



GAO: GAMIFICACIÓN Y OPERACIONES ARITMÉTICAS. PRÁCTICA DE ESQUEMAS DE RAZONAMIENTO DE AGREGAR Y DESAGREGAR NÚMEROS

Jacinto Rafael Quevedo Sarmiento
Consejería de Educación y Universidades, Gobierno de Canarias

Eduardo Gregorio Quevedo Gutiérrez
Víctor Manuel Hernández Suárez
Universidad de Las Palmas de Gran Canaria (ULPGC)

Resumen

En los cursos a partir de 3^o de Primaria, el uso de la herramienta didáctica “Minicomputador de Papy” proporciona un apoyo para el sistema posicional de numeración habitual y una ayuda en el cálculo. A medida que los niños se familiarizan más con el valor posicional y se vuelven más hábiles en los cálculos de papel y lápiz, esta alternativa didáctica funciona como una herramienta pedagógica con la que proporcionar nuevos conocimientos sobre la anatomía de los números, para apoyar el desarrollo de algoritmos y para motivar la introducción de números negativos y decimales. El presente artículo muestra el funcionamiento del Minicomputador y cómo se puede aplicar a la gamificación, desarrollando así los alumnos sus habilidades en cálculo mental y empleando a su vez técnicas de estimación.

Abstract

In the courses from 3rd grade of Primary school, the use of the didactic tool "Papy Minicomputer" provides support for the positional numbering system and helps in the calculation. As children become more familiar with place value and become more skilled in paper and pencil calculations, this didactic alternative works as a pedagogical tool which provides new knowledge about the anatomy of numbers, to support the development of algorithms and to motivate the introduction of negative and decimal numbers. This paper shows how the Minicomputer works and how it can be applied to gamification, thus developing students' abilities in mental calculation and the usage of estimation techniques.

Introducción

El nombre de Minicomputador de Papy deriva del prominente matemático belga, Georges Papy, que lo inventó y lo introdujo en la década de 1950. El Minicomputador es un ábaco parecido a un ordenador en su esquema de representación de números que combina el sistema decimal y binario: recibe la información en base 10, la transforma y procesa en base 2 y da el resultado en base 10.

En los cursos, a partir de 3º de Primaria [1], el uso del Minicomputador es un apoyo para el aprendizaje del sistema posicional de numeración habitual y una ayuda en el cálculo. A medida que los niños se familiarizan más con el valor posicional y se vuelven más hábiles en los cálculos de papel y lápiz, el Miniordenador funciona como una herramienta pedagógica con la que podemos proporcionar nuevos conocimientos sobre la anatomía de los números, apoyar el desarrollo de algoritmos y motivar la introducción de números negativos y decimales. En grados intermedios, cuando la atención se centra más en la multiplicación y la división y los sistemas de números extendidos, el Minicomputador proporciona un entorno en el que desarrollar esquemas de pensamiento de agregar y desagregar números, en “otros” algoritmos para realizar las operaciones aritméticas elementales.

En 1976, Frédérique Papy desarrolló dos juegos matemáticamente ricos, Minicomputer Tug of War (Tira y Afloja) y Minicomputer Golf. Las reglas de estos juegos son pocas y el diseño del Minicomputador es simple.

Al practicar estos juegos, al usar esta metodología de gamificación, los alumnos desarrollan sus habilidades en cálculo mental y emplean técnicas de estimación. Resulta igualmente importante el hecho de que los alumnos tienen la oportunidad de desarrollar un pensamiento estratégico al descubrir jugadas ventajosas y anticipar las respuestas de sus oponentes. Describimos aquí estos dos juegos y cómo preparar a sus alumnos para jugar con ellos.

La variedad de situaciones de resolución de problemas que ofrecen los juegos, los hace apropiados para el espectro de niveles de habilidad en el aula heterogénea habitual y para el desarrollo del pensamiento computacional en el aula.



Figura 1. Frédérique Papy (1921-2005)

Descripción del Minicomputador de Papy

El material didáctico llamado Minicomputador de Papy (M-Papy) es un ábaco especial que combina el sistema decimal con el binario. Este ábaco se denomina Minicomputador porque funciona como un pequeño computador, es decir, que los cálculos se realizan en él de una manera mecánica. Y se conoce como “de Papy” en honor al matemático belga Georges Papy que lo inventó. Hay que tener en cuenta que el M-Papy consta de varias placas; el aspecto de una de ellas es como el que se muestra en la Figura 2 [2, 3].

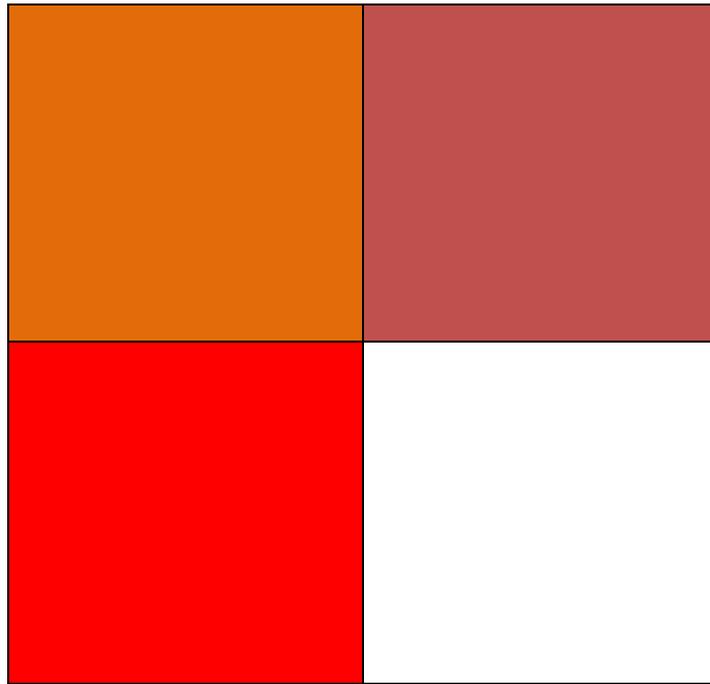


Figura 2. Aspecto físico de una de las placas del M-Papy. Cada placa se divide en cuatro casillas de colores blanco, rojo, púrpura y marrón correspondientes a los colores de las “regletas de Cuisenaire” para representar a los números 1, 2, 4 y 8, respectivamente

Cada placa se rige por las leyes de numeración en base dos, es decir, cada una está dividida en cuatro casillas, cada casilla tiene un color: marrón, púrpura, rojo y blanco. Estos colores se adoptaron para que coincidieran con los colores de las regletas de Cuisenaire, y corresponden a los números: ocho, cuatro, dos y uno, respectivamente.

Como se mencionó anteriormente, el M-Papy consta de varias placas que, ubicadas de manera horizontal, permiten representar a los números naturales en el sistema de numeración decimal, es decir, la primera placa a la izquierda indica las unidades de mil, la segunda a la izquierda las centenas, la tercera las decenas y la última las unidades, como se muestra en la Figura 3.

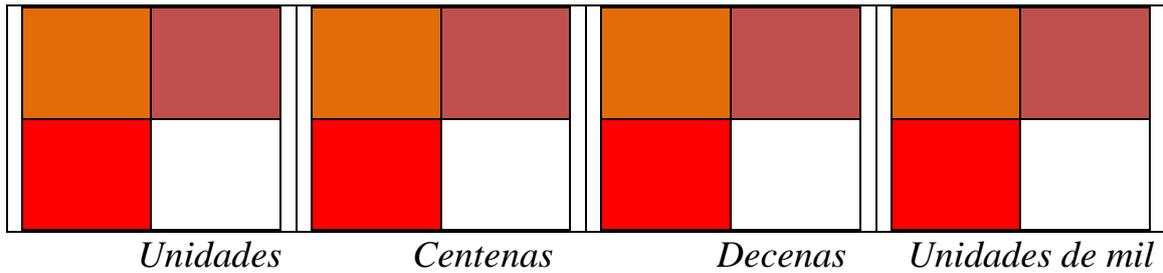


Figura 3. Disposición de 4 placas del M-Papy

O para un uso con números decimales, se incluye la barra amarilla (como la coma decimal) tal y como se presenta en la Figura 4.

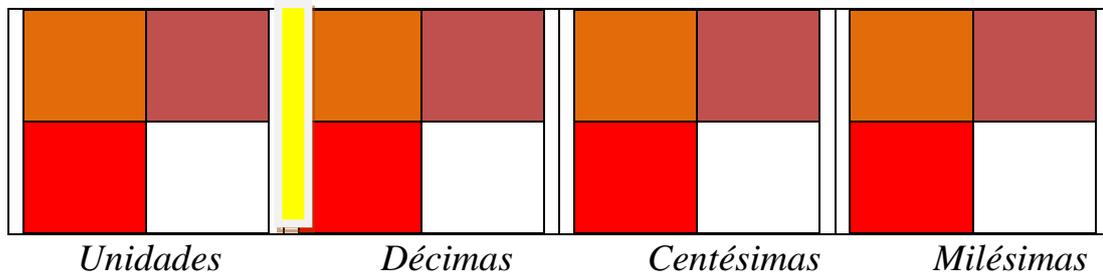


Figura 4. Disposición de 4 placas del M-Papy con coma decimal (barra amarilla)

Para mostrar los números sobre el M-Papy se necesitan fichas las cuales se deben ubicar sobre las casillas. Así, cualquier colocación o “distribución” de fichas sobre las placas estarán representando a un número. Adicionalmente, y para facilitar la rápida identificación de un número se debe tener en cuenta las siguientes leyes que se enumeran a continuación:

1. Si hay dos fichas en la casilla blanca estas equivalen a una en la casilla roja (ver Figura 5).

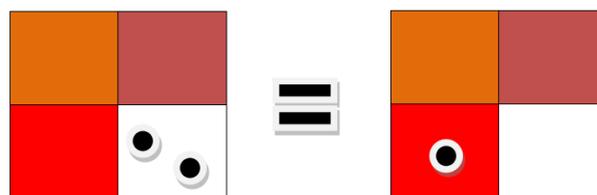


Figura 5. Una ficha en la casilla blanca representa al número uno sobre el M-Papy, por lo que dos fichas (1+1) en la casilla blanca es igual a tener una ficha en la casilla roja (2)

2. Si hay dos fichas en casilla roja estas equivalen a una en la casilla púrpura (ver Figura 6).

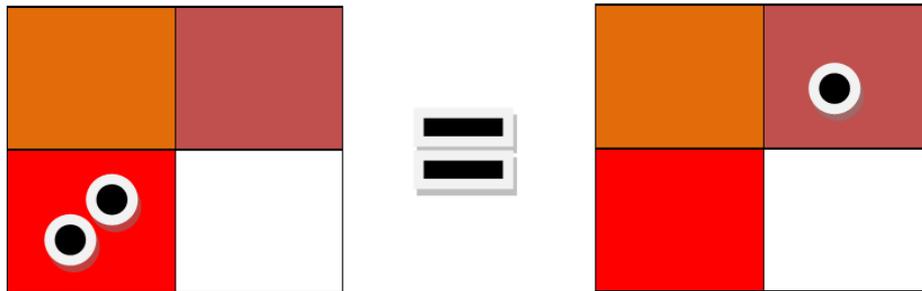


Figura 6. Una ficha en la casilla roja representa al número dos sobre el M-Papy, por lo que dos fichas en la casilla roja (2+2) es igual a tener una ficha en la casilla púrpura (4)

3. Si hay dos fichas en la casilla púrpura, equivalen a una en la casilla marrón (ver Figura 7).

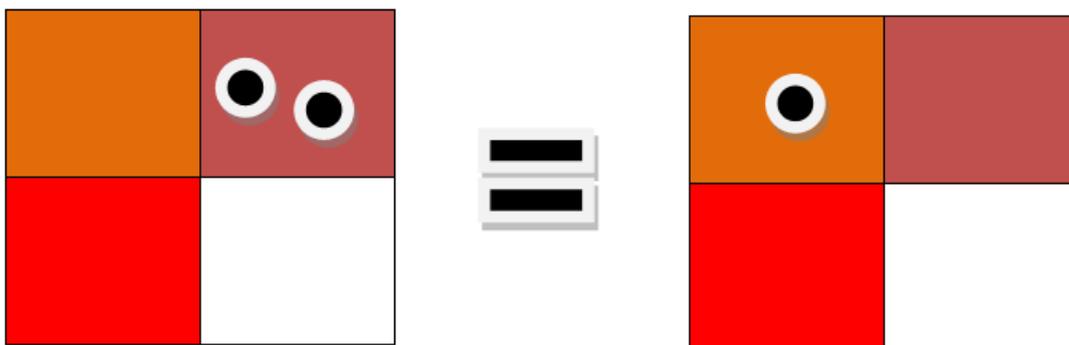


Figura 7. Una ficha en la casilla púrpura representa al número cuatro sobre el M-Papy, por lo que dos fichas en la casilla del 4 es igual a tener una ficha en la casilla del 8

Por otro lado, aunque este ábaco permite diversas colocaciones o distribuciones de fichas, por comodidad, se convienen las siguientes dos indicaciones que facilitan el reconocimiento y la representación de un número cualquiera sobre el M-Papy:

1. Solo debe haber una ficha por casilla. Ejemplo de esto se muestra en la Figura 8, colocando al número 1953.

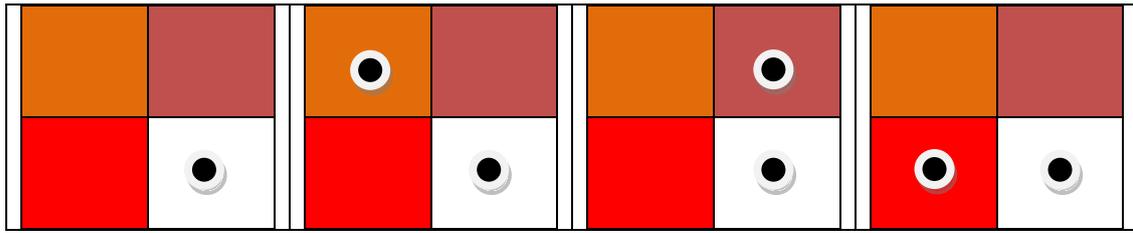


Figura 8. Representación del número 1953 sobre el M-Papy

2. Si hay una ficha en la casilla marrón, no puede haber otra en la casilla púrpura o en la roja. Solo se permite tener como máxima cantidad representada por placa al número 9, que tendrá una ficha en la casilla del 8 y la otra en la casilla del 1, $8 + 1 = 9$. Por consiguiente, si se llegase a tener una ficha en la casilla roja y otra en la marrón esto equivale a una ficha en la casilla blanca de la siguiente placa, como se presenta en la Figura 9.

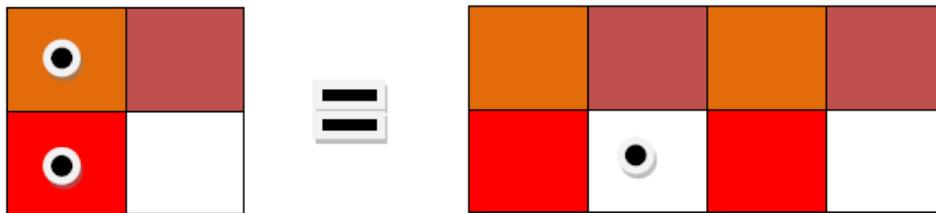


Figura 9. Representación del número diez sobre el M-Papy. Una ficha en la casilla del ocho y otra en la del dos equivalen a una ficha en casilla del diez de la placa siguiente

Por lo tanto, en la Figura 9 se tiene una ficha en la casilla marrón y otra ficha en la casilla roja lo que significa tener representado al número $8 + 2 = 10$, lo que es lo mismo que tener una ficha en la casilla diez al agregar otra placa. Emplear o no estas dos últimas indicaciones lo determinará el docente en clase con base en la actividad que se tenga planeada, esto es porque como se mostrará más adelante, se pueden desempeñar diversas actividades con este ábaco. Adicionalmente, el alumnado o la persona que haga uso de este material didáctico, posee la libertad de implementar estrategias (o su propia estrategia) de colocación o distribución de fichas

sobre el M-Papy, para representar números, porque hay diferentes maneras de llevarlo a cabo. Así, si se busca reducir la cantidad de fichas que hay que emplear, para hacer una lectura más cómoda del número representado, es necesario que el alumno u otra persona implementen una estrategia de distribución de fichas, que se rija con las tres leyes y las dos indicaciones antes mencionadas. Esa configuración de fichas se llama formación “estándar”, por ejemplo, en la Figura 10 se representa el número 3 en formación “estándar” y en formación “no estándar”.

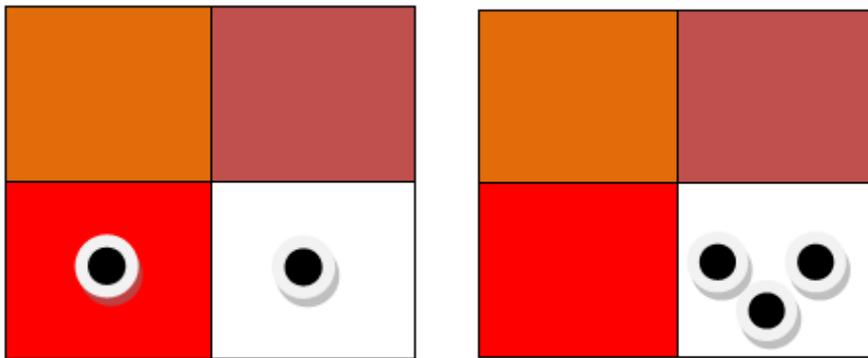


Figura 10. Representación del número tres sobre el M-Papy. “estándar” (izquierda) y “no estándar” (derecha)

Operaciones con el Minicomputador de Papy

SUMA: para representar los sumandos podemos utilizar fichas del mismo o diferente. Representados los sumandos en el M-Papy, se procede a AGRUPAR fichas de acuerdo con las REGLAS, hasta obtener una FORMACIÓN ESTÁNDAR [4], tal y como se presenta en la Figura 11.

PSEUDOCÓDIGO

OPERACIÓN M-Papy:

$12,5+28,3=40,8$	
Paso 1: Representar en el M-Papy los sumandos (con fichas de distintos colores, si se quiere)	
Paso 2: AGRUPAR las fichas de acuerdo a las reglas del M-Papy	
Paso 3: Escribir el resultado en FORMACIÓN ESTÁNDAR	

Figura 11. Ejemplo de operación de suma con el M-Papy

MULTIPLICACIÓN POR UNA CIFRA

Se expresa como suma de sumandos iguales y se actúa igual que la suma (AGRUPANDO).

PSEUDOCÓDIGO	OPERACIÓN M-Papy
$185 \times 3 = 555$	
Paso 1: Escribir en el M-Papy el primer factor	
Paso 2: Reemplazar cada ficha de una casilla por tantas fichas como indique el segundo factor	
Paso 3: Realizar las AGRUPACIONES posibles de acuerdo con las reglas del M-Papy	
Paso 4: Escribir el resultado en FORMACIÓN ESTÁNDAR	

Figura 12. Ejemplo de operación de multiplicación por una cifra con el M-Papy

La operación de la multiplicación con el M-Papy presenta ciertos problemas, por la cantidad de fichas que hay que utilizar, sobre todo si el

segundo factor es un número alto. Estos problemas, lejos de preocupar, aportan interesantes actividades que ayudan a comprender mejor las operaciones, los números y sus propiedades. Al multiplicar por números mayores, podemos descomponer el segundo factor en un producto de factores más sencillos y proceder reiteradamente. Por ejemplo:

$$231 \times 8 = ((231 \times 2) \times 2) \times 2$$

$$231 \times 29 = 231 \times (30-1) = (231 \times 3) \times 10 - 231$$

Multiplicar por la unidad seguida de ceros es una operación trivial en el M-Papy

RESTA

Se usan fichas de distinto color para el minuendo y el sustraendo. Se ELIMINAN con la regla: “Dos fichas de distinto color sobre la misma casilla se anulan”, tal y como se presenta en la Figura 13.

DIVISIÓN POR UNA CIFRA

Se efectúa DESAGRUPANDO, del mismo modo que la resta, y formando grupos iguales de fichas sobre las casillas de las placas. El número de fichas es el mismo que el dígito del divisor, tal y como se presenta en la Figura 14.

$$183=48$$

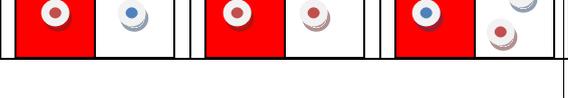
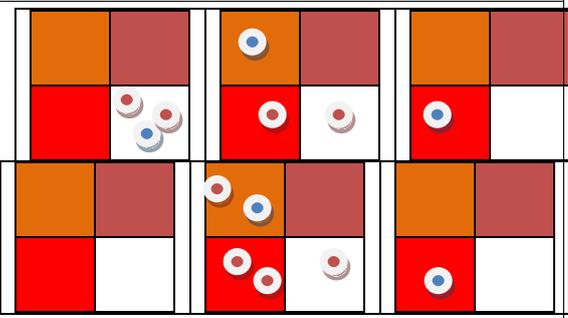
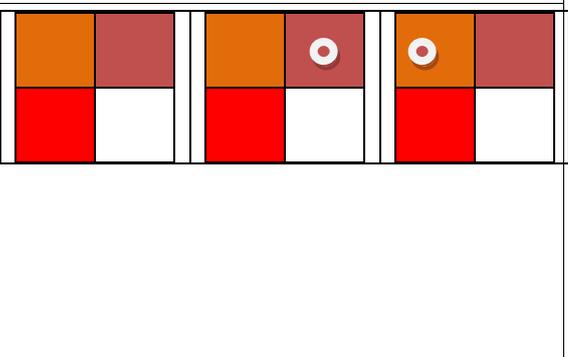
<p>Paso 1: Escribir en la M-Papy el minuendo con fichas rojas</p>	
<p>Paso 2: Escribir en la M-Papy el sustraendo con fichas azules</p>	
<p>Paso 3: Las fichas rojas van a eliminar a las fichas azules siguiendo las reglas del M-Papy, pasando DESAGRUPANDO fichas rojas a la casilla donde haya fichas azules</p>	
<p>Paso 4: si <¿Hay una ficha roja y una ficha azul en una misma casilla?> hacer: se eliminan sino <si <¿quedan fichas azules?> Volver al Paso 3 sino escribir el número representado por las fichas rojas</p>	

Figura 13. Ejemplo de operación de resta por una cifra con el M-Papy

La operación de la división con el M-Papy presenta ciertos problemas por la cantidad de fichas que hay que utilizar, sobre todo si el divisor es un número alto. Estos problemas, lejos de preocupar, aportan interesantes actividades que ayudan a comprender mejor las operaciones, los números y sus propiedades. Se podrán utilizar distintos algoritmos de las operaciones sobre el M-Papy para efectuar diversos cálculos.

PSEUDOCÓDIGO
324:3=108

OPERACIÓN M-Papy. Ej.

<p>Paso 1: Representar en el M-Papy el dividendo</p>	
<p>Paso 2: DESAGRUPAR de acuerdo a las reglas del M-Papy de forma que en cada casilla haya tantas fichas como indica el divisor</p>	
<p>Paso 3: Si <todas las casillas que contienen fichas tienen tantas como indica el divisor> hacer Escribir el resultado como si los conjuntos equipotentes solo tuviesen una ficha sino ir al Paso 2</p>	

Figura 14. Ejemplo de operación de división por una cifra con el M-Papy

Por ejemplo:

$$180 : 6 = (180 : 2) : 3$$

$$245 : 5 = (245 \times 10) : 2$$

$$185 : 25 = ((185 \times 2) \times 2) : 100$$

POTENCIACIÓN

Se presenta en la Figura 15 como aplicar la potenciación con el M-Papy.

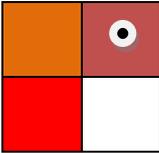
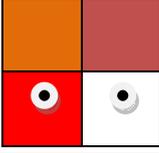
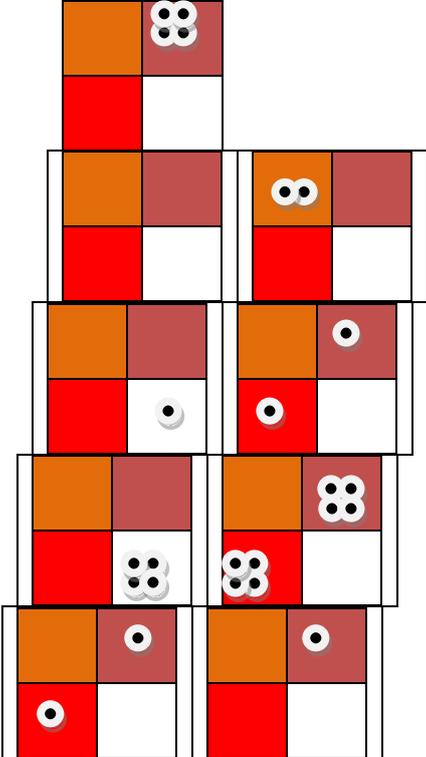
PSEUDOCÓDIGO	OPERACIÓN M-Papy. Ejemplo: $4^3=64$
Paso 1: Representar en la M-Papy la base	
Paso 2: leer el exponente :n	
Paso 3: inicializar contador $k \leftarrow -1$	
<p>Paso 4: Si $n > k$ hacer Reemplazar cada ficha de una casilla por tantas fichas como indica la base</p> <p>Realizar las AGRUPACIONES posibles de acuerdo con las reglas del M-Papy</p> <p>Leer el nuevo número</p> <p>incrementar el contador $k \leftarrow k+1$ e ir al Paso 4</p> <p>sino escribir resultado como el nuevo número</p>	

Figura 15. Ejemplo de operación de potenciación con el M-Papy

Juegos con el minicomputador de Papy

Existe una gran variedad de juegos que se pueden llevar a cabo en el M-Papy [5]. En este artículo se presentarán dos de ellos: *Tug of War* (Tira y afloja o Juego de la soga) y el Juego del golf.

Tug of War (Tira y Afloja o juego de la soga)

Es un juego clásico que plantea su analogía con dos personas que tiran de una soga con fuerza y gana aquel que haga cruzar a su oponente una línea previamente trazada. El juego sobre el Minicomputador adopta la forma que se explicará a continuación.

En primer lugar, se ubican tres placas, se colocan dos fichas de color verde y dos fichas de color azul como se muestra en la Figura 16 (en este caso con la banda de coma decimal)

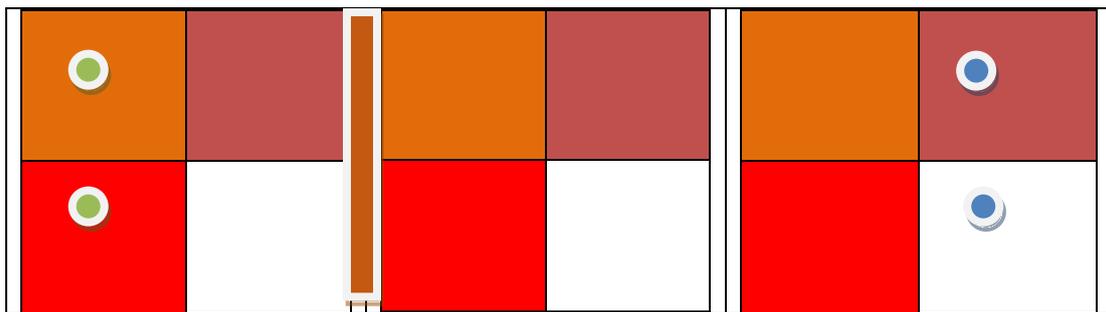


Figura 16. Ubicación de dos fichas por equipo en juego “Tira y Afloja”

En clase hay dos equipos jugando, uno con fichas de color verde y el otro de azul, de esta manera, puede ser el profesor jugando contra toda la clase, o dos grupos de alumnos o solo dos de ellos. Así, el equipo con fichas verdes tiene ubicado el número 10 y el otro equipo tiene ubicado al número 0,05 en azul.

Las reglas de juego son las siguientes: los equipos o los dos jugadores juegan por turnos. El equipo de fichas verdes debe mover siempre una ficha a una casilla de menor valor. Y el equipo de fichas azules debe mover una ficha a una casilla de mayor valor en todo momento. De esta manera, el

equipo de fichas verdes obtendrá un número cada vez más pequeño y el equipo de fichas azules obtendrá, con cada movimiento, un número cada vez más grande. Entonces, el primer equipo en pasar o igualar el valor del otro equipo pierde. En otras palabras, el equipo verde pierde cuando obtiene un número menor o igual al número del equipo azul, de manera análoga, el equipo azul pierde cuando consigue un número mayor o igual al número del equipo verde.

No hay mejor manera de esclarecer las reglas de un juego que mostrando un ejemplo, el cual no representa necesariamente los movimientos que realizarían dos alumnos o dos grupos de alumnos. A continuación, se relata el desarrollo de una partida (presentada en la Figura 18).

1. Verde → Movimiento de ficha de la casilla del ocho a la casilla del 0,08.
2. Azul → Desplazamiento de ficha de la casilla 0,04 a la del 0,4.
3. Verde → Movimiento de la ficha que está en la casilla 2 para la casilla 1.
4. Azul → De 0,41 a 0,81. 5. Verde → De 1,08 a 1,04. 6. Azul → De 0,81 a 1,01.
7. Verde → De 1,04 a 1,02. 8. Azul → Iguala al equipo verde (gana el verde).

					Paso 1 Mueve verde
					Paso 2 Mueve azul
					Paso 3 Mueve verde
					Paso 4 Mueve azul
					Paso 5 Mueve verde
					Paso 6 Mueve azul
					Paso 7 Mueve verde
					Paso 8 Mueve azul
					<i>Figura 17.- Ejemplo de partida de juego Tira y Afloja – Gana Verde</i>

	Paso 1 Mueve verde VERDE: 1000 AZUL: 5
	Paso 2 Mueve azul VERDE: 1000 AZUL: 84
	Paso 3 Mueve verde VERDE: 801 AZUL: 84
	Paso 4 Mueve azul VERDE: 801 AZUL: 88
	Paso 5 Mueve verde VERDE: 101 AZUL: 88
	Paso 6 Mueve verde VERDE: 101 AZUL: 90
	Paso 7 Mueve azul VERDE: 81 AZUL: 90

Figura 18. Ejemplo de partida de juego Tira y Afloja – Gana Azul

Tal y como se presenta en la Figura 17, el último movimiento del equipo o del jugador verde (paso 7) fue muy interesante, ya que, deja sin opción de ganar al equipo azul. Cualquiera que sea su movimiento el número que obtendrá será mayor o igual al número del equipo verde, con lo cual se

puede dar como ganador al equipo o al jugador del equipo verde. El siguiente movimiento de parte del equipo azul solo se realiza para dar por terminada la partida.

De esta manera se da por finalizada la partida teniendo como ganador al equipo verde. Ahora se pueden reorganizar las fichas y reiniciar el marcador para dar inicio a una nueva partida entre los dos equipos o los dos jugadores. Se recomienda que, cuando los alumnos son principiantes en este juego, se les permita disfrutar de éste y realizar los movimientos a su parecer. Con la práctica, ellos serán capaces de entender lo que sucede con cada movimiento y, así, podrán anticiparse a la jugada ganadora. Del mismo modo, este juego puede disponer desde el inicio de tres o cuatro fichas, lo que implica que los jugadores deben pensar muy bien sus movimientos, ya que, con más fichas se incrementa la dificultad en el juego. La Figura 18 muestra otro ejemplo de partida del juego “Tira y Afloja”, esta vez con victoria del equipo azul.

Juego M-Papy Golf

Ahora se va a presentar y a jugar a un nuevo juego llamado “M-Papy Golf” [6]. Se parte de una configuración en el M-Papy, por ejemplo, la mostrada en la Figura 19.

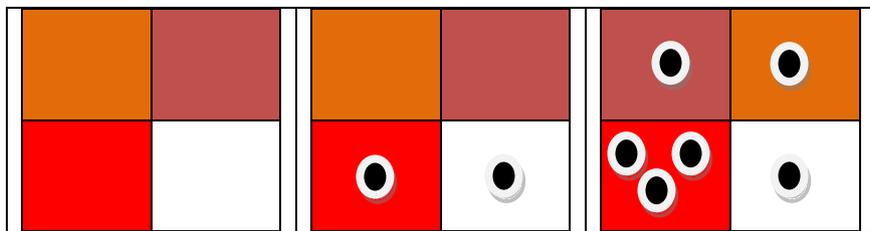


Figura 19. Configuración inicial de M-Papy: Objetivo 200

En M-Papy Golf se comienza con un número, y moviendo las fichas se trata de obtener otro número. En el ejemplo que sigue, comenzaremos con

el 49 y nuestro objetivo será llegar al 200.

Se juega con dos equipos, el equipo ROJO y el equipo AZUL; los dos equipos se turnan. En su turno, se mueve exactamente una ficha de un cuadrado a otro cuadrado. El nuevo número puede ser más grande o más pequeño que el número anterior. Además, el color de las fichas no importa en este juego. Un equipo gana si uno de sus jugadores alcanza exactamente la meta. Usaremos flechas rojas y azules para mantener un registro de los movimientos de cada equipo. Para explicar mejor cómo un docente conduce y registra un juego de M-Papy Golf, describimos un juego de muestra.

Supongamos que el primer jugador del equipo ROJO mueve una ficha de la casilla de 20 a la casilla de 40. El número que está ahora en el M-Papy es el 69; $49+20=69$. En el tablero, una flecha roja registra el resultado del movimiento del equipo ROJO $+20$ (ver Figura 20).



Figura 20. Una flecha roja registra el resultado del movimiento del equipo ROJO $+20$

Supongamos que en la primera jugada del equipo AZUL mueve una ficha de la casilla 2 a la casilla 20. El número que está ahora en el M-Papy es el 87; $69+18=87$. Una flecha azul registra el resultado del movimiento del equipo AZUL (ver Figura 21).



Figura 21. Una flecha azul registra el resultado del movimiento del equipo AZUL

El juego continúa de esta manera hasta que se alcanza el objetivo (200): el equipo ROJO gana. Este "camino" rojo-azul describe el juego de principio a fin (ver Figura 22).

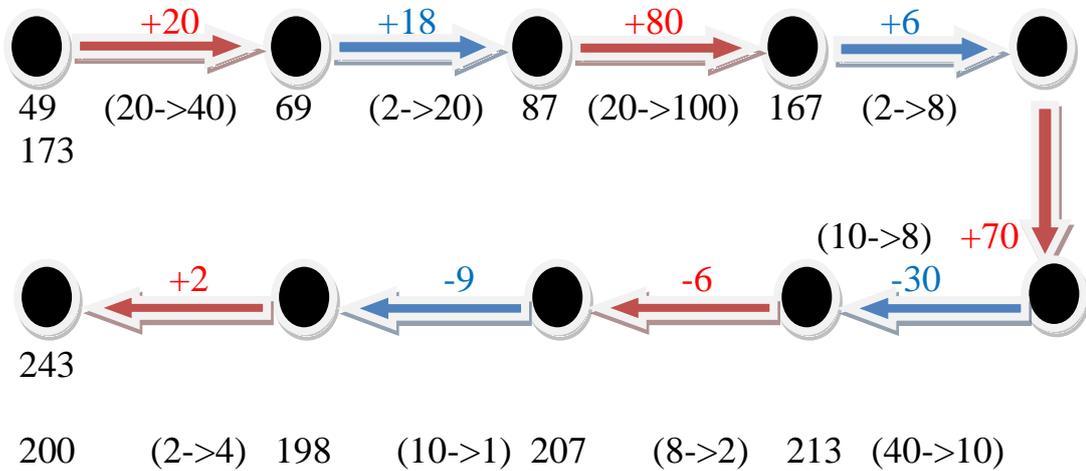


Figura 22. Resumen del juego con camino trazado con flechas azules y rojas

Se recomienda que la clase juegue colectivamente varias veces para que los estudiantes se sientan cómodos con las reglas. Luego, se les puede indicar que jueguen a algunos juegos en pequeños grupos; por ejemplo, grupos de cuatro (con dos alumnos por equipo) funcionan bien. Los juegos son más efectivos cuando cada grupo está compuesto por niños cuyas habilidades numéricas sean, aproximadamente, las mismas. La mayoría de los alumnos puede jugar al M-Papy Golf con poca supervisión.

La experiencia de jugar puede llevarlos a descubrir la inadecuación de las reglas del M-Papy Golf tal como las presentamos antes. La dificultad es que las reglas permiten la posibilidad de juegos sin fin.

Los estudiantes pronto aprenden que, incluso si no conocen un movimiento ganador, pueden evitar que los oponentes ganen haciendo que el número esté alejado del objetivo. El resultado es un juego continuo cuya conclusión queda fuera del alcance de ambos equipos. Por ello, se introduce una regla "extra" después de que los alumnos hayan jugado muchas veces:

- Si un jugador aumenta el número y sobrepasa la meta, el nuevo número resultante debe ser más pequeño que cualquier número previamente jugado, pero más alto que el número objetivo.
- Si un jugador disminuye el número y pasa la meta, el nuevo número resultante debe ser mayor que cualquier número previamente jugado, pero más bajo que el número final.

Usando la regla adicional, los equipos deben acercarse cada vez más al objetivo a medida que avanza el juego. Se presenta una descripción de un juego usando esta regla extra. La situación inicial (objetivo 500) se muestra en la Figura 23.

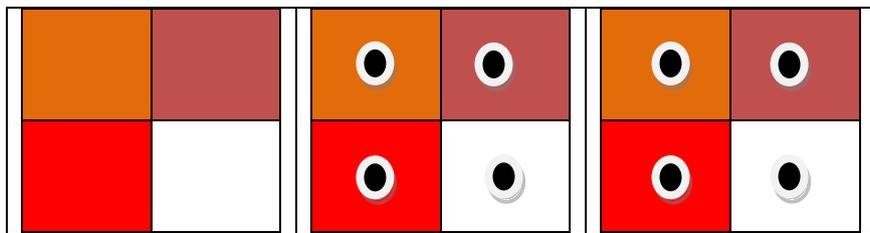


Figura 23. Configuración inicial de M-Papy: Objetivo 500

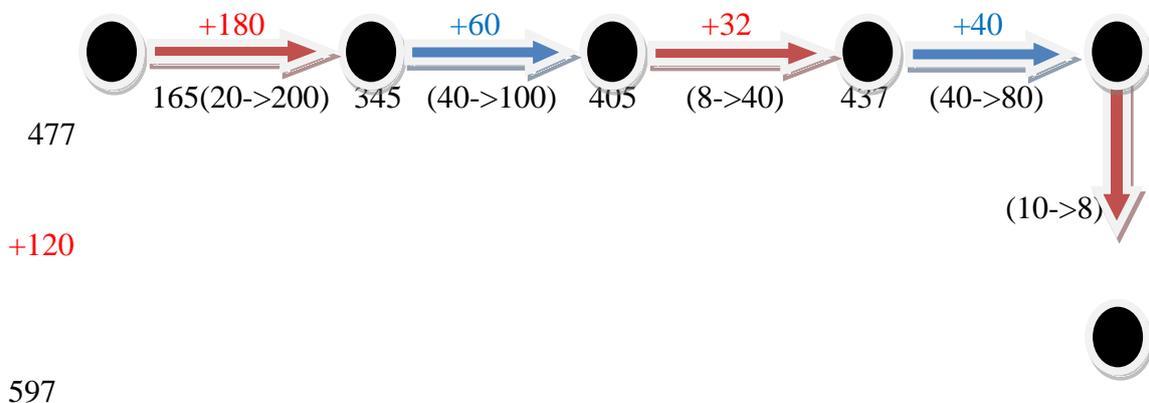


Figura 24. Situación de exceso con respecto a la puntuación objetivo

En la situación mostrada en la Figura 24 el objetivo se excede. Los siguientes números deben ser más pequeños que 597 pero más grandes que 477.

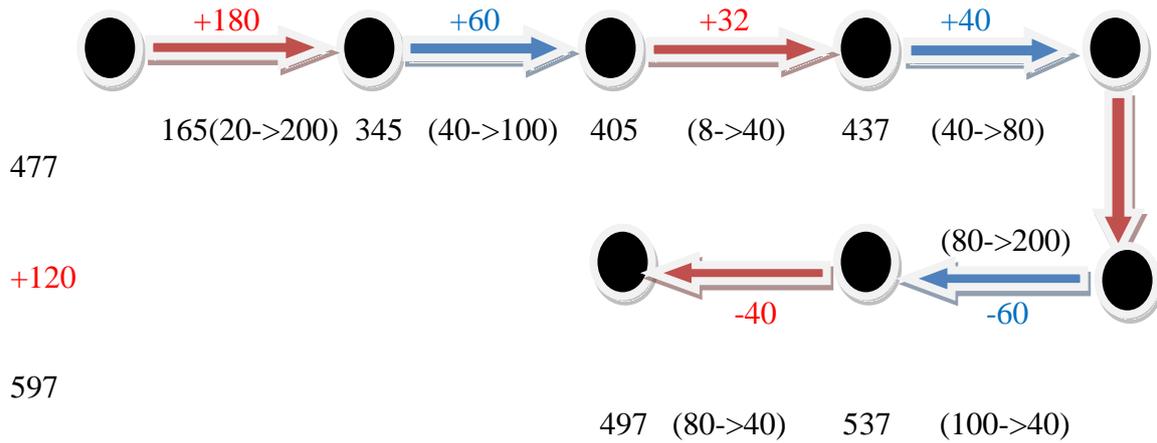


Figura 25. Situación de puntuación inferior con respecto a la puntuación objetivo

En la situación mostrada en la Figura 25, el número es ahora menor que 500, por lo que los movimientos subsecuentes deben aumentar el número, pero el número debe permanecer por debajo de 537. De hecho, hay un movimiento ganador, como se presenta en la Figura 26.

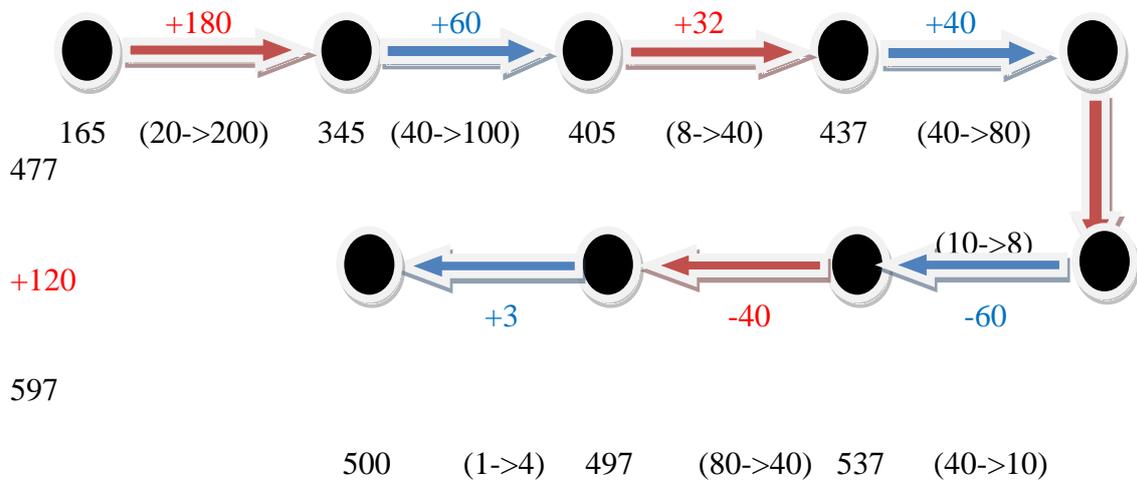


Figura 26. Fin de la partida de M-Papy Golf

Durante un juego con la regla adicional que se usa, podría surgir una situación en la que no hay un movimiento legal posible. Por ejemplo, si para la misma configuración de inicio de la Figura 23 el objetivo fuese 1000. Imaginemos entonces que la partida se desarrolla como se presenta en la Figura 27.

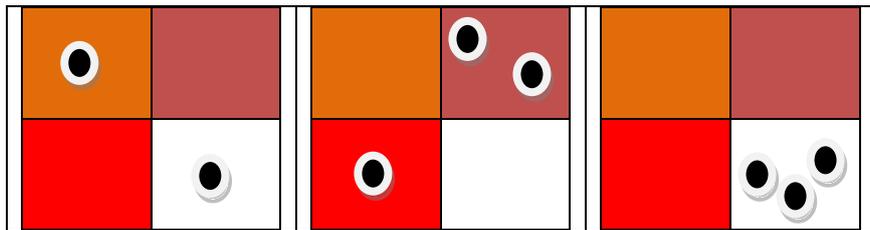
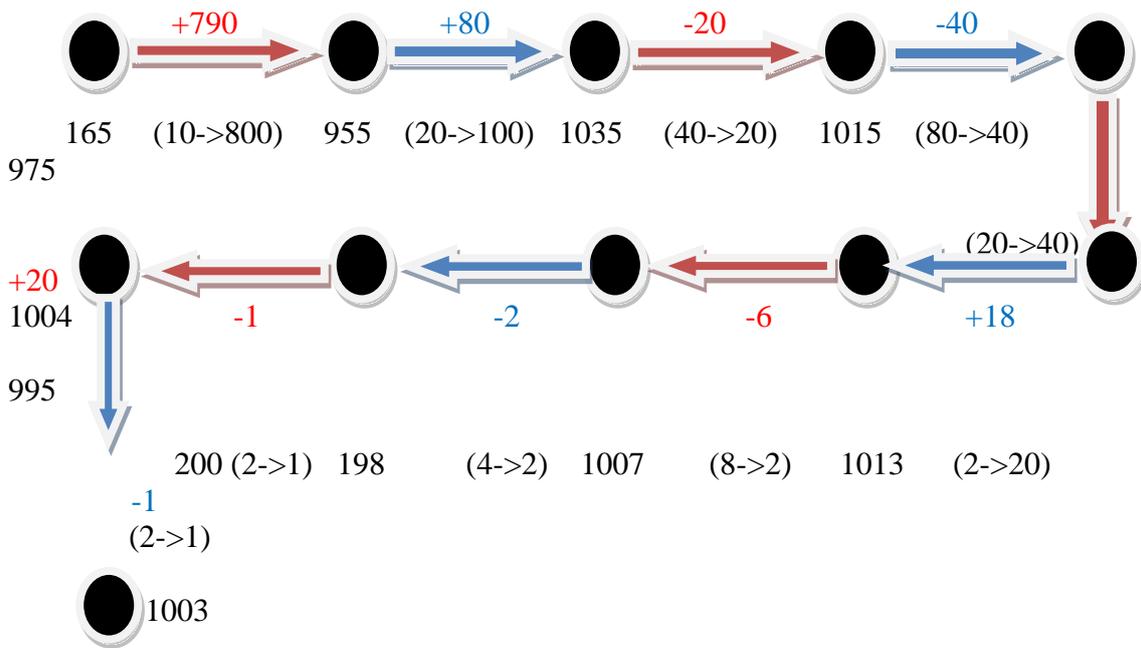


Figura 27. Situación de bloqueo al alcanzar el valor 1003

De acuerdo con la regla extra, el próximo movimiento debe hacer que el número sea más pequeño que 1003, pero debe mantener el número mayor que 995. No es posible tal movimiento con la configuración actual. Si tal situación ocurre durante un juego que usted y sus alumnos están jugando, suspenda la regla adicional por un movimiento (por ejemplo, permita que el alumno disminuya el número a uno más pequeño que 995). Sin embargo, los movimientos posteriores deben seguir nuevamente la regla extra, siempre que sea posible.

Conclusiones

En el presente trabajo confluyen tres aspectos clave:

1. Para los docentes de Educación Primaria, a partir del tercer nivel, la motivación y formación, con el M-Papy, en la continuidad de una metodología centrada en el desarrollo lógico manipulativo, tras el trabajo realizado en Infantil y 1º y 2º de Primaria con el uso de las regletas de Cuisenaire.

2. En el desarrollo del currículo de las matemáticas en Primaria en cuanto a la numeración, con el desarrollo del cálculo mental, que tiene especial relevancia y requiere un trabajo constante a lo largo de cada curso durante toda la etapa, y el escrito, tanto en relación al uso de estrategias personales como de algoritmos más generales, éstos materializados con el M-Papy en la práctica de esquemas de razonamiento de agregar y desagregar números.

3. La metodología de gamificación, con la práctica de los juegos con el minicomputador de Papy, *Tira y Afloja* y *M-Papy Golf*, en los que los alumnos desarrollan sus habilidades en cálculo mental y emplean técnicas de estimación, y, lo que es importante, tienen la oportunidad de desarrollar un pensamiento estratégico, descubriendo jugadas ventajosas y anticipando las respuestas de sus oponentes.

Por último, cabe mencionar que la propia construcción del M-Papy, dos cartulinas y unas fichas corrientes, y sus mínimas reglas de funcionamiento lo convierten en un poderoso recurso didáctico, para introducir el pensamiento computacional en el aula de Matemáticas.

Referencias bibliográficas

EMREL, Inc. (1979). *Minicomputer Games Teacher's Guide*. Estados Unidos.

Moreno, M.D.; Martel, J. y Martel, P. (1990). *El Minicomputador de Papy como arma didáctica en las Escuelas de Magisterio. Presentación de una variante suya*. En: Actas XIV Jornadas Hispano-Lusas de

Matemáticas, III, pp.1517-1521. La Laguna. España: Secretariado de Publicaciones Universidad de La Laguna.

Papy, G. (1968). *Minicomputer*. Bruselas. Bélgica: Ivac.

Papy, Mme. Frédérique. Papy's Minicomputer (1970). *Minicomputer. Mathematics Teaching*, 50, pp. 40-45.

Sierra, M. (1983). *El minicomputador de Papy*. Universidad de Salamanca. España: ICE.

Socas, M; Espinel, M.C. (1989). El Minicomputador de Papy: sugerencias didácticas. *Números*, 19, pp. 49-61.

Whitney, H. (1970). A Microcomputer for Primary Schools. *Mathematics Teaching*, 52, pp. 4-7.