

## TIPOS DE REPRESENTACIONES Y ERRORES EN LA RECTA NUMÉRICA

Alicia Bruno Castañeda; Noemí Cabrera Betancort

Universidad de La Laguna

### Resumen

Se muestran los resultados de un cuestionario contestado por alumnos de cuatro niveles de la Educación Secundaria Obligatoria (12-16 años) sobre la representación de números en la recta numérica. En el estudio se utilizaron cuestiones con diferente formato que permiten analizar la comprensión de los alumnos en función de las traducciones entre *dimensiones de conocimiento numérico*. Las respuestas de los estudiantes indican que a lo largo de la Educación Secundaria se produce un aumento de conocimiento sobre las representaciones en la recta, si bien, el éxito en las representaciones está condicionado por el tipo de números, obteniendo mejores resultados en los números enteros y los decimales y mostrando dificultades importantes con las fracciones. Las dificultades encontradas indican que los estudiantes no terminan la Secundaria con una idea unificada de las representaciones en la recta numérica, con respecto a los distintos números.

### Abstract

We are showing the results of a questionnaire answered by students in the four year of compulsory secondary education (12-16 years) on the representation of numbers on the number line. Students' responses indicate that during secondary education there is an increase in knowledge regarding the representations in the line, though, success in the representations is conditioned by the type of numbers, obtaining better results in whole numbers and decimals and showing significant difficulties with fractions. The difficulties encountered indicate that students do not finish high school with a unified idea of the representations in the line in relation with the different numbers.

## **Introducción**

La recta numérica es una representación fundamental en el aprendizaje numérico; su importancia proviene del hecho de que es una representación común a todos los números, por lo que su uso puede comenzar en la Educación Infantil, con los números naturales, y continuar hasta la Secundaria, cuando los alumnos completan el aprendizaje de los números reales.

Ernest (1985) distingue tres usos de la recta: como *componente del currículo* de Matemáticas (para medir, leer escalas, ejes de coordenadas geométricas, etc.), como *modelo para representar los sistemas numéricos* y como *modelo para realizar operaciones aritméticas*. El primer uso que señala Ernest justificaría por sí sólo la importancia de la recta en las propuestas curriculares. Sin embargo, el segundo uso, la identificación de la recta con el sistema de los números reales constituye una de las ideas fundamentales de las Matemáticas.

En la recta se produce una dualidad en las representaciones de los números, ya que pueden ser puntos o vectores (flechas), lo cual produce ciertas dificultades para el alumnado, como ya han señalado Janvier (1983) y Gagatsis y Elia (2004) (Figura 1).

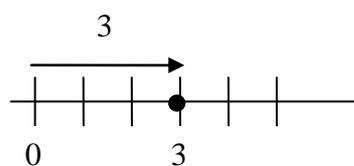


Figura 1. Dualidad de la representación en la recta numérica

Freudenthal (1973) señala que la recta, usada apropiadamente, puede servir como visualización de las cuatro operaciones aritméticas e indica que el carácter intuitivo de la recta difiere de otros modelos; así, la recta no ayuda con los algoritmos, ni con la comprensión del sistema decimal, sin embargo, ayuda a comprender el orden y permite anunciar las extensiones a otros sistemas numéricos.

La recta numérica no es una representación intuitiva para todos los alumnos (Robinet, 1986) y necesita un tratamiento didáctico muy cuidadoso que evite llevar a conceptualizaciones erróneas que se producen normalmente por su uso prematuro.

Dufour-Janvier y otros (1987) señalan que hay niños que, cuando utilizan la recta con números positivos, desarrollan la idea de que en la recta hay una serie de “piedras”, de modo que, entre cada dos de ellas, hay un hueco. Esta concepción puede dificultar el concepto de densidad de los números reales. Otros niños ven la recta como una línea en la que colocan los números y no dan importancia a que cualesquiera dos números enteros estén colocados a igual distancia, lo que dificulta el concepto de medida.

Distintas investigaciones han considerado la habilidad para representar las operaciones básicas en la recta como un reflejo de su comprensión. Los resultados indican que la mayoría de los estudiantes de primaria no comprende los principios en los que se basan dichas representaciones (Carr y Katterns, 1984; Ernest, 1985).

Presentamos un estudio que estamos realizando sobre la comprensión por parte de estudiantes de Secundaria de las representaciones en la recta numérica de diferentes tipos de números. Analizamos los datos obtenidos en un cuestionario escrito, diseñado para analizar el conocimiento de la recta numérica que tienen alumnos de la Educación Secundaria Obligatoria (ESO). Para el diseño de dicho cuestionario hemos tenido en cuenta tres dimensiones del conocimiento numérico, descritas en Bruno y Martínón (1999):

*Dimensión abstracta*, referida al uso de los números y las operaciones por medio de sus símbolos matemáticos abstractos.

*Dimensión de recta*, que se refiere a la representación en la recta de los números y las operaciones.

*Dimensión contextual*, relativa al uso de los números y las operaciones en situaciones concretas y cotidianas.

Consideramos también las traducciones que se pueden establecer entre estas dimensiones. Por ejemplo, dada una situación numérica (dimensión contextual), se puede representar en la recta (dimensión de recta), o bien, dada una operación (dimensión abstracta), se puede representar en la recta (dimensión de recta). De manera que podemos establecer seis tipos de traducciones como se observa en la figura 2.

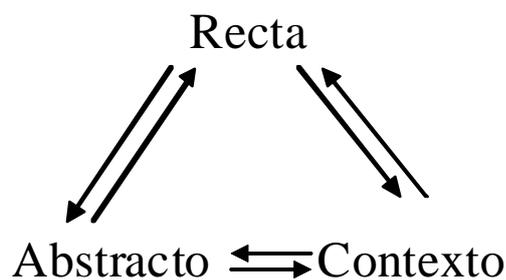


Figura 2. Dimensiones de conocimiento numérico y traducciones

## **Objetivos y Metodología**

El objetivo general de la investigación es conocer el grado de comprensión que tienen los estudiantes de Secundaria sobre las representaciones en la recta de los números y las operaciones. En este artículo nos centramos en las representaciones de los números y dejamos para posteriores trabajos el estudio sobre las representaciones de las operaciones. Los objetivos se concretan en los siguientes:

*Objetivo 1.* Analizar el conocimiento de los estudiantes y su evolución, a lo largo de la Educación Secundaria Obligatoria (12-16 años), sobre las representaciones en la recta numérica de los distintos tipos de números.

*Objetivo 2.* Estudiar las principales dificultades que manifiestan los estudiantes de Secundaria en las representaciones de números en la recta numérica.

*Objetivo 3.* Analizar si el conocimiento de la recta numérica cambia según el tipo de actividad con respecto a las traducciones entre dimensiones que se les pide realizar (recta, contexto, abstracto).

Se diseñaron dos pruebas escritas (prueba A y prueba B) con 12 cuestiones cada una sobre representaciones de números y de operaciones. Los enunciados estaban diseñados para analizar diferentes traducciones entre las tres dimensiones (recta, contexto y abstracto), con números enteros, fraccionarios y decimales. No incluimos números irracionales, porque éstos sólo son estudiados por los alumnos del último nivel. Analizamos las 4 cuestiones de cada prueba relativas a la representación de números. La tabla 1 recoge las traducciones que se pidieron en cada cuestión.

<b>Traducción</b>		<b>Traducción</b>	
<b>A1</b>	Del contexto a la recta	<b>B1</b>	De la recta al contexto
<b>A2</b>	Del contexto a la recta	<b>B2</b>	De la recta al contexto
<b>A3</b>	De la recta a lo abstracto	<b>B3</b>	De la recta a lo abstracto
<b>A4</b>	De lo abstracto a la recta	<b>B4</b>	De lo abstracto a la recta

Tabla 1. Tipo de traducción en las cuestiones de las pruebas A y B

Cada prueba fue contestada por 204 alumnos de 1.º a 4.º nivel de ESO, distribuidos por niveles según se recoge en la tabla 2. Los alumnos pertenecían a 4 centros públicos de Secundaria (2 centros urbanos y 2 centros de la periferia).

Nivel de ESO	1.º	2.º	3.º	4.º	Total
Prueba A	54	55	46	49	204
Prueba B	57	49	49	49	204
<b>Total de alumnos</b>					408

Tabla 2. Número de alumnos por curso que realizaron las pruebas A y B

## Resultados

Hemos organizado el análisis de las 8 cuestiones atendiendo a la traducción que implica su enunciado.

### Del contexto a la recta

Las cuestiones sobre la traducción *del contexto a la recta* implican que se representen en la recta dos situaciones numéricas cotidianas. En la cuestión A1, la situación dada es una variación negativa con números enteros y en la A2 es un estado negativo con números decimales.

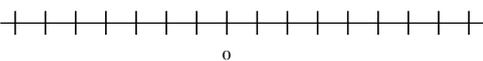
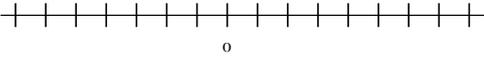
Cuestión A1				Cuestión A2			
Representa en la recta la siguiente situación: En La Palma, la temperatura bajó 3 grados				Representa en la recta la siguiente situación: Debo 2,5 euros a mi hermano			
							
Porcentaje de éxito				Porcentaje de éxito			
1.º	2.º	3.º	4.º	1.º	2.º	3.º	4.º
83	93	91	92	54	58	59	55

Tabla 3. Porcentaje de éxito por niveles. Cuestiones A1 y A2

La tabla 3 recoge los porcentajes de éxito de los alumnos por niveles; en ella se aprecia una respuesta similar en todos los cursos de la ESO al interpretar las dos cuestiones. Los porcentajes de éxito en la cuestión A1 son bastante superiores a los de la cuestión A2, en la que hay que representar un número decimal, y no podemos decir que haya una evolución apreciable en el éxito a lo largo de la Secundaria.

Los alumnos utilizaron tres tipos de representaciones para las situaciones numéricas de las cuestiones: puntos, flechas y áreas. Como se observa en la tabla 4, en la cuestión A1, la situación es una variación, y esto se refleja en que hay más alumnos que utilizan flechas y áreas que en la cuestión A2, en la que el ejemplo dado es una situación estática. Sin embargo, el uso de flechas no es muy grande en ninguna de las dos por lo que, como se muestra, los alumnos tienen mayor tendencia a las representaciones con puntos.

Nivel	Cuestión A1			Cuestión A2		
	Punto	Flecha	Área	Punto	Flecha	Área
1.º	94	6		94	6	
2.º	84	16		90	10	
3.º	87	11	2	95	5	
4.º	73	20	6	86	8	6

Tabla 4. Porcentaje de tipos de representaciones. Cuestiones A1 y A2

Los tipos de errores cometidos en estas cuestiones fueron: *contar incorrectamente* las separaciones o las rayas en la recta (conteo), *olvidar el signo negativo* (signo), *representar los números negativos a la derecha del cero* (orientación) y *otros errores* de difícil clasificación (Tabla 5). Observamos que en la cuestión A2 se cometen muchos errores de signo que atribuimos a un despiste del estudiante más que a una falta de conocimiento de los números negativos.

	<b>Conteo</b>	<b>Signo</b>	<b>Orientación</b>	<b>Otros</b>
<b>Cuestión A1</b>	5	2	1	1
<b>Cuestión A2</b>	10	30	1	0
Porcentaje respecto al total de alumnos N = 204				

Tabla 5. Porcentaje de alumnos que cometieron errores, con respecto al total de de alumnos

### De la recta al contexto

Analizamos en estas cuestiones la traducción simétrica a la anterior, es decir, escribir una situación cotidiana a partir de números representados en la recta. En la cuestión B1 se da una flecha que representa un número negativo y entero (-4), y en la cuestión B2 se presenta un punto que se corresponde con un número negativo y decimal (-0,5).

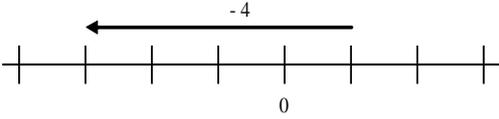
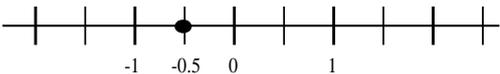
<b>Cuestión B1</b>				<b>Cuestión B2</b>			
<p>Escribe un ejemplo de una <b>situación de la vida diaria</b> que se represente con la flecha -4 de la forma siguiente:</p> 				<p>Escribe un ejemplo de una <b>situación de la vida diaria</b> que se represente con el punto -0,5 en la recta, de la siguiente forma:</p> 			
<b>Porcentaje de éxito</b>				<b>Porcentaje de éxito</b>			
<b>1.º</b>	<b>2.º</b>	<b>3.º</b>	<b>4.º</b>	<b>1.º</b>	<b>2.º</b>	<b>3.º</b>	<b>4.º</b>
44	31	33	43	25	27	22	31

Tabla 6. Porcentaje de éxito. Cuestiones B1 y B2

La tabla 6 muestra que las cuestiones B1 y B2 fueron considerablemente más complejas que sus simétricas en la prueba A (A1 y A2). Es cierto que los alumnos están menos habituados a describir situaciones a partir de una representación. En este caso, lo constatamos por el mayor número de alumnos que dejaron la respuesta

en blanco. La cuestión B2 presentó más dificultad para los alumnos que la cuestión B1. Atribuimos la dificultad al hecho de que en B2 el número es decimal y menor que 0, lo que demuestra que los estudiantes tienen menos recursos para describir situaciones cotidianas aplicables a números decimales.

Los mejores resultados de la cuestión B2 corresponden a 2.º de ESO. Esto puede deberse a que en este curso se estudian los números enteros por lo que los alumnos recuerdan mejor las representaciones de estos números.

En las figuras 3 y 4 se señala el número de alumnos que utilizan diferentes tipos de situaciones. Los tipos de situaciones que escriben los alumnos son *variaciones* (situaciones en las que hay un cambio en el tiempo), *estados* (situaciones estáticas en un momento determinado), *problemas de suma o resta* (en los que implican a otros números) y otras situaciones no clasificables bajo estos esquemas. De alguna manera, los alumnos asocian los puntos a situaciones estáticas porque éstas son las que dominan en la cuestión B2, frente al dominio de las variaciones para la representación de la flecha de la cuestión B1.

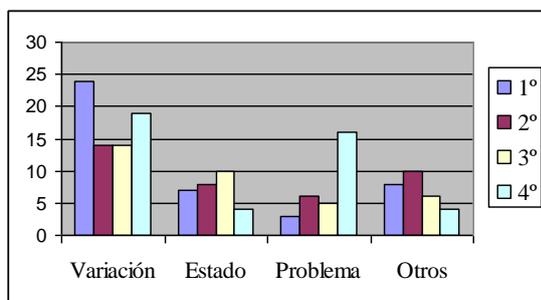


Figura 3. Tipos de situaciones en B1

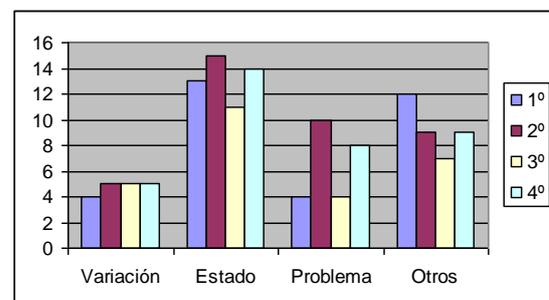


Figura 4. Tipos de situaciones en B2

El hecho de que la cuestión B1 representara una flecha llevó a los alumnos a utilizar contextos continuos propios de los números negativos (temperatura, nivel del mar, ascensor...), aunque también utilizan muchas situaciones en las que se utiliza el dinero, o bien, en otros aparecen situaciones del tipo ‘*tengo 4....*’ (Figura

5). En la representación del número decimal con punto de B2, los alumnos utilizaron con frecuencia el contexto del dinero (Figura 6).

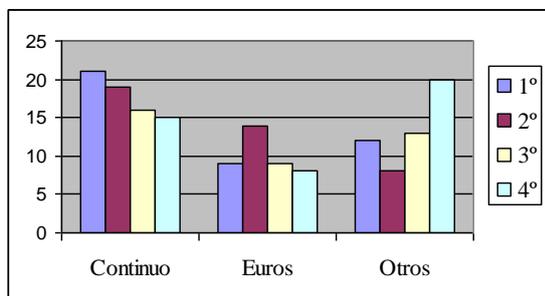


Figura 5. Tipos de contextos en B1

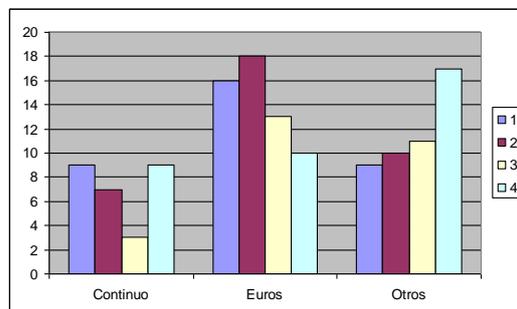


Figura 6. Tipos de contextos en B2

### De la recta a lo abstracto

Analizamos cómo los estudiantes leen de la recta numérica, números señalados con puntos (pasar de la recta a lo abstracto), por medio de la cuestión A3 en la prueba A, y de la cuestión B3 en la prueba B.

En la prueba A la cuestión se planteó con el objetivo de que escribieran números decimales; se les facilitó la división de la unidad en 10 partes aunque, evidentemente, también podían escribir números fraccionarios.

Cuestión A3			
Escribe en los recuadros los números que están señalados con puntos:			
Porcentaje de éxito			
1.º	2.º	3.º	4.º
41	60	50	71

Tabla 7. Porcentaje de éxito. Cuestión A3

En la cuestión A3 observamos una evolución en el éxito a lo largo de la ESO, de modo que el número de respuestas correctas en el último año de Secundaria son bastantes superiores a las obtenidas en el primero. Se produce un retroceso en tercero de ESO, con respecto a segundo, probablemente porque a los alumnos de este segundo curso se les imparten los números decimales con más detenimiento que en el nivel siguiente.

En la tabla 8 aparecen desglosados los tipos de errores y el porcentaje de alumnos que comete cada uno de ellos, calculados con respecto al número de alumnos de cada nivel.

<b>Errores</b>	<b>1.º</b>	<b>2.º</b>	<b>3.º</b>	<b>4.º</b>
Leer la recta a trozos	26	18	17	16
Omitir el signo menos de números negativos	7	0	11	4
Contar incorrectamente	4	7	7	2
Escribir fracciones incorrectas	4	4	7	2
Otros	17	7	7	4
Blancos	2	4	4	0
Número de alumnos:	54	55	46	49

Tabla 8. Porcentaje de errores. Cuestión A3

Entendemos el error de *Leer la recta a trozos*, el que se produce cuando los alumnos se centran en un intervalo, entre dos enteros, y hacen una lectura del número señalado en un lugar intermedio, sin relacionarlo con el resto de la recta. De

este error encontramos muchas variantes de respuestas, como puede observarse en las Figuras 7 y 8.

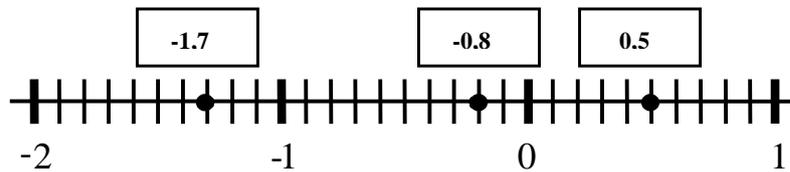


Figura 7. Error de *Leer la recta a trozos*

Se observa que el alumno no considera la parte negativa de la recta como simétrica de la derecha y la entienden como compartimentos separados y cuenta las separaciones decimales hacia la derecha de los números -2 y -1.

En el ejemplo de *Leer la recta a trozos* de la Figura 8, el alumno considera cada intervalo entre dos enteros sin ver la globalidad de la representación y escribe otro número entero entre ellos.

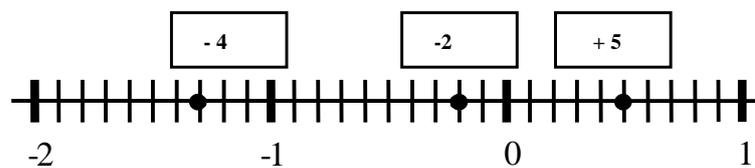


Figura 8. Error de *Leer la recta a trozos*

Otro error cometido por los alumnos es *omitir el signo menos de números negativos*. Del mismo modo que lo ocurrido en las anteriores cuestiones, habría que analizar si se debe a descuidos de éstos. Aparecen también errores por *escribir fracciones incorrectas* o por *contar incorrectamente* las separaciones decimales, bien porque se saltan alguna raya o porque cuentan la primera raya del número entero.

El resto de los errores no los hemos clasificado porque no siguen el mismo patrón para los tres valores o porque no encontramos el razonamiento seguido por los estudiantes.

En la prueba B, la cuestión B3 se planteó para observar qué ocurre cuando la unidad no se muestra dividida en 10 partes. En este caso, se dividió en cuatro partes, con el objeto de observar si los alumnos escriben números fraccionarios o decimales.

<b>Cuestión B3</b>			
Escribe en los recuadros los números que están señalados con puntos en la recta:			
<b>Porcentaje de éxito</b>			
<b>1.º</b>	<b>2.º</b>	<b>3.º</b>	<b>4.º</b>
12	27	35	57

Tabla 9. Porcentaje de éxito. Cuestión B3

Los resultados son considerablemente inferiores a la cuestión A3 y reflejan que los alumnos de Secundaria tienen muchas dificultades para interpretar números señalados entre dos enteros, especialmente cuando no se les muestra la separación decimal de la recta numérica. La mayoría del alumnado utilizó números decimales y algunos alumnos en los dos primeros niveles utilizaron números enteros, debido, posiblemente, a que los números enteros constituyen una parte importante del contenido numérico de estos dos niveles.

La tabla 10 recoge los porcentajes de errores en la cuestión B3, calculados con respecto del número total de alumnos en cada nivel.

	1.º	2.º	3.º	4.º
Leer la recta a trozos	26	27	6	6
Dificultad con la escala	25	18	10	10
Aproximar incorrectamente la parte decimal	11	18	14	6
Escribir fracciones erróneas	4	4	12	8
Otros errores	16	4	10	10
Blancos	7	2	12	2
Número de alumnos:	57	49	49	49

Tabla 10. Porcentajes de errores cometidos por curso. Cuestión B3

Veamos a continuación algunos ejemplos de cada tipo de error. Entendemos que se produce un error de *Aproximar incorrectamente la parte decimal* cuando los alumnos no son coherentes en sus redondeos o aproximaciones de números decimales. Como se observa en la figura 9, el estudiante utiliza redondeos diferentes para cada uno de los números; además, olvida poner el signo en el número negativo señalado.

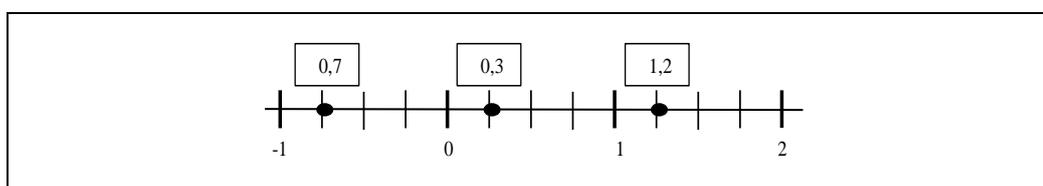


Figura 9. Error de *Aproximar incorrectamente*

En la Figura 10 se observa un ejemplo del error que hemos denominado *Dificultad con la escala*. En este caso, el alumno no entiende la partición de cada unidad en cuatro partes, sino que considera otras divisiones; la mayoría de las veces,

señalan el número como si la unidad estuviera dividida en 10 partes. Además, el alumno cuenta hacia la derecha en la parte negativa.

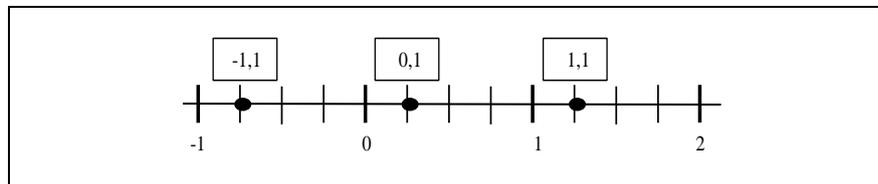


Figura 10. Error de *Dificultad con la escala*

Encontramos algunas dificultades con los números fraccionarios, como es el caso del ejemplo de las Figura 11, en la que la representación errónea responde a una interpretación del tipo:  $1/2$  como 1,2,  $0/1$  como 0,1,  $0/3$  como 0,3; además en este caso se añade un problema de escalas.

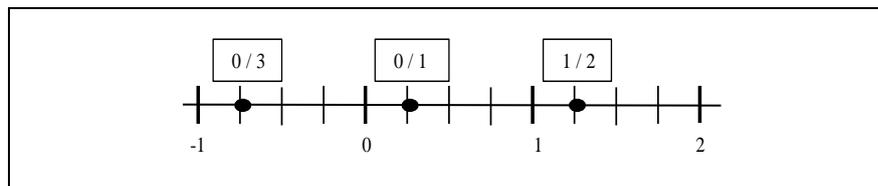


Figura 11. Error de *Escribir números fraccionarios erróneos*

### De lo abstracto a la recta

En las cuestiones A4 y B4 de ambas pruebas, se plantearon dos cuestiones similares, aunque con números diferentes, en las que el tipo de traducción implicada es pasar *de lo abstracto a la recta*. Es por ello que mostramos los porcentajes de éxito de ambas cuestiones (tablas 11 y 12), pero analizamos sólo los errores de la cuestión A4, debido a que fueron similares en ambas cuestiones.

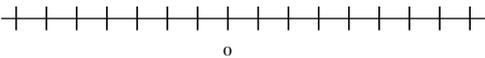
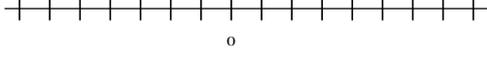
<b>Cuestión A4</b>				<b>Cuestión B4</b>			
Representa en la recta los siguientes números: $-\frac{1}{2}$ $-0.7$ $-1$ $\frac{3}{2}$ $0.80$ 				Representa en la recta los siguientes números: $\frac{2}{4}$ $-4$ $-0.2$ $1.5$ $-\frac{4}{2}$ 			
<b>Porcentaje de éxito</b>				<b>Porcentaje de éxito</b>			
<b>1.º</b>	<b>2.º</b>	<b>3.º</b>	<b>4.º</b>	<b>1.º</b>	<b>2.º</b>	<b>3.º</b>	<b>4.º</b>
11	18	28	50	14	16	33	59

Tabla 11. Porcentaje de éxito. Cuestiones A4 y B4

	<b>Cuestión A4</b>				<b>Cuestión B4</b>			
	<b>1.º</b>	<b>2.º</b>	<b>3.º</b>	<b>4.º</b>	<b>1.º</b>	<b>2.º</b>	<b>3.º</b>	<b>4.º</b>
<b>Decimales y enteros</b>	44	53	70	78	51	59	90	92
<b>Fracciones</b>	11	20	30	57	16	16	33	61

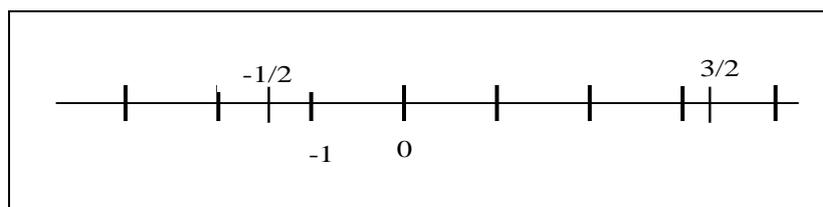
Tabla 12. Porcentaje de éxito según tipos de números. Cuestiones A4 y B4

Los resultados de estas cuestiones indican que los alumnos no terminan la Educación Secundaria con una idea global de cómo representar números en la recta, cuando están escritos de diferente forma (enteros, fraccionarios y decimales). Sólo un 50% en la prueba A y un 59% en la prueba B da respuestas correctas en el último año de la ecuación Secundaria, parece un porcentaje bastante bajo para un tipo de actividad con el que están habituados (Tabla 11). Los errores se cometen con más frecuencia en la representación de números fraccionarios que en la de decimales; cabe destacar que los porcentajes de error en el caso de los números fraccionarios son muy bajos, especialmente en los dos primeros años de la Secundaria (Tabla 12).

Errores	1.º	2.º	3.º	4.º
Transformar incorrectamente la fracción en decimal	13	11	11	2
Dificultades con la escala	11	7	7	0
Contar incorrectamente	11	9	9	22
Considerar las fracciones como enteros	22	29	22	4
Otros errores	19	24	17	18
Blancos	7	4	4	2
Número de alumnos	54	55	46	49

Tabla 13. Porcentajes de errores cometidos por curso. Cuestión A4

La tabla 13 muestra los tipos de errores de la cuestión A4. Evidentemente, los principales errores en esta cuestión corresponden a las representaciones de números fraccionarios. Hemos encontrado que muchos se deben a *Transformar incorrectamente el número fraccionario en decimal*; por ejemplo, el hecho de considerar  $3/2$  como 3,2 o  $-1/2$  como -1,2 (ver Figura 12).

Figura 12. Error de *Transformar incorrectamente la fracción en decimal*.

## Cuestión A4

Otro error es *Considerar los números fraccionarios como números enteros*, tomando normalmente el numerador. Los altos porcentajes de 1.º a 3.º de este error lo atribuimos a que el número fraccionario es negativo, y los alumnos están más habituados a ver números negativos enteros y, en menor medida, trabajan con

números negativos tanto fraccionarios como decimales. En la figura 13 el alumno considera  $-1/2$  como  $-1$  y  $3/2$  como  $3$ .

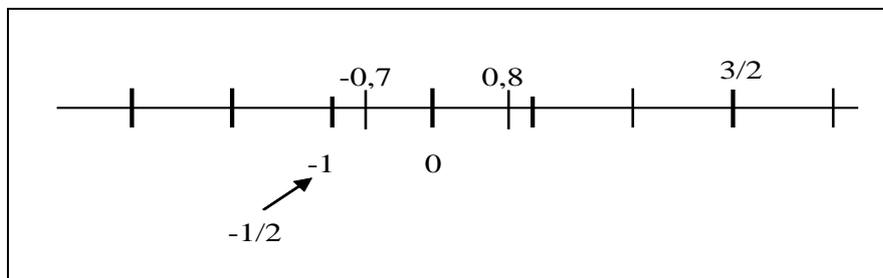


Figura 13. Error de *Considerar las fracciones como enteros*. Cuestión A4

## Conclusiones

Por medio de estas pruebas, hemos observado que el alumnado de Secundaria muestra un conocimiento desigual sobre la representación en la recta, condicionado por el tipo de números. Los alumnos representan con menos dificultad los números decimales y los enteros positivos, y presentan grandes dificultades con los fraccionarios.

Los resultados muestran que el alumnado analizado no tiene un conocimiento completo de la recta numérica, en el sentido de que no integra los distintos tipos de números en una misma representación. Pueden representar decimales y enteros, pero no así los fraccionarios, ni siquiera si, previamente, los expresan en su escritura decimal. Esta dificultad se manifiesta incluso en alumnos del último nivel, los cuales ya han completado su formación sobre los números reales, pues han estudiado los números irracionales.

A pesar de todo, se aprecia una evolución positiva del conocimiento de la recta numérica a lo largo de la Secundaria, entendemos que provocado por su mayor dominio numérico general.

Muchos alumnos tienen dificultad para expresar una situación cotidiana a partir de un número que ven representado en la recta (cuestiones B1 y B2). Encontramos

más éxito en las cuestiones simétricas, es decir, las que implican representar en la recta situaciones cotidianas dadas (cuestiones A1 y A2). Pensamos que trabajar en el aula actividades que impliquen traducciones entre la recta y lo contextual llevaría los alumnos a un mayor dominio de la recta numérica.

Las dificultades encontradas están determinadas por el tipo de traducción. En las traducciones entre la recta y lo abstracto encontramos que hay errores que provienen de una falta de conocimiento numérico y otros que surgen de un escaso dominio de la propia recta. Los primeros son errores conceptuales, como el hecho de escribir  $1/2$  como 1,2 o el considerar las fracciones como un entero, mientras que, los segundos, se deben a la existencia de dificultades específicas en la recta numérica, como la colocación de números negativos a la derecha del cero.

Relacionamos otros errores encontrados con la división de la unidad, como colocar números fraccionarios de forma errónea o dividir la unidad de acuerdo con el número de rayas interiores y no de espacios. Además de los anteriores, existen errores de conteo, ya señalados en trabajos previos (Ernest, 1985) que denotan una falta de instrucción previa.

El error más llamativo lo denominamos *Leer la recta a trozos*, que apareció con frecuencia en la traducción de la recta a lo abstracto el cual indica un pobre conocimiento de la recta numérica, que implica observar cada unidad como un compartimento aislado.

**Agradecimiento:** Esta investigación ha sido realizada en el marco del Proyecto de Investigación SEJ2006-10290 (Ministerio de Ciencia y Tecnología, Madrid, programa del Plan Nacional de I+D+I).

## **Referencias bibliográficas**

- Bruno, A.; Martínón, A. (1999). The teaching of numerical extensions: the case of negative numbers. *International Journal in Mathematic Education Science and Technology*, 30(6), 789-809.
- Carr, K. y Katterns, B. (1984). Does the number line help? *Mathematics in School*, 113(4), 30-34.
- Dufour-Janvier, B.; Bednarz, N.; Belanger, M. (1987). Pedagogical considerations concerning the problem of representation. En Janvier, C. (ed.) *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics*, 109-122. Lawrence Erlbaum Associates Publishers. New Jersey: Hillsdale.
- Ernest, P. (1985). The number line as a teaching aid. *Educational Studies in Mathematics*, 16, 411-424.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Reidel: Dordrecht.
- Gagatsis, A. y Elia, I. (2004). The effects of different modes of representation on mathematical problem solving. *28 PME*, 447-454.
- Janvier, C. (1983). The understanding of directed numbers. *Proceedings of the VIII PME*, 295-301.
- Robinet, J. (1986). Les réels: quels modèles en ont les élèves? *Educational Studies in Mathematics*, 17, 359-386.