proporciona unos beneficios determinados a la sociedad o unos daños dependiendo del estado en que se encuentre.

Como ya se ha mencionado, Freeman (1992, 2003) considera que para estimar el valor económico total del medio ambiente de la manera más aproximada se debe considerar el valor de uso, el valor de opción y el valor de no uso. En el presenta caso, se aplica este concepto de valor económico total al problema de las fugas en redes de abastecimiento de agua.

De acuerdo con la definición de Romero (1997), la valoración ambiental es un conjunto de técnicas y métodos que permiten medir las expectativas de beneficios y costes derivados de algunas de las siguientes acciones: a) Uso de un activo, b) Realización de una mejora, c) Generación de algún daño.

Existen varios enfoques para estimar económicamente el valor de los activos sociales y ambientales, que también podríamos llamar intangibles o de difícil valoración, como por ejemplo los que utilizan los precios de mercado; los que determinan la disposición al pago; los que incluyen el método de productividad, precios hedónicos, coste de viaje, etc.; los que utilizan la evidencia circunstancial, es decir que determinan la

disposición a pagar imputada, que incluyen el método de coste de daños evitados, coste de reemplazo, y costes sustitutivos; los que utilizan las proyecciones y se basan en la disposición a pagar expresada, como son el método de valoración contingente, elección contingente y método de las jerarquías analíticas.

En primer lugar se explican los que utilizan los precios de mercado, que expresan la disposición a pagar revelada, esto quiere decir, que el valor de algunos activos pueden ser medidos utilizando los precios que el mercado proporciona, en virtud de que algunos de estos bienes son comercializados y su valor puede estimarse por su consumo; o bien por el excedente del productor, considerando la diferencia entre la cantidad que se paga por una unidad producida en el mercado y la cantidad mínima que esta dispuesto a cobrar el productor por producir dicha. Como ejemplo de ellos se mencionan la pesca o la madera, que son productos que se ofertan en el mercado y cuyo precio indicativo de su valor. Existen algunos otros servicios, como el paisaje o los usos recreativos que no pueden ser vendidos en el mercado, pero que su valor puede aproximarse por el precio que la gente esta dispuesto a pagar por los bienes relacionados con ellos. Dentro de los métodos de los precios de mercado se encuentran:

- Precios de mercado. Este método estima el valor económico de los activos ambientales que son comercializados en el mercado y que por lo mismo tienen precios de mercado. Se observa el valor individual que las personas le otorgan, en virtud de las unidades monetarias que están dispuestas a pagar en el mercado real por estos activos ambientales. También son usados para evaluar los cambios en calidad y cantidad de estos bienes o servicios y usan técnicas para medir los beneficios que brindan los productos que tienen precio de mercado, basándose en la cantidad de bienes bajo diferentes condiciones y precios. La aplicación de este método requiere suficiente información como para determinar el excedente del productor y del consumidor. Para el cálculo del excedente del productor, se necesitan datos referentes a los costes de producción variables y los ingresos de los bienes requeridos. Para calcular el excedente del consumidor, es necesario determinar la función de demanda del bien ambiental.

- **Métodos de productividad.** Cuando los activos sociales o ambientales son utilizados para la producción o comercialización de bienes vendibles, se recurre a este tipo de métodos. Si un recurso es un factor de producción, la modificación en su cantidad o calidad modificara el resultado de los bienes finales, lo que se verá reflejado en cambios en los costes de producción o en la productividad de los otros factores productivos. De lo que se desprende que en caso de que exista un cambio en la calidad o el precio de mercado, el excedente del consumidor se verá modificado. Y en caso de que cambien los costes de producción o que la productividad de los factores de producción se modifique, se verá alterado el excedente del productor. Por ejemplo, la calidad del agua modifica la producción de las cosechas, y esto mismo provoca un cambio en los costes de purificación del agua potable en el caso de abastecimientos. Este tipo de métodos es utilizado cuando el bien sea sustituto perfecto de otro, o bien cuando se produzca un impacto en los beneficios de los productores. En el primer caso, al mejorar la calidad del agua en un embalse, se requiere menor cantidad de cloro para tratarla; por lo que la mejora de la calidad del agua supone una disminución en los costes de otro factor productivo. En el caso segundo, en el caso de la agricultura, si la calidad del agua se ve afectada de manera negativa, la cosecha final puede variar en calidad y cantidad, y tomando en cuenta que las condiciones de mercado para esos bienes se mantengan, el ingreso del productor será menor el esperado.
- **Método de los precios hedónicos.** Este método se basa en que las personas valoran las características de un bien o los servicios que proporciona, más que el bien en si mismo, de tal manera que el precio refleja un conjunto de características, incluyendo las ambientales, que los individuos consideran importantes a la hora de realizar la compra o la venta. Puede utilizarse para estimar los beneficios y costes asociados a la calidad ambiental, como la contaminación del agua o del aire y el ruido, y los atractivos ambientales, como las vistas o la proximidad a algún lugar de recreo.
- **Método del coste de viaje.** Este método, es utilizado generalmente para calcular el valor de los beneficios del recreo generados por los bienes ambientales, y asume que el valor de un lugar es reflejado por la cantidad de dinero que las personas están dispuestas a pagar para disfrutar de él. Considera que el tiempo y los costes

en que se incurren para llegar al lugar representan el precio de acceso al lugar, de forma que la disposición a pagar se estima en función de la cantidad de personas que acuden al lugar y los costes en los que incurren para ello. Este método puede usarse para estimar costes y beneficios en caso de añadir o eliminar una nueva zona de recreo, realizar cambios en la calidad ambiental del sitio de recreo o modificar los costes de acceso al lugar.

En segundo lugar, se encuentra la evidencia circunstancial, que expresa la disposición a pagar imputada. El valor de algunos activos ambientales puede estimarse considerando lo que las personas están dispuestas a pagar por las acciones que deben tomarse para evitar los efectos adversos que ocurrirían si estos activos se perdieran, o bien por el coste de reemplazar los servicios perdidos. En estos métodos se encuentran:

- Método del coste de daños evitados. Con la finalidad de valorar los beneficios que brinda un activo social o ambiental, este método utiliza el valor de la propiedad protegida o coste de las acciones que deben tomarse para evitar los daños. Por ejemplo, si una zona húmeda protege zonas contiguas de inundaciones, el beneficio por la protección contra inundaciones puede estimarse tomando en cuenta el daño evitado por no producirse la inundación o por los gastos que tendrían que hacer los propietarios para proteger sus propiedades o las autoridades para proteger las zonas.
- Método del coste de reemplazamiento. Utiliza el coste que supondría reemplazar el bien o los servicios que proporciona, como una estimación del valor de dichos activos ambientales.

En virtud de que estos métodos utilizan los costes como estimación de beneficios, debe hacerse hincapié en que estos costes no son una buena medida del valor económico. Además de que los daños causados por la pérdida de servicios o su reemplazamiento, regularmente se valoran en menos de lo que se paga por reemplazarlos. Sin embargo, muchas veces es más fácil estimar un valor mediante este tipo de métodos que estimar la disposición a pagar por los servicios de algunos bienes

ambientales o sociales. Como ejemplo de los métodos relacionados con la evidencia circunstancial o la disposición a pagar imputada, se pueden mencionar las inversiones realizadas para proteger suelos agrícolas o plantaciones forestales, la valoración de los daños producidos por los vertidos, la mejora en la calidad del agua controlando las emisiones de efluentes, la valoración de los servicios de purificación o potabilización midiendo los costes de tratamiento, entre otros.

En tercer lugar, se tienen las proyecciones, que es la disposición a pagar expresada. Existen algunos activos que no tienen relación con el mercado, ni con los productos y servicios que se ofrecen en el mercado, de forma que las personas no pueden revelar lo que están dispuestas a pagar por ellos mediante compras o acciones en el mercado. En casos como este, se puede recurrir a hacer preguntas directas sobre lo que se está dispuesto a pagar partiendo de escenarios hipotéticos, o bien, lo que estaría dispuesto a recibir de compensación en caso de algún daño ambiental, dependiendo del activo que se trate y de la forma en que se planteen las preguntas. De estos métodos se mencionan:

- Método de valoración contingente. Este método es usado para estimar el valor económico de cualquier tipo de bien o de los servicios que ofrece, pudiendo determinar el valor económico de diversos activos que no se ofrecen en el mercado y que no pueden valorarse mediante otros métodos. Este método también puede utilizarse para estimar los valores de uso, de oportunidad y de no uso, y es el método más usado para la estimación del valor de no uso. Este método consiste en preguntar a las personas cuál es su disponibilidad a pagar por los activos, o en algunos casos, cuál es la cantidad monetaria por la que deberían ser compensados en caso de aceptar ciertos prejuicios. El nombre contingente se debe a que se basa en preguntas sobre circunstancias hipotéticas y su disponibilidad de pago en caso de estos escenarios. Este método también es conocido con el nombre de las preferencias establecidas y se basa en que las personas dicen lo desearían hacer y no lo que hacen. Los valores estimados mediante el uso de este método, incluyen cualquier aspecto sobre las funciones de soporte de la vida de cualquier ecosistema o la biodiversidad, bien sean actuales y futuros, considerando así, los derechos de legado para las siguientes generaciones. Sin embargo, en vista de que

el método se aplica a través de preguntas y no mediante la observación de la conducta real de las personas, suele ser controvertido, mas no por ello carece de valor y aplicación, de hecho ha sido ampliamente usado en diversos estudios en todo el mundo.

- Método de elección contingente. Al igual que el método anterior, puede ser usado para estimar valores de uso, de opción y de no uso, y también es un método hipotético. La diferencia es que no solicita que las personas asignen un valor directamente, sino que realicen elecciones y mediante ello se infieren los valores. La elección contingente es conocida también como análisis asociado. El método funciona preguntando a los encuestados sus preferencias entre un grupo de activos ambientales o sociales para un coste dado. Es usado generalmente para la toma de decisiones políticas en las que un conjunto de acciones pueden producir diversos impactos sobre los bienes o servicios. Por ejemplo, si la calidad del agua de un lago mejora, también habrán mejoras en los servicios que proporciona el lago, como la pesca, el suministro de agua potable, la recreación, la biodiversidad, entre otros. Es útil porque además de poder estimar valores monetarios, también ayuda a establecer un orden entre las distintas opciones de acción sin incluir necesariamente términos económicos. Los diferentes formatos de aplicación del método son la ordenación contingente, la elección discreta y la clasificación por parejas.
- Método de las jerarquías analíticas (AHP). Este método consiste en formalizar la comprensión intuitiva de problemas complejos mediante la construcción de un modelo jerárquico. El propósito del método es permitir que el tomador de decisiones pueda estructurar un problema multicriterio en forma visual, mediante la construcción de un modelo jerárquico que básicamente contiene tres niveles: meta u objetivo, criterios y alternativas. Una vez construido el modelo jerárquico, se realizan comparaciones pares entre elementos (criterios y alternativas) y se atribuyen valores numéricos a las preferencias señaladas por las personas, entregando una síntesis de las mismas mediante la agregación de esos juicios parciales. El fundamento del proceso se basa en el hecho que permite dar valores numéricos a los juicios dados por las personas, logrando medir cómo contribuye

cada elemento de la jerarquía al nivel inmediatamente superior del cual se desprende. Para estas comparaciones se utilizan escalas de razón en términos de preferencia, importancia o probabilidad, sobre la base de una escala numérica que va desde 1 hasta 9.

Adicionalmente, existen otros enfoques para estimar, aunque de manera aproximada, el valor de los activos ambientales o sociales. Que bien pueden servir como primera idea de valor, a modo de prueba para saber si vale la pena realizar una verdadera valoración. Dentro de este tipo de enfoque se encuentran:

- Transferencia de beneficios. Estima el valor de activos ambientales mediante la transferencia de información de estudios realizados en otros lugares. Utilizado cuando el coste de realizar el estudio es excesivo o no se cuenta con suficiente tiempo.
- Indicadores no monetarios. Comparan el valor relativo de los activos ambientales. Reflejan las características del lugar que determinan la capacidad de un espacio natural para satisfacer las necesidades de las personas y sus preferencias. Comparan el valor de un lugar sin asignar beneficios económicos a los servicios que ofrece.

### **3.8. ELECCIÓN DEL MÉTODO PARA LA INCLUSIÓN DE EXTERNALIDADES EN FUGAS DE AGUA.**

Una vez hecha la identificación de los efectos de las fugas, así como de los efectos de los trabajos de control de las mismas, se han seleccionado los métodos de valoración que pueden ser usados, en virtud de los análisis de las distintas opciones de evaluación antes mencionadas.

Partiendo de una propuesta de lineamientos de análisis en la evaluación de proyectos de reducción de fugas y considerando como una externalidad social la posibilidad de que una fuga, dependiendo de su magnitud, pueda acarrear ciertos perjuicios adicionales a la

pérdida de agua, energía, presión, elementos químicos, entre otros, se propone el uso de algunas de las metodologías de valoración ya mencionadas, como son daños evitados, valoración contingente, precios hedónicos y método de jerarquías analíticas.

Después de haber analizado las opciones encontradas, se llega a la conclusión de que las más idóneas para la consideración de externalidades son aquellas referidas a las proyecciones. Las proyecciones consideran que existen algunos activos que no tienen relación con el mercado, ni con los productos y servicios que se ofrecen en el mercado, de forma que se puede recurrir a hacer preguntas directas sobre lo que se está dispuesto a pagar partiendo de escenarios hipotéticos, o bien, lo que se estaría dispuesto a recibir de compensación en caso de algún daño, o incluso, la importancia que tienen algunas cuestiones para el entrevistado, dependiendo del activo de que se trate y de la forma en que se planteen las preguntas.

### **Metodología de los daños evitados.**

En primer caso se analiza la metodología de los daños evitados como una forma de valorar los posibles daños que puede ocasionar la ocurrencia de una fuga debido al mal estado de la red de abastecimiento, puede ser una opción adecuada que permite determinar algunos daños directos e indirectos, incluyendo daños a bienes muebles e inmuebles debido a inundaciones, limpiezas, reparaciones, tiempo de tardanza, gastos por prevención o emergencia, entre otros.

Para la aplicación de este método se requiere conocer las manchas de inundación factible, las zonas con mayor incidencia de fallos y con altas tasas de flujo. Cabe mencionar que la forma de considerar los conceptos evaluados, en este caso, los daños evitados se consideran beneficios del proyecto, y las inversiones requeridas como los costes. Al valorar los beneficios de tener una red de abastecimiento en buen estado, donde los eventos de fugas no generen daños a los usuarios, el método de los daños evitados utiliza el valor de la propiedad o del bienestar de la sociedad como parte fundamental para la valoración de las acciones que deben tomarse para evitar daños.

Dentro de las acciones se contemplan tanto medidas estructurales, como no estructurales. En las medidas estructurales se encuentran todas aquellas obras de

infraestructura que deban realizarse para procurar que el daño no ocurra. Y en las medidas no estructurales se encuentran los estudios sobre determinación de zonas o manchas de posible ocurrencia de fugas (Rayano y Sena, 2001).

La forma de determinar los beneficios esperados (daños evitados) es mediante el cálculo de la esperanza matemática para una variable discreta:

$$E[x_i] = \sum_{i \in \Pi} x_i f(x_i),$$

Y para una variable continua:

$$E[x_i] = \int x_i f(x_i) dx_i,$$

Sin embargo, estamos hablando del caso de una esperanza condicionada, ya que los daños que se pretenden evitar están condicionados a la ocurrencia de un problema que es la fuga, entonces para este caso, el cálculo se obtiene de la siguiente manera:

$$E[x_1 | x_2] = \int x_1 f(x_1 | x_2) dx_1,$$

donde,

E – esperanza matemática o valor esperado.

$x_i$  – variable continua o discreta.

$\Pi$  - conjunto de valores que puede tomar  $x_i$ .

Si  $x_2$  es una variable aleatoria, entonces la esperanza condicionada es una variable aleatoria. Por ello, se calcula la esperanza de  $x_1$  condicionada a  $x_2$ , para posteriormente calcular la esperanza de esta función con relación a la distribución de  $x_2$ , y queda como aparece a continuación:

$$E[x_1] = E[E(x_1 | x_2)]$$

Esta expresión indica que la esperanza de una variable puede obtenerse promediando las esperanzas condicionadas de sus probabilidades de aparición (Peña, 2002).

### **Método de las variables hedónicas.**

Una segunda opción es el método de las variables hedónicas, se propone valorar los beneficios que proporciona a la sociedad tener una red de abastecimiento de agua en buenas condiciones. Para ello se parte de la concepción de hablar de un activo que no tiene un mercado definido, pero sin embargo la calidad de ese activo influye en la calidad de otros bienes que si tienen un mercado definido. Una vez establecida la relación se determina el deseo de pagar por una determinada mejora. Se contempla que a partir del deseo marginal de pagar se determina el deseo de pagar subrogado de la valoración monetaria de la correspondiente mejora (Romero, 1997).

Esta visión en relación a la condición de la red puede ser de aplicación delicada, ya que resulta complicado contemplar que el usuario considere como un valor añadido a su propiedad o a sus bienes, la posibilidad o la cualidad de no tener problemas de fugas en la red de abastecimiento, que si bien le brinda un servicio, no es de su competencia el estado en que se encuentre, porque él ya esta pagando una tarifa por el servicio que recibe. Sin embargo, si se plantea un escenario donde las fugas son tan elevadas que las acciones de reducción tienen un efecto considerable en la disponibilidad de agua por habitante, y eso hace que se modifique la calidad y cantidad del servicio, considerando un suministro intermitente, en ese caso es posible que se contemple como un valor añadido, de forma que el valor de la vivienda se puede ver modificado por la calidad de servicio que reciba por parte de la empresa de abastecimiento de agua y su incorporación al precio se puede observar a continuación:

$$v = f(x_1, x_2, \dots, x_n, z),$$

donde,

- $v$  – precio de la vivienda.
- $x_1 \dots x_n$  – valores de las variables económicas.
- $z$  – variable o cualidad sin mercado (calidad del servicio de agua potable).

### Método de valoración contingente.

El método de valoración contingente, donde a través de encuestas se procede a preguntar directamente a los usuarios su disposición a pagar, sin embargo, se considera la opción de usar una variación del método, preguntando a los usuarios cuanto estarían dispuestos a aceptar como compensación por los daños que podría ocasionarles la aparición de una fuga. Se propone la siguiente encuesta (tabla 20) para obtener información directa de los usuarios:

*Tabla 20. Encuesta de valoración contingente.*

<b>Identificación de usuario</b>	<b>Doméstico</b>	<b>Comercial</b>	<b>Institucional</b>	<b>Industrial</b>
Valor del inmueble				
Valor de los muebles				
Daños por inundación al inmueble				
Daños por inundación a los muebles				
Daños por interrupción del servicio				
Daños por trabajos para reparar fugas				
Daños por interrupción de vías				
Daño en otros servicios				
Otros				

Una forma de aplicar la encuesta puede ser mediante el establecimiento de pesos, es decir, el usuario debe establecer un peso a cada uno de los posibles daños dependiendo de la importancia dada a cada uno, para considerar el valor que le da a cada uno de esos daños en caso de que ocurrieran.

Otra opción de valoración puede ser que el usuario ordene de forma consecutiva eligiendo las consecuencias más indeseables, es decir, aquellas a las que consideran que les provocarían un mayor daño. Ambos casos corresponden a una especie aplicación del método de elección contingente.

## **Método de las jerarquías analíticas.**

Una vez analizados los métodos de valoración y tomando en cuenta que el objetivo buscado es que en las decisiones tomadas respecto a la gestión de fugas se incluyan algunas externalidades del problema, se considera que AHP es la opción más adecuada.

El primer paso del AHP consiste en realizar una estructura gráfica del problema, donde se distingan los tres niveles que lo forman: meta u objetivo, criterios y alternativas. A partir de ahí, se continúa con la construcción de matrices de comparación de pares elementos de un mismo nivel.

El fundamento del proceso se basa en el hecho de que permite dar valores numéricos a los juicios dados por las personas, logrando medir cómo contribuye cada elemento de la jerarquía al nivel inmediatamente superior del cual se desprende. Para estas comparaciones se utiliza la escala desarrollada por Saaty (1980, 2001), en términos de preferencia o importancia, que va de 1 a 9.

La justificación de la elección del método de valoración se basa en que permite incluir en el análisis de las alternativas de gestión de fugas, aquellos costes y beneficios externos difíciles de valorar, sin embargo, no se debe omitir en ningún caso el coste económico del proyecto y su implementación.

Por las características del método, se libran los inconvenientes ya mencionados para la consideración de externalidades, debido a que le proporciona al gestor la posibilidad de exponer su opinión respecto a la importancia que tiene cada uno de los elementos, respecto al objetivo general.

## 4. MÉTODO DE LAS JERARQUÍAS ANALÍTICAS.

---

El método de las jerarquías analíticas (AHP) fue desarrollado por Thomas L. Saaty (1977) y consiste en formalizar la comprensión intuitiva de problemas complejos mediante la construcción de un modelo jerárquico. El propósito del método es permitir que el tomador de decisiones pueda estructurar un problema multicriterio en forma visual, mediante la construcción de un modelo jerárquico que básicamente contiene tres niveles: meta u objetivo, criterios y alternativas. Una vez construido el modelo jerárquico, se realizan comparaciones por pares entre dichos elementos (criterios y alternativas), formando matrices cuadradas, cuyos coeficientes son valores numéricos atribuidos a las preferencias señaladas por las personas; el proceso termina proporcionando una síntesis de las mismas mediante la agregación de esos juicios parciales. El fundamento del proceso reside en el hecho de que permite dar valores numéricos a los juicios dados por las personas, logrando medir la contribución de cada elemento de la jerarquía respecto al nivel inmediatamente superior del cual se desprende. Para estas comparaciones se utilizan escalas de razón en términos de preferencia, importancia o probabilidad. Su aplicación abarca una variada gama de experiencias prácticas en campos muy diversos en diferentes países del mundo.

El proceso de análisis consiste en descomponer el problema de forma jerárquica, de manera que los elementos que constituyen el problema se puedan observar de forma gráfica (figura 12), para así identificar niveles o jerarquías que hagan la diferenciación entre objetivos, alternativas y criterios. Las personas involucradas deben comparar en pares los criterios, y emitir sus opiniones. La forma de reunir esos juicios, es mediante la creación de una primera matriz de comparación de criterios. Posteriormente, con esos valores, se crea una escala de prioridades relativa a esos juicios emitidos. A continuación se forman tantas matrices como criterios, con el objetivo de emitir juicios respecto a las alternativas existentes en virtud del criterio correspondiente. Finalmente, se establece una síntesis de prioridades, considerando los valores de la matriz de comparación de criterios y las matrices de comparación de alternativas.



*Figura 12. Esquema jerárquico del problema.*

Sin embargo, esta metodología precisa de manejar problemas cuyo número de elementos comparativos tengan como máximo  $n = 7 \pm 2$  (Miller, 1955). En caso de exceder ese número, se sugiere la composición de conglomerados, que permiten la creación de un conjunto de elementos utilizando medidas relativas (Escobar y Moreno, 1997).

#### **4.1 APLICACIONES DEL AHP.**

Se han realizado una serie de aplicaciones del AHP en distintos campos de acción (Omkarprasad y Sushil, 2006; Ho, 2008), siendo los más habituales el área de logística, manufactura, gobierno y educación. Como forma complementaria al AHP, se han integrado algunas herramientas de programación, como es la programación matemática (lineal, por metas, entre otras); QFD (Quality Function Deployment) despliegue de la función de calidad; meta-heurísticos (que incluye redes neuronales y algoritmos genéticos); SWOT (Strengths, Weaknesses, Opportunities and Threats) fortalezas, debilidades, oportunidades y amenazas; y DEA (Data Envelopment Analysis). Dentro de las aplicaciones que mencionan Omkarprasad y Sushil (2006), y Ho (2008), no se encuentra ninguna referencia de aplicación del AHP a la gestión de fugas, tampoco a la evaluación de costes y externalidades relativos a las fugas y su gestión. Sin embargo, se conoce que ha sido utilizado para la valoración de riesgos de fallos en redes de distribución, valorando el riesgo de fallos en la calidad del agua (Sadiq, 2007); así como

una aplicación encaminada a valorar los efectos sociales y ambientales de las fugas en oleoductos (Dey, 2002); además se ha utilizado también como soporte de toma de decisiones en la gestión del agua (Srdjevic, 2007).

## 4.2 ESCALA DE VALORES.

Una forma de dar un valor a los juicios emitidos o a las observaciones verbales que pueden hacerse respecto a los elementos en que se ha descompuesto el problema, y con el objeto de hacer una comparación entre pares de elementos, es la que presenta la tabla 21, que recoge la escala de valores establecida por Saaty (1980, 2001). Sin embargo, existen algunos estudios relativos al desarrollo de otras escalas de valores (Dong *et al.*, 2008), puesto que todas las escalas están basadas en teorías psicológicas. Cabe aclarar que en la escala utilizada pueden establecerse valores intermedios, considerando que el juicio emitido se encuentra entre dos posibles valores de los incluidos en la tabla.

Tabla 21. Escala de comparación entre pares.

Juicio verbal	Escala de Saaty ( $a_{i,j}$ )
Importancia absoluta del elemento $i$ sobre el elemento $j$	9
Muy marcada importancia del elemento $i$ sobre el elemento $j$	7
Marcada importancia del elemento $i$ sobre el elemento $j$	5
Poca importancia del elemento $i$ sobre el elemento $j$	3
Indiferencia entre $i$ y $j$	1
Poca importancia del elemento $j$ sobre el elemento $i$	1/3
Marcada importancia del elemento $j$ sobre el elemento $i$	1/5
Muy marcada importancia del elemento $j$ sobre el elemento $i$	1/7
Importancia absoluta del elemento $j$ sobre el elemento $i$	1/9

Las comparaciones entre pares se cuantifican mediante esta escala a disposición de quien toma las decisiones. La escala relaciona un conjunto de opiniones verbales y una serie discreta de números, los cuales representan la importancia o el peso de las opiniones verbales.

### **4.3 CONSTRUCCIÓN DE LAS MATRICES DE COMPARACIÓN Y DE LOS VECTORES DE PRIORIDAD.**

Al realizar comparaciones por pares entre los elementos involucrados, y partiendo de la escala de valores, se construye una matriz cuadrada y positiva (de elementos positivos),  $A_{n \times n} = (a_{i,j})$ , donde  $a_{i,j}$  representa la comparación entre el elemento  $i$  y el elemento  $j$  a partir de los valores de la escala de Saaty (tabla 21);  $n$  es el número de elementos comparados. Además,  $A$  tiene otras propiedades que se describen más adelante.

Todas las consideraciones para la construcción de matrices de comparación se aplican de igual forma para el caso de la matriz de comparación de criterios y para las matrices de comparación de alternativas respecto de cada uno de los criterios.

A partir de cada matriz de comparación se obtiene su vector de prioridades asociado, que resume las preferencias expresadas por los actores involucrados en los juicios emitidos. Aunque existen diversas formas de obtener vectores de prioridades (ver, por ejemplo, Yuen, 2010), en este trabajo adoptaremos la propuesta original de Saaty (1977, 2001, 2008) que establece que el vector de prioridades es el vector propio de Perron asociado a la matriz de comparación (ver detalles más específicos más abajo). Hay que obtener el vector de prioridades para la matriz de criterios, y también los vectores de prioridades para cada una de las matrices de las alternativas. Cuando el vector obtenido sea el de la matriz de alternativas para un criterio determinado, este indica el peso o importancia relativa de cada una de las alternativas para cada criterio. Se obtienen tantos vectores de prioridades como criterios, siendo el número de elementos de cada vector propio igual al número de alternativas (Aznar y Guijarro, 2008).

### **4.4 CARACTERÍSTICAS DE LAS MATRICES DE COMPARACIÓN.**

Existen algunas propiedades que deben considerarse para la formación de las matrices de comparación por pares, independientemente de que se trate de la comparación de criterios o la comparación de alternativas. Además de la positividad, una matriz de

comparación tiene asociadas las siguientes propiedades: homogeneidad, reciprocidad y consistencia (Saaty y Hu, 1998):

1. Homogeneidad: Si los elementos  $i$  y  $j$  son considerados igualmente importantes, entonces  $a_{i,j} = a_{j,i} = 1$ .

La homogeneidad corresponde a la valoración semejante que debe darse a elementos de un mismo género o poseedores de iguales caracteres, o a un conjunto formado por elementos iguales. En particular, cuando el elemento  $i$  y el elemento  $j$  son el mismo, se considera que el valor que debe darse es 1 (igual importancia o de indiferencia).

2. Reciprocidad: Si  $a_{i,j} = x$ , entonces  $a_{j,i} = 1/x$ .

La reciprocidad consiste en la dependencia mutua de una cosa con otra. Se trata de que la comparación del elemento  $i$  con el elemento  $j$ , se corresponda de manera lógica con el valor otorgado a la comparación del elemento  $j$  con el elemento  $i$ .

3. Consistencia: Se satisface que  $a_{i,j}a_{j,k} = a_{i,k}$  para todo  $i, j, k = 1, \dots, n$ .

La consistencia es la coherencia que existe (o que debe existir) entre los elementos de un conjunto. En virtud de que las preferencias son expresadas de una manera subjetiva, es razonable que exista cierto grado de inconsistencia. Entonces, se asume que habitualmente  $A$  no es consistente, porque los valores que emite un experto al realizar las comparaciones por pares pueden implicar la existencia de pequeñas perturbaciones respecto de valores “correctos”. Una fuente de inconsistencia puede surgir por el hecho de preferir, por ejemplo,  $x$  sobre  $y$ , y sobre  $z$ , y sin embargo, preferir  $z$  sobre  $x$ . Es por ello, que AHP admite cierto grado de inconsistencia en su desarrollo. Una matriz consistente tiene las siguientes propiedades:

- a)  $A$  tiene rango 1. De hecho, cada columna  $A_k$  es un múltiplo de cualquier otra  $A_i$ ; en efecto,  $A_k = a_{i,k}A_i$ , dado que  $a_{j,k} = a_{j,i}a_{i,k}$ , para  $i = 1, \dots, n$ , tal y como lo señala la definición de consistencia.

- b) Como consecuencia de a), todos los valores propios de  $A$  son 0, exceptuando uno.
- c) Como la suma de los valores propios es igual a la traza de la matriz, el valor propio no nulo de  $A$  es  $n$ , que es valor propio principal o vector Perron de  $A$ .
- d) Cada columna  $A_i$  de  $A$  es un vector propio correspondiente al valor propio  $n$ , dado que  $AA_i = a_{1,i}A_1 + \dots + a_{n,i}A_n = a_{1,i}a_{i,1}A_i + \dots + a_{n,i}a_{i,n}A_i = nA_i$ , por la propiedad de reciprocidad.

Como consecuencia de la propiedad d), cualquier columna de  $A$ , después de la normalización usando la suma ponderada de los valores emitidos, da como resultado un valor propio cuya suma es igual a 1, de este modo se obtiene una escala de prioridades de los criterios analizados y es llamado vector de prioridades.

Como se ha mencionado, es natural que exista cierta inconsistencia, que se interpreta en términos de perturbaciones en los valores otorgados. Esto origina una perturbación en los valores propios (Stewart y Sun, 1990), de modo que tales valores propios ya no son los dados por b) y c).

En general, pues, hay que resolver el problema de valor propio  $Aw = \lambda_{m\acute{a}x}w$ , donde  $\lambda_{m\acute{a}x}$  es, según la teoría de Perron-Frobenius (Meyer, 2000), el mayor y único valor propio de  $A$ , que tiene asociado el llamado vector propio de Perron que, normalizado, es una estimación del vector de prioridades.

Para una matriz de comparación se tiene que  $\lambda_{m\acute{a}x} \geq n$  y la igualdad será dada sí y solo sí  $A$  es consistente. El índice de consistencia ( $IC$ ) es el valor que mide la consistencia de una matriz. Este valor representa la media de los vectores propios no principales (Saaty, 2008). El valor será cero sí y solo sí  $A$  es consistente.

$$IC = \frac{\lambda_{m\acute{a}x} - n}{n - 1}.$$

Para conocer la magnitud de la inconsistencia, se compara el valor de  $IC$  con el valor de consistencia aleatorio ( $IC^*$ ), que es un valor promediado para cada tamaño de matriz,

considerando que los juicios numéricos en la matriz  $A$  fueran aleatorios. La tabla 22 contiene los valores de consistencia aleatorios dados por Saaty (1977, 2001, 2008).

Tabla 22. Valores de consistencia aleatoria.

Tamaño matriz ( $n$ )	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IC aleatoria ( $IC^*$ )	0,00	0,00	0,52	0,89	1,11	1,25	1,35	1,40	1,45	1,49

Se considera una matriz como válida en cuestiones de consistencia, siempre y cuando al obtener la tasa de consistencia ( $TC$ ), el valor no supere el 10% (Saaty, 2001):

$$TC = \frac{IC}{IC^*}$$

Si esto no se logra, debe procederse a la modificación de los juicios emitidos para mejorar la tasa de consistencia y lograr que el análisis sea confiable (Finan y Hurley, 1997).

#### 4.5 PROPIEDADES DE LAS MATRICES CONSISTENTES.

A partir de este momento  $M_{n,m}$  denotará el conjunto de matrices reales  $n \times m$ , y  $M_{n,m}^+$  denotará el subconjunto de  $M_{n,m}$ , compuesto por matrices positivas (una matriz es positiva cuando todas sus entradas son positivas). Se asume que los elementos de  $\mathfrak{R}^n$  son vectores columna, i. e. se identifica  $M_{n,1}$  con  $\mathfrak{R}^n$ . Para  $A \in M_{n,m}$ , la entrada  $(i,j)$  de  $A$  se denota por  $[A]_{i,j}$ . La traspuesta de la matriz  $A$  se indica mediante  $A^T$ .

La siguiente aplicación (no lineal) tiene un papel importante en lo sucesivo:

$$J : M_{n,m}^+ \rightarrow M_{n,m}^+, \quad [J(A)]_{i,j} = 1/[A]_{i,j}.$$

El siguiente resultado es de demostración inmediata.

**Teorema 1.** Sea  $A \in M_{n,m}^+$  y  $\lambda > 0$ . Entonces:

1.  $J^2(A) = A$ .
2.  $J(\lambda A) = \lambda^{-1} J(A)$ .
3. Si  $x \in M_{n,1}^+$ , entonces  $x^T J(x) = J(x)^T x = n$ .

El siguiente resultado propio (Benítez *et al.*, 2010c) proporciona caracterizaciones interesantes para una matriz consistente.

**Teorema 2.** Si  $a_{i,j} = [A]_{i,j}$ , entonces las siguientes afirmaciones son equivalentes:

1. Existe un  $x \in M_{n,1}^+$ , tal que  $A = J(x)x^T$ .
2. Existe un  $y \in M_{n,1}^+$ , tal que  $A = yJ(y)^T$ .
3. Existe  $w = [w_1 \dots w_n]^T \in M_{n,1}^+$ , tal que  $a_{i,j} = w_i/w_j$  para todo  $i, j \in \{1, \dots, n\}$ .
4. Se verifica  $a_{i,j}a_{j,i} = 1$  y  $a_{i,j}a_{j,k} = a_{i,k}$  para todo  $i, j, k \in \{1, \dots, n\}$ .

### **Demostración**

(1)  $\Rightarrow$  (2): Se asume que existe  $x \in M_{n,1}^+$ , tal que  $A = J(x)x^T$ . Se define  $y = J(x)$ , ahora, de acuerdo con el teorema 1, se tiene que  $A = J(x)x^T = yJ(J(x))^T = yJ(y)^T$ .

(2)  $\Rightarrow$  (3): Para  $j \in \{1, \dots, n\}$ , si  $y_j = [y]_{j,1}$ . Por hipótesis, se tiene que:

$$A = yJ(y)^T = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/y_1 & \dots & 1/y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1/y_1 & \dots & y_1/y_n \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ y_n/y_1 & \dots & y_n/y_n \end{bmatrix}$$

Y a partir de ahora, queda claro que  $a_{i,j} = y_i/y_j$  para todo  $i, j \in \{1, \dots, n\}$

(3)  $\Rightarrow$  (4): Es trivial.

(4)  $\Rightarrow$  (1): Si se define  $x \in M_{n,1}^+$  por  $x^T = [a_{1,1} \dots a_{1,n}]$ . Es posible probar  $A = J(x)x^T$ . En este sentido, basta elegir cualquier  $i, j \in \{1, \dots, n\}$  y se tiene  $[J(x)x^T]_{i,j} = a_{1,i}^{-1}a_{1,j} = a_{i,1}a_{1,j} = a_{i,j}$ .  $\square$

**Definición 1.** Una matriz que cumple cualquiera de las condiciones equivalentes expresadas en el Teorema 2 es consistente.

En el Teorema 2 es obvio que (1) y (2) son expresiones simétricas. Cabe remarcar que la prueba de (4)  $\Rightarrow$  (1) permite encontrar  $x \in M_{n,1}^+$  tal que  $A = J(x)x^T$  para cualquier matriz consistente  $A$ , lo que permite caracterizar a una matriz consistente en términos de un único vector. Esta idea es la base de uno de los métodos de mejora de la consistencia que proponemos más adelante. Por otra parte, (3) expresa que si son conocidas valoraciones absolutas,  $w_i$ , de los elementos comparados, entonces los elementos (relativos) de la matriz de comparación se obtienen de manera trivial haciendo los cocientes entre tales valoraciones:  $a_{i,j} = w_i/w_j$ . Y recíprocamente, si  $A$  es una matriz perfectamente consistente tales valores absolutos deben existir y ser compatibles con las comparaciones relativas,  $a_{i,j}$ , efectuadas.

Se sabe que el rango de una matriz de la forma  $uv^T$  es 1, siendo  $u, v \in M_{n,1}$  diferentes de cero. Entonces, el rango de cualquier matriz consistente es 1, tal y como se ha comentado con anterioridad (apartado 4.4).

Con la caracterización dada por (1) en el Teorema 2 se pueden probar algunas propiedades espectrales de matrices consistentes  $A \in M_{n,n}^+$  escritas como  $A = J(x)x^T$ , donde  $x \in M_{n,1}^+$ . Usando el Teorema 1 se puede escribir:

$$AJ(x) = J(x)x^T J(x) = nJ(x),$$

Esto prueba que  $n$  es un valor propio de cualquier matriz consistente  $A = J(x)x^T$  de orden  $n$  y  $J(x)$  es un vector propio de  $A$  asociado a  $n$ . Además, en Meyer (2000) se

prueba que cualquier matriz de la forma  $uv^T$  donde  $u, v \in M_{n,1}$  son diferentes de cero, es diagonalizable si y solo si  $u^T v \neq 0$ . Entonces, *cualquier matriz consistente es diagonalizable*. Por lo tanto, tomando en cuenta que el rango de la matriz  $A$  es 1, cualquier vector propio de  $A$  asociado a  $n$  es un múltiplo escalar de  $J(x)$ .

Se puede comprobar fácilmente que  $v$  es un vector propio de  $A$  asociado a 0, si y solo si  $x^T v = 0$ :

$$Av = 0 \Rightarrow J(x)x^T v = 0 \Rightarrow x^T J(x)x^T v = 0 \Rightarrow nx^T v = 0 \Rightarrow x^T v = 0.$$

La prueba de la implicación contraria es trivial.

Es fácil ver que: si  $\lambda > 0$  y  $x \in M_{n,1}^+$ , entonces  $J(\lambda x)(\lambda x)^T = J(x)x^T$ . ¿Se verifica algún tipo de resultado recíproco?

A continuación se demuestra que la representación de una matriz consistente  $A$  dada por el Teorema 2, es en cierto sentido, única.

**Teorema 3.** Sean  $x, y \in M_{n,1}^+$ , tales que  $J(x)x^T = J(y)y^T$ . Entonces existe un real  $\lambda > 0$ , tal que  $x = \lambda y$ .

**Demostración:**

Si se premultiplica  $J(x)x^T = J(y)y^T$  por  $x^T$ , y se utiliza el Teorema 1, se obtiene como resultado  $nx^T = x^T J(y)y^T$ . Transponiendo se obtiene  $x = \frac{1}{n} y J(y)^T x$ , considerando que

$J(y)^T x$  es un escalar y que cualquier escalar conmuta con todas las matrices, se obtiene

$$x = \frac{J(y)^T x}{n} y. \square$$

Debe recordarse que una matriz recíproca  $A \in M_{n,n}^+$  cumple la condición  $[A]_{i,j}[A]_{j,i} = 1$  para todo  $i, j \in \{1, \dots, n\}$ . Las anteriores condiciones de igualdad pueden reescribirse usando matrices como  $J(A) = A^T$ . Las siguientes implicaciones son fácilmente comprobables.

**Teorema 4.** Cualquier matriz consistente es recíproca.

**Demostración:** Sea  $A \in M_{n,n}^+$  una matriz consistente escrita como  $A = J(x)x^T$  para algún  $x \in M_{n,1}^+$ . Como puede verse en la definición de  $J$ , se tiene  $J(uv^T) = J(u)J(v)^T$  para cualquier  $u, v \in M_{n,1}^+$ . Por lo tanto,

$$J(A) = J[J(x)x^T] = J^2(x)J(x)^T = xJ(x)^T = [J(x)x^T]^T = A^T. \quad \square$$

Sin embargo, lo contrario no es verdad, como se puede observar en el siguiente ejemplo:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & b & c \\ b^{-1} & 1 & f \\ c^{-1} & f^{-1} & 1 \end{bmatrix}, \quad b, c, f > 0, bf \neq c.$$

Esta matriz  $X$  satisface  $J(X) = X^T$ , sin embargo,  $[X]_{1,2}[X]_{2,3} = bf \neq c = [X]_{1,3}$ . El resultado recíproco es, en general, cierto solo para  $n = 2$ ; es decir, cualquier matriz recíproca de orden 2, es consistente.

Saaty (2008) comprueba que  $\lambda_{\max} \geq n$ , y que  $\lambda_{\max} = n$  si y solo si  $A$  es consistente. En el siguiente teorema probamos otra caracterización de las matrices consistentes que se utilizará en la siguiente sección en uno de los métodos de mejora de la consistencia de una matriz inconsistente.

**Teorema 5.** Sea  $A$  una matriz recíproca.  $A$  es consistente si y solo si  $\text{rango}(A) = 1$ .

**Demostración:** Como ya se ha dicho antes, cualquier matriz consistente tiene rango 1. Suponemos ahora que  $A$  es una matriz consistente con rango 1. Cualquier matriz  $A \in M_{n,n}$  que tiene rango 1 puede ser escrita como  $A = uv^T$ , donde  $u, v \in \mathfrak{R}^n$  son diferentes de cero. Además, ya que  $A$  es positiva, se puede asumir que los vectores  $u$  y  $v$  son positivos. De  $A^T = J(A)$  se obtiene:

$$vu^T = J(uv^T) = J(u)J(v)^T. \quad (4.1)$$

Premultiplicando  $v^T$  y transponiendo, se obtiene  $(v^T v)u = (v^T J(u))J(v)$ . Si se tiene en cuenta que  $u$  y  $v$  son positivos, se puede decir que  $u = \lambda J(v)$ , siendo  $\lambda > 0$ . Usando (4.1) se tiene que  $\lambda v J(v)^T = J(\lambda J(v))J(v)^T$ . De acuerdo con el Teorema 1 y considerando que  $v J(v)^T \neq 0$  se tiene  $\lambda = \lambda^{-1}$ . Teniendo en cuenta que  $\lambda > 0$  se tiene que  $\lambda = 1$ . Ya que  $A = uv^T$  y  $u = \lambda J(v)$ , el Teorema 2 concluye la demostración.  $\square$

#### **4.6 MEJORA DE CONSISTENCIA.**

Como ya se ha observado, uno de los principales problemas que se tienen en la aplicación de AHP es que al tratarse de juicios subjetivos, es muy probable que las opiniones de los expertos conlleven cierto grado de inconsistencia. Así, el objetivo que nos planteamos es encontrar una matriz  $B$  lo más próxima a  $A$  que brinde una solución al menos aproximada al problema.

En vista de la necesidad de cumplir un nivel mínimo de consistencia, algunos autores han desarrollado opciones para mejorar la consistencia (Aznar y Guijarro, 2008; Saaty y Vargas, 1984; Saaty, 2003). De acuerdo con Finan y Hurley (1997), todo esfuerzo adicional para reducir el ratio de inconsistencia mejorará, de forma general, la fiabilidad del análisis.

#### 4.6.1. Primer método. Optimización.

Aznar y Guijarro (2008) proponen en primer lugar clasificar las actividades por un simple orden basado en la ponderación obtenida con la primera matriz, y desarrollar una segunda matriz de comparación teniendo en cuenta el orden obtenido. Y en segundo lugar, usar programación por metas para encontrar los valores de comparación ( $w_{i,j}$ ) más cercanos a las opiniones dadas ( $a_{i,j}$ ), pero que cumplan con las características mencionadas y que provoquen una mejora en  $TC$ . Lo cual se representa en la expresión que a continuación se observa:

$$\min \left[ \sum_l (n_l^{(a)} + p_l^{(a)}) + \sum_s (n_s^{(b)} + p_s^{(b)}) + \sum_t (n_t^{(c)} + p_t^{(c)}) \right],$$

El objetivo consiste en minimizar la suma de las desviaciones tanto positivas  $p^{(a)}$ ,  $p^{(b)}$ ,  $p^{(c)}$ , como negativas  $n^{(a)}$ ,  $n^{(b)}$ ,  $n^{(c)}$ , considerando que se cumplen todas las características, que funcionan como restricciones:

$$\text{a) Homogeneidad: } w_{i,j} - a_{i,j} + n_l^{(a)} - p_l^{(a)} = 0, \quad l = 1, 2, \dots, n(n-1)/2.$$

En el caso de la reciprocidad, se toma solamente la mitad superior o inferior, partiendo de la diagonal, de la matriz modificada y la matriz original.

$$\text{b) Reciprocidad: } w_{i,j} w_{j,i} + n_s^{(b)} - p_s^{(b)} = 0, \quad s = 1, 2, \dots, n(n-1)/2.$$

$$\text{c) Consistencia: } w_{i,j} w_{j,k} - w_{i,k} + n_t^{(c)} - p_t^{(c)} = 0, \quad t = 1, 2, \dots, V.$$

En este caso,  $V$  es el número de variaciones de  $n$  elementos tomados de tres en tres, y ordenados de manera creciente (decreciente); si se usa la reciprocidad, se puede probar que si  $a_{i,j} a_{j,k} = a_{i,k}$ , es válido para tres (diferentes) índices, la misma relación es válida para cualquier permutación de estos tres índices (Delgado *et al.*, 2009).

A la vista del elevado número de variables de decisión y de restricciones de este problema se plantea una alternativa basada en el teorema 5 que permite reducir la envergadura del problema de optimización.

#### 4.6.2. Segundo método. Optimización.

Planteemos el problema de la siguiente forma: dada  $A \in M_{n,n}^+$ , debe encontrarse una matriz consistente  $B$  de forma que  $\|A - B\|$  sea lo más pequeño posible. Para ello se propone usar la norma Frobenius considerando su simplicidad. Dicha norma se define de la siguiente manera:

$$\|A\|_F = \left( \sum_{i,j} [A]_{i,j}^2 \right)^{1/2} = [\text{traza}(A^T A)]^{1/2}, \quad A \in M_{n,m}.$$

**Problema 1.** Sea  $A \in M_{n,n}^+$ . Encontrar  $x \in M_{n,1}^+$ , tal que

$$\min_{y \in M_{n,1}^+} \|A - J(y)y^T\|_F = \|A - J(x)x^T\|_F$$

Partiendo del Teorema 3 de las propiedades de las matrices consistentes, es posible normalizar el Problema 1 de la siguiente forma:

**Problema 2.** Sea  $A \in M_{n,n}^+$ . Encontrar  $x \in M_{n,1}^+$ , tal que  $\|x\|_1 = 1$  y

$$\min_{y \in M_{n,1}^+, \|y\|_1 = 1} \|A - J(y)y^T\|_F = \|A - J(x)x^T\|_F.$$

Se propone utilizar la 1-norma en  $\mathfrak{R}^n$  (es decir,  $\|x\|_1 = |x_1| + \dots + |x_n|$ ), ya que para cualquier  $x \in M_{n,1}^+$ , entonces se tiene  $\|x\|_1 = x_1 + \dots + x_n$ , que es una expresión simple y diferenciable. Es posible también utilizar el método de multiplicadores de Lagrange.

Queda claro que si  $x$  es una solución del Problema 2, entonces  $\lambda x$  es una solución a Problema 1 para cualquier  $\lambda > 0$ . A continuación se demuestra que el conjunto de soluciones al Problema 2 no es vacío.

**Teorema 6.** Sea  $A \in M_{n,n}^+$ . Entonces existe  $x \in M_{n,1}^+$ , tal que  $\|x\|_1 = 1$  y

$$\min_{y \in M_{n,1}^+, \|y\|_1 = 1} \|A - J(y)y^T\|_F = \|A - J(x)x^T\|_F.$$

**Demostración:** Se establece los siguientes subconjuntos de  $\mathfrak{R}^n$ :

$$C = \{y \in M_{n,1}^+ : \|y\|_1 = 1\},$$

$$S = \{y = [y_1 \cdots y_n]^T \in \mathfrak{R}^n : \|y\|_1 = 1, \text{ existe una } i \text{ tal que } y_i = 0\}$$

Sea  $\varepsilon > 0$  tal que cumple las condiciones de  $C \setminus \cup_{y \in S} B(y, \varepsilon) \neq \emptyset$ , donde  $B(y, \varepsilon)$  representa una bola abierta con centro en  $y$  de radio  $\varepsilon$ . Finalmente sea  $D = C \setminus \cup_{y \in S} B(y, \varepsilon)$ .

Obviamente  $D$  está acotado porque  $D \subset C$ . De igual forma,  $D$  es cerrado porque  $C$  es cerrado y  $\cup_{y \in S} B(y, \varepsilon)$  es abierto (es una unión arbitraria de bolas abiertas). Por lo tanto,  $D$  es compacto. Además, la función  $f : D \rightarrow \mathfrak{R}$  dada por  $f(y) = \|A - J(y)y^T\|_F$

es continua, por lo que existe  $x \in D$  tal que  $\min_{y \in D} \|A - J(y)y^T\|_F = \|A - J(x)x^T\|_F$ . Ya

que  $\lim_{y \rightarrow p, p \in C} \|A - J(y)y^T\|_F = +\infty$  para cualquier  $p \in S$ , entonces se tiene que

$$\min_{y \in C} \|A - J(y)y^T\|_F = \min_{y \in D} \|A - J(y)y^T\|_F, \text{ lo que concluye la demostración. } \square$$

Con este método de optimización el número de variables de decisión se limita a  $n$ , las componentes del vector  $x$  del problema 2, y tan solo se debe satisfacer una restricción, que las componentes de  $x$  sumen 1.

### 4.6.3. Tercer método. Linealización.

Para recordar lo anteriormente expuesto,  $M_{n,m}$  y  $M_{n,n}^+$  representan los conjuntos de matrices  $n \times m$  matrices y de matrices positivas  $n \times m$ , respectivamente. Se asume que los elementos de  $\mathfrak{R}^n$  son vectores columna. Para la matriz  $[A]_{i,j}$ ,  $A^T$  representa la traspuesta de la matriz  $A$ . El producto componente a componente de las matrices  $A, B$ , también llamando producto de Hadamard, da como resultado la matriz  $A \otimes B$  definida por  $[A \otimes B]_{i,j} = [A]_{i,j} [B]_{i,j}$ . Se considera también la aplicación no lineal descrita anteriormente,  $J : M_{n,m}^+ \rightarrow M_{n,m}^+$  dada por  $[J(A)]_{i,j} = 1/[A]_{i,j}$ . Particularmente, debe recordarse que  $A \in M_{n,n}^+$  es recíproca si y solo si  $J(A) = A^T$ .

Recordamos que una manera de conseguir el objetivo de mejorar la consistencia de una matriz, es obtener dada una matriz  $A$ , otra matriz  $C$  lo más cercana posible a  $A$  que cumpla con las condiciones de las matrices consistentes. Para lograr dicho objetivo, se propone linealizar el problema. La herramienta que se utiliza para medir la diferencia entre ambas matrices es la norma de Frobenius, ya definida.

De forma adicional se define la siguiente aplicación:

$$L : M_{n,m}^+ \rightarrow M_{n,m}, \quad [L(X)]_{i,j} = \log([X]_{i,j}).$$

Esta aplicación es biyectiva y cumple  $L(X \otimes Y) = L(X) + L(Y)$  para todo  $X, Y \in M_{n,m}^+$ . La siguiente aplicación es la inversa de  $L$ :

$$E : M_{n,m} \rightarrow M_{n,m}^+, \quad [E(X)]_{i,j} = \exp([X]_{i,j}).$$

Esta aplicación cumple  $E(X+Y) = E(X) \otimes E(Y)$  para todo  $X, Y \in M_{n,m}$ .

Es posible caracterizar a las matrices recíprocas y a las matrices consistentes utilizando la aplicación  $L$ . Como se ha visto en el Teorema 2, una matriz  $A \in M_{n,n}^+$  es consistente

si y solo si existe  $w = (w_1, \dots, w_n)^T \in M_{n,1}^+$  tal que  $[A]_{i,j} = w_i/w_j$  para todo  $1 \leq i, j \leq n$ . Esta propiedad permite probar fácilmente el apartado (ii) del siguiente teorema.

**Teorema 7.** Sea  $A \in M_{n,n}^+$ .

- (i)  $A$  es recíproca si y sólo si  $L(A)$  es antisimétrica, es decir,  $L(A)^T = -L(A)$ .
- (ii)  $A$  es consistente si, y solo si, existe  $v = (v_1, \dots, v_n)^T \in \mathfrak{R}^n$  tal que  $[L(A)]_{i,j} = v_i - v_j$  para todos  $i, j \in \{1, 2, \dots, n\}$ .

Sea  $\mathcal{A}_n$  y  $\mathcal{S}_n$  los subconjuntos de  $M_{n,n}$  de las matrices antisimétricas y simétricas, respectivamente. En los siguientes resultados se prueban propiedades clave del conjunto

$$L_n = \{L(A) : A \in M_{n,n}^+, A \text{ es consistente}\}.$$

Definamos previamente la siguiente aplicación:

$$\phi : \mathfrak{R}^n \rightarrow M_{n,n}, \quad [\phi(x)]_{i,j} = x_i - x_j, \quad x = (x_1, \dots, x_n)^T. \quad (4.2)$$

**Teorema 8.** El conjunto  $L_n$  es un subespacio vectorial de  $M_{n,n}$ , con dimensión  $n-1$ .

**Demostración:** la aplicación definida en (4.2) es lineal e  $\text{Im } \phi = L_n$ . Es fácil ver que el núcleo de  $\phi$  se puede expresar como  $\ker \phi = \text{span}\{(1, \dots, n)^T\}$ . De este modo, se obtiene que  $\dim L_n = \dim \text{Im } \phi = \dim \mathfrak{R}^n - \dim \ker \phi = n-1$ .  $\square$

El vector de  $\mathfrak{R}^n$  con todas sus coordenadas igual a 1, tiene un papel importante en lo sucesivo; lo denotamos por:

$$1_n = (1, \dots, 1)^T \in \mathfrak{R}^n.$$

La idea principal para la utilización de la aplicación  $\phi$  y el subespacio  $L_n$ , en lugar de un subconjunto de matrices consistentes, es que la solución puede obtenerse mediante el uso de métodos de álgebra lineal.

Cabe mencionar que si se define en  $M_{n,m}$  el producto interior de  $\langle A, B \rangle = \text{traza}(A^T B)$  (Meyer, 2000), entonces  $\|A\|_F^2 = \langle A, A \rangle$  para cualquier  $A \in M_{n,m}$ .

Si se considera este producto interior, se tiene  $\mathcal{A}_n^\perp = \mathcal{S}_n$ ; y ya que cualquier matriz  $A \in M_{n,n}$  puede ser expresada como la suma de una matriz simétrica y una matriz antisimétrica:

$$A = \frac{1}{2}(A + A^T) + \frac{1}{2}(A - A^T),$$

la proyección ortogonal de  $A$  en  $\mathcal{S}_n$  es  $(A + A^T)/2$  y la proyección ortogonal de  $A$  en  $\mathcal{A}_n$  es  $(A - A^T)/2$ . Por lo tanto, para una matriz  $A \in M_{n,n}$ , se encuentra una matriz  $C$  más próxima a la matriz  $A$ .

De acuerdo con Meyer (2000), la matriz antisimétrica  $X$  más próxima a  $L(A)$  es la proyección ortogonal de  $L(A)$  sobre  $\mathcal{A}_n$ , es decir,  $X = (L(A) - L(A)^T)/2$ . Así se tiene que la matriz  $E(X)$  es la más cercana a la matriz  $E(L(A)) = A$ . Pero

$$E(X) = E\left[\frac{1}{2}(L(A) - L(A)^T)\right] = (A \otimes J(A)^T)^{(1/2)},$$

donde se denota con el superíndice '(1/2)' la raíz cuadrada componente a componente, es decir, si  $M \in M_{n,m}^+$ , entonces  $[M^{(1/2)}]_{i,j} = (M_{i,j})^{1/2}$ . Debido a que  $X$  es antisimétrica, entonces  $E(X)$  es recíproca.

El objetivo es encontrar una matriz consistente  $C$  lo más cercana posible a  $A$ , donde  $A \in M_{n,n}^+$  es una matriz no consistente en  $M_{n,n}^+$ . Para ello, se linealiza el problema considerando el Teorema 7; recordamos también la aplicación dada en (4.2).

**Problema 3.** Para una matriz no consistente  $A \in M_{n,n}^+$ , encontrar una matriz  $X \in L_n$  (o un vector  $x \in \mathfrak{R}$ ), tal que  $X$  (o  $\phi(x)$ ) sea lo más cercana a  $L(A)$ .

En vista de que  $L_n$  es un subespacio vectorial de  $M_{n,n}$ , la respuesta al Problema 3 se obtiene de manera estándar en Álgebra:

**Teorema 9.** Sea  $A \in M_{n,n}^+$ , existe una única matriz  $X \in L_n$  tal que  $\|L(A) - X\|_F \leq \|L(A) - Y\|_F, \quad \forall Y \in L_n.$

La matriz  $X$  es la proyección ortogonal de  $L(A)$  sobre  $L_n$ .

Sea  $X$  la matriz dada en el Teorema 9. Ya que  $X \in L_n$ , sabemos que  $E(X)$  es consistente. En vista de que  $X$  aproxima a  $L(A)$ ,  $E(X)$  aproxima a  $E(L(A)) = A$ . Para encontrar la proyección ortogonal de  $L(A)$  en  $L_n$ , resulta útil encontrar una base ortogonal de  $L_n$ . Recuérdese la definición de la aplicación dada en (4.2) y que la dimensión de  $L_n$  es  $n-1$ . También hay que recordar que se ha definido en  $M_{n,n}$  el producto interior  $\langle A, B \rangle = \text{traza}(A^T B)$  y  $L_n$  hereda este producto interior como subespacio de  $M_{n,n}$ .

Definamos ahora en  $\mathfrak{R}^n$  el producto interior estándar cuya norma inducida es la Euclidiana, esto es  $\|u\|^2 = (u^T u)^{1/2}$  para  $u \in \mathfrak{R}^n$ .

**Teorema 10.** Sea  $\{y_1, \dots, y_{n-1}\}$  una base ortogonal del complemento ortogonal del  $\text{span}\{1_n\}$ . Entonces  $\{\phi(y_1), \dots, \phi(y_{n-1})\}$  es una base ortogonal de  $L_n$ .

**Demostración.** Sea  $\{e_1, \dots, e_n\}$  la base canónica en  $\mathfrak{R}^n$ . En primer lugar, hallemos  $\langle \phi(e_i), \phi(e_j) \rangle$ . Por sencillez en el cálculo, hallaremos  $\langle \phi(e_1), \phi(e_1) \rangle$  y  $\langle \phi(e_1), \phi(e_2) \rangle$ :

$$\phi(e_1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ -1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -1 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} = (e_1 - 1_n | e_1 | \dots | e_1).$$

De forma análoga se tiene que  $\phi(e_2) = (e_2 | e_2 - 1_n | e_2 | \dots | e_2)$ , entonces:

$$\langle \phi(e_1), \phi(e_1) \rangle = \text{traza} \left\{ \begin{pmatrix} e_1^T - 1_n^T \\ e_1^T \\ \vdots \\ e_1^T \end{pmatrix} (e_1 - 1_n | e_1 | \dots | e_1) \right\} = 2n - 2$$

y

$$\langle \phi(e_1), \phi(e_2) \rangle = \text{traza} \left\{ \begin{pmatrix} e_1^T - 1_n^T \\ e_1^T \\ \vdots \\ e_1^T \end{pmatrix} (e_2 | e_2 - 1_n | e_2 | \dots | e_2) \right\} = -2.$$

Por simetría,

$$\langle \phi(e_i), \phi(e_j) \rangle = \begin{cases} 2n - 2 & \text{si } i = j, \\ -2 & \text{si } i \neq j. \end{cases} \quad (4.3)$$

Ahora, sea  $v = (v_1, \dots, v_n)^T \in \mathfrak{R}^n$  y  $w = (w_1, \dots, w_n)^T \in \mathfrak{R}^n$ . Entonces:

$$\langle \phi(v), \phi(w) \rangle = \left\langle \sum_{i=1}^n v_i \phi(e_i), \sum_{j=1}^n w_j \phi(e_j) \right\rangle = \sum_{i,j=1}^n v_i w_j \langle \phi(e_i), \phi(e_j) \rangle = v^T \Phi w, \quad (4.4)$$

donde  $\Phi \in M_{n,n}$  está definida por  $[\Phi]_{i,j} = \langle \phi(e_i), \phi(e_j) \rangle$ . Se puede observar en (4.3) que se tiene

$$\Phi = 2nI_n - 2U_n, \quad (4.5)$$

siendo  $U_n = (1_n | \dots | 1_n) \in M_{n,n}$ . Ahora es posible demostrar el teorema. Elijamos cualquier  $i, j \in \{1, \dots, n\}$ , con  $i \neq j$ . Utilizando (4.4) y (4.5), se tiene

$$\langle \phi(y_i), \phi(y_j) \rangle = y_i^T (2nI_n - 2U_n) y_j = 2ny_i^T y_j - 2y_i^T U_n y_j. \quad (4.6)$$

Debe observarse que  $y_i^T y_j = 0$ , ya que por hipótesis  $\{y_1, \dots, y_{n-1}\}$  es un sistema ortogonal y además  $y_i^T U_n y_j = y_i^T (1_n | \dots | 1_n) y_j = (y_i^T 1_n | \dots | y_i^T 1_n) y_j = 0$

porque  $y_i \in (\text{span}\{1_n\})^\perp$ . De esta manera (4.6) se reduce a  $\langle \phi(y_i), \phi(y_j) \rangle = 0$ .  $\square$

Se observa que la prueba de este teorema (ver (4.6)) lleva a

$$\|\phi(y_i)\|_F^2 = 2n\|y_i\|^2 \quad \forall i = 1, \dots, n-1.$$

La respuesta al problema 3 es dada por la expansión de Fourier (Meyer, 2000) de  $L(A)$  en el sistema ortogonal obtenido en el teorema anterior. Precisamente, se ha probado el siguiente teorema:

**Teorema 11.** Sea  $A \in M_{n,n}^+$ . La siguiente matriz

$$X_A = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\text{traza}(L(A)^T \phi(y_i))}{\|y_i\|^2} \phi(y_i)$$

es la matriz más cercana en  $L_n$  a  $L(A)$ , donde  $\{y_1, \dots, y_{n-1}\}$  es una base ortogonal del complemento ortogonal del  $\text{span}\{1_n\}$ .

**Nota 1:** En vista de que  $X_A$  es la matriz más cercana en  $L_n$  a  $L(A)$ , se espera que  $E(X_A)$  sea aproximada a  $E(L(A)) = A$ .

Los siguientes resultados muestran que los cálculos relacionados con la expansión de Fourier, mencionada en el teorema 11, son sencillos.

**Teorema 12.** Sea  $(Y_n)_{n=2}^{\infty}$  la sucesión de matrices definida por

$$(Y_2) = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad (Y_{n+1}) = \begin{pmatrix} Y_n & 1_n \\ 0 & -n \end{pmatrix}, \quad n \geq 2.$$

Entonces para cada  $n \geq 2$ , las columnas de  $Y_n$  son ortogonales y pertenecen al  $\text{span}\{1_n\}^{\perp}$ .

**Demostración:** El teorema es equivalente a decir que

$$Y_n^T Y_n \text{ es diagonal,} \quad \text{y que, } 1_n^T Y_n = 0 \quad (4.7)$$

para cada  $n \geq 2$ . Probemos (4.7) mediante inducción sobre  $n$ . Para  $n = 2$ , el teorema es obviamente verdadero. Se asume que se verifica (4.7) para  $n$  y demostremos que también se verifica para  $n + 1$ .

$$1_{n+1}^T Y_{n+1} = \left( 1_n^T \mid 1 \right) \begin{pmatrix} Y_n & 1_n \\ 0 & -n \end{pmatrix} = \left( 1_n^T Y_n \mid 1_n^T 1_n - n \right) = 0.$$

Transponiendo la identidad de la derecha de (4.7), se tiene que  $Y_n^T 1_n = 0$ , por consiguiente:

$$Y_{n+1}^T Y_n = \begin{pmatrix} Y_n^T & 0 \\ \mathbf{1}_n^T & -n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_n & \mathbf{1}_n \\ 0 & -n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_n^T Y_n & 0 \\ 0 & \mathbf{1}_n^T \mathbf{1}_n + n^2 \end{pmatrix}.$$

Por lo tanto, por la hipótesis de inducción  $Y_{n+1}^T Y_{n+1}$  es diagonal.  $\square$

A continuación, se escriben  $Y_2$ ,  $Y_3$  y  $Y_4$ :

$$Y_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix},$$

$$Y_3 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix},$$

$$Y_4 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}.$$

**Nota 2.** Puede observarse que por el teorema 12, las  $n-1$  columnas de  $Y_n$  (cada columna pertenece a  $\mathfrak{R}^n$ ), es una base ortogonal de  $(\text{span}\{\mathbf{1}_n\})^\perp$ . Además, es fácil de demostrar que si  $y_1, \dots, y_n$  son las columnas de  $Y_n$ , entonces  $\|y_k\|^2 = k + k^2$  para  $1 \leq k \leq n-1$ .

**Nota 3.** La aplicación  $\phi: \mathfrak{R}^n \rightarrow M_{n,n}$  definida en (4.2), admite una representación matricial. Es simple demostrar que  $\phi(v) = v \mathbf{1}_n^T - \mathbf{1}_n v^T$ .

#### 4.6.4. Cuarto método. Negociación.

El procedimiento se basa en el explicado en el tercer método (apartado 4.6.3), pero con una extensión de modificación de juicios. Incluimos de nuevo algunas definiciones y

resultados ya vistos con el objetivo de que el método se muestre de forma completa; es por ello, que los teoremas 8, 9, 10 y 11 aparecen otra vez, aunque con la notación que introducimos a continuación.

De nueva cuenta, introducimos la notación matemática necesaria para explicar este método para encontrar la matriz consistente  $B$  más cercana a la matriz  $A$  que contiene las opiniones del experto.

$M_{n,m}$  representa el conjunto de matrices reales  $n \times m$ . Si  $A \in M_{n,m}$ ,  $[A]_{i,j}$  denota la entrada  $i, j$  de  $A$ .  $M_{n,m}^+ \subset M_{n,m}$  es el subconjunto de matrices con entradas positivas. Se asume que los vectores de  $\mathfrak{R}^n$  son columnas, y se indica por  $\mathbf{1}_n = (1, \dots, 1)^T \in \mathfrak{R}^n$ . Se utiliza el producto de Hadamard ( $\otimes$ ) para la multiplicación de matrices.

Las siguientes aplicaciones son inversas entre sí:

$$\begin{aligned} L: M_{n,m}^+ &\rightarrow M_{n,m}, & [L(A)]_{i,j} &= \log([A]_{i,j}); \\ E: M_{n,m} &\rightarrow M_{n,m}^+, & [E(A)]_{i,j} &= e^{[A]_{i,j}} \end{aligned}$$

De forma clara  $L(X \otimes Y) = L(X) + L(Y)$  y  $E(X + Y) = E(X) \otimes E(Y)$  para todo  $X, Y \in M_{n,m}^+$ . En vista de su simplicidad, se utiliza la norma de Frobenius:

$$\|A\|_F = \left( \sum_{i,j} [A]_{i,j}^2 \right)^{1/2} = [\text{traza}(A^T A)]^{1/2}.$$

En  $M_{n,m}^+$ , se define la distancia  $d$  que existe en  $d(A, B) = \|L(A) - L(B)\|_F$ . Finalmente, se definen la aplicación  $\phi: \mathfrak{R}^n \rightarrow M_{n,n}$ , dada por  $[\phi(x)]_{i,j} = x_i - x_j$ , y el conjunto  $L_n = \{L(A): A \in M_{n,n}^+, A \text{ es consistente}\}$ .

**Teorema 8.** El conjunto  $L_n = \text{Im}\phi_n$  es un subespacio vectorial de  $M_{n,n}$  con dimensión  $n-1$ .

Se utilizan las proyecciones ortogonales para obtener una solución aproximada del problema. Sea  $p_n = M_{n,n} \rightarrow L_n$  tal proyección y se considera en  $\mathfrak{R}^n$  el producto interior estándar, inducido por la norma Euclidiana, y en  $M_{n,n}$  el siguiente producto interior:

$$\langle A, B \rangle = \text{traza}(A^T B).$$

**Teorema 9.** Sea  $A \in M_{n,n}^+$ .

- a) Existe una única matriz  $X \in L_n$  tal que  $\|L(A) - X\|_F \leq \|L(A) - X'\|_F$  para todo  $X' \in L_n$ . La matriz  $X$  es la proyección ortogonal de  $L(A)$  en  $L_n$ , esto es  $X = p_n(L(A))$ .
- b) Existe una única matriz  $Y \in M_{n,n}^+$ , tal que  $d(A, Y) \leq d(A, Y')$  para todas la matrices consistentes  $Y'$  en  $M_{n,n}^+$ . Esta matriz esta dada por  $Y = E(p_n(L(A)))$ .

El siguiente resultado proporciona la base ortogonal de  $L_n$ .

**Teorema 10.** Sea  $\{y_1, \dots, y_{n-1}\}$  una base ortogonal del complemento ortogonal del  $\text{span}\{1_n\}$ . Entonces  $\{\phi(y_1), \dots, \phi(y_{n-1})\}$  es una base ortogonal de  $L_n$  y  $\|\phi(y_i)\|_F^2 = 2n\|y_i\|_2^2$  para todo  $i = 1, \dots, n-1$ . De ahí, que la proyección ortogonal de  $L(A)$  en  $L_n$  sea dada por la expansión de Fourier (Meyer, 2000).

**Teorema 11.** Sea  $A \in M_{n,n}^+$ . Si  $\{y_1, \dots, y_{n-1}\}$  es una base ortogonal del complemento ortogonal del  $\text{span}\{1_n\}$ , entonces la siguiente matriz

$$\frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\text{traza} \left( L(A)^T \phi_n(y_i) \right)}{\|y_i\|_F^2} \phi_n(y_i)$$

es la proyección ortogonal de  $L(A)$  en  $L_n$ .

Debe observarse que  $\phi_n(v) = v1_n^T - 1_n v^T$  para toda  $v \in \mathfrak{R}^n$ .

Siguiendo en el contexto de linealización, se propone la opción de encontrar una matriz consistente modificando uno o más juicios de la matriz.

De nueva cuenta, supongamos que una matriz recíproca  $A$  se obtiene como consecuencia de que un experto emite sus juicios respecto a la política de gestión de fugas que debe seguirse en una empresa de abastecimiento de agua potable. Y la matriz consistente  $Y_A = E \left[ P_n(L(A)) \right]$  es la más cercana a dicha matriz  $A$ . Si se modifica el juicio que compara los criterios  $r$  y  $s$ , siendo  $r \neq s$  y  $1 \leq r, s \leq n$ . Se obtiene otra matriz recíproca  $B$ . En otras palabras,  $[B]_{r,s} = \alpha [A]_{r,s}$  y  $[B]_{s,r} = \alpha^{-1} [A]_{s,r}$  para ciertos  $\alpha > 0$  y  $[B]_{i,j} = [A]_{i,j}$  en los juicios que permanecen.

El problema que ahora se tiene es encontrar esa matriz  $Y_B = E \left[ p_n(L(B)) \right]$  lo más cercana a  $B$  realizando menos operaciones que con el teorema 11.

La relación que existe entre las matrices  $A$  y  $B$  es la siguiente:

$$L(B) = L(A) + \log \alpha \left( e_r e_s^T - e_s e_r^T \right). \quad (4.8)$$

En vista de que la proyección ortogonal de  $p_n$  es lineal,

$$p_n(L(B)) = p_n(L(A)) + \log \alpha \cdot p_n \left( e_r e_s^T - e_s e_r^T \right). \quad (4.9)$$

Por el teorema 11 se tiene que

$$p_n(e_r e_s^T - e_s e_r^T) = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\text{traza}\left(\left(e_r e_s^T - e_s e_r^T\right)^T \phi_n(y_i)\right)}{\|y_i\|_2^2} \phi_n(y_i). \quad (4.10)$$

Simplifiquemos  $\text{traza}\left(\left(e_r e_s^T - e_s e_r^T\right)^T \phi_n(y_i)\right)$ . Utilizando  $\phi_n(v) = v 1_n^T - 1_n v^T$  para toda  $v \in \mathfrak{R}^n$ , se tiene

$$\left(\left(e_r e_s^T - e_s e_r^T\right)^T \phi_n(y_i)\right) = \left(e_r^T y_i\right) e_s 1_n^T - e_s y_i^T - \left(e_s^T y_i\right) e_r 1_n^T + e_r y_i^T.$$

Debido a que la traza es lineal, se tiene

$$\text{traza}\left(\left(e_r e_s^T - e_s e_r^T\right)^T \phi_n(y_i)\right) = 2e_r^T y_i - 2e_s^T y_i = 2(e_r^T - e_s^T) y_i.$$

Volviendo a (4.10), se tiene que

$$p_n(e_r e_s^T - e_s e_r^T) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{(e_r^T - e_s^T) y_i}{\|y_i\|_2^2} (y_i 1_n^T - 1_n y_i^T). \quad (4.11)$$

Ya que  $\{1_n, y_1, \dots, y_{n-1}\}$  es una base ortogonal de  $\mathfrak{R}^n$  y  $\|1_n\|_2^2 = n$ , se tiene

$$e_r - e_s = \frac{(e_r^T - e_s^T) 1_n}{n} 1_n + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{(e_r^T - e_s^T) y_i}{\|y_i\|_2^2} y_i. \quad (4.12)$$

Y en vista de que  $e_r^T 1_n = e_s^T 1_n = 1$ , (4.12) queda de la siguiente forma:

$$e_r - e_s = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{(e_r^T - e_s^T) y_i}{\|y_i\|_2^2} y_i.$$

De ahí (4.11) queda así:

$$p_n(e_r e_s^T - e_s e_r^T) = \frac{1}{n} \left[ (e_r - e_s) \mathbf{1}_n^T - \mathbf{1}_n (e_r - e_s)^T \right]. \quad (4.13)$$

Ahora se puede demostrar fácilmente que

$$(e_r - e_s) \mathbf{1}_n^T - \mathbf{1}_n (e_r - e_s)^T = 2(e_r e_s^T - e_s e_r^T) + \sum_{j \notin \{r,s\}} e_r e_j^T - e_j e_r^T - e_s e_j^T + e_j e_s^T. \quad (4.14)$$

Partiendo de (4.9), (4.13), y (4.14) tenemos

$$P_n(L(B)) = P_n(L(A)) + \frac{\log \alpha}{n} \left( 2(e_r e_s^T - e_s e_r^T) + \sum_{j \notin \{r,s\}} e_r e_j^T - e_j e_r^T - e_s e_j^T + e_j e_s^T \right),$$

y, finalmente,

$$Y_B = Y_A \otimes E \left( \frac{\log \alpha}{n} \left( 2(e_r e_s^T - e_s e_r^T) + \sum_{j \notin \{r,s\}} e_r e_j^T - e_j e_r^T - e_s e_j^T + e_j e_s^T \right) \right).$$

De esta última expresión, surge el siguiente resultado:

**Teorema 12.** Sea  $A \in M_{n,n}^+$  y sea  $Y_A$  la matriz consistente más cercana a  $A$ . Si  $B$  está definida por (4.8) y  $Y_B$  es la matriz consistente más cercana a  $B$ , entonces

$$[Y_B]_{r,s} = \alpha^{2/n} [Y_A]_{r,s}, [Y_B]_{s,r} = \alpha^{-2/n} [Y_A]_{s,r};$$

si  $j \notin \{r,s\}$ , entonces

$$[Y_B]_{r,j} = \alpha^{1/n} [Y_A]_{r,j}, [Y_B]_{j,r} = \alpha^{-1/n} [Y_A]_{j,r}, [Y_B]_{s,j} = \alpha^{-1/n} [Y_A]_{s,j}, [Y_B]_{j,s} = \alpha^{1/n} [Y_A]_{j,s};$$

y, finalmente,  $[Y_B]_{i,j} = [Y_A]_{i,j}$  en los demás casos.

Utilizando el producto de Hadamard, el teorema 12 puede ser reescrito de una forma más compacta.

**Teorema 13.** Sea  $A \in M_{n,n}^+$  y sea  $Y_A$  la matriz consistente más cercana a  $A$ . Si  $B$  es definido en (4.8) y  $Y_B$  es la matriz consistente más cercana a  $B$ , entonces

$$Y_B = Y_A \otimes (xy^T),$$

donde  $x = [x_1, \dots, x_n]^T$ ,  $y = [y_1, \dots, y_n]$ ,  $x_r = y_s = \alpha^{1/n}$ ,  $x_s = y_r = \alpha^{-1/n}$ , y  $x_i = y_i$  cuando  $i \notin \{r, s\}$ .

#### 4.7 REFLEXIONES.

La elección de la metodología AHP para la consideración de diversos criterios en la elección de una política de gestión de fugas ha sido producto de una ardua búsqueda. Se ha tomado la decisión de recurrir a esta técnica por el potencial que ofrece, no solo para el análisis del problema al que se desea dar solución en este trabajo, sino por el amplio espectro de aplicación que posee.

El análisis matemático exhaustivo de la metodología que se ha realizado en el presente capítulo ha dado como resultado el surgimiento de nuevas alternativas para dar solución a uno de los mayores problemas que tiene AHP: la consistencia. Dichas alternativas dan como resultado la validación en la aplicación del método para resolver nuestra problemática, propician la interrelación y retroalimentación con el experto y favorecen el entendimiento general del problema al que se desea dar solución.



## 5. DESARROLLO DE UN SISTEMA SOPORTE DE DECISIÓN.

---

Un sistema soporte de decisión SSD (DSS por sus siglas en inglés) se refiere a un conjunto de herramientas informáticas que son utilizadas para apoyar el proceso de toma de decisiones y la resolución de problemas (Turban *et al.*, 2005).

La ventaja que brindan los SSD se puede resumir en que permite la automatización de procesos en un entorno cambiante y ayuda a basar las decisiones en los distintos niveles de planificación de proyectos. Los SSD combinan la aplicación de herramientas informáticas y el proceso de toma de decisiones. Permiten que el usuario interactúe con un ordenador proporcionando información, de manera que se pueda obtener un resultado que sirva como guía para la resolución de problemas.

Los SSD están formados por el modelo de toma de decisiones y la interfaz de usuario.

### 5.1. FUNDAMENTOS DE LA TOMA DE DECISIONES.

La toma de decisiones consiste en un proceso de selección de alternativas con la finalidad de alcanzar una meta o solucionar un problema. La toma de decisiones implica evaluar entre diferentes posibilidades disponibles y determinar la acción que se llevará a cabo. En todas las decisiones influyen dos factores claves: el valor que tiene para la persona cada opción y el resultado probable.

La actividad cognitiva básica de la toma de decisiones consiste en evaluar cada una de las posibles elecciones y determinar cual es la que tiene más probabilidades de conseguir las metas propuestas (Smith y Kosslyn, 2008). Los procesos cognitivos usados en los procesos de toma de decisiones son: observación, comparación, clasificación, evaluación, resolución y retroalimentación.

En todo proceso de toma de decisiones, el riesgo y la incertidumbre juegan un papel fundamental (Ríos, 1976). En el caso del riesgo, el decisor considera la probabilidad de

ocurrencia de los resultados de tomar cada alternativa. En lo referente a la incertidumbre, el experto se enfrenta a una situación en la que desconoce la probabilidad de ocurrencia de los posibles resultados de las alternativas disponibles.

El modelo que se utiliza para la toma de decisiones (AHP) es un modelo con componentes de incertidumbre, ya que el experto toma una decisión considerando que no existe ley de probabilidad en la cual basarse para evaluar cada una de las alternativas. Según Smith y Kosslyn (2008), cuando una persona se enfrenta a la incertidumbre, se basa en las capacidades cognitivas para recuperar de la memoria, realizar una evaluación por similitud y para imaginar las causas de los acontecimientos. Los juicios emitidos bajo incertidumbre tienen relación con el rendimiento del sistema perceptivo, es decir la forma en cómo se perciben las cosas y la disponibilidad de la información que se tiene.

El decisor debe ser una persona interesada en el problema (Ríos, 1976), pero sobre todo con conocimientos y experiencia necesaria para que sus juicios y opiniones sean útiles para el desarrollo del proceso y para justificar la decisión tomada. Por este motivo en las aplicaciones que se presentan en el capítulo 6 se ha recurrido a expertos en empresas de agua potable, fugas en redes de abastecimientos y proyectos de agua potable.

El proceso de toma de decisiones se muestra gráficamente en la figura 13 y se puede dividir en las siguientes fases:

En la primera etapa se debe llevar a cabo la estructuración del problema. El primer paso consiste en identificar el objetivo que se quiere alcanzar; para ello, la persona debe tomar en cuenta las necesidades que requiere cubrir, es decir, qué problema debe resolverse con la decisión tomada. El siguiente paso es la identificación de las posibilidades de resolución del problema, así como la determinación de los diferentes criterios que deben considerarse en el proceso, es decir, los aspectos que deben tomarse en cuenta a la hora de evaluar cada una de las alternativas.

La segunda fase corresponde al análisis. Los tipos de análisis que pueden llevarse a cabo son de dos tipos, cuantitativo y cualitativo, dependiendo del tipo de decisión que se este tomando, la estructura del problema y el tipo de información que se disponga

para la toma de decisiones. La evaluación consiste en realizar una reflexión mediante el la comparación y el razonamiento de los elementos que integran el problema, para finalmente llegar a tomar una decisión.



Figura 13. Proceso de toma de decisiones.

## 5.2. MODELOS DE TOMA DE DECISIÓN.

Los modelos de toma de decisión se dividen de forma general en dos grupos (Zimmermann, 1987, 1996; Triantaphyllou, 2000); en primer lugar podemos mencionar a los modelos multi-objetivo (MODM), que son modelos de toma de decisiones cuyo espacio de solución es continuo. En segundo lugar se encuentran los modelos multi-atributo (MADM), que se refieren a modelos de toma de decisiones cuyo espacio de solución es discreto. En la literatura es muy común que se hable de forma indistinta de MADM y MCDM (Triantaphyllou, 2000).

En el caso de los MADM, el objetivo no es encontrar una solución óptima al problema; el objetivo de este tipo de modelos consiste en determinar, mediante procesos de clasificación, un orden de las alternativas para elegir la más adecuada tomado en cuenta una serie de criterios determinados.

El método AHP forma parte de los MADM. Las alternativas representan las opciones de acción que se pueden llevar a cabo para dar solución al problema o para alcanzar el objetivo deseado. Específicamente en AHP el número de alternativas que se presume tener es finito, siendo el número máximo de alternativas posibles  $n = 7 \pm 2$  (Miller, 1955), por tratarse de un número crítico en cuanto a los objetivos sobre los que una persona puede emitir juicios de manera más o menos simultánea; por lo que este número es también el máximo de criterios posibles. Cuando se habla de atributos, se refiere a los criterios de decisión, que para el caso de la evaluación de alternativas, representan las diferentes dimensiones en que se analizará cada una de ellas. Dadas las propiedades de AHP no existe problema por conflicto de criterios; tampoco por incompatibilidad de unidades de comparación, ya que los juicios verbales y la escala de valores del método (tabla 21) proporcionan la oportunidad de especificar la importancia de un criterio frente a otro, sin hacer distinción entre las unidades que pueden usarse para medir cada uno de ellos. Por lo cual, el experto decide qué valor otorga a un elemento frente a otro aún cuando los criterios se contrapongan y no coincidan o no existan unidades de medición.

### **5.3. CONSTRUCCIÓN DEL SSD.**

Para llevar a cabo la herramienta de SSD se recurrió al lenguaje MATLAB, un entorno con lenguaje relativamente sencillo que cuenta con mecanismos interactivos que permiten realizar tareas de cálculo complejas.

Una interfaz gráfica de usuario o GUI (Graphical User Interface) por sus siglas en inglés, es una aplicación informática que permite que el usuario interactúe con el ordenador en un entorno amigable y que realice operaciones mediante íconos, botones, gráficos, menús desplegables, ventanas, marcadores, etc.

Dentro de las ventajas de una GUI se encuentra el hecho de que permite al usuario interactuar con la aplicación. Le proporciona la oportunidad de realizar tareas establecidas por el programador mediante la ejecución de comandos contenidos en los botones, listas, íconos, y demás componentes de la GUI, sin permitirle modificar las funciones que el programa desarrolla. Lo anterior representa una ventaja para el

programador, ya que mantiene controlados los componentes de la interfaz y obtiene información que el usuario le proporciona.

Cada componente del entorno de la GUI ejecuta una o más tareas establecidas por la persona que diseña la aplicación; para que la tarea pueda desarrollarse el usuario debe manipular el elemento, bien sea proporcionando información u operando los componentes de la aplicación.

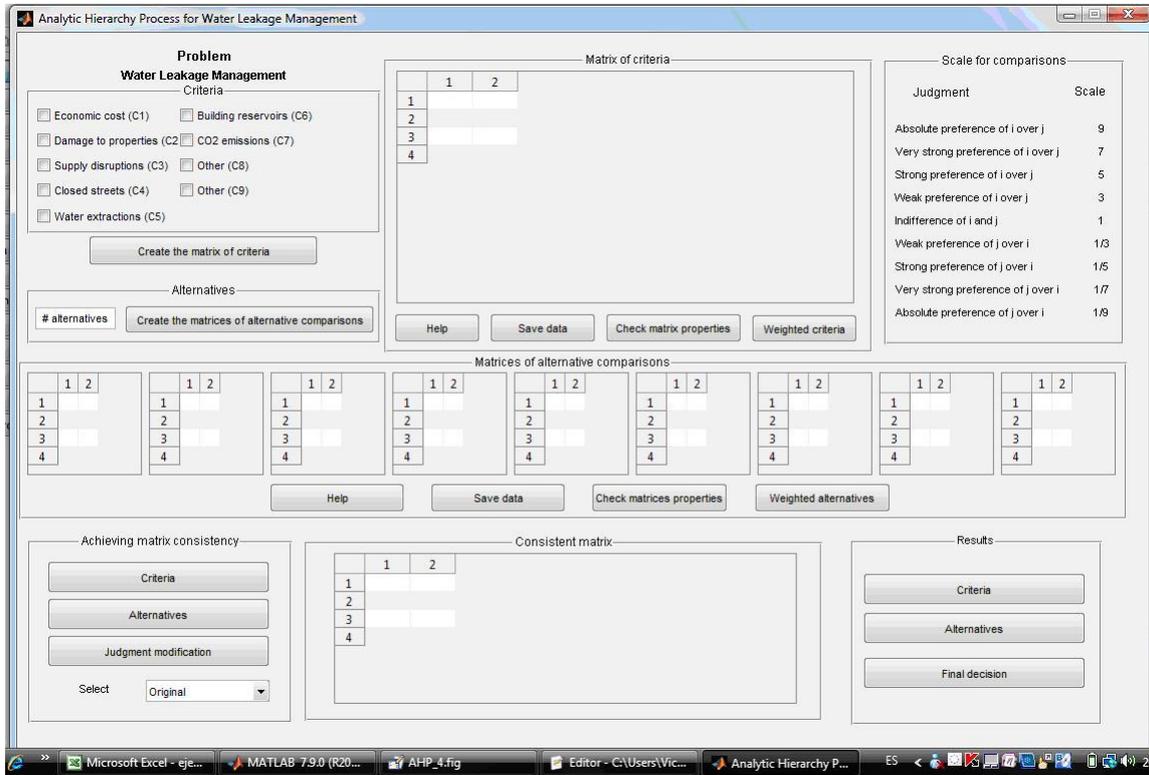
Una de las ventajas de utilizar MATLAB para el desarrollo de la aplicación informática, es que cuenta con la herramienta interactiva GUIDE (Graphical User Interface Development Environment) para diseñar y editar interfaces de usuario. Esta herramienta permite incluir listas de selección, menús desplegables, botones de pulsación, botones de opción y deslizadores, así como diagramas de MATLAB y controles ActiveX. También es posible crear interfaces gráficas de usuario por medio de programación usando las funciones de MATLAB.

#### **5.4. DESCRIPCIÓN DE LA INTERFAZ GRÁFICA DE USUARIO.**

El proceso de toma de decisiones respecto a la política de gestión de fugas que debe llevar a cabo una empresa de abastecimiento de agua potable ha sido plasmado en una GUI con la finalidad de automatizar la obtención de resultados y proporcionar a los expertos la posibilidad de trabajar directamente con el problema que desean resolver.

Cada uno de los elementos que forman la GUI ha sido pensado de forma que sea accesible para el usuario y que le permita una aplicación correcta del método AHP. Para las aplicaciones realizadas y presentadas, las matrices han sido rellenas en papel de forma manual por el usuario y posteriormente, los datos han sido vertidos en la GUI para su verificación, validación y obtención de resultados. Este proceso nos ha dado la oportunidad de validar el funcionamiento de la interfaz. Aún cuando la creación de esta GUI brinda la oportunidad de que el experto realice la aplicación del proceso de toma de decisiones en forma directa en el ordenador, la aplicación personal no ha ido en detrimento de la utilidad de la interfaz, simplemente que por la naturaleza de la problemática y debido a la posibilidad que se ha tenido de trabajar directamente con

expertos, ha sido necesaria (y provechosa) una interacción con personas relacionadas estrechamente con el objetivo a lograr. De hecho, a raíz de una serie de aplicaciones, surgió la idea de desarrollar un SSD que permitiera la aplicación de la técnica AHP para la toma de decisiones en gestión de fugas de forma individual.



*Figura 14. Pantalla principal de la GUI.*

La interfaz fue desarrollada para utilizarla en inglés o español, los componentes que la forman y las funciones que realiza son exactamente los mismos.

El primer recuadro a la izquierda enmarca los componentes del problema, que para nuestro caso siempre se manejará como objetivo: la gestión de pérdidas de agua. El experto tendrá la oportunidad de seleccionar hasta nueve criterios de evaluación (Miller, 1955), los cuales son:

- C1. Coste económico
- C2. Daño a propiedades
- C3. Corte de suministro

- C4. Cierre de calles
- C5. Extracción de agua
- C6. Construcción de reservorios
- C7. Emisión de CO<sub>2</sub>
- C8. Otro
- C9. Otro

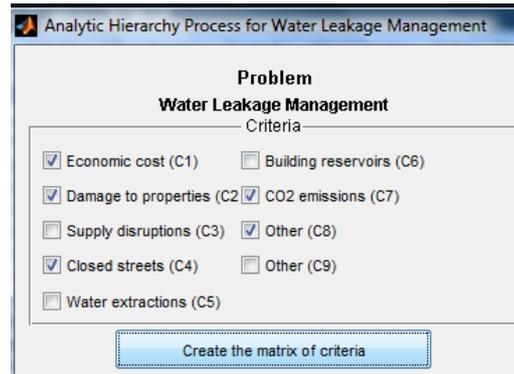


Figura 15. GUI. Selección de criterios.

En la parte baja de dicho recuadro se encuentra el botón que crea la matriz de comparación de criterios, la cual se despliega en el recuadro central superior, justo a la derecha del primer recuadro. La matriz aparece con todos los valores en cero, exceptuando la diagonal principal donde tiene valores 1. El tamaño de la matriz será igual al número de criterios que hayan sido seleccionados en el recuadro anterior. En esta matriz, el experto tendrá la oportunidad de emitir los juicios de comparación entre pares de criterios, basándose en la escala de valores que aparece a su derecha.

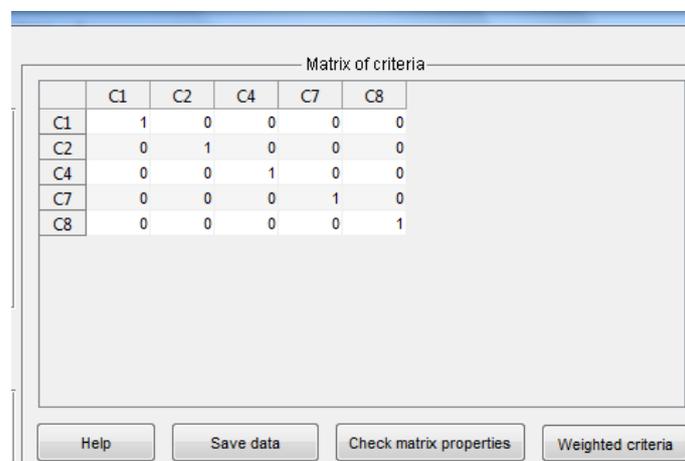


Figura 16. GUI. Matriz de comparación de criterios.

En la parte baja de la matriz se encuentran cuatro botones. El primer botón es “ayuda”, este botón ofrece una breve explicación del proceso que se debe seguir para rellenar la matriz de comparación de criterios y comprobar las características de la misma.

El segundo botón sirve para guardar la matriz de criterios, este botón debe presionarse antes de presionar los dos últimos botones; el botón “Guardar datos” debe presionarse cada vez que se hagan modificaciones a la matriz de comparación de criterios, de no hacerlo, se estará trabajando con los valores de la última matriz de criterios guardada.

El tercer botón es el de “Verificar características”; este botón brinda la oportunidad de que el experto conozca si la matriz que ha rellenado cumple con las características de positividad de componentes, homogeneidad y reciprocidad, en caso de que no se cumpla con alguna de ellas, aparece un mensaje donde se hace saber al experto que la matriz de criterios no cumple con alguna de esas características. En el caso de que el tercer botón despliegue un mensaje de que no se cumplen con las características de positividad de componentes, homogeneidad o reciprocidad, debe modificarse la matriz de criterios de forma manual, para después presionar el botón “Guardar datos” y volver a presionar el botón de “Verificar características”. Esta operación debe repetirse hasta que no aparezca mensaje alguno, esto significará que la matriz se ha rellenado cumpliendo las primeras tres características necesarias para validar AHP.

El botón “Orden de criterios” cumple dos funciones, la primera de ellas es comprobar la consistencia de la matriz de comparación de criterios, y la segunda es proporcionar la tasa de consistencia y el orden de criterios. Este último botón del recuadro central superior funciona de la siguiente manera: si la matriz rellenada por el experto no es suficientemente consistente se despliega un mensaje indicando tal circunstancia. Si la matriz tiene un nivel suficiente de consistencia, se despliega el valor de la tasa de consistencia y el vector de prioridades de dicha matriz. En el caso de que aparezca el mensaje indicando que la matriz no tiene un nivel adecuado de consistencia, el experto puede optar por modificar los valores de la matriz de forma manual o utilizar las opciones de mejora de consistencia que aparecen en el recuadro inferior izquierdo. Si el experto decide modificar los valores manualmente, deberá presionar el botón “Guardar datos” cada vez que haya terminado de realizar modificaciones para después realizar la

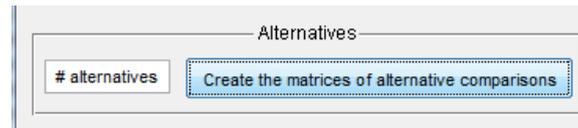
verificación presionando el tercer y cuarto botón, esta operación puede repetirse tantas veces como desee y siempre podrá optar por usar las opciones de mejora de consistencia. Es decir, bien puede buscar la consistencia de forma manual y lograr que aparezcan los resultados de la tasa de consistencia y el vector de prioridades, o decidirse por utilizar los métodos de mejora de consistencia que ofrece la GUI, los cuales serán explicados más adelante.

La escala contenida en el recuadro superior derecho contiene los valores y los juicios verbales que servirán para rellenar tanto la matriz de comparación de criterios, como las matrices de comparación de alternativas por criterio. Esta escala permite el uso de valores intermedios, lo cual aparece como una nota en la parte baja de la escala.

Scale for comparisons	
Judgment	Scale
Absolute preference of i over j	9
Very strong preference of i over j	7
Strong preference of i over j	5
Weak preference of i over j	3
Indifference of i and j	1
Weak preference of j over i	1/3
Strong preference of j over i	1/5
Very strong preference of j over i	1/7
Absolute preference of j over i	1/9

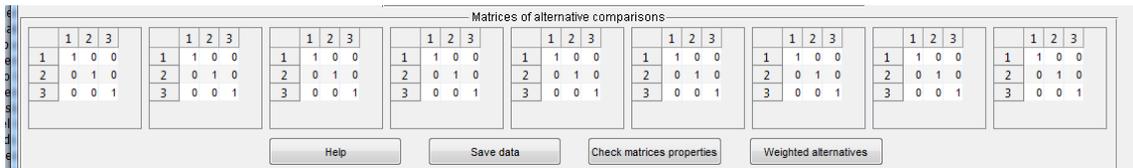
*Figura 17. GUI. Escala de valores.*

En la parte central de la GUI aparecen una serie de matrices, las cuales son las matrices de comparación de alternativas por criterio. El tamaño de estas matrices dependerá del número de alternativas que hayan sido establecidas en la parte superior izquierda de esas matrices, justo en la sección de alternativas, donde después de introducir un número, debe presionarse el botón “Crear matrices de comparación de alternativas”. El número ahí introducido no puede ser mayor a nueve (Miller, 1955). Se activarán tantas matrices como criterios.



*Figura 18. GUI. Establecimiento de número de alternativas.*

Una vez establecido el número de alternativas a evaluar por criterio, el experto debe proceder a rellenarlas, usando como base la misma escala de valores contenida en el recuadro superior derecho.



*Figura 19. GUI. Matrices de comparación de alternativas por criterio.*

Los cuatro botones que se encuentran debajo de las matrices de comparación de alternativas por criterio tienen funciones similares a los que están en la parte baja de la matriz de comparación de criterios.

En el caso del botón “Ayuda”, proporciona una breve descripción del proceso de llenado y verificación de características de las matrices.

El botón “Guardar datos” se encarga de almacenar todas y cada una de las matrices rellenadas. Las matrices deben guardarse antes de proceder a verificar sus características y el botón “Verificar características” proporciona la oportunidad de que el experto compruebe que las matrices que ha rellenado cumplen las primeras tres características: positividad de sus componentes, homogeneidad y reciprocidad. En caso de que alguna de las matrices no cumpla con dichas características, aparece un mensaje indicando la matriz que no ha sido rellenada correctamente. La matriz deberá ser modificada de forma manual hasta que, habiendo guardado las matrices y verificado sus características, no aparezca mensaje alguno, lo cual significará que las matrices son válidas de acuerdo a esas tres características.

El último botón, “Orden de alternativas”, proporciona la tasa de consistencia y el orden de preferencia de cada alternativa por criterio. En caso de que alguna de las matrices no

sea consistente, aparecerá un mensaje indicándolo. El experto tendrá la oportunidad de modificar manualmente la matriz o matrices, para posteriormente presionar el botón “Guardar datos”, “Verificar características” y “Orden de alternativas”, tantas veces como sea necesario, hasta que se cumplan las cuatro características necesarias para la validación del procedimiento de AHP. También en este caso el experto puede optar por acceder a las opciones de mejora de consistencia que aparecen en el recuadro inferior izquierdo.

En el recuadro inferior izquierdo aparecen las opciones de mejora de consistencia que han sido descritas en el capítulo anterior. El primer botón permite aplicar los métodos a la matriz de comparación de criterios. El segundo botón permite que dichos métodos de mejora de consistencia sean aplicados a cualquiera de las matrices de comparación de alternativas por criterios. El tercer botón brinda la oportunidad de que el experto modifique algún valor de comparación de las matrices que ya son consistentes por alguno de los métodos automáticos. Al oprimir ese tercer botón, la matriz aparecerá en el recuadro central inferior y el experto podrá modificar alguno de los valores ahí contenidos.

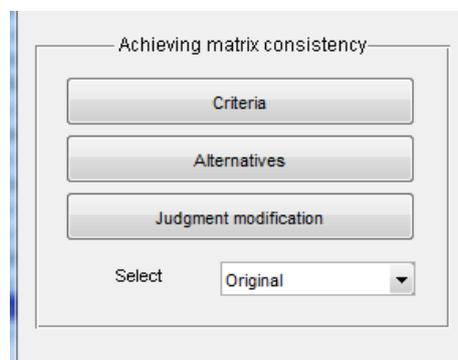
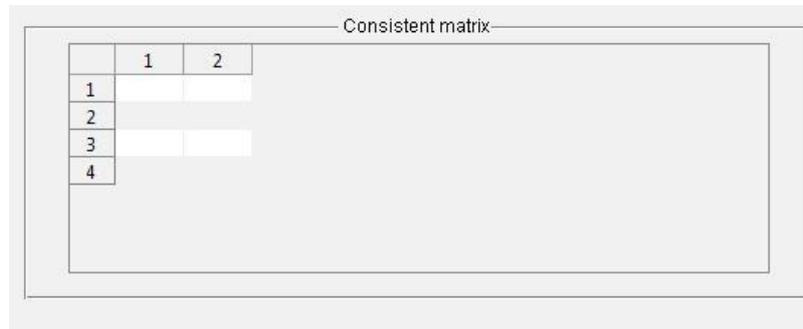


Figura 20. GUI. Selección de opciones de mejora de consistencia.

En el recuadro central inferior aparece la matriz que el experto decida al seleccionar una casilla de la opción final que aparece en el recuadro inferior izquierdo; esto posibilita la observación de los valores de las matrices consistentes y brinda la oportunidad de comparar los valores originales con los valores obtenidos mediante las opciones de mejora de consistencia. Y como ya se ha mencionado, en caso de que desee modificar algún valor, deberá antes presionar el tercer botón del recuadro inferior izquierdo y

posteriormente modificar manualmente el valor en la matriz que aparece en este recuadro.



*Figura 21. GUI. Matriz para modificar valores.*

El recuadro inferior derecho resume el proceso completo. El primer botón, proporciona el vector de prioridades de la matriz de comparación de criterios, el cual nos brinda la oportunidad de conocer el peso que tiene cada uno de los criterios en la evaluación. El segundo botón, nos muestra los vectores de prioridades de cada una de las matrices de comparación de alternativas por criterio. Cabe mencionar que los valores desplegados por estos botones son aquellos resultados finales, que surgen del proceso completo, es decir, los vectores son obtenidos de las matrices que cumplen todas las características necesarias para la validación del método. El último botón nos brinda la decisión final, es decir, sintetiza todos los valores emitidos por el experto en una expresión global, la cual, representa los valores que obtiene cada alternativa de solución y el valor mayor corresponde a la mejor alternativa de que puede ser llevada a cabo de acuerdo al análisis que se ha realizado. Esta decisión se obtiene mediante algún tipo de agregación entre el vector de prioridad de criterios y los vectores de prioridad de las alternativas. Aunque existen diversos métodos de agregación, aquí utilizamos agregación aditiva (Saaty y Hu, 1998; Saaty, 2008) que para cada alternativa multiplica su valor de prioridad respecto cada criterio por la prioridad de dicho criterio y realiza la suma para todos los criterios.

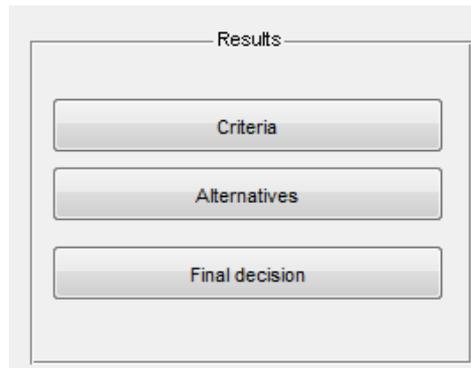


Figura 22. GUI. Botones para visualizar resultados.

### 5.5. PSEUDO-CÓDIGO DE LA INTERFAZ GRÁFICA DE USUARIO.

El siguiente pseudo-código contiene el proceso de la GUI:

0. Selección de criterios a considerar.
1. Construcción de matriz de comparación de criterios utilizando la escala de comparación.
  - a. La matriz pasa el test de consistencia: matriz aceptada.
  - b. La matriz no pasa el test de consistencia: continuar con el proceso siguiente.
2. Construir una matriz consistente mediante uno de los tres métodos de mejora de consistencia (apartados 4.6.1, 4.6.2 y 4.6.3).
3. El experto evalúa los cambios producidos por la mejora de consistencia.
  - a. El experto está de acuerdo: acepta la nueva matriz (consistente) de comparación de criterios.
  - b. El experto no está de acuerdo: decide realizar cambios a la matriz de comparación de criterios usando el método de negociación (punto 4.6.4).
4. Construcción automática de una nueva matriz (consistente) de comparación de criterios usando el método de negociación (sección 4.6.4).
5. Volver al punto 3 hasta que el experto acepte una matriz consistente.
6. Determinar el número de alternativas.
7. Construcción de las matrices de comparación de alternativas por criterio.

- a. Las matrices pasan el test de consistencia: matrices aceptadas.
  - b. Las matrices no pasan el test de consistencia: continuar con el proceso siguiente.
8. Construir matrices consistentes mediante uno de los tres métodos de mejora de consistencia (secciones 4.6.1, 4.6.2 y 4.6.3).
  9. El experto evalúa los cambios producidos por la mejora de consistencia.
    - a. El experto está de acuerdo: acepta las nuevas matrices (consistentes) de comparación de alternativas por criterio.
    - b. El experto no está de acuerdo: decide realizar cambios a una o mas matrices de comparación de alternativas por criterio usando el método de negociación (apartado 4.6.4).
  10. Construcción automática de la o las nuevas matrices (consistentes) de comparación de alternativas por criterio usando el método de negociación (sección 4.6.4).
  11. Volver al punto 8 hasta que el experto acepte la o las matrices consistentes.
  12. El experto tiene elementos para tomar una decisión final.

## 6. APLICACIONES.

---

AHP consiste en descomponer el problema de forma jerárquica, de manera que los elementos que constituyen el problema se puedan observar gráficamente, para así identificar niveles o jerarquías que hagan la diferenciación entre objetivos, criterios y alternativas. Las personas involucradas deben comparar los criterios y alternativas por pares y emitir algún juicio, basándose en la escala de Saaty (Tabla 21), con el propósito de posteriormente crear una escala relativa a esos juicios emitidos, para finalmente establecer una síntesis de prioridades.

Se han diseñado 3 aplicaciones diferentes, de modo que en todas ellas se incluyen criterios sociales y ambientales, dado que la metodología utilizada permite la evaluación de criterios varios y que se desea incorporar este tipo de criterios a la toma de decisiones respecto a la política de gestión de fugas, con el propósito de que la alternativa seleccionada sea más cercana a la realidad del abastecimiento y que se conozca el impacto de cada una de estas externalidades en la opinión de los gestores de la empresa. Se pretende ir más allá de una evaluación económica de proyectos, donde además de los aspectos técnicos se incluyan también cierto tipo de impactos que trae consigo la actuación de la empresa de abastecimiento, de acuerdo a la posición que adopte en un tema tan complejo como la gestión de pérdidas de agua.

En las aplicaciones se contemplan únicamente 2 alternativas, en vista de que se parte de que la empresa ya tiene un proyecto seleccionado para llevar a cabo, de forma que en todos los casos el proyecto es rentable. No se trata de una evaluación de varios proyectos, sino de la consideración habitual en la evaluación de proyectos, es decir, evaluación con y sin proyecto. Se ha partido de un conocimiento previo del proyecto que la compañía ha seleccionado, de forma que lo que debe evaluar cada uno de los expertos son los criterios determinados y la implicación de cada uno de esos criterios a la hora de considerar la ejecución del proyecto que se ha seleccionado y la no aplicación del proyecto, es decir, seguir con el funcionamiento normal sin proyecto.

Una justificación adicional para usar solamente estas dos alternativas es aprovechar el conocimiento que los expertos tienen sobre la situación actual y el proyecto que la empresa de abastecimiento desea implementar. Ellos conocen el estado en que se encuentra el sistema, los alcances del proyecto a evaluar y pueden opinar sobre los efectos adversos y positivos tanto de mantener la situación actual de la red o llevar a cabo un proyecto de mejora de las condiciones de la red.

Por tratarse de alternativas de gestión de fugas, se pone como ejemplo la comparación entre el control activo de fugas (ALC) y el control pasivo (PLC). El primero consiste en emprender acciones en todo el sistema de distribución o en distritos hidrométricos individuales, para localizar y reparar fugas detectables pero que no han sido reportadas; el segundo equivaldría a la realización de acciones de reparación únicamente de fugas reportadas o evidentes (Farley y Trow, 2003). Es decir, plantea una actitud proactiva (ALC) y una actitud reactiva (PLC). Para cada aplicación se plantean los criterios a evaluar en cada una de las alternativas, de manera que gráficamente se muestra la jerarquía entre objetivo, criterios y alternativas.

Las aplicaciones han sido cumplimentadas por personas expertas en la materia. Expertos relacionados bien con la gestión de abastecimientos, con la reparación de fugas, o con la evaluación de proyectos rehabilitación de redes, de forma que todas las personas involucradas tienen un amplio conocimiento en el tema. Comúnmente la forma de obtener información es directamente a partir de entrevistas a expertos o mediante la participación de un panel de expertos; otra posibilidad es aplicar la técnica DELPHI, cuyo objetivo es no influenciar los juicios dados por el experto, ya que presenta sus respuestas de forma anónima. Para la realización de estas aplicaciones, en todos los casos se ha optado por la realización de entrevistas personales, dada la necesidad que existía de poner de acuerdo al equipo de trabajo respecto a los criterios que se debían tomar en cuenta en cada caso. Además, en todos los casos, la aplicación directa proporcionó una retroalimentación del proceso, provocando una sensibilización de los expertos a entrevistar respecto a los impactos que tiene la toma de decisiones en la empresa, en el entorno y en la sociedad.

### 6.1. APLICACIÓN: MATRICES 4 X 4.

En este ejemplo, se tratara de una valoración por parte del gestor de la empresa, el encargado del área de proyectos y el encargado del área de reparación de fugas. La aplicación tiene como finalidad proporcionar una base de apoyo en la toma de decisiones, de forma que, en cuestión de gestión de fugas, la empresa decide si se inclina por llevar a cabo un control activo o por el contrario, su plan consiste solo en realizar trabajos de reparación cuando las fugas sean reportadas o evidentes.

El problema es desglosado en forma gráfica en la figura 23, en la parte superior puede observarse el objetivo que se pretende lograr, el cual ha sido sintetizado en “Gestión de fugas”, sin embargo, de una forma más amplia el objetivo es la selección de una política adecuada de gestión de fugas. En la parte intermedia pueden verse los criterios que se van a considerar para la evaluación de alternativas, estos criterios han sido determinados en conjunto con los expertos, en virtud de que resulta fundamental que los criterios a evaluar sean importantes para ellos y que deseen considerarlos a la hora de decidir las acciones que llevará a cabo la compañía. Como ya se ha mencionado, las alternativas que se evalúan son: ALC y PLC, es decir, evaluación con proyecto y evaluación sin proyecto.

Los criterios a evaluar son:

- C1. Coste del desarrollo del plan y su implementación.
- C2. Daño a bienes muebles, inmuebles y a otras redes de servicio.
- C3. Corte del suministro.
- C4. Cierre total o parcial de caminos.

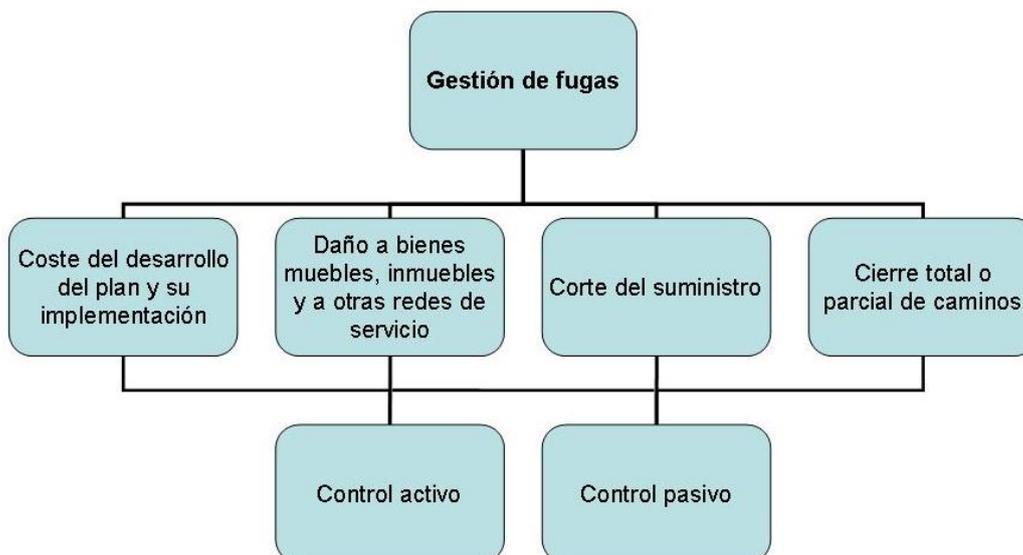


Figura 23. Jerarquización del problema con 4 criterios.

### 6.1.1. Aplicación 1.

En esta ocasión se ha recurrido a la experiencia del gestor de la compañía de suministro, respecto a las dos alternativas de gestión de fugas (ALC y PLC) y los criterios a evaluar de cada una de ellas. Se han otorgado valores a las comparaciones entre pares de criterios, teniendo como resultados la matriz contenida en la tabla 23, para ello, se construyó una matriz cuadrada,  $A_{n \times n} = (a_{i,j})$ , donde  $a_{i,j}$  representa la comparación entre el elemento  $i$  y el elemento  $j$  a partir de los valores de la escala fundamental (tabla 21).

Tabla 23. Matriz de comparación de criterios para evaluar alternativas de gestión de fugas.

	C1	C2	C3	C4
C1	1	1/2	5	5
C2	2	1	7	5
C3	1/5	1/7	1	1/2
C4	1/5	1/5	2	1

Los principios de positividad de componentes, reciprocidad y homogeneidad de la matriz contenida en la tabla 23 pueden observarse fácilmente. Respecto a la

consistencia, se tiene un valor de  $\lambda_{m\acute{a}x} = 4,076$  y un valor de  $IC = 0,025$ , siendo, según la tabla 22, el  $IC^* = 0,89$  para una matriz  $n = 4$ . Como se ha dicho, se considera una matriz de consistencia válida cuando la tasa de consistencia no supera el 10%, y para el caso tratado el valor de  $TC = 2,87\%$ . En este caso, aún cuando la matriz no es (completamente) consistente, pasa el test de consistencia, por lo cual, se ha decidido mantener los valores originales dados por el experto y no someter la matriz a ningún tipo de mejora de consistencia.

Mediante el método de las potencias se ha obtenido el valor propio principal y el vector de Perron, que proporciona el vector de prioridades. El vector de Perron obtenido de la matriz de criterios indica el peso o la importancia relativa que cada uno de los criterios utilizados tiene en la valoración del conjunto de alternativas sobre las cuales se va a trabajar. El valor más alto está relacionado con el criterio de mayor peso en la evaluación de cada alternativa y el valor más bajo es el que tiene menor peso.

En esta ocasión, dados los valores obtenidos, se han reordenado los criterios de acuerdo a dichos valores. El valor mayor corresponde los costes relacionados con el daño a bienes muebles, inmuebles y a otras redes de servicio, que tiene relación con inundaciones, deterioro de construcciones, daño a redes eléctricas, gas, telecomunicaciones, etc.; el segundo valor más alto corresponde al coste del desarrollo del plan y su implementación; el tercer valor pertenece al coste por los inconvenientes de cerrar o restringir el paso por calles; y el valor menor se le atribuye al corte del suministro, que tiene relación con los costes por el abastecimiento alternativo, camiones cisterna, entre otros. El orden de importancia de los criterios queda así:

- C2. Daño a bienes muebles, inmuebles y a otras redes de servicio.
- C1. Coste del desarrollo del plan y su implementación.
- C4. Cierre total o parcial de caminos.
- C3. Corte del suministro.

Y el vector de prioridades obtenido es:

$$Z = (0.5097 \ 0.3351 \ 0.0944 \ 0.0608)^T.$$

Ahora hay que obtener los vectores de prioridades de las alternativas. Estos vectores indican el peso o importancia relativa de cada una de las alternativas para cada criterio. Se obtienen tantos vectores propios como criterios, siendo el número de elementos de cada vector propio igual al número de alternativas (Aznar y Guijarro, 2008). Lo anterior se observa en la figura 23, en vista de que los criterios son cuatro, se hace la evaluación de las alternativas de acuerdo a los criterios establecidos y se obtienen cuatro vectores propios. Para matrices  $A_{2 \times 2}$ , se ha visto que si se cumplen los criterios de positividad de componentes, homogeneidad y reciprocidad, se cumple el criterio de consistencia.

*Tabla 24. Matrices de comparación de alternativas de acuerdo a criterios.*

	C2		v.p.	C1		v.p.	C4		v.p.	C3		v.p.
	ALC	PLC		ALC	PLC		ALC	PLC		ALC	PLC	
ALC	1	5	0.8333	1	1/3	0.2500	1	4	0.8000	1	3	0.7500
PLC	1/5	1	0.1667	3	1	0.7500	1/4	1	0.2000	1/3	1	0.2500

Posteriormente se ponderan los valores obtenidos y se obtiene el vector propio de las alternativas establecidas para la gestión de fugas, donde los resultados indican el peso relativo de cada una, lo cual puede observarse en la tabla 25. El valor más alto en  $W$  esta relacionado con la mejor alternativa y el valor más bajo con la peor alternativa (Srdjevic, 2007).

*Tabla 25. Ponderación de alternativas de gestión de fugas.*

	Ponderación de alternativas de gestión de fugas para cada criterio de evaluación				Ponderación de criterios	Ponderación de alternativas en función de criterios
ALC	0.8333	0.2500	0.8000	0.7500	0.5097	0.6296
					0.3351	
PLC	0.1667	0.7500	0.2000	0.2500	0.0944	0.3704
					0.0608	

De la ponderación se obtiene el vector de prioridades de las alternativas:

$$W = (0.6296 \quad 0.3704).$$

Por ello se considera que la mejor alternativa de acción es realizar un control activo de fugas, tomando en cuenta los posibles costes sociales en que se puede incurrir tanto para el control activo, como en el control pasivo de fugas, así como el coste del desarrollo del plan y su implementación.

En este caso en particular, resalta la importancia dada al criterio C2, que tal como aparece en los resultados, representa el 50% de la importancia dada a los criterios de evaluación, es decir, que al momento de evaluar las alternativas de solución, se valora en mayor medida los impactos que tienen las acciones de la empresa respecto a los daños que pueden causar en propiedades o en otras redes de servicios.

Por otro lado, se puede observar que la suma de la importancia de los criterios C3 y C4 apenas alcanzan el 15%, lo cual indica que aún cuando ambos criterios tienen un peso en la evaluación de alternativas, no representan demasiada importancia, respecto a los impactos que tienen las acciones de la empresa, de acuerdo a las opiniones emitidas por el gestor de la empresa.

El criterio C3, que *a priori* se esperaba que fuera el de mayor peso, tiene una importancia relativa de poco más del 33%, lo que nos representa que aún cuando el coste económico es fundamental para emprender una política de gestión u otra, no es el criterio que, al menos en este caso, tiene mayor importancia a la hora de tomar decisiones.

Lo interesante de este planteamiento es el ejercicio que llevan a cabo los gestores de la compañía de abastecimiento, respecto a la implicación de los costes sociales en la toma de decisiones, de igual forma, pueden incluirse costes ambientales. Esto les proporciona la oportunidad de analizar el alcance que tienen las decisiones tomadas por la empresa en los usuarios y en las actividades de otros actores de la sociedad.

### 6.1.2. Aplicación 2.

En este caso, la aplicación la realizó el jefe del área de proyectos de la misma empresa de suministro urbano de agua. Habiendo observado la modificación del orden de criterios en la aplicación anterior (apartado 6.1.1), se procedió a realizar la aplicación considerando el nuevo orden de criterios. Por ello, se parte de los mismos 4 criterios, pero reordenados. Aún cuando se ha realizado esa modificación, el problema puede observarse gráficamente en la figura 23.

- C1. Daño a bienes muebles, inmuebles y a otras redes de servicio.
- C2. Coste del desarrollo del plan y su implementación.
- C3. Cierre total o parcial de caminos.
- C4. Corte del suministro.

En la tabla 26 se concentran las opiniones dadas por el experto respecto a la importancia de criterios, tras comparar cada uno de los criterios a evaluar basándose en la escala contenida en la tabla 21. A primera vista puede observarse que esta matriz cumple con las características de positividad de componentes, homogeneidad y reciprocidad.

*Tabla 26. Matriz de comparación de criterios.*

	C1	C2	C3	C4
C1	1	3	5	7
C2	1/3	1	3	5
C3	1/5	1/3	1	2
C4	1/7	1/5	1/2	1

De los valores de la tabla 26 se obtiene un valor de  $\lambda_{m\acute{a}x} = 4,068$ , lo que representa una pequeña desviación de los valores que proporcionarían una matriz consistente. De hecho,  $IC = 0,0228$  y, siendo, según la tabla 22,  $IC^* = 0,89$  para una matriz  $n = 4$ , se obtiene  $TC = 2,57\%$ , que permite considerar aceptable la consistencia de la matriz.

Mediante el método de las potencias se ha obtenido el valor propio, así como el vector propio de Perron, el cual nos proporciona un orden de prioridades, en este caso, respecto a la importancia que tiene cada uno de los criterios para el jefe del área de proyectos. El valor más alto está relacionado con el criterio que tiene mayor importancia, por el contrario, el valor más pequeño representa al criterio que tendrá menos peso en la evaluación de alternativas.

El vector de prioridades obtenido es:

$$Z = (0.5693 \ 0.2643 \ 0.1055 \ 0.0609)^T.$$

En la tabla 27 se concentran las opiniones vertidas por el experto sobre la importancia que tienen las dos alternativas de gestión de fugas de acuerdo a cada uno de los criterios. En la misma tabla pueden observarse también los vectores propios para cada matriz. En este caso sucede lo mismo que en la aplicación anterior, que al tratarse de matrices de tamaño  $n = 2$ , siempre que se cumplan las características de positividad de componentes, homogeneidad y reciprocidad, cualquier matriz será consistente. Por lo cual, en la tabla 27 a simple vista pueden comprobarse las cuatro características exigidas por el método.

*Tabla 27. Matrices de comparación de alternativas de acuerdo a criterios.*

	C2		v.p.	C1		v.p.	C4		v.p.	C3		v.p.
	ALC	PLC		ALC	PLC		ALC	PLC		ALC	PLC	
ALC	1	7	0.875	1	1/5	0.1667	1	3	0.75	1	2	0.6667
PLC	1/7	1	0.125	5	1	0.8333	1/3	1	0.25	1/2	1	0.3333

Una vez se ha verificado que el procedimiento ha sido aplicado correctamente y que los valores proporcionados por el experto cumplen las características deseadas, en la tabla 28 se procede a realizar una agregación de resultados con el objetivo de conocer el resultado final de la aplicación, resultado que indicará la preferencia que tiene el experto respecto a la política que debería adoptar la empresa de suministro frente a la gestión de pérdidas de agua en la red.

*Tabla 28. Ponderación de alternativas de gestión de fugas.*

	Ponderación de alternativas de gestión de fugas para cada criterio de evaluación				Ponderación de criterios	Ponderación de alternativas en función de criterios
ALC	0.8750	0.1667	0.7500	0.6667	0.5693	0.6619
					0.2643	
PLC	0.1250	0.8333	0.25000	0.3333	0.1055	0.3381
					0.0609	

Finalmente observamos que el vector de prioridades de las alternativas queda de la siguiente forma:

$$W = (0.6132 \quad 0.3868).$$

Ya que el valor más alto en  $W$  representa la alternativa mejor valorada y mediante a aplicación presentada, puede concluirse que el experto prefiere el desarrollo de un control activo de fugas, considerando como criterio de mayor peso los posibles daños muebles, inmuebles y a otras redes de servicio (C1). Aproximadamente coincide la suma de la importancia dada a los criterios C3 y C4, que equivale a cerca del 15%. En este sentido, el criterio relacionado con el coste económico del proyecto tiene un valor cercano al 25%, lo cual ha resultado ser inesperado al provenir de la información proporcionada por el jefe del área de proyectos y por tratarse de un criterio fundamental para llevar a cabo cualquier tipo de proyecto.

### **6.1.3. Aplicación 3.**

A continuación, se presenta la aplicación del mismo problema (figura 23) con las opiniones de jefe del área de fugas de la misma compañía de abastecimiento de agua. Los juicios emitidos por el experto respecto a la comparación de criterios se encuentran en la tabla 29. En este tercer caso, también se mantuvo el reordenamiento de los

criterios a comparar, de forma que los criterios y el orden quedan de la siguiente manera:

- C1. Daño a bienes muebles, inmuebles y a otras redes de servicio.
- C2. Coste del desarrollo del plan y su implementación.
- C3. Cierre total o parcial de caminos.
- C4. Corte del suministro.

Tabla 29. Matriz de comparación de criterios no consistente.

	C1	C2	C3	C4
C1	1	5	3	7
C2	1/5	1	3	5
C3	1/3	1/3	1	2
C4	1/7	1/5	1/2	1

Se obtienen los valores propios y el vector de prioridades de la matriz contenida en la tabla 29 y se observa que de acuerdo con las opiniones del jefe del área de fugas, se tiene el siguiente vector de prioridades:

$$Z = (0.5893 \ 0.2335 \ 0.1191 \ 0.0581)^T.$$

Se puede ver que la matriz de comparación de criterios cumple con las características de positividad de sus componentes, homogeneidad y consistencia, sin embargo, al realizar el test de consistencia se obtienen los siguientes resultados:

$$IC = 0.0927 \quad \text{y} \quad TC = 10.42\%.$$

En virtud de los valores obtenidos, la matriz de criterios (tabla 29) no cumple con la consistencia límite requerida para ser considerada como válida según la metodología AHP y por ello se procede a la aplicación del primer método de mejora de consistencia y se obtienen los resultados que aparecen en la tabla 30.

*Tabla 30. Matriz de comparación de criterios consistente.*

	C1	C2	C3	C4
C1	1	3	3	7
C2	1/3	1	1	2.5
C3	1/3	1	1	2
C4	1/7	1/2.5	1/2	1

Con las modificaciones sufridas después de la mejora de consistencia se obtiene el siguiente vector de prioridades:

$$Z = (0.5535 \ 0.1879 \ 0.1778 \ 0.0809)^T.$$

Y los resultados del test de consistencia son:

$$IC = 0.0016 \ \text{y} \ TC = 0.18\%.$$

Con estos resultados vemos que si bien no es una matriz consistente, si es una matriz válida de acuerdo a los valores máximos permitidos en AHP, cuyo valor de  $TC$  es muy cercano a 0.

Las comparaciones que se vieron modificadas por la aplicación de la mejora de consistencia fueron  $a_{1,2}$ ,  $a_{2,3}$ ,  $a_{2,4}$  y sus recíprocas. Las diferencias se muestran en la gráfica que se presenta a continuación:

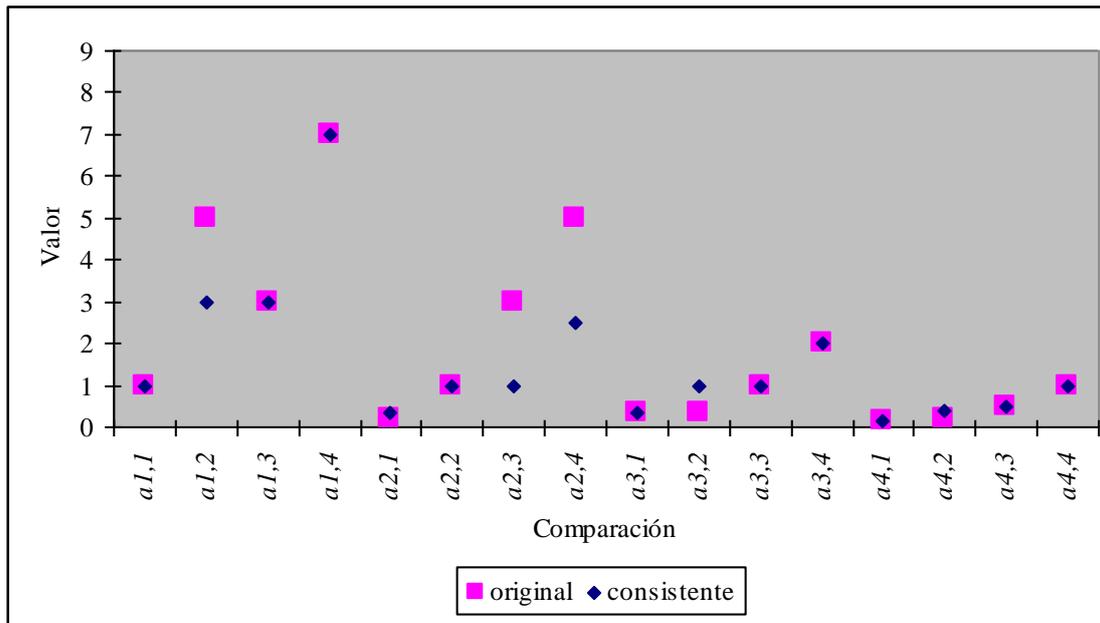


Figura 24. Diferencias de comparación de criterios.

Los valores para las comparaciones mencionadas que han resultado después de la aplicación del método de mejora de consistencia reflejan que los juicios de comparación han sido suavizados; en el caso de  $a_{1,2}$  el juicio se ha modificado de considerar el criterio C2 como de fuerte importancia en relación con el criterio C3, a ser considerado como de moderada importancia, algo similar ha ocurrido en la comparación  $a_{2,4}$ . Respecto a la comparación  $a_{2,3}$ , el juicio ha pasado de tener una importancia moderada de C2 con respecto a C3, a ser considerados ambos igual de importantes. Lo anterior sucede de forma recíproca con las comparaciones  $a_{2,1}$ ,  $a_{3,2}$  y  $a_{4,2}$ .

Respecto a las diferencias entre el vector de prioridades obtenido de los valores originales y el vector de prioridades de la matriz consistente puede decirse que existe una diferencia considerable sobre todo en los criterios C2 y C3, donde como puede observarse el peso de C2 ha disminuido cerca de 5 puntos porcentuales y por el contrario el criterio C3 ha aumentado casi 6 puntos porcentuales.

La tabla 31 contiene los juicios emitidos por el jefe del área de fugas respecto a la comparación de alternativas por criterio. Al igual que en los casos anteriores, toda matriz  $A_{2 \times 2}$  que cumpla las características de positividad de componentes, homogeneidad y reciprocidad, es consistente.

*Tabla 31. Matrices de comparación de alternativas de acuerdo a criterios.*

	C2		v.p.	C1		v.p.	C4		v.p.	C3		v.p.
	ALC	PLC		ALC	PLC		ALC	PLC		ALC	PLC	
ALC	1	7	0.875	1	1/5	0.1667	1	3	0.75	1	2	0.6667
PLC	1/7	1	0.125	5	1	0.8333	1/3	1	0.25	1/2	1	0.3333

Para conocer el resultado final de las opiniones vertidas por el experto, se procede a realizar una agrupación de resultados, los cuales se encuentran en la tabla 32.

*Tabla 32. Ponderación de alternativas de gestión de fugas.*

	Ponderación de alternativas de gestión de fugas para cada criterio de evaluación				Ponderación de criterios	Ponderación de alternativas en función de criterios
ALC	0.8750	0.1667	0.7500	0.6667	0.5535	0.6619
					0.1879	
PLC	0.1250	0.8333	0.25000	0.3333	0.1778	0.3381
					0.0809	

Los resultados obtenidos reflejan el punto de vista del experto en relación a la opción que el considera mas adecuada como política de gestión de fugas en la empresa de suministro donde desempeña sus labores. El vector de prioridades de las alternativas (W) dice que el jefe del área de fugas tiene preferencia por llevar a cabo un proyecto de control activo de fugas, en lugar de continuar con la situación actual.

$$W = (0.6619 \quad 0.3381).$$

El criterio que tiene mayor peso en la toma de decisiones son los daños que puede provocar la empresa a bienes muebles e inmuebles, así como a otras redes de servicio, tales como telecomunicaciones o redes de gas (C1). Después de la aplicación de la mejora de consistencia los siguientes criterios mas valorado son el coste económico de emprender una u otra decisión (C2) y el cierre total o parcial de calles y caminos (C3). El criterio con menor peso es la interrupción del servicio de suministro (C4).

#### 6.1.4. Observaciones.

Ha resultado hasta cierto punto sorprendente el hecho de que para este caso, en las tres aplicaciones el criterio con mayor peso fuese los posibles daños a bienes muebles, inmuebles y a otras redes de servicio; sin embargo, los resultados pueden haberse debido a que durante la tormenta de ideas para el planteamiento del problema se observaron algunos eventos recientes relacionados con explosiones de tuberías de gas donde, según la prensa, se presume que el origen tuvo que ver con una fuga de agua. Durante el proceso de jerarquización del problema se observaron los casos ocurridos en años recientes en la zona de Cataluña. El más reciente en el año 2008 en Gavà donde además de los daños materiales y los inconvenientes para los usuarios, vecinos y la propia compañía de gas y agua, murieron 4 personas; en el 2007 en Cornellà, falleció una persona; y en Santa Coloma en el año 2006 hubo 2 muertos.

Lo anterior nos hace reconocer que la opinión de la gente puede verse modificada cuando se analizan los escenarios más adversos del problema, y que incluso el coste económico puede pasar a un segundo término cuando los impactos son dramáticos. O visto desde otra perspectiva, que una visión más global del impacto que tiene la labor de la compañía provoca que los encargados de tomar decisiones sean más sensibles a la hora de evaluar los criterios y las alternativas de acción.

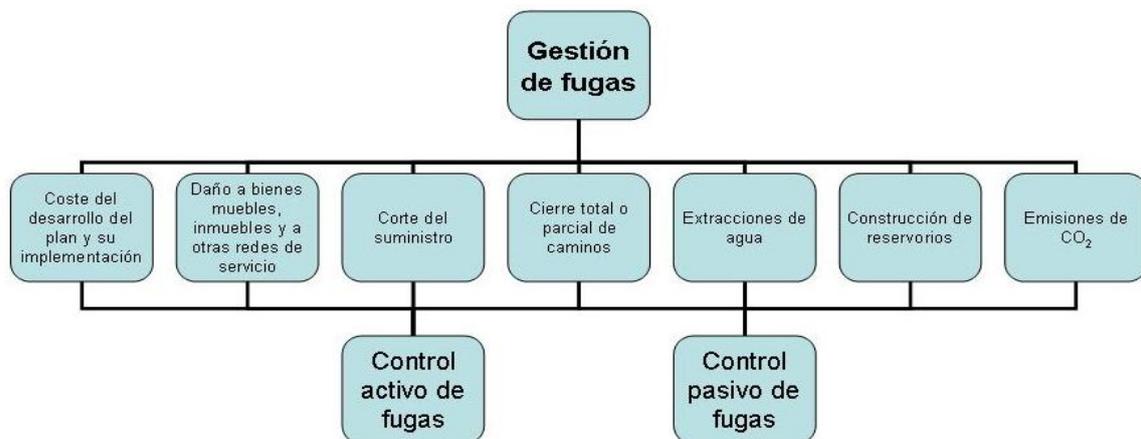
Lo que no deja de ser digno de resaltar es que sin lugar a dudas, la metodología AHP permite que a la hora de tomar decisiones se tomen en cuenta diversos criterios, propicia un ejercicio de análisis más profundo de la problemática y que eso repercute en que la decisión final sea la más adecuada para la compañía, pero también para el entorno.

#### 6.2. APLICACIÓN: MATRICES 7 X 7.

La metodología ha sido utilizada en un organismo operador del occidente de México, con una población de más 600.000 habitantes y un aproximado de 150.000 abonados. Las opiniones fueron proporcionadas por personal del área de proyectos de rehabilitación y del área de fugas.

Se ha procedido a la aplicación de AHP con el gráfico contenido en la figura 25, donde pueden observarse claramente los 3 niveles: objetivo, criterios y alternativas.

El objetivo consiste en la elección de la mejor alternativa de gestión de fugas; al igual que en el planteamiento del problema anterior, se presentan dos únicas alternativas, considerando las opciones comunes en la evaluación de proyectos: evaluación con proyecto (control activo de fugas) y evaluación sin proyecto (control pasivo de fugas). El establecimiento de los criterios se llevó a cabo con el grupo de experto mediante una tormenta de ideas, donde cada uno de ellos podía expresar su opinión y después de un análisis, se concluyó con una clasificación de 7 criterios a considerar en la evaluación, considerando aquellos que repercuten de una forma más evidente en la empresa de suministro donde se esta desarrollando la aplicación. Es importante mencionar que algunos de los criterios seleccionados envuelven varios conceptos. Para la aplicación de esta metodología en otro abastecimiento, se recomienda que estos criterios se adecuen a las características de la compañía.



*Figura 25. Jerarquización del problema con 7 criterios.*

Los criterios que se consideran son:

- C1. Coste del desarrollo del plan y su implementación.
- C2. Daño a bienes muebles, inmuebles y a otras redes de servicio.
- C3. Corte del suministro.
- C4. Cierre total o parcial de caminos.

- C5. Extracciones de agua.
- C6. Construcción de reservorios.
- C7. Emisiones de CO<sub>2</sub>.

El primer paso consiste en que el experto realice una comparación entre pares de criterios. Partiendo de las escalas de valores de la tabla 21, se construye una matriz cuadrada  $A = [a_{i,j}]$ , donde  $1 \leq i, j \leq n$  donde, de nuevo, un elemento  $a_{i,j}$  representa la comparación entre el elemento  $i$  y el elemento  $j$ . En este caso, se trata de una matriz cuadrada de  $n = 7$ . Se utiliza el método de las potencias para obtener el vector propio principal. Este vector indica el peso o la importancia relativa que cada uno de los criterios utilizados tiene en la valoración del conjunto de alternativas sobre las cuales se va a trabajar (Aznar y Guijarro, 2008). La componente mayor del vector propio (normalizado) señala al criterio de mayor peso en la evaluación y la de valor más bajo al que tiene menor peso en la evaluación.

Posteriormente se procede a formar tantas matrices como criterios, para realizar una comparación entre pares de alternativas considerando cada uno de los criterios. A continuación se ponderan los valores obtenidos y se obtiene el vector propio de las alternativas establecidas para la gestión de fugas, donde los resultados indican el peso relativo de cada una. Al ponderar adecuadamente se identifica la alternativa preferida.

Debido a que la presente aplicación se llevó a cabo en forma grupal y los expertos forman parte de una misma área de la empresa de abastecimiento de agua, se procederá a identificar a cada experto como experto 1, experto 2, y así sucesivamente.

#### 6.2.1. Aplicación 4.

En esta primera aplicación se presentan los resultados obtenidos de las comparaciones realizadas por el experto 1.

En la matriz que se encuentran en la tabla 33 puede observarse que se cumplen las características de positividad de sus componentes, homogeneidad y reciprocidad. Mediante el método de las potencias se han obtenido los valores propios y el vector

Perron. Este vector indica la importancia relativa que cada uno de los criterios tiene en la valoración del conjunto de alternativas sobre las cuales se va a trabajar. Para esta matriz de criterios se tiene un valor de  $\lambda_{m\acute{a}x} = 7.0491$ , un valor de  $IC = 0.00819$  y  $TC = 0.006$ . De acuerdo con el criterio de Saaty, la matriz aunque no es consistente, puede considerarse válida. El vector de prioridades esta determinado por  $Z$  de la siguiente forma:

$$Z = (0.3019 \quad 0.1398 \quad 0.0634 \quad 0.2643 \quad 0.0341 \quad 0.0684 \quad 0.1278)^T .$$

*Tabla 33. Matriz de comparación de criterios, A.*

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
C1	1	2	5	1	7	5	3
C2	1/2	1	2	1/2	5	2	1
C3	1/5	1/2	1	1/5	2	1	1/2
C4	1	2	5	1	7	3	2
C5	1/7	1/5	1/2	1/7	1	1/2	1/4
C6	1/5	1/2	1	1/3	2	1	1/2
C7	1/3	1	2	1/2	4	2	1

A continuación, se procede a obtener el vector de prioridades de las alternativas (tabla 34). Se analizan las dos alternativas de gestión de fugas (ALC y PLC) de acuerdo con cada uno de los criterios. Se obtienen tantos vectores propios como criterios, siendo el número de elementos de cada vector propio igual al número de alternativas (Aznar y Guijarro, 2008). En este caso, se hace la evaluación de las alternativas de acuerdo a los siete criterios establecidos y se obtienen siete vectores propios. De nuevo, recordamos que en las matrices recíprocas  $A_{2 \times 2}$ , son consistentes.

Tabla 34. Matrices de comparación de alternativas de acuerdo a los criterios establecidos y sus correspondientes vectores propios.

C1		v.p.	C2		v.p.	C3		v.p.	C4		v.p.
1	9	0.90	1	1/5	0.17	1	1/5	0.17	1	3	0.75
1/9	1	0.10	5	1	0.83	5	1	0.83	1/3	1	0.25

C5		v.p.	C6		v.p.	C7		v.p.
1	1/3	0.25	1	1/5	0.17	1	9	0.90
3	1	0.75	5	1	0.83	1/9	1	0.10

Posteriormente, se ponderan los valores obtenidos y se obtiene el vector propio de las alternativas establecidas para la gestión de fugas, donde los resultados indican el peso relativo de cada una de ellas. Se realiza la agregación de resultados, lo cual es una síntesis de todos los vectores de prioridades, tanto de la matriz de criterios (tabla 33), como de las matrices de comparación de alternativas por criterio (tabla 34). El valor más alto en  $W$  esta relacionado con la mejor alternativa y el valor más bajo con la peor alternativa (Srdjevic, 2007).

$$W = \begin{pmatrix} 0.90 & 0.17 & 0.17 & 0.75 & 0.25 & 0.17 & 0.90 \\ 0.10 & 0.83 & 0.83 & 0.25 & 0.75 & 0.83 & 0.10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.3019 \\ 0.1398 \\ 0.0634 \\ 0.2643 \\ 0.0341 \\ 0.0684 \\ 0.1278 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.6397 \\ 0.3602 \end{pmatrix}$$

El resultado final nos lleva a decir que, de acuerdo con el conjunto de opiniones emitidas por el experto 1, la mejor alternativa de acción es realizar un control activo de fugas, es decir, realizar acciones en todo el sistema de distribución o en parte de él para localizar y reparar fugas detectables que no han sido reportadas. De los criterios analizados, el que tiene un mayor peso es el coste del desarrollo del proyecto y su implementación. El siguiente criterio con mayor peso es el relativo a los inconvenientes debido al cierre total o parcial de caminos. Resaltan también los valores que obtienen

los criterios de daño a bienes muebles, inmuebles y a otras redes de servicio, y las emisiones de CO<sub>2</sub>.

### 6.2.2. Aplicación 5.

La segunda aplicación de este problema fue cumplimentada por el experto que denominaremos como experto 2. En la tabla 35 se encuentran contenidos los juicios emitidos por él, respecto a la comparación de criterios.

*Tabla 35. Matriz no consistente.*

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
C1	1	1/3	1/5	1	1/4	2	3
C2	3	1	1/2	2	1/3	3	3
C3	5	2	1	4	5	6	5
C4	1	1/2	1/4	1	1/4	1	2
C5	4	3	1/5	4	1	3	1
C6	1/2	1/3	1/6	1	1/3	1	1/3
C7	1/3	1/3	1/5	1/2	1	3	1

La matriz de la tabla 35 reúne las características de positividad de componentes, homogeneidad y reciprocidad, sin embargo, después de haber realizado el test de consistencia se observa que además de no ser consistente, sobrepasa el límite máximo establecido para ser considerada como válida en cuestión de consistencia, aún cuando los valores obtenidos para la *TC* son muy cercanos al valor máximo tolerable, el valor de *TC* = 10.95%. El valor de *IC* = 0.148 y el valor propio de Perron es  $\lambda_{m\acute{a}x} = 7.9$ .

A pesar de que la matriz de la tabla 35 no cumple con la característica de consistencia, se obtiene el vector de prioridades, con el objetivo de tener una idea de las preferencias originales del experto 2 y posteriormente llevar a cabo una comparación de valores. El vector de prioridades queda de la siguiente forma:

$$Z = (0.082, 0.147, 0.381, 0.072, 0.196, 0.046, 0.076)^T.$$

De acuerdo con el experto 2, el criterio con mayor peso en la evaluación de alternativas es el relativo a los efectos por el corte de suministro (C3) y el criterio con menor importancia es la construcción de tanques de almacenamiento o reservorios (C6). El primero está relacionado con las compensaciones o el impacto en los estándares de servicio de la compañía y los segundos con impactos medioambientales o incluso de recreación.

Para lograr que la matriz de comparación de criterios cumpla con el requisito de consistencia, se utiliza el tercer método de mejora de consistencia, previamente descrito en el capítulo 4. Los valores que surgen a partir de esa mejora de consistencia se encuentran en la tabla 36.

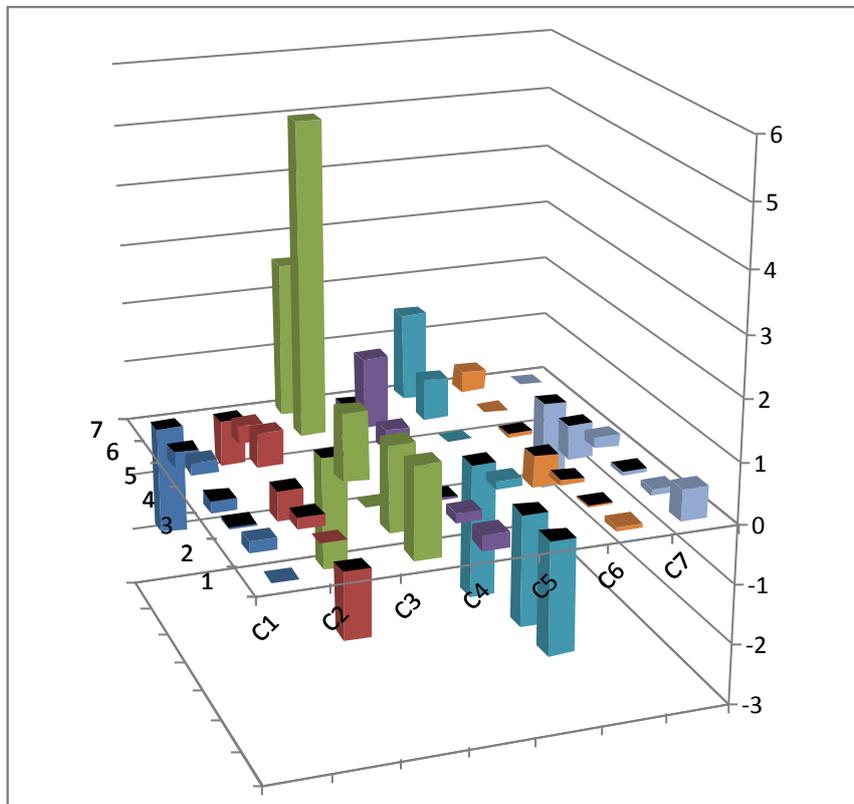
Tabla 36. Matriz consistente.

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
C1	1	0.526	0.154	0.794	0.471	1.738	1.17
C2	1.902	1	0.293	1.51	0.896	3.306	2.225
C3	6.487	3.411	1	5.149	3.055	11.28	7.59
C4	1.26	0.662	0.194	1	0.593	2.19	1.474
C5	2.123	1.116	0.327	1.685	1	3.691	2.484
C6	0.575	0.302	0.089	0.457	0.271	1	0.673
C7	0.855	0.449	0.132	0.678	0.403	1.486	1

Esta matriz es consistente, por lo tanto, el valor propio de Perron es igual al tamaño de la matriz, es decir,  $\lambda_{\max} = 7$ . Por el mismo motivo, al ser una matriz consistente, los valores  $IC$  y de  $TC$  son 0. El vector de prioridades es:

$$Z = (0.070, 0.134, 0.457, 0.089, 0.149, 0.041, 0.060)^T.$$

Las diferencias que tiene cada uno de los valores de comparación en la matriz consistente (tabla 35) en relación con los valores originales que reflejan la opinión del experto 2, pueden observarse en la figura 26.



*Figura 26. Diferencias en los valores de comparación de criterios.*

El criterio que ha sufrido variaciones de mayor magnitud es el criterio C3. Como puede observarse, el valor que ha sufrido una mayor variación es la comparación  $a_{3,6}$  con un incremento de 5.277 puntos de acuerdo con la escala de la tabla 21, seguido de la comparación  $a_{3,7}$  que aumentó 2.59, y finalmente la comparación  $a_{3,5}$  con una disminución de 1.945 puntos. El segundo criterio que se ha visto modificado en mayor magnitud es el C5, donde los valores de las comparaciones  $a_{5,4}$ ,  $a_{5,2}$  y  $a_{5,1}$  han sufrido una disminución en -2.315, -1.884 y -1.877, respectivamente.

Las diferencias que ha sufrido el vector de prioridades de la matriz original y el vector de prioridades de la matriz consistente pueden observarse en la figura 27. Se confirma que los criterios con mayor variación son C3 y C5.

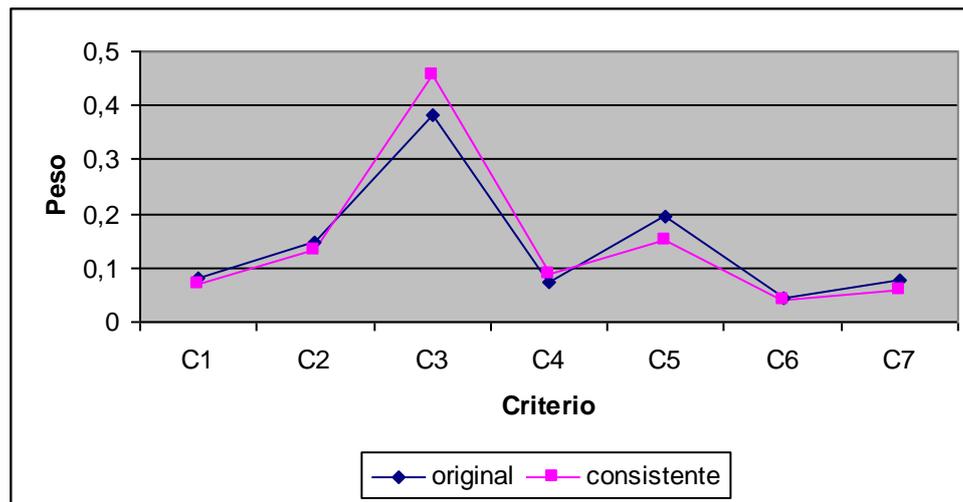


Figura 27. Diferencias en los vectores propios.

Aún con las diferencias observadas, no sólo en las comparaciones mencionadas, sino en el conjunto total, y después de haber realizado una reunión con el experto 2 para hacer de su conocimiento los cambios que han sufrido los valores que él había otorgado en la matriz de comparación de criterios, el experto 2 ha llegado a la conclusión de aceptar los cambios propuestos, por lo cual, puede continuarse con el proceso de toma de decisiones.

El siguiente paso consiste en que el experto 2 otorgue valores a las comparaciones de alternativas de acuerdo a cada uno de los criterios evaluados previamente; en la tabla 37 se concentran las matrices de comparación de alternativas, así como los vectores de prioridades de cada una de ellas. Como ya se ha mencionado, en matrices de esta dimensión ( $n = 2$ ) no existe problemas de inconsistencia.

Tabla 37. Matrices de comparación de alternativas de acuerdo a los criterios establecidos y sus correspondientes vectores propios.

C1		v.p.	C2		v.p.	C3		v.p.	C4		v.p.
1	1/8	0.11	1	5	0.83	1	5	0.83	1	1/3	0.25
8	1	0.89	1/5	1	0.17	1/5	1	0.17	3	1	0.75

C5		v.p.	C6		v.p.	C7		v.p.
1	4	0.80	1	1/5	0.17	1	6	0.86
1/4	1	0.20	5	1	0.83	1/6	1	0.14

Una vez se cuenta con toda la información relativa a la opinión del experto 2 y las matrices son válidas para llevar a cabo una correcta aplicación del método AHP, se procede a realizar una aglomeración de resultados, con la finalidad de conocer el resultado final del proceso, dicho resultado final nos indicará la opción por la que se inclina el experto de acuerdo a su experiencia. El resultado se simplifica de la siguiente forma:

$$W = \begin{pmatrix} 0.11 & 0.83 & 0.83 & 0.25 & 0.80 & 0.17 & 0.86 \\ 0.89 & 0.17 & 0.17 & 0.75 & 0.20 & 0.83 & 0.14 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.07 \\ 0.13 \\ 0.46 \\ 0.09 \\ 0.15 \\ 0.04 \\ 0.06 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.70 \\ 0.30 \end{pmatrix}$$

El valor mas alto en  $W$  esta relacionado con la mejor alternativa y el valor mas bajo con la peor alternativa (Srdjevic, 2007). De acuerdo con la síntesis de resultados, puede decirse que existe una muy marcada preferencia por llevar a cabo una gestión de fugas con una visión proactiva y optar por llevar a cabo un proyecto que conlleve una gestión activa de la problemática de fugas. Es decir, que de acuerdo a las opiniones del experto 2, basadas en su experiencia, el conocimiento de la red de abastecimiento y las condiciones de la empresa de suministro, él se inclina por la alternativa de ALC.

### **6.2.3. Aplicación 6.**

Como en las dos aplicaciones anteriores, el problema a resolver es el siguiente:

El experto, que en este caso será denominado experto 3, debe elegir una política de gestión de fugas, donde las alternativas de decisión que se analizan parten de la evaluación de proyectos usual, es decir, evaluación con proyecto (control activo de fugas) y sin proyecto (control pasivo de fugas). Para la toma de decisiones se parte de la

jerarquización del problema establecido en la figura 25 donde tendrá que analizar las dos alternativas de gestión de fugas de acuerdo a los criterios ahí establecidos.

De acuerdo con el procedimiento de AHP, el experto 3 rellena una matriz de comparación de criterios basándose en la escala de comparaciones de la tabla 21. De esa manera, la tabla 38 contiene las opiniones del experto respecto a los criterios que se han considerado.

Tabla 38. Matriz de comparación de criterios.

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
C1	1	7	3	5	9	3	5
C2	1/7	1	3	3	5	3	3
C3	1/3	1/3	1	1/5	1/3	3	3
C4	1/5	1/3	5	1	9	3	1/3
C5	1/9	1/5	3	1/9	1	3	1/5
C6	1/3	1/3	1/3	1/3	1/3	1	1/3
C7	1/5	1/3	1/3	3	5	3	1

En la matriz de comparación de criterios, contenida en la tabla 38, pueden observarse las características de positividad de componentes, homogeneidad y reciprocidad. Respecto a la consistencia, se obtienen los valores de  $\lambda_{m\acute{a}x} = 9.4973$ ,  $IC = 0.4162$ ; según la tabla 22,  $IC^* = 1.35$  para una matriz  $n = 7$ . De forma que la tasa de consistencia es  $TC = 30.83\%$ . Este valor indica que la matriz de comparación de criterios no es consistente y además, sobrepasa ampliamente los valores máximos permitidos de inconsistencia; por ello debe procederse a la mejora de consistencia aplicando alguno de los métodos propuestos.

El vector propio que se obtiene de la matriz original esta dado por:

$$Z = (0.3949, 0.1725, 0.0819, 0.1414, 0.0560, 0.0378, 0.1155)^T.$$

Para este caso en particular se han aplicado el segundo y tercer método. En la tabla 39 puede observarse la matriz consistente de acuerdo con el segundo método, y en la tabla 40 la matriz consistente que se obtiene como resultado de la aplicación del tercer método.

*Tabla 39. Matriz de comparación de criterios consistente (segundo método).*

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
C1	1	2.017	4.418	1.285	9.714	4.774	2.713
C2	0.496	1	2.191	0.637	4.817	2.367	1.345
C3	0.226	0.456	1	0.291	2.199	1.081	0.614
C4	0.778	1.569	3.438	1	7.559	3.715	2.111
C5	0.103	0.208	0.455	0.132	1	0.491	0.279
C6	0.209	0.422	0.925	0.269	2.035	1	0.568
C7	0.369	0.743	1.628	0.474	3.580	1.760	1

*Tabla 40. Matriz de comparación de criterios consistente (tercer método).*

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
C1	1	2,194	3,979	2,310	3,706	4,384	3,918
C2	0,456	1	1,813	1,053	1,689	1,998	1,786
C3	0,251	0,551	1	0,581	0,931	1,102	0,985
C4	0,433	0,950	1,723	1	1,604	1,898	1,696
C5	0,270	0,592	1,074	0,623	1	1,183	1,057
C6	0,228	0,501	0,908	0,527	0,845	1	0,894
C7	0,255	0,560	1,016	0,590	0,946	1,119	1

Al llegar a este punto se tiene una reunión con el experto 3 con la finalidad de observar las diferencias que se han encontrado en las matrices consistentes (tabla 39 y tabla 40) en relación con la matriz original (tabla 38).

Respecto a la tabla 39 el experto 3 hace las siguientes observaciones:

- Las diferencias encontradas en las comparaciones  $a_{3,5}$  y  $a_{5,3}$  son significativas, al punto de ser prácticamente inversas a las expresadas originalmente. En la opinión del experto 3, el criterio C5 (extracciones de agua) tiene una importancia moderada frente al criterio C3 (efectos del corte de suministro). Una situación similar ocurre con las comparaciones  $a_{5,6}$  y  $a_{6,5}$ , en donde el experto 3 opina que el criterio C5 (extracciones de agua) es moderadamente más importante que el criterio C6 (construcción de tanques de almacenamiento y reservorios).
- En las comparaciones del criterio C1 se han disminuido los valores, sobre todo en  $a_{1,2}$ ,  $a_{1,4}$  y  $a_{1,7}$ , donde las diferencias son de -4.983, -3.715 y -2.287, respectivamente.

La comparación entre el vector de prioridades original y el vector de prioridades de la matriz consistente obtenida mediante el segundo método puede observarse en la figura 28, sin embargo a continuación se muestra el vector obtenido de la matriz contenida en la tabla 39:

$$Z = (0.3143, 0.1559, 0.0711, 0.2446, 0.0324, 0.0658, 0.1159)^T.$$

Las observaciones referentes a la comparación realizada por el experto 3 entre la matriz original y la matriz consistente obtenida mediante el tercer método (tabla 40), son las siguientes:

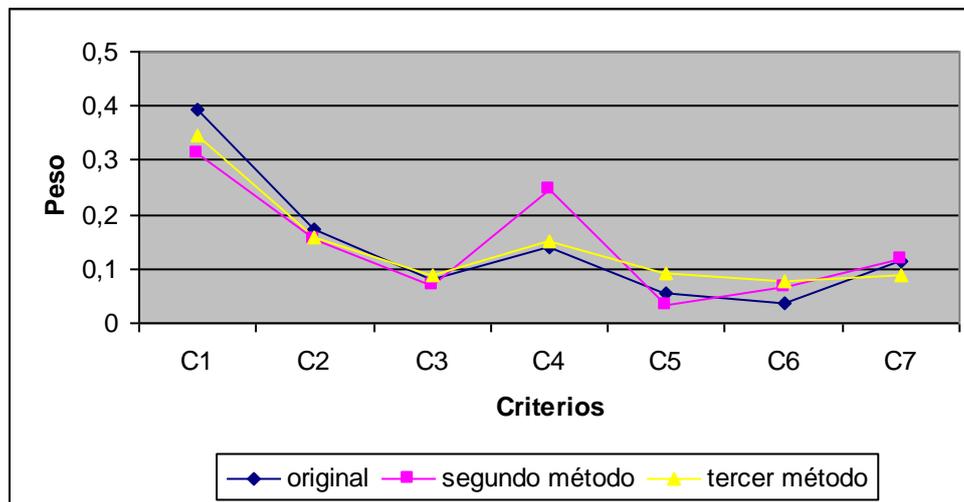
- La diferencia más significativa es  $a_{4,5}$ , en donde originalmente el criterio C4 (inconvenientes debido al cierre total o parcial de caminos) tenía una importancia absoluta frente al criterio C5 (extracciones de agua), y posterior a la mejora de consistencia tiene una importancia prácticamente igual un criterio frente a otro.
- Situación similar ocurre en la comparación  $a_{1,5}$ , donde en la opinión del experto 3 la importancia del criterio C1 (coste del desarrollo del plan y su implementación) frente al criterio C5 (extracciones de agua) es absoluta, y en la tabla 38 la misma comparación dice que el criterio C1 (coste del desarrollo del plan y su

implementación) tiene una importancia entre moderada y fuerte, en comparación con el criterio C5 (extracciones de agua).

- Resaltan también las diferencias en  $a_{1,2}$ ,  $a_{7,5}$ ,  $a_{2,5}$  y  $a_{4,3}$  donde los valores emitidos por el experto 3 se han visto disminuidos en -4.806, -4.054, -3.311 y -3.277, respectivamente.

El vector de prioridades dado por la matriz de comparación de criterios contenida en la tabla 40 se presenta a continuación, y las diferencias en relación al vector de prioridades de la matriz original y la matriz de la tabla 39 se observan en la figura 28:

$$Z = (0.3457, 0.1575, 0.0869, 0.1496, 0.0933, 0.0788, 0.0882)^T.$$



*Figura 28. Diferencias en los vectores propios.*

El experto 3 opta por utilizar los resultados obtenidos mediante la aplicación del segundo método de mejora de consistencia, a pesar de las diferencias encontradas en las comparaciones ya mencionadas. Uno de los motivos que lo orillaron a tomar esta decisión es que considera que los cambios que han sufrido la matriz obtenida mediante el segundo método son menores y piensa que el segundo método respeta más su opinión o se ajusta más a su forma de pensar, aún cuando el vector de prioridades de la matriz consistente obtenida mediante el tercer método es más parecido al vector de prioridades de la matriz original. Lo que lo ha llevado a concluir que los valores de la matriz de comparación de criterios del segundo método son más parecidos a los valores de la matriz de comparación de criterios original.

Posteriormente se evalúan las matrices de comparación de las dos alternativas (control activo de fugas y control pasivo de fugas) de acuerdo a cada uno de estos criterios (tabla 41).

*Tabla 41. Matrices de comparación de alternativas de acuerdo a los criterios establecidos y sus correspondientes vectores propios.*

C1		v.p.	C2		v.p.	C3		v.p.	C4		v.p.
1	9	0.90	1	1/3	0.25	1	1/5	0.17	1	1/3	0.25
1/9	1	0.10	3	1	0.75	5	1	0.83	3	1	0.75

C5		v.p.	C6		v.p.	C7		v.p.
1	1/3	0.25	1	1/5	0.17	1	9	0.90
3	1	0.75	5	1	0.83	1/9	1	0.10

Para obtener el resultado final, se lleva a cabo una síntesis de los vectores de prioridades, mediante agregación aditiva, como se ha explicado.

$$W = \begin{pmatrix} 0.90 & 0.25 & 0.17 & 0.25 & 0.25 & 0.17 & 0.90 \\ 0.10 & 0.75 & 0.83 & 0.75 & 0.75 & 0.83 & 0.10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.3143 \\ 0.1559 \\ 0.0711 \\ 0.2446 \\ 0.0324 \\ 0.0658 \\ 0.1159 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5186 \\ 0.4814 \end{pmatrix}$$

Después de haber realizado la mejora de consistencia, puede decirse que los resultados obtenidos son válidos de acuerdo con el método AHP y que los juicios contenidos en las matrices de comparación son coherentes y cumplen todas las características exigidas para la validación de la toma de decisiones. En el resultado final se puede ver que de acuerdo a las opiniones del experto 3, existe una ligera preferencia por la primera alternativa de gestión de fugas, es decir, por llevar a cabo un proyecto de control activo de fugas. El criterio que más peso tiene es el coste del desarrollo de plan y su

implementación, seguido de los inconvenientes por el cierre total o parcial de caminos, así como el daño a bienes muebles, inmuebles y a otras redes de servicio.

#### **6.2.4. Aplicación 7.**

En este caso el proceso es completado por el experto 4. La tabla 42 contiene la matriz de comparación de criterios que ha sido completada por él, vertiendo sus opiniones respecto a la importancia que tiene cada uno de los criterios establecidos previamente frente al otro.

*Tabla 42. Matriz de comparación de criterios.*

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
C1	1	7	9	5	7	5	3
C2	1/7	1	5	9	5	7	5
C3	1/9	1/5	1	7	3	7	3
C4	1/5	1/9	1/7	1	7	5	5
C5	1/7	1/5	1/3	1/7	1	9	7
C6	1/5	1/7	1/7	1/5	1/9	1	5
C7	1/3	1/5	1/3	1/5	1/7	1/5	1

Como resultado de la matriz de comparación rellena por el experto 4 (tabla 42), se tiene que cumple los requisitos de positividad de sus componentes, homogeneidad y reciprocidad. Los valores de  $\lambda_{m\acute{a}x}=10.56$ ,  $IC=0.5948$  y  $TC=44.06\%$ , nos conducen a decir que no cumple con la característica de consistencia y debe procederse a la utilización de algunos de los métodos de mejora de consistencia desarrollados.

En este caso se ha utilizado directamente el cuarto método de mejora de consistencia. Los resultados de la aplicación del método se encuentran en la tabla 43. Con esos resultados en la mano se ha mantenido una conversación con el experto 4, de la cual han surgido las siguientes observaciones:

- Las comparaciones del criterio C1 con el resto de criterios se han visto modificadas de forma drástica. Se puede ver una disminución de los valores de comparación en los criterios C2, C3, C4 y C5, así como un aumento en las comparaciones con el resto de criterios, teniendo especial atención el valor atorgado a la comparación  $a_{1,7}$ , donde la diferencia es de más de 12 puntos.
- Todas las comparaciones del criterio C2 han sufrido disminución en sus valores, a excepción de la comparación  $a_{2,7}$  que tiene un aumento de casi 5 puntos.

Tabla 43. Matriz consistente.

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
C1	1	1,621	2,09	3,15	3,474	7,346	15,93
C2	0,617	1	1,29	1,943	2,143	4,532	9,828
C3	0,478	0,775	1	1,507	1,662	3,514	7,621
C4	0,317	0,515	0,664	1	1,103	2,332	5,058
C5	0,288	0,467	0,602	0,907	1	2,115	4,586
C6	0,136	0,221	0,285	0,429	0,473	1	2,169
C7	0,063	0,102	0,131	0,198	0,218	0,461	1

Si se confrontan los valores del vector de prioridades de la matriz de comparación de criterios, donde las diferencias en los valores son evidentes. Se tiene en primer lugar el vector de prioridades de la matriz original:

$$Z = (0.4168, 0.2342, 0.1304, 0.0930, 0.0667, 0.0313, 0.0276)^T.$$

Y posteriormente, el vector de prioridades de la matriz consistente contenida en la tabla 43:

$$Z = (0.3449, 0.2128, 0.1650, 0.1095, 0.0993, 0.0469, 0.0216)^T.$$

El experto 4 toma la decisión de modificar uno de los juicios de la matriz consistente de la tabla 43. El experto considera que la comparación que desea cambiar es  $a_{1,7}$ , donde

originalmente había otorgado el valor de 3, así que decide otorgarle su valor original. Con los valores de la matriz consistente y el valor que el experto 4 ha decidido modificar se aplica la extensión propuesta en el cuarto método y los resultados están contenidos en la tabla 44:

*Tabla 44. Matriz consistente modificada.*

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
C1	1	1.28	1.17	1.77	2.12	4.49	9.89
C2	0.78	1	0.92	1.39	1.66	3.52	7.74
C3	0.85	1.09	1	1.51	1.81	3.83	8.42
C4	0.57	0.72	0.66	1	1.20	2.54	5.59
C5	0.47	0.60	0.55	0.83	1	2.16	4.66
C6	0.22	0.28	0.26	0.39	0.47	1	2.20
C7	0.10	0.13	0.12	0.18	0.22	0.45	1

Ante estos resultados el experto tiene las siguientes observaciones:

- Las mayores diferencias las encuentra en las comparaciones realizadas con los criterios C1 y C2.
- Prácticamente en todas las comparaciones que se realizan con el criterio C7 ( $a_{1,7}$ ,  $a_{2,7}$ ,  $a_{3,7}$ , y  $a_{4,7}$ , ) hay un aumento de valores.
- Aún cuando la comparación  $a_{1,7}$  muestra una diferencia significativa, y no sólo esa, sino también algunas otras comparaciones, el experto 4 opina que con los valores que se tienen en la matriz consistente de comparación de criterios (tabla 44) se obtienen unos valores del vector de prioridades que conservan la esencia de sus juicios iniciales. Además, como se verá más adelante en el análisis de resultados, los valores finales no se verán drásticamente alterados. El vector de prioridades que se obtiene de dicha matriz aparece a continuación.

$$Z = (0.2503, 0.1960, 0.2132, 0.1415, 0.1179, 0.0558, 0.0253)^T.$$

La comparación de los vectores propios de cada una de las matrices se muestra en la figura 29, incluyendo el vector propio de la matriz donde el experto 4 realizó la modificación de la comparación  $a_{1,7}$ .

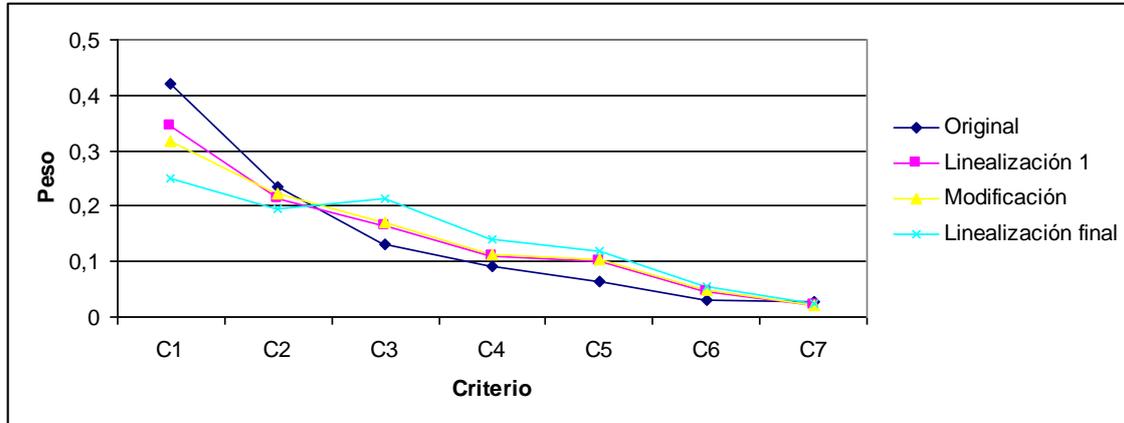


Figura 29. Diferencias en los vectores propios.

Para continuar con el procedimiento de la metodología AHP, el experto 4 procede a rellenar las matrices de comparación de alternativas, las cuales se observan en la tabla 45 que a parece enseguida:

Tabla 45. Matrices de comparación de alternativas de acuerdo a los criterios establecidos y sus correspondientes vectores propios.

C1		v.p.	C2		v.p.	C3		v.p.	C4		v.p.
1	7	0.875	1	3	0.75	1	7	0.875	1	7	0.875
1/7	1	0.125	1/3	1	0.25	1/7	1	0.125	1/7	1	0.125

C5		v.p.	C6		v.p.	C7		v.p.
1	9	0.90	1	7	0.875	1	5	0.833
1/9	1	0.10	1/7	1	0.125	1/5	1	0.166

Y, finalmente, la agregación aditiva proporciona

$$W = \begin{pmatrix} 0.875 & 0.75 & 0.875 & 0.875 & 0.90 & 0.875 & 0.833 \\ 0.125 & 0.25 & 0.125 & 0.125 & 0.10 & 0.125 & 0.166 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.2503 \\ 0.1960 \\ 0.2132 \\ 0.1415 \\ 0.1179 \\ 0.0558 \\ 0.0253 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.8524 \\ 0.1476 \end{pmatrix}$$

El resultado final muestra que existe una fuerte preferencia por realizar un proyecto de gestión de pérdidas de agua con una visión proactiva, es decir, que el experto 4 se inclina por llevar a cabo un proyecto de control activo de fugas.

Respecto al resultado de la matriz de comparación de criterios, en todos los casos los criterios con mayor peso en la toma de decisiones han sido los criterios C1, C2, C3 y C4, oscilando su sumatoria entre el 80 y el 87% del total, y conservando la misma tendencia en la matriz consistente final que ha sido consensuada con el experto 4. Es decir, que en la toma de decisiones los criterios que más importan son: coste del desarrollo del plan y su implementación; daño a bienes muebles, inmuebles y a otras redes de servicio; efectos del corte del suministro; e inconvenientes debido al cierre total o parcial de caminos. Por el contrario, los criterios que en la opinión del experto 4 tienen menos importancia son: extracciones de agua; construcción de tanques de almacenamiento y reservorios; y emisiones de CO<sub>2</sub>.

A pesar de las variaciones que ha sufrido la matriz de criterios original (tabla 42) donde el experto 4 emitió sus juicios respecto a la comparación de elementos, el resultado final no muestra cambios significativos en ninguno de los casos, lo que puede observarse en la figura 30, donde se encuentran los resultados finales en el proceso de toma de decisiones para cada una de las matrices de comparación de criterios obtenida, incluyendo el resultado con la matriz de comparación de criterios final (tabla 44).

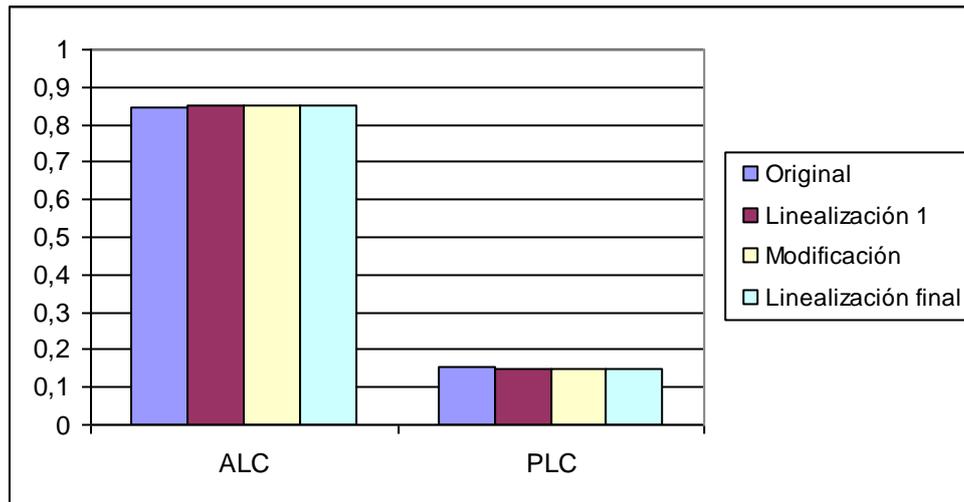


Figura 30. Resultado final en el proceso de toma de decisiones.

### 6.2.5. Aplicación 8.

Esta aplicación corresponde al mismo problema establecido en la figura 25. En dicha estructura el objetivo implica la toma de decisión respecto a la política de gestión de fugas de agua que debe emprender la empresa de abastecimiento donde desempeña sus labores el experto 5.

El siguiente paso en el proceso de la metodología AHP consiste en que el experto emita juicios respecto a los criterios establecidos. Las comparaciones realizadas por el experto 5 en relación a los criterios a considerar se encuentran en la tabla 46.

Tabla 46. Matriz de comparación de criterios no consistente.

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
C1	1	9	7	9	5	7	9
C2	1/9	1	5	7	1/9	1/5	7
C3	1/7	1/5	1	7	1/9	1/9	9
C4	1/9	1/7	1/7	1	1/9	1/9	5
C5	1/5	9	9	9	1	7	9
C6	1/7	5	9	9	1/7	1	9
C7	1/9	1/7	1/9	1/5	1/9	1/9	1

Una vez aplicado el test de consistencia se tienen los siguientes resultados: el valor propio de Perron  $\lambda_{m\acute{a}x}=9.46$ , un  $IC = 0.4101$  y una  $TC = 30.38\%$ . Al contar con estos resultados se llega a la conclusión de que la matriz de comparación de criterios no es consistente y debe someterse a una mejora de consistencia utilizando alguno de los métodos desarrollados. En este caso se ha optado por utilizar el segundo método, así pues, en la tabla 47 se observan los resultados obtenidos.

*Tabla 47. Matriz consistente obtenida con el segundo método.*

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
C1	1	6,94	8,01	9,705	0,979	1,153	10,14
C2	0,144	1	1,154	1,398	0,141	0,166	1,46
C3	0,125	0,866	1	1,212	0,122	0,144	1,265
C4	0,103	0,715	0,825	1	0,101	0,119	1,044
C5	1,021	7,086	8,179	9,909	1	1,177	10,35
C6	0,868	6,02	6,949	8,419	0,85	1	8,793
C7	0,099	0,685	0,79	0,958	0,097	0,114	1

Existen algunas diferencias significativas respecto a los valores originales. En la figura 31 se muestran las diferencias entre los valores originales de comparación de criterios y los valores de la matriz consistente lograda mediante la aplicación del segundo método. Las diferencias que el experto 5 considera como más acusadas son aquellas relacionadas con las comparaciones de los elementos C1, C2 y C3, en particular  $a_{3,7}$ ,  $a_{3,4}$ ,  $a_{1,6}$  y  $a_{2,4}$ , donde los valores originales disminuyeron en -7.73, -5.79, -5.85 y -5.6 puntos, respectivamente.

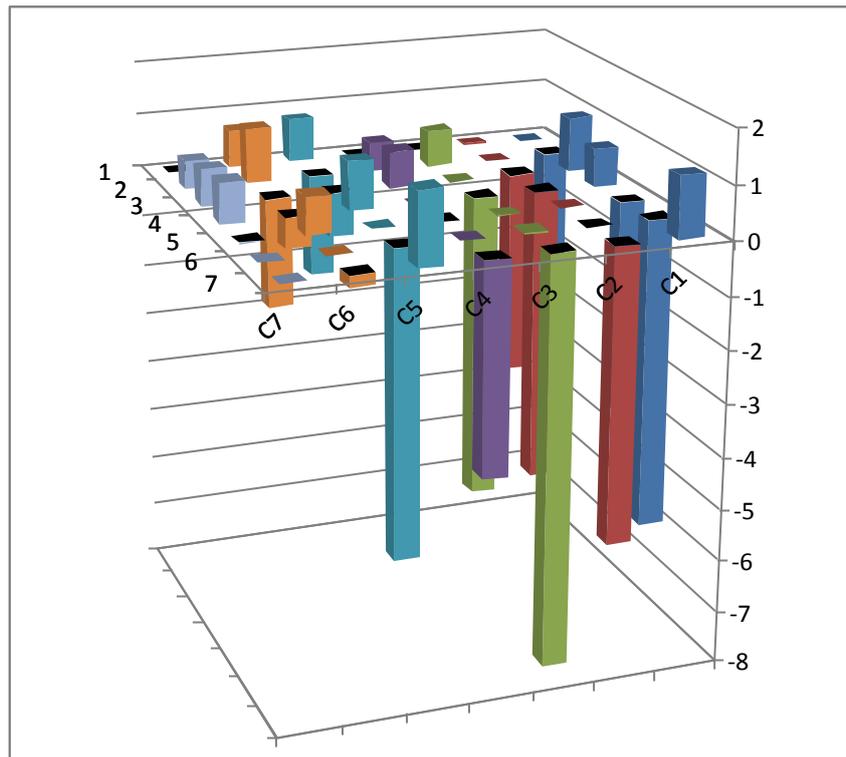


Figura 31. Diferencias entre matrices de comparación de criterios.

Para conocer como influyen esas variaciones en el vector propio, se muestra en la figura 32 las diferencias entre vectores de prioridades, y a continuación se presenta en primer lugar el vector propio de la matriz original y posteriormente el vector propio de la matriz consistente.

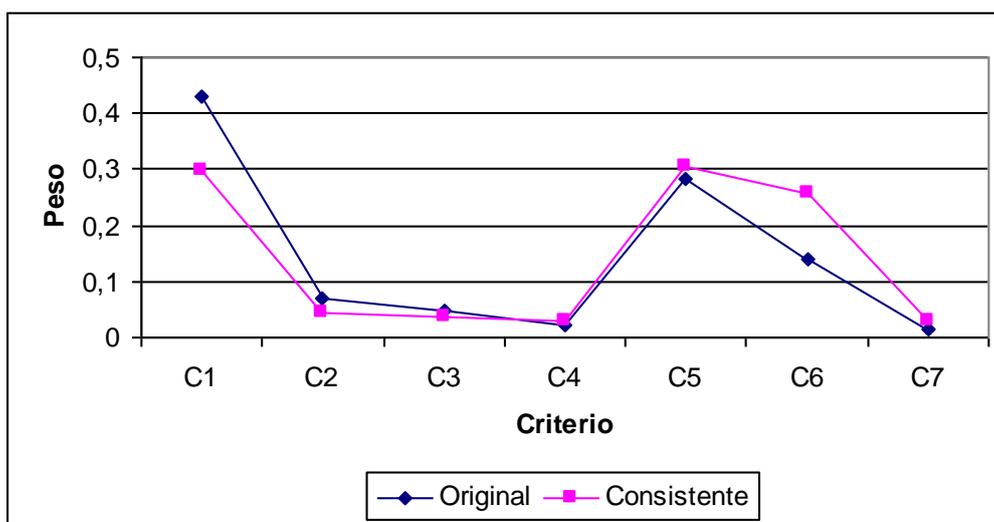


Figura 32. Vectores propios.

El vector de prioridades de la matriz original (tabla 46) es:

$$Z = (0.4294, 0.0685, 0.0461, 0.0211, 0.2832, 0.1383, 0.0134)^T.$$

El vector propio de la matriz consistente (tabla 47):

$$Z = (0.2977, 0.0429, 0.0372, 0.0307, 0.3039, 0.2582, 0.0294)^T.$$

En el vector de prioridades original el criterio que tiene un mayor peso en la toma de decisiones es C1, seguido de C5 y C6. En ese sentido, puede decirse que aún cuando existe una variación, no solo en los valores de estos tres criterios en el vector de prioridades, sino en los valores de los siete valores, el orden de importancia de los criterios no se ve drásticamente alterado después de haber realizado la mejora de consistencia de la matriz, esto puede observarse en la figura 32.

El experto 5 prosigue con la aplicación de la metodología AHP y para ello rellena las matrices de comparación de alternativas de acuerdo a cada uno de los criterios que ya se han comparado, las matrices se encuentran en la tabla 48 que se presenta a continuación:

*Tabla 48. Matrices de comparación de alternativas de acuerdo a los criterios establecidos y sus correspondientes vectores propios.*

C1		v.p.	C2		v.p.	C3		v.p.	C4		v.p.
1	9	0.90	1	5	0.83	1	7	0.875	1	7	0.875
1/9	1	0.10	1/5	1	0.17	1/7	1	0.125	1/7	1	0.125

C5		v.p.	C6		v.p.	C7		v.p.
1	7	0.875	1	1/5	0.17	1	1/5	0.17
1/7	1	0.125	5	1	0.83	5	1	0.83

Para concluir el procedimiento, se realiza una agrupación de resultados en  $W$  con la finalidad de conocer el resultado global de la aplicación. Este resultado final nos muestra la decisión que el experto 5 tomaría de acuerdo al análisis realizado.

$$W = \begin{pmatrix} 0.90 & 0.833 & 0.875 & 0.875 & 0.875 & 0.166 & 0.166 \\ 0.10 & 0.166 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.833 & 0.833 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.2977 \\ 0.0429 \\ 0.0372 \\ 0.0307 \\ 0.3039 \\ 0.2582 \\ 0.0294 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.6769 \\ 0.3231 \end{pmatrix}$$

De acuerdo con el resultado final, el experto se inclina por la realización de un proyecto de control activo de fugas, es decir, contempla una posición más proactiva de solución a la problemática de fugas. Sin duda uno de los criterios a los que otorga un mayor peso en la toma de decisiones es el coste económico del desarrollo del plan y su implementación, seguido de las extracciones de agua, y la construcción de tanques de almacenamiento y reservorios. Los criterios que tienen menor importancia para el experto 5 en la elección de una política de gestión de fugas son en primer lugar las misiones de CO<sub>2</sub>, seguido de los impactos o daños a bienes muebles, inmuebles y a otras redes de servicio, el corte del suministro, y finalmente el cierre total o parcial de caminos. Como puede observarse, los criterios a los que le otorga una importancia mayor son aquellos en los que probablemente resulta más evidente su implicación económica.

#### 6.2.6. Observaciones.

En todas las aplicaciones realizadas de este problema, se ha observado que los expertos están de acuerdo en llevar a cabo una política de gestión de fugas con una visión proactiva, desarrollado un proyecto de control activo de fugas. Y en todos los casos, a excepción de la aplicación 6, con un amplio margen de diferencia.

La selección de los criterios, así como los resultados obtenidos, pueden deberse al hecho de que en años recientes dicha empresa de suministro de agua se ha visto envuelta en el desarrollo de un proyecto de sectorización, este proyecto ha tenido una duración aproximada de 3 años. De forma que los expertos están familiarizados con el desarrollo

de proyectos a gran escala en la red y han experimentado de forma constante la ocurrencia de externalidades en el desarrollo de sus labores.

En relación a los criterios que se han tomado en cuenta en el planteamiento del problema, el criterio que tiene una mayor importancia para 4 de los 5 expertos consultados es el C1 (coste del desarrollo del plan y su implementación), los siguientes criterios con un mayor peso en el proceso de toma de decisiones son corte del suministro (C3), cierre total o parcial de caminos (C4) y extracciones de agua (C5). De forma general, el criterio que ha primado es el coste económico (C1), sin embargo, resalta la importancia que se le otorga a criterios relacionados directamente con la prestación del servicio, como es el corte de suministro (C3), ya que durante los trabajos que ha desarrollado la compañía, se ha visto en la necesidad de realizar cortes programados, y por opiniones expresadas por los expertos, ello se ha visto reflejado en inconformidades y quejas por parte de los usuarios. Por otro lado, se ha tenido que recurrir al cierre de algunas calles y avenidas de la ciudad (C4) para llevar a cabo los trabajos relativos a la sectorización de la red, por ello los expertos están familiarizados con este aspecto y consideran que es uno de los criterios con mayor peso.

El proceso que se llevó a cabo para la formulación del problema, el relleno de matrices de comparación de elementos, la comprobación de propiedades de las matrices y la aplicación de las opciones de mejora de consistencia han supuesto un enriquecimiento para la justificación de la elección de la metodología AHP y para la comprobación de la utilidad de las opciones de mejora consistencia desarrolladas.

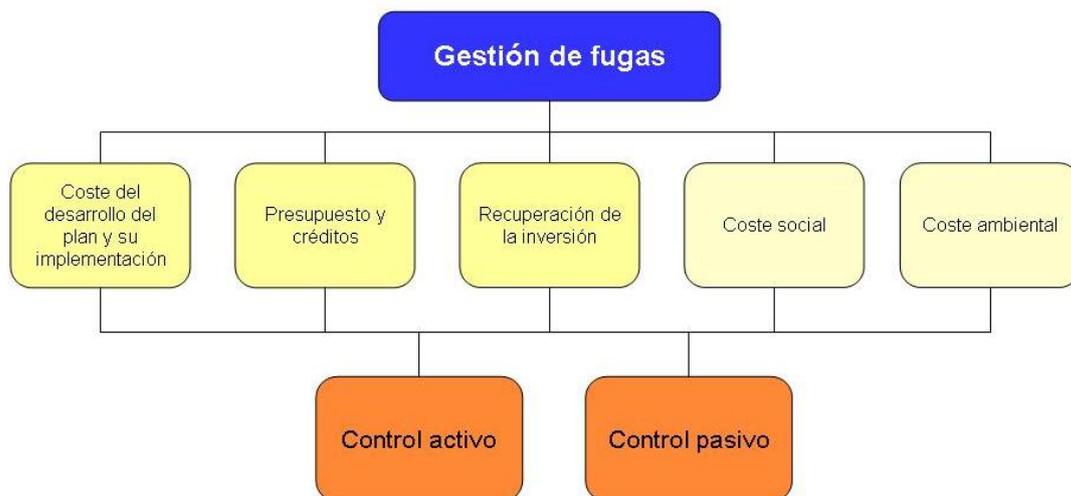
### **6.3. APLICACIÓN: MATRICES 5 X 5.**

El diseño de la aplicación que ahora se presenta fue desarrollado por los miembros del equipo investigador. La visión que se plantea es diferente, siendo los criterios a considerar:

- C1. Coste del desarrollo del plan y su implementación.
- C2. Presupuestos y créditos.
- C3. Recuperación de la inversión.

- C4. Coste social.
- C5. Coste ambiental.

Se observa que los tres primeros criterios tienen que ver directamente con aspectos económicos y financieros. Se han planteado como criterios a evaluar el coste económico del proyecto, la disponibilidad de recursos económicos para hacer frente a las inversiones, así como la recuperación de las inversiones realizadas. Los últimos dos criterios se refieren a los impactos sociales y ambientales que trae consigo el desarrollo de un proyecto de control de fugas con una visión proactiva, como es el control activo de fugas, o por el contrario, las externalidades resultantes de reaccionar ante el conocimiento de fugas evidentes o reportadas, es decir, optar por una gestión pasiva del control de fugas. En la figura 33 puede observarse gráficamente el planteamiento del problema, donde se distinguen los tres niveles: objetivo, criterios y alternativas.



*Figura 33. Jerarquización con 5 criterios.*

La motivación que se tuvo a la hora de diseñar el problema era introducir algunos otros argumentos económicos y financieros que tuvieran implicación directa con la toma de decisiones, sin dejar de lado aquellos criterios relacionados con las externalidades del problema.

En esta ocasión se llevaron a cabo cuatro aplicaciones, los expertos que cumplimentaron las matrices son de procedencia variada. Dos de ellos desarrollan sus labores en España y los otros dos en México, los primeros tienen experiencia en el área de fugas, uno de

ellos trabaja en una empresa de abastecimiento de agua y el otro trabaja en el gobierno supervisando obras de renovación de la red de agua potable. Los dos expertos mexicanos trabajan para un instituto de investigación mexicano y actualmente desarrollan proyectos de agua potable en zonas rurales.

Antes de comenzar el procedimiento se ha mantenido una conversación con cada uno de ellos, de forma que se les ha explicado la motivación de la aplicación, las experiencias que se tiene con las aplicaciones previas, y sobre todo, en virtud de que la estructura del problema no ha sido construida por ellos o al menos en presencia suya, se ha procedido al análisis de cada uno de los elementos que lo forman (objetivo, criterios y alternativas). De esta manera, los expertos pueden tener una idea más clara respecto de la problemática que se les ha planteado, los criterios que debe comparar y las dos únicas alternativas de solución.

A continuación se presentan los resultados que se han obtenido de las cuatro aplicaciones, así como las conclusiones a las que se ha llegado.

### **6.3.1. Aplicación 9.**

En este primer caso, la información fue proporcionada por un trabajador de la empresa de suministro de agua de la Comunidad Valenciana. El experto desempeña sus labores en el área de fugas y cuenta con suficiente experiencia en el área como para poder tener una opinión clara respecto a la aplicación que se le plantea.

Posterior a la conversación mantenida y una vez que el experto ha realizado un análisis integral de la problemática, se le ha pedido que cumplimente en primer lugar la matriz de comparación de criterios. Las opiniones vertidas por el experto se encuentran en la tabla 49. De acuerdo con las características que debe cumplir toda matriz, puede decirse que a simple vista la matriz de comparación de criterios esta compuesta por valores positivos, es homogénea y recíproca. Ahora lo que debe corroborarse es la última característica necesaria para validar la matriz de la tabla 49 y continuar con el procedimiento de toma de decisiones; es por ello que con los valores que el experto ha proporcionado se ha realizado el test de consistencia, el valor propio de Perron  $\lambda_{máx} =$

5.9, lo cual nos indica que la matriz no es consistente, ahora se requiere conocer los valores tanto del índice de consistencia, como la tasa de consistencia, para saber en que magnitud la matriz no es consistente. Los resultados al respecto nos dicen que el  $IC = 0.2266$  y la  $TC = 20.41\%$ , lo que nos confirma que la matriz de comparación de criterios no es consistente, ya que el valor de la  $TC > 10\%$ , por ese motivo se debe recurrir a mejorarla, de hecho, se logra que el valor de  $TC = 0$ . Los resultados de esta mejora de consistencia se encuentran en la matriz contenida en la tabla 50.

Tabla 49. Matriz de comparación de criterios no consistente.

	C1	C2	C3	C4	C5
C1	1	1/3	3	7	9
C2	3	1	1/3	5	7
C3	1/3	3	1	5	7
C4	1/7	1/5	1/5	1	1
C5	1/9	1/7	1/7	1	1

Tabla 50. Matriz de comparación de criterios consistente.

	C1	C2	C3	C4	C5
C1	1,00	1,32	1,32	6,82	9,08
C2	0,76	1,00	1,00	5,19	6,91
C3	0,76	1,00	1,00	5,17	6,89
C4	0,15	0,19	0,19	1,00	1,33
C5	0,11	0,14	0,15	0,75	1,00

Obviamente existen diferencias entre los valores de la matriz original y los valores de la matriz de comparación de criterios consistente, lo cual puede observarse en la figura 34. Las mayores diferencias rondan los 2 puntos; de hecho las comparaciones que han sufrido cambios de mayor magnitud son  $a_{1,2}$ ,  $a_{1,3}$ ,  $a_{2,3}$ ,  $a_{4,5}$  y sus recíprocos.

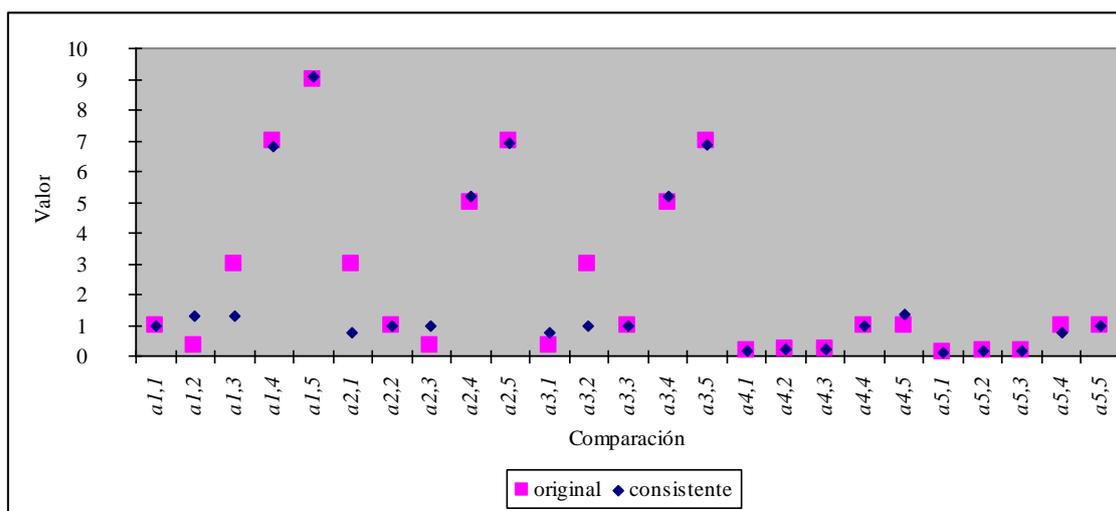


Figura 34. Diferencias entre valores de comparación de criterios.

Aún cuando existen algunas diferencias entre los vectores propios de dichas matrices, el orden original de criterios se mantiene, lo que se muestra en la figura 35 que aparece enseguida.

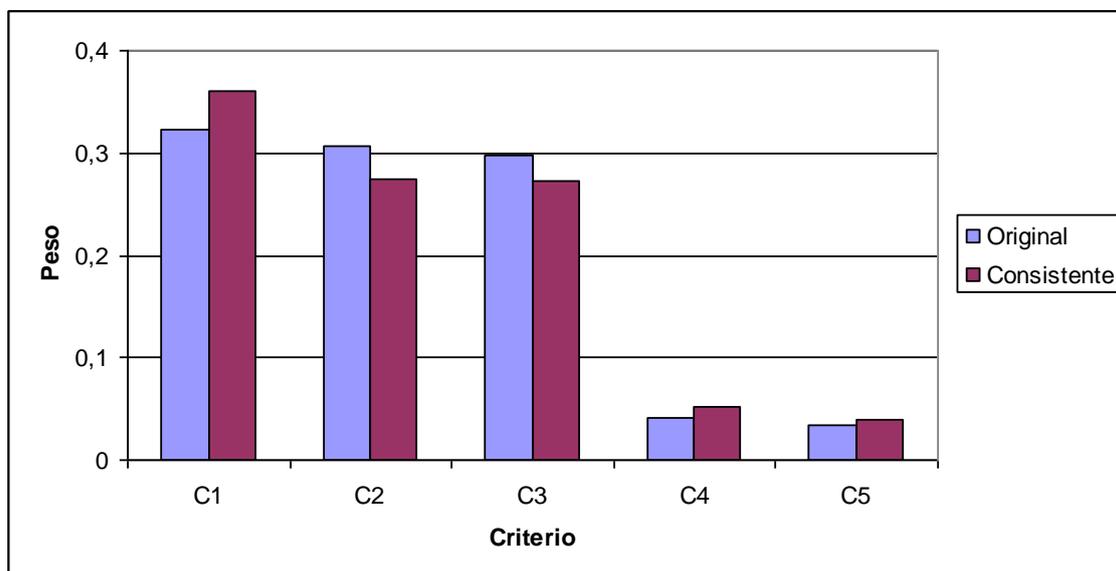


Figura 35. Diferencias entre valores del vector de prioridades.

El vector de prioridades de la matriz de comparación de criterios consistente queda de la siguiente forma:

$$Z = (0.3603, 0.2740, 0.2732, 0.0528, 0.0397)^T.$$

Para continuar con la aplicación de AHP, el experto rellena las matrices de comparación de alternativas. Los valores que el experto ha otorgado se encuentran en la tabla 51, a simple vista puede comprobarse que en este caso las características se cumplen.

*Tabla 51. Matrices de comparación de alternativas de acuerdo a los criterios establecidos y sus correspondientes vectores propios.*

C1		v.p.	C2		v.p.	C3		v.p.
1	3	0.75	1	5	0.83	1	5	0.83
1/3	1	0.25	1/5	1	0.17	1/5	1	0.17

C4		v.p.	C5		v.p.
1	3	0.75	1	3	0.75
1/3	1	0.25	1/3	1	0.25

Una vez que se cuenta con todas las matrices cumplimentadas y que se han comprobado las características de todas ellas, se procede a integrar todos los resultados en un resultado final ( $W$ ), que será el que nos indique en que medida el experto preferiría una alternativa u otra.

$$W = \begin{pmatrix} 0.75 & 0.83 & 0.83 & 0.75 & 0.75 \\ 0.25 & 0.17 & 0.17 & 0.25 & 0.25 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.3603 \\ 0.2740 \\ 0.2732 \\ 0.0528 \\ 0.0396 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.7956 \\ 0.2044 \end{pmatrix}$$

Este resultado nos muestra que el experto elegiría una política de gestión de fugas con una orientación activa, de hecho, por los valores que se han obtenido finalmente, existe una fuerte inclinación hacia ello, ya que la alternativa de ALC obtiene un valor muy cercano al 80%; de hecho, con los valores de la matriz original, el valor es precisamente 80%, lo que nos lleva a decir que, además de que se comprueba que el experto desearía seguir una política de gestión de fugas con una visión proactiva, las modificaciones que ha sufrido la matriz de comparación de criterios original no repercuten en la decisión final, en este caso solo modifican en un 0.5% el resultado final.

El criterio que tiene una mayor importancia en la toma de decisiones es el coste del desarrollo del plan y su implementación (C1), seguido del presupuesto y acceso a créditos (C2), y la recuperación de la inversión (C3). Los criterios que para el experto tienen un peso menor son el coste social (C4) y el coste ambiental (C5), la suma de ambos criterios (C4 y C5) tienen una importancia que ronda el 9% en el proceso de toma de decisiones.

### **6.3.2. Aplicación 10.**

La siguiente aplicación forma parte del mismo diseño del problema esquematizado de forma jerárquica en la figura 33, en esta ocasión el proceso fue completado por un empleado público que forma parte del equipo de trabajo que supervisa las obras de renovación de la red de agua potable de una ciudad de la Comunidad Valenciana. El trabajador cuenta con conocimientos apropiados para ser considerado un experto en la problemática que se está tratando, ya que las labores que desempeña tienen que ver con la supervisión de obras que directamente tienen que ver con proyectos de mejora de la infraestructura de la empresa de abastecimiento de agua potable. A decir verdad, su trabajo consiste en gran medida en estar presente en las zonas donde se desarrollan los trabajos en la red de suministro de agua.

Después de haber mantenido una charla para aclarar algunos puntos relativos al esquema que se le ha planteado (figura 33), se han intercambiado algunos puntos de vista, de forma que se ha podido aclarar algunas dudas que el experto tenía sobre la formulación de la problemática tal y como se le ha presentado. A continuación el experto ha procedido a rellenar la matriz de comparación de criterios, dando las opiniones que le merece de acuerdo a su experiencia. Los juicios sobre la importancia de los criterios a considerar se encuentran contenidos en la tabla 52 que aparece más adelante. Una vez que el experto ha cumplimentado esta primera matriz, se debe realizar el test de consistencia; los valores que se han obtenido nos indican que la matriz no es consistente, en virtud de que el valor de  $IC = 0.1596$  y el de  $TC = 14.38\%$ , siendo el valor propio de Perron  $\lambda_{máx} = 5.64$ . Dado que los resultados obtenidos nos indican que la matriz contenida en la tabla 52 no es consistente, se debe proceder a realizar una

modificación de los valores de comparación, para lograr que pase el test de consistencia y que el resultado del procedimiento de toma de decisiones basado en la metodología AHP sea fiable.

*Tabla 52. Matriz de comparación de criterios original.*

	C1	C2	C3	C4	C5
C1	1	1	5	9	7
C2	1	1	5	9	7
C3	1/5	1/5	1	9	5
C4	1/9	1/9	1/9	1	3
C5	1/7	1/7	1/5	1/3	1

Con los valores originales el vector de propio de la matriz de comparación de criterios queda de la siguiente forma:

$$Z = (0.3843, 0.3843, 0.1541, 0.0438, 0.0335)^T.$$

Al aplicar el segundo método de mejora de consistencia desarrollado, se obtiene la matriz consistente más cercana a la matriz original, la cual aparece en la tabla 53.

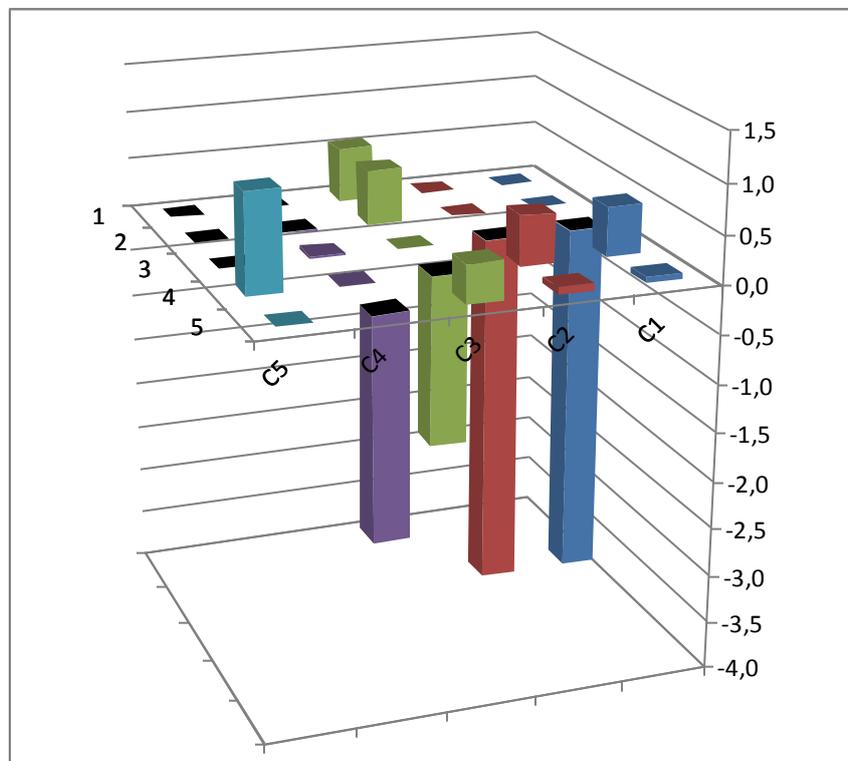
*Tabla 53. Matriz de comparación de criterios consistente.*

	C1	C2	C3	C4	C5
C1	1,00	1,00	1,31	9,51	7,06
C2	1,00	1,00	1,31	9,51	7,06
C3	0,76	0,76	1,00	7,26	5,39
C4	0,11	0,11	0,14	1,00	0,74
C5	0,14	0,14	0,19	1,35	1,00

Con estos nuevos valores de comparación el vector de prioridades que se obtiene de la matriz de comparación de criterios es el siguiente:

$$Z = (0.3322, 0.3322, 0.2536, 0.0350, 0.0470)^T.$$

En la figura 36 se observan las diferencias que ha sufrido cada uno de los valores de comparación. Tal y como puede observarse en la matriz original (tabla 52), los valores que el experto ha otorgado a cada una de las comparaciones con los criterios C1 y C2 coinciden completamente, es por ello que los valores de las comparaciones que se han obtenido en la matriz consistente (tabla 53) son iguales para cada uno de esos dos criterios (C1 y C2), de hecho, las comparaciones que han sufrido una mayor variación son  $a_{1,3}$  y  $a_{2,3}$  con una disminución de su valor original de -3.69 puntos cada una, seguidas de  $a_{4,5}$  y  $a_{3,4}$  con una variación de -2.26 y -1.74, respectivamente.



*Figura 36. Diferencias entre matrices de comparación de criterios.*

Con estas variaciones el vector de prioridades se ha visto modificado también; sin embargo, conserva el orden de criterios establecido inicialmente por el experto, de forma que los criterios que tienen un mayor peso es la toma de decisiones son, por orden de importancia, coste del desarrollo del proyecto y su implementación (C1) y presupuesto y acceso a créditos (C2), que tienen el mismo peso, seguidos de recuperación de la inversión (C3). Los dos criterios que tienen una menor relevancia en

la toma de decisiones son: el coste social (C4) y el coste ambiental (C5). Además, en la figura 37 puede observarse que el valor del criterio C3 en el vector de prioridades de la matriz de comparación de criterios es el que ha tenido una mayor variación, ya que su peso ha aumentado, mientras que los dos primeros criterios han visto disminuido su valor.

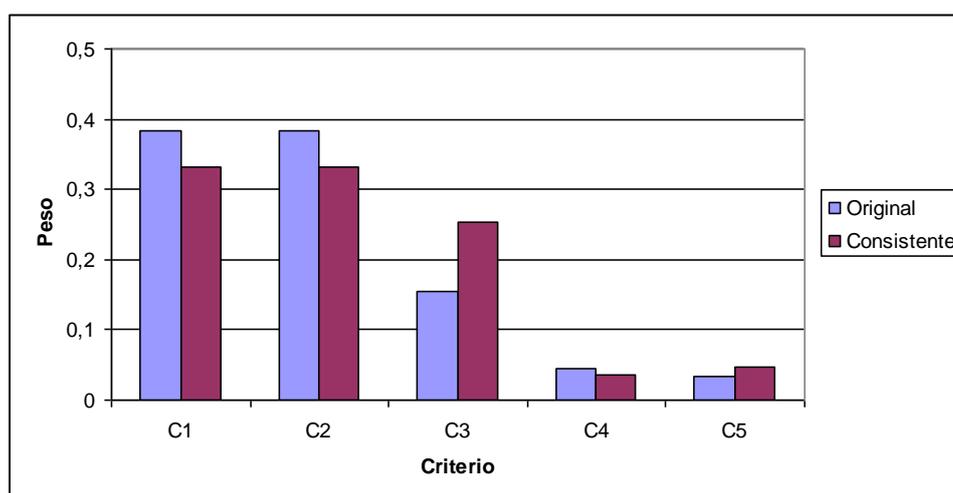


Figura 37. Diferencias entre valores del vector propio de las matrices de comparación de criterios.

Para seguir con el proceso, ahora el experto realiza las comparaciones de alternativas para cada uno de los cinco criterios. Para ello, los juicios emitidos por él han sido concentrados en la tabla 54. En esta tabla se encuentran también los vectores propios de cada una de las cinco matrices de comparación de alternativas. Ninguna de estas matrices tiene problemas de consistencia.

Tabla 54. Matrices de comparación de alternativas de acuerdo a los criterios establecidos y sus correspondientes vectores propios.

C1		v.p.	C2		v.p.	C3		v.p.
1	7	0.875	1	9	0.90	1	3	0.75
1/7	1	0.125	1/9	1	0.10	1/3	1	0.25

C4		v.p.	C5		v.p.
1	1	0.50	1	5	0.83
1	1	0.50	1/5	1	0.17

Para obtener el resultado final, que corresponde a la elección de la mejor alternativa de política de gestión de fugas de acuerdo con la opinión del experto, se conjugan los resultados de cada una de las matrices, de forma que el resultado final queda como aparece a continuación:

$$W = \begin{pmatrix} 0.875 & 0.90 & 0.75 & 0.50 & 0.83 \\ 0.125 & 0.10 & 0.25 & 0.50 & 0.17 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.3322 \\ 0.3322 \\ 0.2536 \\ 0.0350 \\ 0.0470 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.8365 \\ 0.1635 \end{pmatrix}$$

Con la obtención de estos valores se llega a la conclusión de que el experto se inclinaría por la elección de una política de gestión de pérdidas de agua encaminada a emprender acciones para la búsqueda y localización de las fugas que no son evidentes, es decir, que de acuerdo a su experiencia, la empresa de suministro de agua debería realizar algún proyecto de control activo de fugas; lo anterior tomando en cuenta los criterios que se han evaluado en la presente aplicación. Cabe mencionar que aún con las variaciones que ha sufrido la matriz de comparación de criterios para lograr que fuese consistente, los valores obtenidos en el resultado final solo se han visto modificados en un 1%.

Es latente la importancia que tienen los criterios económicos y financieros en la toma de decisiones, ya que las externalidades que se han incluido en el planteamiento del problema solo tienen un peso de 8%. Mientras que cerca del 70% del peso en el proceso se lo lleva el coste del desarrollo del plan y su implementación (C1) y el presupuesto y acceso a créditos (C2), es decir, cuánto cuanto cuesta el proyecto y si se cuenta con recursos para llevarlo a cabo.

En este caso no ha sorprendido el resultado final del proceso; sin embargo, se esperaba que los criterios relacionados con las externalidades del problema (C4 y C5) tuvieran un mayor peso y que por el contrario, aquellos con implicación económica (C1, C2 y C3) resultaran con una importancia menor a la obtenida. Del hecho de que el experto no forma parte de ninguna empresa de abastecimiento, sino que sus labores solo

contemplan la supervisión de obras desde el punto de vista del Estado, justifican la no sorpresa ante el resultado obtenido.

### 6.3.3. Aplicación 11.

La siguiente aplicación se llevó a cabo con un experto en temas relacionados con el desarrollo de proyectos de agua potable en comunidades rurales; su trabajo lo desarrolla bajo la tutela de un instituto de investigación mexicano que se encarga de temas relacionados con el agua. Su larga carrera en el instituto, su experiencia y su preparación académica lo posibilita para formar parte del presente trabajo.

Después de mantener una conversación, en la cual se han analizado los componentes del problema planteado en la figura 33, el experto ha rellenado la matriz de comparación de criterios, la cual se encuentra en la tabla 55.

Tabla 55. Matriz no consistente.

	C1	C2	C3	C4	C5
C1	1	1	5	3	3
C2	1	1	4	3	3
C3	1/5	1/4	1	1/3	1/3
C4	1/3	1/3	3	1	5
C5	1/3	1/3	3	1/5	1

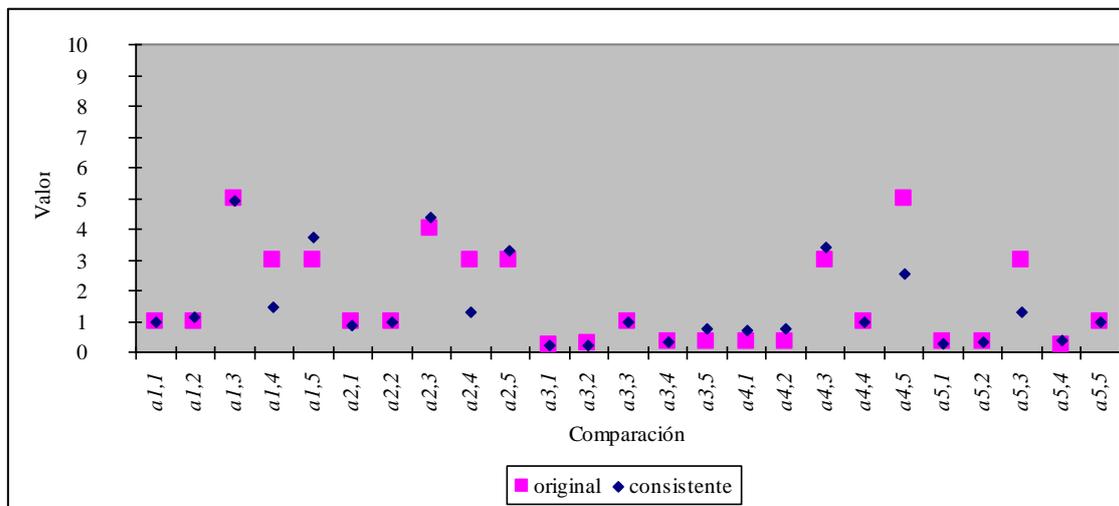
A simple vista puede comprobarse que no tiene problemas de positividad de componentes, homogeneidad o reciprocidad. Sin embargo, para saber si la matriz cumple con los requisitos necesarios para validar el procedimiento y asegurar la fiabilidad en el proceso de toma de decisiones se realiza el test de consistencia. De acuerdo con estos resultados, el valor propio de Perron nos indica que existe cierta perturbación en los valores de la matriz de la tabla 55 que darían como resultado una matriz consistente, ya que  $\lambda_{m\acute{a}x} = 5.42$ ; para confirmarlo, se obtienen los valores de  $IC$  y  $TC$ . Los resultados son  $IC = 0.1053$  y  $TC = 9.48\%$ . Como puede verse, el resultado de

TC nos indica que aún cuando la matriz no es consistente, entra dentro de los límites de tolerancia, es decir que se puede tomar como válida la matriz para el proceso de toma de decisiones. Sin embargo, en vista de que se encuentra tan cerca del 10%, se ha optado por recurrir a la mejora de consistencia por dos razones, la primera de ellas es para justificar el procedimiento, en segundo lugar, para conocer las diferencias que sufrirían los valores tanto del vector propio de la matriz de criterios, como el resultado final. Por esta razón en la tabla 56 se observan los valores que corresponden a la matriz de comparación de criterios consistente y mas parecida a la matriz original (tabla 55).

*Tabla 56. Matriz consistente.*

	C1	C2	C3	C4	C5
C1	1,00	1,12	4,91	1,45	3,72
C2	0,89	1,00	4,39	1,30	3,32
C3	0,20	0,23	1,00	0,30	0,76
C4	0,69	0,77	3,38	1,00	2,56
C5	0,27	0,30	1,32	0,39	1,00

En la figura 38 se muestran las diferencias que ha sufrido cada una de las entradas de la matriz de comparación de criterios; como puede observarse, las diferencias de mayor magnitud se centran en  $a_{4,5}$ ,  $a_{2,4}$  y  $a_{1,4}$ , que han visto reducido su valor en -2.44, -1.7 y -1.54, respectivamente.



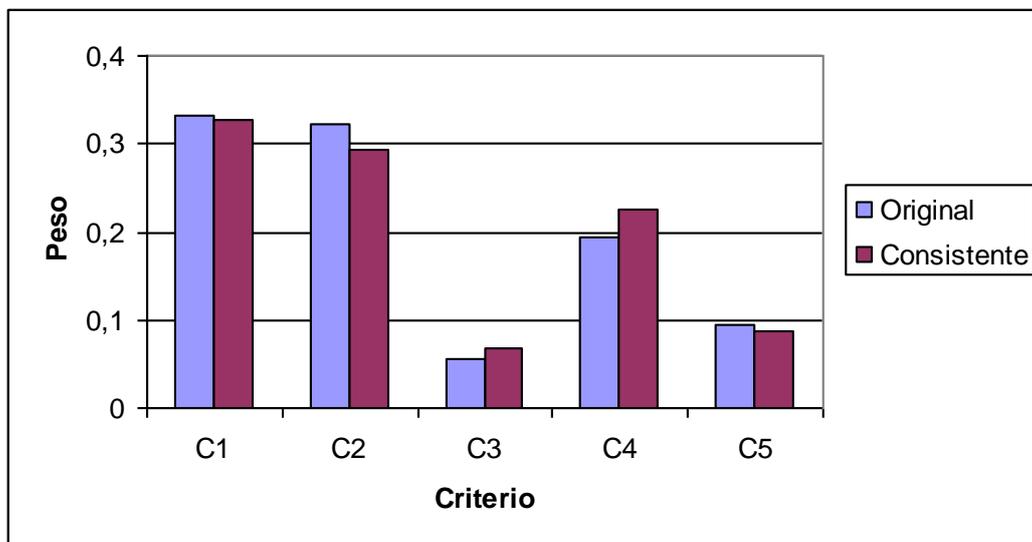
*Figura 38. Diferencias entre valores de comparación de criterios.*

El vector de prioridades original es el siguiente:

$$Z = (0.3323, 0.3221, 0.0551, 0.1949, 0.0956)^T.$$

Con las modificaciones que ha sufrido la matriz de comparación de criterios, su vector propio ha quedado de la siguiente forma:

$$Z = (0.3276, 0.2925, 0.0667, 0.2252, 0.0880)^T.$$



*Figura 39. Diferencia entre valores del vector propio de las matrices de comparación de criterios.*

En la figura 39 se observan las variaciones que han sufrido los valores del vector de prioridades de la matriz de comparación de criterios. Los valores de los criterios C1 y C5 permanecen prácticamente iguales, mientras que el criterio C2 ha disminuido su valor en casi -0.03 puntos, y por el contrario, el criterio C4 ha visto aumentado su peso en 0.03.

A continuación, el experto realiza la comparación de alternativas, las matrices se encuentran en la tabla 57 que aparece enseguida:

*Tabla 57. Matrices de comparación de alternativas de acuerdo a los criterios establecidos y sus correspondientes vectores propios.*

C1		v.p.	C2		v.p.	C3		v.p.
1	4	0.80	1	1/3	0.25	1	5	0.83
1/4	1	0.20	3	1	0.75	1/5	1	0.17

C4		v.p.	C5		v.p.
1	5	0.83	1	4	0.80
1/5	1	0.17	1/4	1	0.20

Se concentran los resultados de todas las matrices de comparación y se obtiene el resultado que indica la alternativa a la que el experto le otorga un mayor peso, de acuerdo a las comparaciones que ha realizado de todos los elementos que integran el problema. Aún cuando se han modificado los valores establecidos por el experto en la matriz de comparación de criterios, el resultado final solo se ha modificado en 1.7%, lo cual no representa una diferencia significativa.

$$W = \begin{pmatrix} 0.80 & 0.25 & 0.83 & 0.83 & 0.80 \\ 0.20 & 0.75 & 0.17 & 0.17 & 0.20 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.3276 \\ 0.2925 \\ 0.0667 \\ 0.2552 \\ 0.0880 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.6469 \\ 0.3511 \end{pmatrix}$$

Con este resultado se puede concluir que una vez que el experto ha emitido sus opiniones sobre el problema que se le ha planteado en la figura 33, elegiría la alternativa de llevar a cabo algún proyecto de control activo de fugas, y declinaría a elegir una política de gestión de fugas reactiva. Los criterios que en su opinión tiene mayor importancia en el proceso de toma de decisiones son: el coste del desarrollo del plan y su implementación (C1), presupuesto y créditos (C2) y coste social (C4). Los criterios con menor peso son coste ambiental (C4) y la recuperación de la inversión (C3).

### 6.3.4. Aplicación 12.

Esta aplicación fue cumplimentada por un experto en el desarrollo de proyectos de agua potable en zonas rurales, desempeña sus labores para un instituto de investigación mexicano. Para lograr una comprensión de la problemática que se le plantea, se ha procedido a tener una reunión con él, de forma que se le ha explicado por un lado el proceso AHP para la toma de decisiones, y por otro, la estructura del problema que se ha diseñado para realizar la aplicación, la cual corresponde a la figura 33. Posteriormente, el experto ha rellenado la matriz de comparación de criterios, las opiniones emitidas por él se encuentran contenidas en la tabla 58 que aparece a continuación:

*Tabla 58. Matriz original de comparación de criterios.*

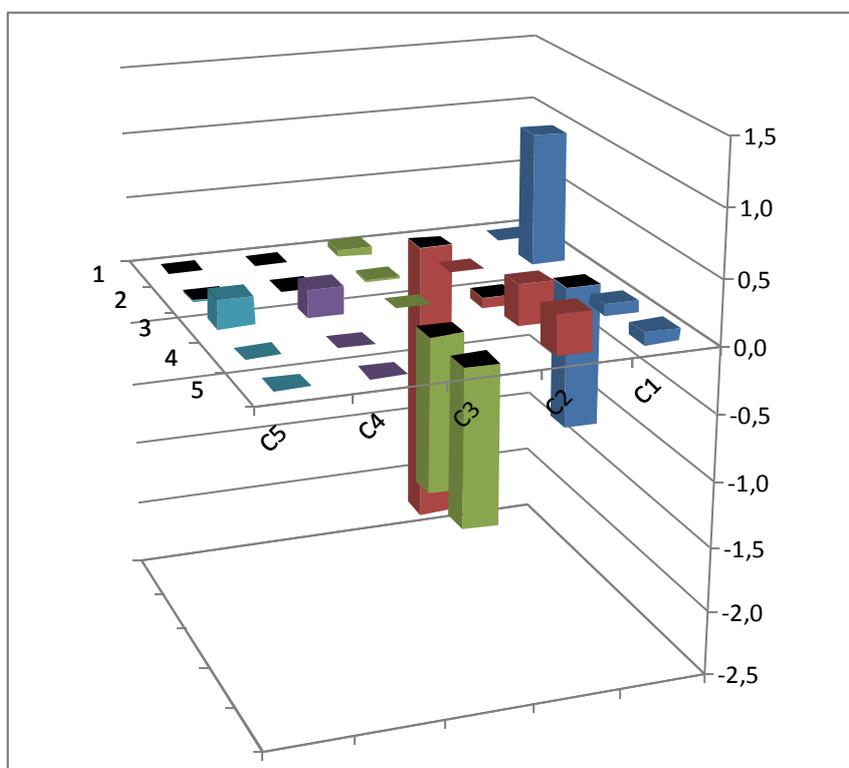
	C1	C2	C3	C4	C5
C1	1	1/3	5	7	7
C2	3	1	3	5	5
C3	1/5	1/3	1	3	3
C4	1/7	1/5	1/3	1	1
C5	1/7	1/5	1/3	1	1

El valor propio de Perron  $\lambda_{m\acute{a}x} = 5.36$ , lo cual ya indica que la matriz no es consistente; ahora se requiere conocer los valores tanto del índice de consistencia, como la tasa de consistencia, para saber en qué magnitud la matriz no es consistente. Los resultados al respecto nos dicen que el  $IC = 0.0911$  y la  $TC = 8.21\%$ , lo que quiere decir que si bien la matriz de comparación de criterios no es consistente, el valor de la  $TC$  obtenido es tolerable, sin embargo, se ha recurrido a la mejorarla, de hecho, logrando que un valor de  $TC = 0$ . Los resultados de esta mejora de consistencia se encuentran la matriz contenida en la tabla 59.

*Tabla 59. Matriz consistente.*

	C1	C2	C3	C4	C5
C1	1,00	1,34	3,90	7,09	7,09
C2	0,75	1,00	2,92	5,31	5,31
C3	0,26	0,34	1,00	1,82	1,82
C4	0,14	0,19	0,55	1,00	1,00
C5	0,14	0,19	0,55	1,00	1,00

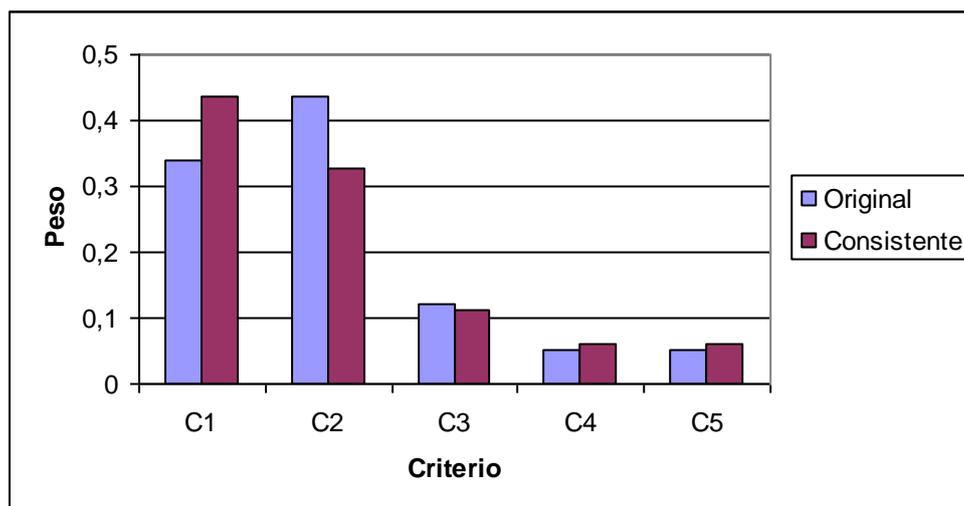
Obviamente existen diferencias entre los valores de la matriz original y los valores de la matriz de comparación de criterios consistente, sin embargo, en vista de que la *TC* realmente entraba dentro del límite de tolerancia establecido, puede decirse que las modificaciones no representan un cambio significativo, lo cual puede observarse en la figura 40, donde las diferencias mayores las presenta la comparación  $a_{2,1}$  y su recíproca, con una diferencia de -2.25 y 1 puntos, respectivamente. Las siguientes comparaciones con diferencias significativas son  $a_{3,4}$  y  $a_{3,5}$ , cuyo valor ha disminuido en -1,18 puntos cada una.



*Figura 40. Diferencias entre matrices de comparación de criterios.*

Como ya se ha mencionado, aún cuando el valor de consistencia de la matriz original cumplía con el requisito de tolerancia en lo referente a la consistencia, se ha procedido a obtener una matriz cuyos valores logran que el resultado del test de consistencia no solo haya mejorado, sino que la matriz sea totalmente consistente, lo que proporciona al proceso de toma de decisiones una mayor fiabilidad.

En la figura 41 se muestran las diferencias que ha sufrido el vector propio de la matriz de comparación de criterios. Como puede observarse, el orden de importancia entre el primer y el segundo criterio se ha invertido, ya que en la matriz original el criterio que tiene mayor peso es el presupuesto y acceso a crédito (C2), seguido del coste del desarrollo del proyecto y su implementación (C1), mientras que el orden y los valores de los tres criterios restantes permanecen prácticamente inalterados.



*Figura 41. Diferencias entre valores de comparación de criterios.*

A continuación, el experto emite sus opiniones respecto a las alternativas que se le han planteado, lo hace comparando cada alternativa de acuerdo a los criterios establecidos, las opiniones se encuentran en la tabla 60 que se muestra enseguida:

*Tabla 60. Matrices de comparación de alternativas de acuerdo a los criterios establecidos y sus correspondientes vectores propios.*

C1		v.p.	C2		v.p.	C3		v.p.
1	5	0.83	1	7	0.875	1	3	0.75
1/5	1	0.17	1/7	1	0.125	1/3	1	0.25

C4		v.p.	C5		v.p.
1	1	0.50	1	1	0.50
1	1	0.50	1	1	0.50

Estas cinco matrices cumplen con los requisitos necesarios para la validación del procedimiento. Para finalizar la aplicación de la metodología AHP se concentran los resultados de cada una de las matrices en una sola expresión:

$$W = \begin{pmatrix} 0.83 & 0.88 & 0.75 & 0.50 & 0.50 \\ 0.17 & 0.13 & 0.25 & 0.50 & 0.50 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.4373 \\ 0.3279 \\ 0.1121 \\ 0.0616 \\ 0.0616 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.7965 \\ 0.2035 \end{pmatrix}$$

De acuerdo con estos resultados el experto se inclinaría por emprender una política de gestión de fugas con una visión activa, es decir que su elección iría encaminada a la alternativa de control activo de fugas.

A pesar de haber realizado cambios en la matriz de comparación de criterios para alcanzar una  $TC = 0$ , el resultado final en  $W$  solo ha variado un 1%. En este caso puede decirse que lo que se logró realizando la mejora de consistencia, fue incrementar la fiabilidad en el desarrollo de la aplicación, sin modificar el resultado final en la toma de decisiones.

Sin embargo, debido a la aplicación de la mejora de consistencia, el orden de los criterios se ha visto alterado. En el resultado final, el criterio que tiene mayor peso es el coste del proyecto (C1), seguido del presupuesto y la disponibilidad de crédito (C2), cuando en la matriz original el orden era inverso. De forma que la importancia de los

criterios queda de la siguiente forma: coste del desarrollo del proyecto y su implementación (C1), presupuesto y créditos (C2), recuperación de la inversión (C3), coste social (C4) y coste ambiental (C5).

#### **6.3.5. Observaciones.**

En vista de que el planteamiento del problema no se llevó a cabo por los expertos consultados, además de considerar que los expertos no proceden de un mismo grupo, los resultados que se han obtenido son significativos. En primer lugar, porque en todos los casos, los expertos se han inclinado hacia la alternativa de ALC. En segundo lugar, porque en todos prácticamente los casos han primado los criterios económicos sobre las externalidades. Se considera que los resultados se deben a la opinión prácticamente generalizada de que se deben emprender acciones para minimizar la existencia de fugas en la red, pero prima el criterio económico, debido a que para ello se debe invertir una suma considerable de recursos.



## 7. CONCLUSIONES Y DESARROLLOS FUTUROS.

---

Es sabido que cualquier red de distribución de agua está trabajando a pesar de estar perdiendo un cierto volumen de agua, es decir, que una parte del agua que ingresa en la red se pierde en el camino. Los gestores de las empresas saben que existe cierto nivel de pérdidas que deben aceptar, pero que en caso de exceder dicho nivel su situación puede tornarse complicada. La cuestión que se plantea es cuánta cantidad de agua está perdiéndose, cuánto representa económicamente el agua que se está perdiendo, qué volumen de agua puede dejar de perderse y qué se puede hacer para solucionar el problema.

El conocimiento de la situación actual del abastecimiento es fundamental para la planificación de acciones. Es indispensable que los gestores conozcan el estado de la red, que estén al tanto de lo que pasa con el agua que entra en el sistema. El punto de partida de la resolución de cualquier problema consiste en tener un panorama claro de la situación presente.

De forma general, los recursos que poseen las empresas de distribución de agua son escasos, por no decir más del recurso agua, la principal materia prima de su producción, y de ahí la importancia que se le debe dar a las fugas. Se debe hacer la diferenciación entre las fugas reales y las fugas aparentes, dicha diferencia se traduce de la siguiente forma: las fugas aparentes son aquellos consumos no autorizados, errores en el manejo de datos y mediciones inexactas, es decir, un volumen de agua que no se ha perdido debido a fugas; las fugas reales corresponden al volumen que efectivamente sale del sistema, bien sea en las tuberías, conexiones o tanques de almacenamiento, es decir, un volumen que no es aprovechado.

Respecto a la cuantificación de fugas reales, se han propuesto algunas alternativas que bien pueden ser usadas por separado o conjuntamente para tener una idea cercana de la magnitud del caudal que se pierde. Como ya se ha mencionado, se puede partir de realizar un balance de agua, utilizar uno de los métodos de estimación global o realizar el cálculo por fuga.

Particularmente, se recomienda la combinación de ellos; el uso de la metodología BABE, en vista de que hace la clasificación entre las fugas de fondo y las roturas de una forma sencilla, muestra mayor utilidad para hacer la diferenciación de los usos nocturnos, las fugas de fondo y la estimación del número de roturas. Adicionalmente, los resultados obtenidos de ahí pueden integrarse al balance de agua y formar una base firme de información procesada que ofrece elementos potentes para generar opciones de resolución de la problemática de fugas, y en general para la gestión del abastecimiento.

En caso de que el abastecimiento conozca las dimensiones de una fuga en particular, se recomienda la aplicación del cálculo por fuga; en su mayoría, éstas se refieren a roturas, dado que por los volúmenes perdidos son evidentes y regularmente son reportadas por los usuarios. De igual manera, esta forma de cuantificación puede ser complementaria a los métodos de estimación global, la realización del balance de agua y a la aplicación de la metodología BABE. Ya que uno de los resultados que se obtienen es la estimación de roturas, a partir de ese valor y conociendo las dimensiones de una rotura, se puede completar o hacer más robusto el cálculo de los volúmenes perdidos en fugas reales o aparentes.

Para mitigar la problemática de las fugas se debe recurrir a emprender acciones que redunden en una gestión adecuada de los recursos (económicos, técnicos, humanos, etc.) que posee la compañía de abastecimiento de agua. La empresa debe tomar una postura de acuerdo a sus posibilidades respecto de la política de gestión de fugas que debe llevar a cabo.

Una parte fundamental de la gestión de fugas es el planteamiento de una estrategia a seguir, además del establecimiento de objetivos a alcanzar. En este trabajo se han presentado de forma general las alternativas de gestión de fugas que engloban los diferentes cursos de acción que deciden emprender los sistemas de abastecimiento. Este planteamiento sirve para observar las alternativas disponibles que tienen las compañías de distribución de agua al momento de desarrollar las estrategias de manejo de fugas.

Para visualizar el problema de las fugas de una forma global, que incluya todos aquellas cuestiones que no son directamente consideradas como parte del problema al que se enfrenta la compañía cuando desea evaluar la situación actual o las estrategias de

gestión a seguir, se ha optado por incluir algunas externalidades relativas a las fugas y su gestión. Considerando el hecho de que una empresa de suministro de agua tiene un impacto más allá del servicio que presta, o que visto de otra forma, el servicio que brinda a sus usuarios, así como sus labores en general, se ven reflejadas en el desarrollo de la sociedad y su entorno. Es por ello que se ha llevado a cabo una extensa clasificación de las externalidades que traen consigo las pérdidas de agua y las acciones que se llevan a cabo para lograr su reducción. Lo anterior, para que dichas externalidades sean consideradas durante la evaluación del problema y al momento de decidir que alternativas de gestión se deben llevar a cabo.

La intención de incluir un mayor número de costes asociados a la evaluación del nivel de fugas actual y las alternativas de gestión ha despertado el interés en adentrarse en métodos de valoración alternativos que, si bien pueden ser considerados complementarios a los tradicionales, proporcionan información de relevancia en la toma de decisiones. Los costes y beneficios susceptibles de valoración son aquellos que se desprenden del uso de algún bien, la realización de una mejora o la generación de algún daño. En el caso de las redes de agua potable y las fugas, las externalidades se producen como consecuencia de las fugas, por las actividades para su mitigación y por el efecto de dichas actividades.

La toma de decisiones en ingeniería representa uno de los problemas más complicados, en vista de que para la elección de la opción más adecuada deben incluirse cuestiones tangibles, pero también intangibles o de difícil consideración. Es por ello que después de analizar las diversas opciones de integración de criterios externos a la evaluación de alternativas de gestión, se optó por aquella que tiene un amplio espectro de aplicación y cuya integración a la toma de decisiones no implica un coste adicional, ya que se recurre a la opinión de expertos para su aplicación y lo ideal es recurrir a los trabajadores de la propia compañía, en vista de que son ellos los que tienen un mayor conocimiento sobre el estado del sistema. El método de jerarquías analíticas (AHP) ha resultado ser una opción válida y potente para dar solución a la problemática a la que nos enfrentamos. La elección del método fue una tarea ardua, sin embargo, se tiene la convicción de que las amplias posibilidades que ofrece AHP en la toma de decisiones de problemas complejos. AHP brinda la oportunidad de desglosar el problema de forma gráfica, observando el objetivo que se desea alcanzar, las alternativas de solución y los criterios

que se deben evaluar. Además, permite otorgar de manera simple valores numéricos a juicios u opiniones emitidos por quien debe tomar la decisión, que se concentran en una serie de matrices cuadradas. Resalta la utilización del método AHP, en vista de la posibilidad que brinda de evaluar problemas complejos, la visualización jerárquica de la problemática, las alternativas de solución y los criterios a evaluar. Sin embargo, cuando se manejan problemas de gran tamaño se sugiere la formación de conglomerados, de forma que las matrices no excedan de  $n=9$ .

Durante el análisis de la metodología seleccionada se llegó a conocer el potencial que AHP ofrece, se estudiaron las diversas aplicaciones del método en campos tan variados como la educación, industria, gobierno, entre otros. Sin embargo, no se tiene registro de aplicación en la gestión de fugas en redes de distribución de agua potable, ni en la incorporación de costes y beneficios externos en la evaluación de alternativas de gestión de fugas. Lo que ha impulsado el uso de esta metodología en el campo en el que se ha desarrollado el presente trabajo.

Se analizó paso por paso el proceso de aplicación del método, se describe de forma exhaustiva la construcción de las matrices de comparación, así como de las características que deben tener para la validación en la aplicación del método y para que los resultados obtenidos sean sólidos: homogeneidad, reciprocidad y consistencia. Dichas propiedades se han analizado y han sido plasmadas en los primeros cinco teoremas que se han presentado.

Dado que las matrices de comparación implican la necesidad de opiniones subjetivas por parte de los expertos, ello conlleva cierto grado de inconsistencia, que es una de las limitaciones del método AHP, sin embargo, ello no ha representado un problema en sí mismo, sino que ello ha dado la posibilidad de desarrollar un conjunto de cuatro herramientas matemáticas que permiten encontrar matrices consistentes a partir de la matriz original, lo cual brinda la oportunidad de encontrar matrices lo más cercanas posibles a las originales, pero que cuentan con las características necesarias para la validación de método y por lo tanto, que sustentan eficazmente la toma de decisiones.

El primer método consiste en encontrar los valores de comparación más cercanos a los valores originales expresados por el experto, y lograr una minimización de las

desviaciones positivas y negativas de dichos valores, considerando que se cumplen las características exigidas por AHP, lo que supone un elevado número tanto de variables de decisión como de restricciones.

En el segundo método se usa la norma de Frobenius para encontrar una matriz consistente cuya diferencia con la matriz original sea lo más pequeña posible. El teorema 6 permite reducir el número de variables de decisión a exactamente la dimensión de la matriz; además, se limita a uno el número de restricciones.

En el tercer método se han desarrollado seis teoremas para su explicación. Se propone la linealización del problema y con lo que el problema se resuelve vía resultados elementales de Álgebra, por tanto mucho más económicos que los problemas de optimización. El producto de Hadamard y un par de sencillas aplicaciones, permiten encontrar una matriz que cumpla con las características exigidas por AHP, que sea lo más cercana posible a la matriz original.

Se ha considerado la posibilidad de que para lograr la validación de la aplicación de AHP y en vista de las modificaciones en los valores originales de las matrices de comparación emitidas por expertos, los juicios de comparación, aún cuando sean cercanos a los originales, no expresen correctamente las opiniones de los expertos y ellos deseen cambiar algunos valores. El cuarto método es una extensión del tercero, e incluye la posibilidad de que el experto realice modificaciones a los juicios de las matrices consistentes, llevando a cabo una negociación entre los valores de los juicios originales, los valores de la matriz consistente y la modificación de algunos juicios. Esta opción de negociación ha sido desarrollada en el teorema 13 y representa el carácter dinámico de la toma de decisiones.

Se ha desarrollado un SSD que ofrece la posibilidad de aplicar el método AHP a la elección de una política de gestión de fugas, considerando hasta nueve criterios, dentro de los cuales se encuentran las externalidades que han resaltado durante las aplicaciones realizadas. Dicha aplicación informática permite que el experto pueda aplicar de forma individual tanto el método AHP, como las posibilidades de mejora de consistencia que se han llevado a cabo.

Las aplicaciones realizadas han servido para conocer de primera mano las opiniones e inquietudes de los expertos en sistemas de abastecimiento. La variedad de expertos ha proporcionado una amplia visión de los criterios que interesan a la hora de la toma de decisiones. Esta interacción ha servido para darnos cuenta del interés que tienen en incluir criterios que tienen implicación real en la gestión de fugas, pero que por su naturaleza suelen dejarse de lado en la evaluación del problema y de las alternativas de solución. Esto es precisamente lo que nos impulsó a recurrir a AHP.

La aplicación de AHP en sistemas de abastecimiento, con expertos en la materia o con investigadores nos ha servido para darnos cuenta que la formulación del problema es una parte esencial en la aplicación de AHP, ya que las características particulares de la compañía y del estado en el que se encuentra tienen una influencia fundamental en los resultados obtenidos.

Se aplica AHP a la gestión de fugas, porque las fugas en redes de abastecimiento implican costes económicos, pero también algunas externalidades sociales y ambientales que regularmente no se consideran en la evaluación y toma de decisiones. Para una correcta aplicación de AHP deben observarse ciertas características propias del método que, de no cumplirse, se corre el riesgo de no tener una perspectiva coherente durante el proceso y ello conllevaría a tomar una decisión errónea. Es por eso que se consideran de utilidad las opciones de mejora de consistencia propuestas y se trabaja en futuras alternativas que mejoren tanto la propia aplicación de la técnica, como las características necesarias para su validación.

Respecto a la aplicación del método para la resolución de este problema, convendría considerar la opinión de usuarios, como interesados y actores fundamentales en la problemática.

Dentro de las aplicaciones futuras, se considera la posibilidad de extender la aplicación de AHP de la utilización de las opciones de mejora de consistencia a la resolución de

otros problemas relacionados con la gestión de los sistemas de abastecimiento de agua. O inclusive su uso en otros ámbitos, dada la variedad de aplicaciones que permite.

En vista de la característica dinámica de la toma de decisiones en las empresas de abastecimientos de agua, una de las alternativas en las que se desea trabajar es en la consideración de ampliación de criterios o alternativas cuando el experto ya ha llevado a cabo la emisión de juicios y se han aplicado las opciones de mejora de consistencia. De igual forma, convendría considerar la reducción de criterios, cuando el experto así lo manifieste.

Finalmente, sería muy interesante explorar un mecanismo de metadecisión que permitiese considerar en un mismo crisol las prioridades obtenidas de las distintas opiniones provenientes de los varios actores que intervienen en el problema, en particular, la política de fugas que hemos considerado aquí.



## REFERENCIAS.

---

- Ávila Rangel, H.; González Barreto, C. (2004) Determinación de parámetros de fugas para fallas longitudinales, en conexiones domiciliarias y en uniones de tuberías de PVC. XXI Congreso Latinoamericano de Hidráulica. Brasil.
- AWWA. (1987) Water Research Foundation. Water and Revenue Losses: Unaccounted-for Water. Estados Unidos.
- AWWA. (1995) Water Utility Accounting. 3rd edition. Estados Unidos.
- AWWA. (2006) Water Loss Control Committee. Water Audit Software, Version 3.0. <http://www.awwa.org/Resources/Content.cfm?ItemNumber=590> (10 de abril de 2008).
- Aznar Bellver, J.; Guijarro Martínez, F. (2008) Nuevos métodos de valoración. Modelos multicriterio. Universidad Politécnica de Valencia. España.
- Benítez, J.; Delgado-Galván, X.; Izquierdo, J.; Pérez-García, R. (2010a) Consistent Matrices and Consistency Improvement in Decision-making Processes. In Topping, B.H.V., Adam, J.M., Pallarés, F.J., Bru, R. and Romero, M.L. (Eds) The Seventh International Conference on Engineering Computational Technology. Valencia, España, Septiembre 14-17, 2010, artículo 21.
- Benítez, J.; Delgado-Galván, X.; Izquierdo, J.; Pérez-García, R. (2010b) Achieving matrix consistency in AHP through linearization. Applied Mathematical Modelling 35 (2011) 4449–4457.
- Benítez, J.; Delgado-Galván, X.; Gutiérrez, J. A.; Izquierdo, J. (2010c). Balancing Consistency and Expert Judgment in AHP. Mathematical and Computer Modelling. doi:10.1016/j.mcm.2010.12.023.
- BWS. (2001) Bristol Water Holdings Group. Information on BABE. [www.bws-austria.com](http://www.bws-austria.com). 20 septiembre 2008.
- Burn, L.S.; De Silva, D.; Shipton, R.J. (2002) Effect of demand management and system operation on potable water infrastructure costs. Elsevier Urban Water 4 (3) 213-306.
- Colombo, A.F.; Karney, B.W. (2002) Energy and costs of leaky pipes: toward comprehensive picture. Journal of water resources planning and management 128 (6) 441-450.

- Delgado-Galván, X.; Pérez-García, R.; Izquierdo, J.; Mora-Rodríguez J. (2010) Analytic Hierarchy Process for Assessing Externalities in Water Leakage Management. *Mathematical and Computer Modelling* 52 (2010) 1194-1202.
- Dey, P.K. (2002) An integrated assessment model for cross-country pipelines. *Environmental Impact Assessment Review* 22 (2002) 703-721.
- Dong, Y.; Xu, Y.; Li, H.; Dai, M. (2008) A comparative study of the numerical scales and the prioritization methods in AHP. *European Journal of Operational Research* 186, 229-242.
- Escobar Urmeneta, M.T.; Moreno Jiménez, J.M. (1997) Problemas de gran tamaño en el proceso analítico jerárquico. *Estudios de Economía Aplicada* 8, 25-40.
- Farley, M.; Trow, S. (2003) *Losses in Water Distribution Networks. A practitioner's guide to assessment, monitoring and control.* IWA publishing. Reino Unido.
- Finan J.S.; Hurley, W.J. (1997) The analytic hierarchy process: Does adjusting a pairwise comparison matrix to improve the consistency ratio help? *Computers & Operations Research* 24, 749-755.
- Freeman III, A.M. (1992) *Control de la contaminación del agua y del aire.* Limusa. México, D.F.
- Freeman III, A.M.(2003) *The measurement of environmental and resource values: Theory and methods.* Washington: Resources for the future. 2ª. Edición.
- Fuertes, V.S.; García-Serra, J.; Iglesias, P.L.; López, G.; Martínez, F.J.; Pérez, R. (2002) *Modelación y diseño de redes de abastecimiento de agua.* Grupo Mecánica de Fluídos. Universidad Politécnica de Valencia, España.
- Garzón C., F. (2006) Influencia de la presión en las pérdidas de agua en sistemas de distribución. XXII Congreso Latinoamericano de Hidráulica. Venezuela.
- Ho, W. (2008) Integrated analytic hierarchy process and its applications – A literature review. *European Journal of Operational Research* 186, 211–228.
- Hope, W.; Bircumshaw, J. (1892) The waste of water in public supplies, and its prevention. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers. Municipal engineer* 115, 2 (1996 republished) 68-75. Mencionado en Puust, R. *et al.* (2010).
- Hughes, D.M. (2002) *Assessing the Future: Water Utility Infrastructure Management.* American Water Works Association. Estados Unidos.
- Lambert, A.; Myers, S.; Trow, S. (1998) *Managing Water Leakage, economic and technical issues.* Financial Times Energy Report. Londres, Inglaterra.

- Lambert, A.; Brown, T.G.; Takizawa, M.; Weimer, D. (2002) A Review of Performance Indicators for Real Losses from Water Supply Systems. IWA/AQUA.
- Lambert, A. (2000) What do we know about pressure: Leakage relationships in distribution system? IWA Conference System Approach to Leakage Control and Water Distribution Systems Management. Brno, República Checa.
- Lambert, A. (2002) Water Losses Management and Techniques. Water Science Technology: Water Supply. International Report.
- Lambert A.; Lalonde A. (2005). Using practical predictions of Economic Intervention Frequency to calculate Short-run Economic Leakage Level, with or without Pressure Management. IWA Leakage 2005 Conference. Halifax, Canada. Disponible en -[www.leakage.it](http://www.leakage.it).
- Lambert, A.; Fantozzi, M. (2005) Recent Advances in Calculating Economic Intervention Frequency for active Leakage Control, and Implications for Calculation of Economic Leakage Levels. IWA Int. Conference on Water Economics, Statistics & Finance, Rethymno, Grecia, 8-10 julio 2005.
- Leaks Suite Website. (2008) Leakage Evaluation and Assessment Know-how Software. [www.leakssuite.com](http://www.leakssuite.com) 6 febrero 2008.
- Lee, S.T. (2006) An effective pricing and financial method to significantly reduce CO<sub>2</sub> emissions from electricity production – An application of the third way economic system of unity-in-diversity. International Conference on Power System Technology 2006.
- LEY 1/2005, de 9 de marzo, por la que se regula el régimen del comercio de derechos de emisión de gases de efecto invernadero. BOE num. 59, jueves 10 marzo 2005.
- Malithong, P.; Gulphanich, S.; Suesut, T. (2005) Water Loss Control in DMA Monitoring System Used Wireless Technology. ICCAS International Conference on Control, Automation and Systems 2005. KINTEX, Gyeonggi-Do, Korea.
- May, J. (1994) Pressure Dependent Leakage. World Water and Environmental Engineering. Octubre 1994.
- McKenzie, R.; Lambert, A. (2002) ECONOLEAK Economic Model for Leakage Management for Water Suppliers in South Africa. User Guide. South African Water Research Commission.

- McKenzie, R.; Seago, C. (2005) Assessment of Real Losses in Potable Water Distribution Systems: some recent developments. IWA Publishing.
- Meyer, C.D. (2000), Matrix Analysis and Applied Linear Algebra, SIAM.
- Miller, G.A. (1955) The Magical Number Seven, Plus or Minus Two. Some Limits on Our Capacity for Processing Information. The psychological Review 63, 81-97.
- Naciones Unidas. (1998) Protocolo de Kyoto de la Convención Marco de las Naciones Unidas sobre el Cambio Climático. FCCC/INFORMAL/83\* GE.05-61702 (S) 130605 130605.
- OFWAT. (2007) Water Service Regulation Authority. Providing best practice guidance on the inclusion of externalities in the ELL calculation. Main Report and Guidance V05 13 November 2007. Ref. PROC /01/0075. Reino Unido.
- OFWAT. (2002) Tripartite Group. Best Practice Principles in the Economic Level of Leakage Calculation. Reino Unido.
- OFWAT. (2002) Tripartite Group. Leakage Target Setting for Water Companies in England and Wales. Reino Unido.
- Omkarprasad, S.V.; Sushil, K. (2006) Analytic hierarchy process: An overview of applications. European Journal of Operational Research 169 (1) 1-29.
- Quality Tonns. (2004) Energy Efficiency improvements in municipal water utilities in Kartantaka, India.
- Pearson, D. (2007) Do you know how many of your colleagues will come to your funeral? Water Loss 2007. Bucarest, Rumania.
- Peña, D. (2002) Análisis de datos multivariantes. McGraw Hill. España.
- Puust, R.; Kapelan, Z.; Savic, D.A.; Koppel, T. (2010) A review of methods for leakage management in pipe networks, Urban Water Journal 7 (1).
- Rayano, M.F.; Sena, J.R. (2001) Pautas metodológicas para la evaluación de un proyecto de desagües pluviales. Arandú Revista virtual de la Universidad Nacional del Nordeste, Facultad de Ingeniería. Octubre 2001. Argentina.
- Ríos, S. (1976) Análisis de decisiones. Ediciones ICE. España.
- Romero, C. (1997) Economía de los Recursos Ambientales y Naturales. Alianza económica. España.
- Saaty, T.L. (1977) A scaling method for priorities in hierarchical structures, Journal of Mathematical Psychology 15, 234-281.
- Saaty, T.L. (1980) The Analytic Hierarchy Process. New York: McGraw-Hill.

- Saaty, T.L.; Vagas, L.G. (1984) Comparison of eigenvalue, logarithmic least squares and least squares methods in estimating ratios. *Mathematical Modelling* 5, 309-324.
- Saaty, T.L.; Hu, G. (1998) Ranking by the eigenvector versus other methods in the analytic hierarchy process. *Applied Mathematical Letters* 11 (4) 121-125.
- Saaty, T.L. (2001) *The Analytic Network Process*, RWS Pub., Pittsburgh.
- Saaty, T.L. (2003) Decision-making with the AHP: Why is the principal eigenvector necessary. *European Journal of Operational Research* 145, 85-91.
- Saaty, T.L. (2008) Relative Measurement and Its Generalization in Decision Making. Why Pair-wise Comparisons are Central in Mathematics for the Measurement of Intangible Factors. *The Analytic Hierarchy/Network Process*, *Revista de la Real Academia de Ciencias Serie A: Matemáticas* 102 (2) 251-318.
- Sadiq, R.; Kleiner, Y.; Rajani, B. (2007) Water quality failures in distribution networks – Risk analysis using fuzzy logic and evidential reasoning. *Risk analysis* 27 (5).
- Smith, E.E.; Kosslyn, S.M. (2008) *Procesos cognitivos, Modelos y bases neurales*. Pearson, Prentice Hall Ed. Madrid.
- Solomon, S.; Plattner, G.K.; Knutti, R.; Friedlingstein. (2009) Irreversible climate change due to carbon dioxide emissions. *The National Academy of Sciences of the USA* 106 (6) 1704-1709.
- Sotelo A., G. (1982) *Hidráulica general I*. LIMUSA S.A. Sexta edición. México.
- Srdjevic, B. (2007) Linking analytic hierarchy process and social choice methods to support group decision-making in water management. *Elsevier Decision Support Systems* 42 (2007) 2261-2273.
- Stephenson, D. (1989) *Pipeline Design for Water Engineers*. Elsevier Science Publishing. Holanda.
- Stewart, G.W.; Sun, J.G. (1990) *Matrix Perturbation Theory*, Academic Press, New York.
- Thornton, J.; Lambert, A. (2005) Progress in practical prediction of pressure: leakage, pressure: burst frequency and pressure: consumption relationships. IWA Leakage 2005 Conference, Halifax, Canada. Disponible en - <http://waterloss2007.com/Leakage2005.com>.
- Triantaphyllou, E. (2000). *Multi-Criteria Decision Making Methods: A Comparative Study*. Kluwer Academic Publishers.

- Turban, E.; Aronson, J.E.; Liang, T.P. (2005) Decision Support Systems and Intelligent Systems. 7th ed. Upper Saddle River: Pearson Prentice Hall.
- UKWIR. (1999) UK Water Industry Research. The environmental and social value of leakage reduction. Report Ref. No. 99/WM/08/24. Reino Unido.
- UNFCCC/CCNUCC. Baseline methodology for water pumping efficiency improvements. Clean Development Mechanism. AM0020 / Version 02.
- Versi, A. (1998) Mother nature's warning. Impact of the emissions permit system on Africa. African Business 1, 0141-3929.
- WRC. (1999) Water Research Commission. Development of a Standardised Approach to Evaluate Burst and Background Losses in Water Distribution Systems in South Africa. SANFLOW User Guide. Sudáfrica.
- WRC. (2002) Water Research Commission. Benchmarking of leakage for water suppliers in South Africa. User guide for the Benchleak Model. Sudáfrica.
- Yuen, K.K.F. (2010) Analytic Hierarchy Prioritization Process in the AHP Applications Development: A Prioritization Operator Selection Approach. Applied Soft Computing 10 (4), 975-989.
- Zimmermann, H.J. (1987). Fuzzy Sets, Decision Making and Expert Systems. Kluwer Academic Publishers.
- Zimmermann, H.J. (1996). Fuzzy Set Theory and Its Applications, 3<sup>rd</sup> ed. Kluwer Academic Publishers.

## **PUBLICACIONES VINCULADAS.**

---

### **PUBLICACIONES EN REVISTAS DE ALTO IMPACTO**

Delgado-Galván, Xitlali; Pérez-García, Rafael; Izquierdo, Joaquín; Mora-Rodríguez Jesús. (2010) Analytic Hierarchy Process for Assessing Externalities in Water Leakage Management, *Mathematical and Computer Modelling*, 52 (2010) 1194-1202.

Benítez, Julio; Delgado-Galván, Xitlali; Gutiérrez, Joanna; Izquierdo, Joaquín. (2011). Balancing Consistency and Expert Judgment in AHP, *Mathematical and Computer Modelling* doi:10.1016/j.mcm.2010.12.023.

Benítez, Julio; Delgado-Galván, Xitlali; Izquierdo, Joaquín; Pérez-García, Rafael. (2011) Achieving matrix consistency in AHP through linearization, *Applied Mathematical Modelling*, 35 (2011) 4449–4457.

Benítez, Julio; Delgado-Galván, Xitlali; Izquierdo, Joaquín; Pérez-García, Rafael. (submitted). Improving consistency in AHP decision-making processes. *Advances in Engineering Software*.

### **CAPÍTULOS DE LIBRO**

Delgado-Galván, Xitlali; Izquierdo, Joaquín; Pérez-García, Rafael. (2011) An analytic hierarchy process for assessing externalities in water leakage management. *Applications of intelligent data analysis in urban water systems*. Editorial: Fluing-IMM-UPV. ISBN: 978-84-89487-33-8 Capítulo: 8.

Benítez, Julio; Delgado Galván, Xitlali; Izquierdo, Joaquín; Pérez-García, Rafael. (2011) Consistent matrices and consistency retrieval through linearization. *Applications of intelligent data analysis in urban water systems*. Editorial: Fluing-IMM-UPV. ISBN: 978-84-89487-33-8 Capítulo: 9.

Benítez, Julio; Delgado-Galván, Xitlali; Izquierdo, Joaquín; Pérez-García, Rafael. (2011) Balancing consistency and expert judgment in AHP. *Applications of intelligent data analysis in urban water systems*. Editorial: Fluing-IMM-UPV. ISBN: 978-84-89487-33-8 Capítulo: 10.

- Benítez, Julio; Delgado-Galván, Xitlali; Izquierdo, Joaquín; Pérez-García, Rafael. (2010) Balancing consistency and expert judgment in AHP. Modelling for addictive behaviour, medicine and engineering 2010. Editorial: Lucas Jódar. Instituto de Matemática Multidisciplinar. ISBN: 978-84-693-9537- Capítulo: 14. Pág. inicio: 56 Pág. fin: 59.
- Delgado-Galván, Xitlali; Pérez-García, Rafael; Izquierdo, Joaquín; Mora-Rodríguez, Jesús. (2010) Consideración de externalidades sociales y ambientales en la gestión de fugas en redes de agua potable. Planificación, proyecto y operación de sistemas de abastecimiento de agua. Editorial: Fluing-IMM-UPV. ISBN: 978-84-89487-31-4 Capítulo: 10 Pág. inicio: 129 Pág. fin: 138.
- Delgado-Galván, Xitlali; Pérez-García, Rafael; Izquierdo, Joaquín; Mora-Rodríguez, Jesús. (2010) Las emisiones de CO<sub>2</sub> en la gestión de fugas en redes de agua potable. Planificación, proyecto y operación de sistemas de abastecimiento de agua. Editorial: Fluing-IMM-UPV. ISBN: 978-84-89487-31-4 Capítulo: 11 Pág. inicio: 139 Pág. fin: 146.
- Delgado-Galván, Xitlali; Izquierdo, Joaquín; Pérez-García, Rafael; Herrera, Manuel. (2010) Gestión de pérdidas de agua en redes de abastecimiento mediante la metodología AHP. Retos tecnológicos y metodológicos en la gestión técnica de los sistemas urbanos de agua. Editorial: Fluing-IMM-UPV. ISBN: 978-84-89487-32-1 Capítulo: 4 Pág. inicio: 95 Pág. fin: 112.
- Delgado-Galván, Xitlali; Pérez-García, Rafael; Mora Rodríguez, Jesús; Alonso Guzmán, Carlos. (2008) Evaluación del coste del agua y la energía perdidas por causa de las fugas en tuberías. Alterações climáticas e gestão da água e energia em sistemas de abastecimento e drenagem. IST-CEHIDRO. ISBN 978-989-95838-0-1. Volumen: 1 Pág. inicio: 11 Pág. fin: 18.

## CONGRESOS

- Delgado-Galván, Xitlali; Benítez, Julio; Izquierdo, Joaquín; Pérez-García, Rafael. (2011) A decision-making process for water leakage management using AHP. 34th IAHR world congress. Brisbane, Australia.
- Delgado-Galván, Xitlali; Herrera, Manuel; Izquierdo, Joaquín; Pérez-García, Rafael. (2011) Aplicaciones de la metodología AHP para la toma de decisiones en la gestión de la red de abastecimiento. X Seminario Iberoamericano sobre

- 
- planificación, proyecto y operación de sistemas de abastecimiento de agua y saneamiento. Morelia, México.
- Benítez, Julio; Delgado-Galván, Xitlali; Izquierdo, Joaquín; Pérez-García, Rafael. (2010) Balancing consistency and expert judgment in AHP. Mathematical Models in Medicine, Business, Engineering 2010. ISBN 978-84-693-9537-0. Valencia, España.
- Benítez, Julio; Delgado-Galván, Xitlali, Herrera, Manuel; Izquierdo, Joaquín; Pérez-García, Rafael. (2010) Consistent matrices and consistency retrieval through linearization. 2nd Meeting on Linear Algebra. Matrix Analysis and Applications, ALAMA2010. ISBN 978-84-8363-544-5. Valencia, España.
- Benítez, Julio; Delgado-Galván, Xitlali; Izquierdo, Joaquín; Pérez-García, Rafael. (2010) Consistent Matrices and Consistency Improvement in Decision-making Processes. The Seventh International Conference on Engineering Computational Technology. ISBN 978-1-905088-41-6. CIVIL-COMP PRESS. Paper 21. Valencia, España.
- Delgado-Galván, Xitlali; Izquierdo, Joaquín; Pérez-García, Rafael; Mora-Rodríguez, Jesús. (2010) Externalidades en la Gestión de Fugas en Redes de Agua Potable. XXIV Congreso Latinoamericano de Hidráulica. ISBN 978-9974-0-0690-4. Punta del Este, Uruguay.
- Benítez, Julio, Delgado-Galván, Xitlali; Izquierdo, Joaquín; Pérez-García, Rafael. (2010) Toma de Decisiones en la Gestión de Fugas de Agua Mediante AHP. XXIV Congreso Latinoamericano de Hidráulica. ISBN 978-9974-0-0690-4. Punta del Este, Uruguay.
- Delgado-Galván, Xitlali; Pérez-García, Rafael; Izquierdo, Joaquín; Mora-Rodríguez, Jesús. (2009) Externalidades sociales y ambientales en la gestión de fugas en redes de agua potable. IX Seminario Iberoamericano sobre planificación, proyecto y operación de sistemas de abastecimiento de agua y saneamiento. ISBN 978-84-89487-30-7. Valencia, España.
- Delgado-Galván, Xitlali; Pérez-García, Rafael; Izquierdo, Joaquín; Mora-Rodríguez, Jesús. (2009) Las emisiones de CO<sub>2</sub> en la gestión de fugas en redes de agua potable. IX Seminario Iberoamericano sobre planificación, proyecto y operación de sistemas de abastecimiento de agua y saneamiento. ISBN 978-84-89487-30-7. Valencia, España.

- Delgado-Galván, Xitlali; Izquierdo, Joaquín; Pérez-García, Rafael. (2009) Analytic hierarchy process for assessing externalities in water leakage management. *Mathematical Models in Medicine, Business, Engineering 2009*. ISBN 978-84-692-9972-2. Valencia, España.
- Delgado-Galván, Xitlali; Pérez-García, Rafael; Mora-Rodríguez, Jesús; Alonso, Carlos. (2008) Análisis económico de las pérdidas de caudal y energía debido a las fugas en tuberías. *XXIII Congreso Latinoamericano de Hidráulica*. ISBN 978-958-719-075-5. Cartagena de Indias, Colombia.
- Delgado-Galván, Xitlali; Pérez-García, Rafael; Mora-Rodríguez, Jesús; Alonso, Carlos. (2008) Evaluación del coste del agua y la energía perdidas por causa de las fugas en tuberías. *VIII Seminario Iberoamericano - SEREA Influencia sobre el cambio climático, la eficiencia energética, de operaciones y sistemas de seguridad en el abastecimiento y el drenaje urbano*. ISBN 978-989-95838-0-1. Lisboa, Portugal.
- Delgado-Galván, Xitlali; Pérez-García, Rafael; Tavera, Mario; López, Gonzalo; Alonso, Carlos. (2007) Aplicaciones económicas a la gestión de fugas en redes de agua potable. 7ª Edición SEREA. *Seminario Iberoamericano sobre Planificación, Proyecto y Operación de Sistemas de Abastecimiento de Agua*. ISBN 84-89487-25-1. Valencia, España.