



ENSEÑANZA DE LA PROBABILIDAD EN LA EDUCACIÓN OBLIGATORIA. EVALUACIÓN DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO DEL PROFESORADO Y ANÁLISIS DEL EMPLEO DE LOS RECURSOS DIDÁCTICOS EN EL AULA

Astrid Marrero Santana
Víctor Manuel Hernández Suárez

Universidad de Las Palmas de Gran Canaria

Resumen

A lo largo del tiempo, la Probabilidad se ha ido consolidando como una parte fundamental de la Educación matemática. Distintos documentos resaltan la necesidad de introducirla en el período escolar, y ponen el énfasis en su importancia en los hechos de la vida diaria y en los juegos de Azar sencillos.

En este artículo se busca aportar evidencias sobre los conocimientos matemáticos que debe poner en juego el profesorado de Educación Primaria y Secundaria para la enseñanza de la Probabilidad. Para ello, se ha realizado un análisis exploratorio de los recursos didácticos más empleados en el aula, así como del conocimiento matemático del profesorado.

Palabras clave: *Probabilidad, conocimiento matemático, educación Primaria y Secundaria, recurso didáctico.*

Abstract

Over time, Probability has consolidated as a fundamental part of Mathematics Education. Various documents reflect the necessity of including it in the school curriculum, emphasizing its importance in the facts of daily life, as well as in simple random games. This article seeks to provide evidence on the mathematical knowledge that the Primary and Secondary School teachers must have for the teaching of probability. To do this we have conducted an exploratory analysis of the teaching resources more frequently used in the classroom and the teacher's mathematical knowledge.

Keywords: Probability, mathematical knowledge, primary and secondary education, teaching resource.

Introducción

Vivimos en una sociedad que está en continuo cambio. Por ello, la formación del profesorado ha de ser permanente, y adaptarse en todas las etapas del sistema educativo. Un claro ejemplo es el de Azar y la Probabilidad. Algunos de los principales motivos para su inclusión es la presencia en numerosas situaciones de la vida diaria, así como en la interpretación de la información que aparece en los medios de comunicación y en los juegos de Azar sencillos.

Debido a la novedad del tema, el profesorado de Educación Primaria ha recibido una escasa formación en Probabilidad; pues no la han estudiado durante la Educación Primaria y, en la Educación Secundaria, se dedica poco tiempo al contenido (Serradó, Azcárate, y Cardeñoso, 2006).

Ante esta situación, es necesario contar con estudios sobre la enseñanza y el aprendizaje del Azar y la Probabilidad en la Educación Obligatoria, y resaltar aquellos que están referidos al conocimiento matemático y al empleo de recursos didácticos que el profesorado debe poner en juego a la hora de impartir estos contenidos. Es por ello que nace este trabajo, en el que se analiza y evalúa el conocimiento matemático sobre el Azar y la Probabilidad de una muestra de profesorado en ejercicio y del futuro profesorado de la Educación Obligatoria, así como el conocimiento del recurso didáctico *LABAPC* (Laboratorio Básico del Azar, Probabilidad y Combinatoria) de dicha muestra, puesto que dicho recurso obtuvo el Primer Premio a Materiales Educativos en 2010, concedido por el Ministerio de Educación y Ciencia.

Fundamentación

En este trabajo vamos a utilizar algunas nociones teóricas desarrolladas por Godino y colaboradores en el Enfoque Ontosemiótico (EOS). En este enfoque, la actividad matemática se entiende como un conjunto de prácticas que tiene como

finalidad la resolución de problemas disciplinares o extradisciplinares y de las cuales surgen los objetos matemáticos. Estas prácticas se pueden desarrollar de manera individual o conjunta.

A la pregunta de qué significa *Probabilidad*, el EOS propone como respuesta, el sistema de prácticas utilizado por una persona o una institución para resolver situaciones-problemas (aplicaciones extra-matemáticas, ejercicios, problemas que inducen una actividad matemática. Un problema sencillo para el alumnado de Secundaria es calcular la Probabilidad de extraer una bola de cierto color contenida en una urna de características dadas) en donde hay necesidad de cuantificar la incertidumbre de un suceso y de las que surge el objeto Probabilidad.

El conocimiento de la Probabilidad para la enseñanza ha sido un área de baja atención en la investigación en Educación matemática y su ausencia es notoria por la necesidad actual de este conocimiento en la formación del profesorado que atiende los currículos vigentes. Los estudios analizados muestran que mucho profesorado no posee conocimientos matemáticos sobre Probabilidad para el desarrollo de sus clases. Es por ello que debemos evaluar el conocimiento matemático de una muestra del profesorado y futuro profesorado de la Educación Obligatoria, utilizando para tal finalidad los modelos de Hill, Ball y Schilling (2008).

Los recursos didácticos utilizados en el aula son muchos, aunque el más utilizado, hasta el momento, es el libro de texto y, seguidamente, la calculadora. Aunque también existen distintos recursos gráficos como: diagramas de árbol (se utilizan para determinar todos los posibles resultados de un experimento aleatorio), de Carroll (se utilizan para resolver problemas sobre conjuntos disjuntos) y de Venn (es posible representar las relaciones de unión, intersección e inclusión), también existen otros como dados, cartas, bolas. Todos ellos, según las distintas

investigaciones, tienen una gran utilidad, pero aun así siguen existiendo sesgos de razonamiento probabilístico. Es por ello, que este trabajo analizará el innovador recurso didáctico LABAPC (Laboratorio Básico sobre el Azar, Probabilidad y Combinatoria). Este consiste en un recurso multimedia, en forma de página web, formado por más de 50 aplicaciones. Estas están concebidas para abordar la enseñanza y aprendizaje de la Probabilidad por medio de una metodología basada en la experimentación y simulación aleatorias desde un enfoque frecuentista. Es una propuesta suficiente para abordar los contenidos en las etapas del segundo y tercer ciclo de Primaria y los cuatro cursos de la ESO. Su nombre se debe a que se pone mayor énfasis en la simulación, experimentación y análisis que en la exposición de información. El Azar y la Probabilidad tratan, sobre todo, de experimentos aleatorios y también pretenden facilitar la adquisición de conocimientos, procedimientos, actitudes y desarrollo de competencias matemáticas, en torno a los bloques de Azar, Probabilidad y Combinatoria, que pueden considerarse como razonables y fundamentales para el alumnado a lo largo de las Etapas Primaria (sobre todo, en el tercer ciclo) y en Secundaria. Su autor, Juan García Moreno, se apoya en el modelo de enseñanza-aprendizaje CAIT (Constructivo, Autorregulado, Interactivo y Tecnológico). Por ello, se puede considerar este tipo de material como muy adecuado para el conocimiento más a fondo de los procesos de enseñanza-aprendizaje, su potencial paralelo para la investigación didáctica, así como, como un material óptimo para una enseñanza de calidad.

Desde hace más de cuarenta años, el Azar y la Probabilidad se incluyen en los currículos de Educación Secundaria, sólo recientemente se ha incorporado a la Educación Primaria (NCTM, 2000; Consejería de Educación, 2007, 2014).

El análisis curricular, en España, pretende el desarrollo del razonamiento de los niños y niñas, además de la capacidad de cálculo, con actividades como la

experimentación o la simulación, la formulación de predicciones y de conclusiones basadas en los datos. Esto implica un aumento del tiempo dedicado al enfoque frecuencial de la Probabilidad.

El éxito de los nuevos programas depende fuertemente de la formación del profesorado, quien tiene un papel esencial al interpretar el currículo y adaptarlo a las circunstancias específicas de sus estudiantes (Batanero y Díaz, 2012).

Pocas de las investigaciones sobre el conocimiento y desarrollo profesional del profesorado de Matemáticas se centran en la Probabilidad y los resultados de las existentes indican que una parte del profesorado mantiene, inconscientemente, una variedad de dificultades y errores en Probabilidad que podrían transmitir a sus estudiantes (Batanero, Biehler, Engel, Maxara y Vogel, 2005; Ortiz, Mohamed, Batanero, Serrano y Rodríguez, 2006; Contreras, 2011). En España los nuevos planes de estudio ofrecen la posibilidad de mejorar la formación del futuro profesorado al proporcionar un mayor número de créditos dedicados a las Matemáticas y su didáctica.

El informe PISA 2012 (Programme for International Student Assessment) evalúa los conocimientos y destrezas del alumnado de 15 años en las áreas de Matemáticas, Lectura y Ciencias; la primera es el área principal con una duración de una hora y veinte minutos, que utiliza como instrumento un cuestionario cumplimentado por el alumnado y por la dirección de los centros educativos. Dicha evaluación intenta reflejar los contenidos matemáticos que el alumnado ha tenido la oportunidad de aprender hasta los 15 años de edad.

En el año 2012, PISA contó con una población mundial de 28.000.000 de jóvenes de 15 años de edad, en la que se incluían 373.691 de nacionalidad española. Los estudiantes españoles evaluados fueron 25.313, que representan el 6,7% mundial. España obtuvo 484 puntos en Matemáticas, 10 puntos menos que el promedio de la OCDE, y alcanzó la posición número 25.

Objetivos

El *objetivo general* será recabar información sobre las necesidades formativas del profesorado de Educación Primaria y Secundaria, respecto a su conocimiento matemático relativo al Azar y a la Probabilidad y analizar algunos recursos didácticos que consideramos útiles para atender estas necesidades.

El objetivo general contempla los siguientes específicos:

O1. Analizar los contenidos del Azar y la Probabilidad presentados en los documentos curriculares de Educación Primaria y Secundaria.

Este objetivo se requiere para fundamentar la construcción de nuestros cuestionarios.

O2. Proporcionar alguna información sobre el conocimiento matemático de la Probabilidad y evaluarlo en una muestra de profesorado de Educación Primaria y Secundaria.

Debido a la novedad del tema, el profesorado de Educación Primaria ha recibido una escasa formación en Azar y Probabilidad; pues no la han estudiado durante la Educación Primaria y en la Educación Secundaria se dedica poco tiempo al contenido (Serradó, Azcárate, y Cardeñoso, 2006).

O3. Evaluar el empleo de algunos recursos didácticos que sirvan para ayudar al profesorado en ejercicio, o futuro profesorado, respecto a las limitaciones observadas en su conocimiento común y especializado del contenido del Azar y la Probabilidad.

Se evalúa la actividad matemática ligada a los recursos y, en particular, las posibles dificultades en el trabajo con ellos.

O4. Evaluar la evolución en el conocimiento matemático sobre Probabilidad del profesorado como consecuencia de una actividad formativa basada en el LABAPC (Laboratorio Básico de Azar, Probabilidad y Combinatoria).

Se espera que con la aplicación del LABAPC mejore el rendimiento académico

del alumnado y del profesorado de la Educación Obligatoria, así como su conocimiento profesional sobre el Azar y la Probabilidad.

Metodología

En este trabajo se sigue la siguiente metodología:

- Evaluación del conocimiento matemático de profesorado en ejercicio y de futuro profesorado de Educación Primaria y Secundaria.
- Análisis de recursos didácticos, gráficos e informáticos. Se realiza el análisis semiótico de posibles soluciones a los problemas implicados en los recursos, dificultades potenciales y la idoneidad didáctica de los recursos.
- Evaluación de una experiencia de formación de profesorado con LABAPC.

Muestra

Para elegir la muestra de los docentes se realizó un muestreo aleatorio simple; concretamente, fueron evaluados 70 profesores y profesoras en ejercicio (35 de cada una de las etapas) y 88 futuros profesores y profesoras (52 de Educación Primaria y 36 de Secundaria) de la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria, del Grado de Educación Primaria y del Máster de Formación del Profesorado del ámbito Científico-Tecnológico, respectivamente.

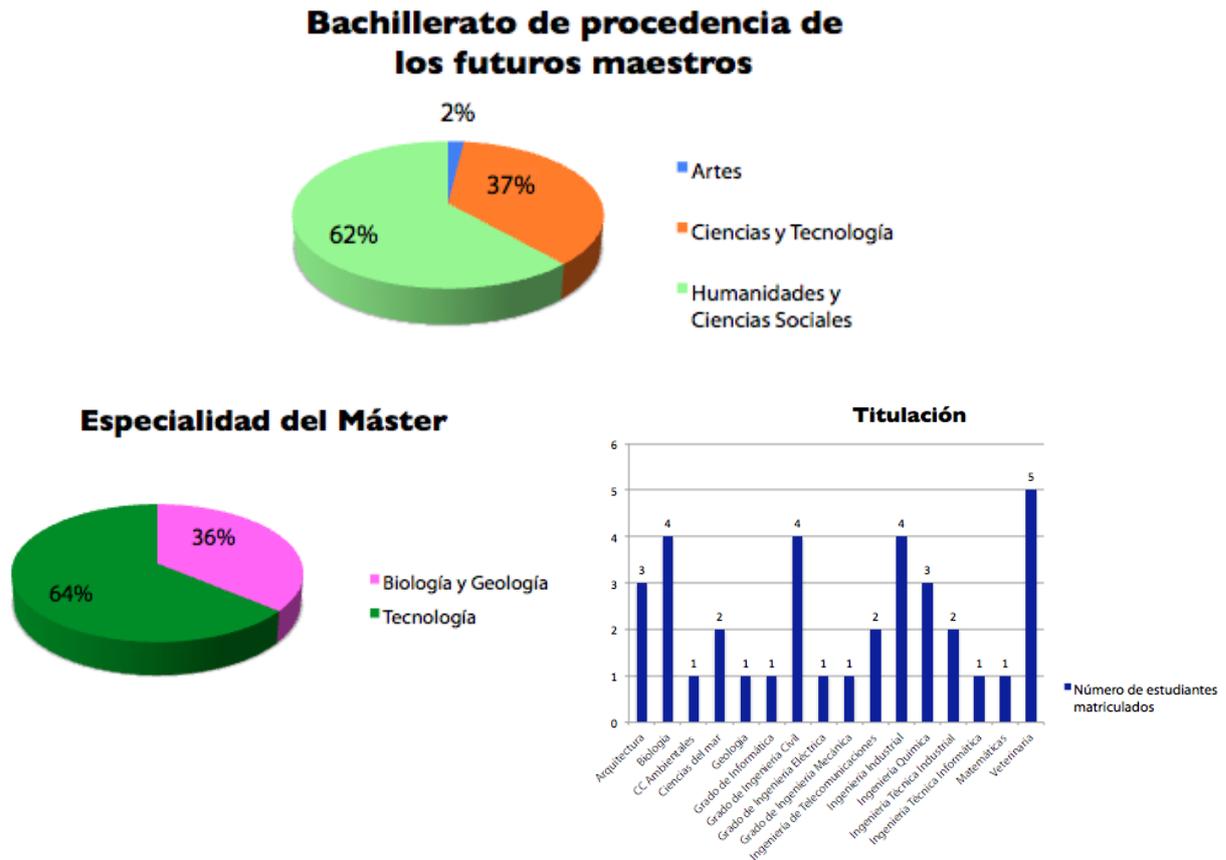


Figura 1. Procedencia de los futuros docentes evaluados.

Instrumento

Para evaluar el conocimiento matemático del profesorado se ha diseñado un cuestionario basado en los estudios de Green (1983), Fischbein y Gazit (1984) y el trabajo de Godino, Batanero y Cañizares (1987). Los ítems elegidos se justifican ya que sus enunciados forman parte de los contenidos del currículo de la Comunidad Autónoma de Canarias, lo que nos permite analizar el conocimiento matemático de una muestra de profesorado y futuro profesorado de la Educación Obligatoria, así como los distintos recursos didácticos que emplean en el aula. En el anexo se encuentran los distintos ítems del cuestionario.

Procedimiento

La recogida de datos se realizó durante el segundo cuatrimestre del curso 2013-2014 y el primero del 2014-2015. Las orientaciones para cumplimentar el cuestionario, tiempo disponible e instrucciones fueron las mismas en todos los grupos de profesorado. Para la recogida de datos se contactó con algunos profesores y profesoras de Matemáticas de distintos centros de la isla de Gran Canaria.

Resultados

A continuación, se muestran los resultados obtenidos en las respuestas del profesorado a los diferentes ítems. Se realizan cuatro análisis de los datos con el fin de detectar los posibles sesgos o dificultades que presentan estos en el Azar y la Probabilidad.

Análisis 1

Se comparan los resultados de los cuatro grupos de nuestra muestra por separado (docentes y futuros docentes de Educación Primaria con profesorado y futuro profesorado de Educación Secundaria).

Ítem	Maestros (as) en ejercicio (n=35)		Futuros(as) maestros(as) (n=52)		Profesorado en ejercicio (n=35)		Futuro Profesorado (n=36)	
	Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje
1	29	82,86	51	98,08	33	94,29	33	91,67
2	30	85,71	49	94,23	32	91,43	35	97,22
3	35	100	48	92,31	35	100	35	97,22
4	28	80	41	78,85	33	94,29	35	97,22
5	16	45,71	26	50	22	62,86	20	55,56
6	22	62,86	23	44,23	33	94,29	23	63,89
7	26	74,29	38	73,08	32	91,43	32	88,89
8	20	57,14	38	73,08	33	94,29	28	77,78
9	0	0	15	28,85	20	57,14	2	5,56
10	0	0	0	0	13	37,14	0	0
11	1	2,86	1	1,92	32	91,43	19	52,78
12	15	42,86	15	28,85	27	77,15	17	47,22

Tabla 1. Resultados en los ítems 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 y 12.

En la Tabla 1 se presentan las diferentes respuestas encontradas, junto con el porcentaje para cada ítem, en los cuatro grupos de nuestra muestra. Como ocurría en la muestra global, el ítem 3 que hace referencia a comparar la probabilidad de un mismo suceso en dos experimentos aleatorios diferentes es el que ha obtenido un 97,38% de respuestas acertadas. Mientras que los ítems 9 (ley del Azar), 10 (Combinatoria) y 11 (Probabilidad condicional) fueron los que alcanzaron peores resultados, con un 22,89%, 9,29% y 37,25%, respectivamente. Si observamos cada uno de los grupos de nuestra muestra, en el ítem 9, los resultados de los maestros y maestras son del 0% y los de los futuros maestros y maestras el 28,85% y el 0% para el ítem 10, un 2,86% y 1,92%, respectivamente, en el ítem 11, mientras que el profesorado de Secundaria obtuvo 57,14%, 37,14% y 91,43% y el futuro profesorado 5,56%, 0% y 52,78% para los mismos ítems.

Los tres últimos ítems hacen referencia a los recursos didácticos empleados en el aula o en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Analizándolos llegamos a la conclusión de que la mayoría del profesorado participante emplea el libro de texto

y la calculadora como herramientas de apoyo a la hora de impartir sus clases en el aula (Tabla 2).

	Maestros(as) en ejercicio (n=35)		Futuros(as) maestros(as) (n=52)		Profesorado en ejercicio (n=35)		Futuro Profesorado (n=36)	
	Frecuen.	Porcent.	Frecuen.	Porcent.	Frecuen.	Porcent.	Frecuen.	Porcent.
Libro de texto	0	0	1	1,92	0	0	3	8,33
Calculadora	0	0	8	15,38	0	0	3	8,33
Libro de texto y calculadora	23	65,71	33	63,46	25	71,43	26	72,22
Otros	12	34,29	10	19,23	10	28,57	4	11,11
LABA-PC	0	0	44	84,62	0	0	0	0

Tabla 2. Resultados en los ítems 13, 14 y 15.

Análisis 2

Se analiza el número de respuestas correctas de cada uno de los grupos de nuestra muestra (Figura 2). Dicho número ha fluctuado entre 1 y 9 para el profesorado de Primaria, entre 3 y 10 para el futuro profesorado de Primaria, entre 3 y 12 para el profesorado de Secundaria y entre 6 y 10 para el futuro profesorado de Secundaria. Respecto a los grupos de docentes y futuros docentes de Educación Primaria, tenemos que el 68,57% y el 65,38%, respectivamente, contestó correctamente entre 6 y 9 ítems. Mientras que el 91,43% del profesorado de Secundaria contestó correctamente entre 9 y 12 ítems; por su parte el 97,21% del futuro profesorado obtuvo entre 6 y 9 respuestas correctas. En ninguno de los dos grupos, un docente ha contestado erróneamente todos los ítems, si bien hay que señalar que el porcentaje de docentes con el número de aciertos más bajo fue del 2,86% para ambos grupos, que se corresponde con 1 ítem correcto en el caso de los docentes de Primaria y con 3 ítems correctos en el caso del profesorado de

Secundaria. Sin embargo, en el caso de los futuros docentes de Primaria es del 5,77% con 3 ítems y del 19,44% con 6 ítems para el futuro profesorado de Secundaria.

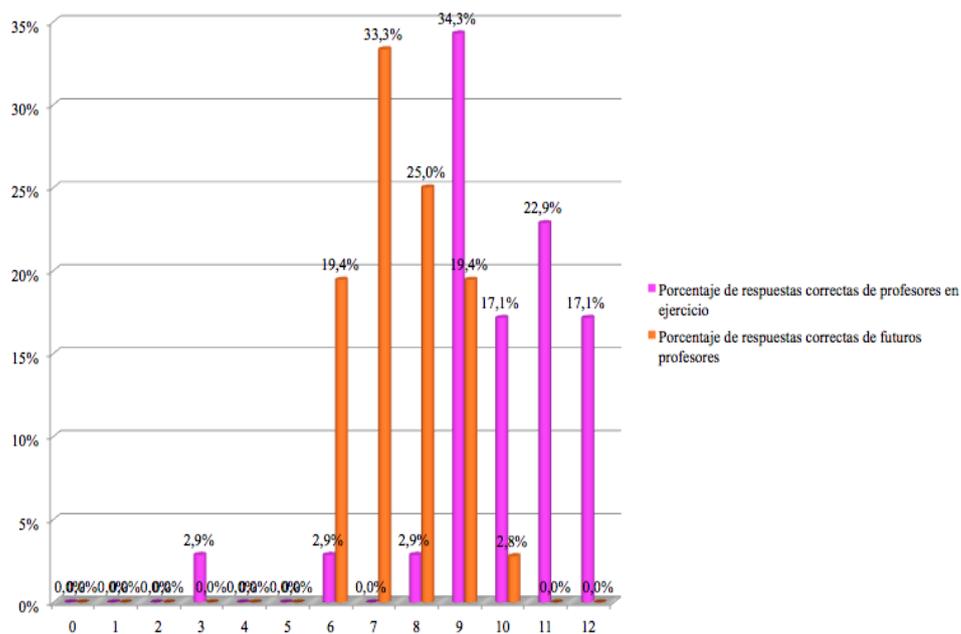
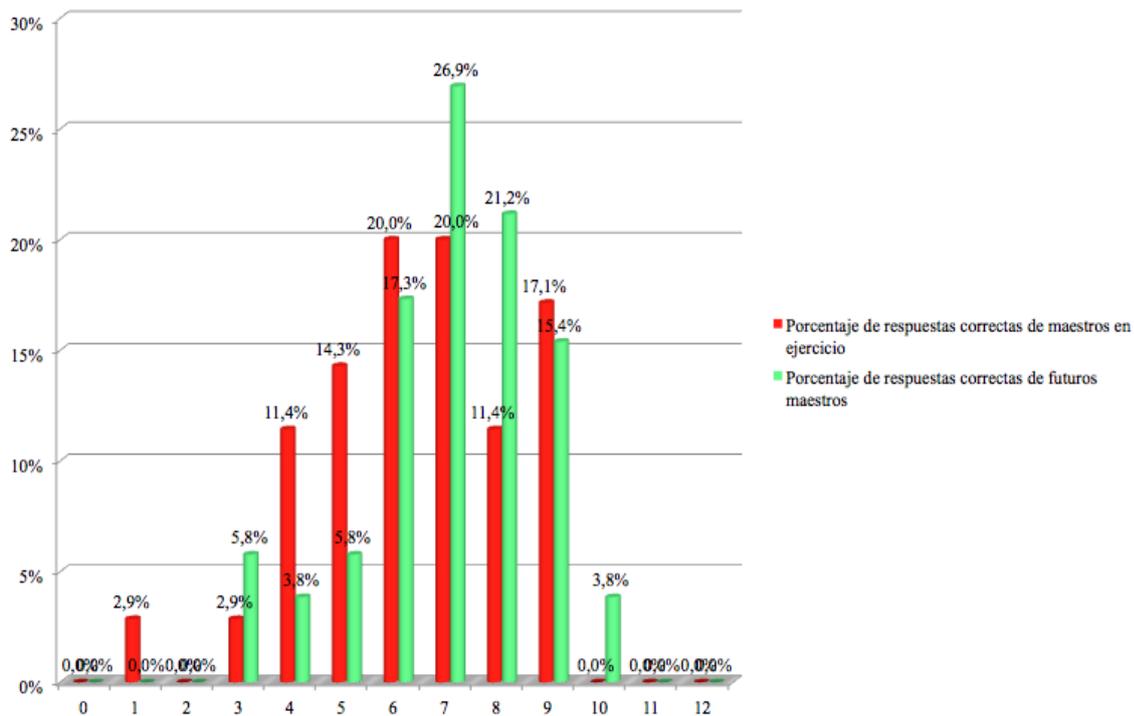


Figura 2. Número de ítems correctos por profesorado.

Los valores descriptivos de las muestras, que recogemos en la Tabla 3, indican que el valor medio de respuestas correctas fue inferior para el grupo de los docentes de Primaria, con 6,34 y 7 respuestas correctas de media con respecto al 9,86 y 7,53 de media de respuestas correctas de la muestra del profesorado de Secundaria.

	Maestros(as) en ejercicio (n=35)	Futuros(as) maestros(as) (n=52)	Profesorado en ejercicio (n=35)	Futuro Profesorado (n=36)	Muestra global
Media	6,34	7	9,86	7,53	7,61
Desviación típica	1,91	1,69	1,79	1,09	2,08
Mínimo	1	3	3	6	1
Máximo	9	10	12	10	12

Tabla 3. Análisis descriptivo de ítems correctos por profesorado.

Análisis 3

Este análisis trata de conocer si existe relación entre el número correcto de ítems de respuesta única e ítems de respuesta abierta para así poder detectar los posibles sesgos en razonamiento probabilístico del profesorado. Para ello, se calcula el coeficiente de correlación lineal de Pearson, y se obtienen los resultados que recogemos en la Tabla 4:

Coefficiente de correlación lineal de Pearson	Muestra global de profesorado en ejercicio	Maestros(as) en ejercicio (n = 35)	Profesorado en ejercicio (n = 35)	Muestra global de futuro profesorado	Futuros(as) maestros(as) (n = 52)	Futuro profesorado (n = 36)
r	0,74	0,34	0,70	0,40	0,46	0,21

Tabla 4. Coeficiente de correlación lineal de Pearson de cada muestra.

Todos los coeficientes de correlación lineal observados son positivos por lo que existe una relación de dependencia positiva entre las variables, es decir, a medida que aumenta el número de respuestas correctas en los ítems de opción única aumenta el número de respuestas correctas en los correspondientes a respuesta

abierta. Sin embargo, centrandó nuestra atención en las muestras globales, cabe destacar que, en el caso del profesorado en ejercicio se tiene $r=0,74$, por tanto, existe una relación fuerte entre las variables, mientras que en el del futuro profesorado se ha obtenido $r=0,40$, que indica una relación débil. Si observamos cada uno de los grupos de las muestras, este refleja que los docentes de Primaria en ejercicio presentan una relación más débil ($r=0,34$) que la de los futuros docentes ($r=0,46$). Por el contrario, el profesorado en ejercicio supera al futuro profesorado pues se alcanza un $r=0,70$, es decir, existe una relación fuerte.

Análisis 4

Por un lado, se comprueba la existencia de relación entre las respuestas correctas en los 12 ítems y la categoría del profesorado. Como consecuencia, se ha realizado un test Chi-cuadrado de contraste de hipótesis para determinar si se rechaza o no la idea de independencia entre la categoría del docente y sus conocimientos en Azar y Probabilidad. Así, hemos obtenido Chi-cuadrado = 48,86; g.l.=11; $p=0,05$. Por tanto, los resultados son estadísticamente muy significativos y se rechaza la hipótesis de independencia.

Por otro lado, se quiere conocer si el hecho de introducir la asignatura de *Matemáticas y su didáctica III* y el recurso didáctico *LABAPC* en el Grado de Educación Primaria influye o no a la hora de responder a los 12 ítems. Para ello, se ha llevado a cabo un test Chi-cuadrado de contraste de hipótesis para determinar si se rechaza o no la idea de independencia entre los docentes de Primaria en ejercicio y los futuros docentes y sus conocimientos en Azar y Probabilidad. En este caso, hemos obtenido Chi-cuadrado = 14,34; g.l.=11; $p=0,05$. Por tanto, los resultados son estadísticamente muy significativos y se rechaza la hipótesis de independencia.

También, se ha realizado el mismo contraste que el anterior al profesorado en ejercicio y al futuro profesorado de Educación Secundaria, con Chi-cuadrado= 29,14; g.l.=11; p=0,05. Por tanto, los resultados son estadísticamente muy significativos y se rechaza la hipótesis de independencia.

Conclusiones

Una vez analizado el cuestionario, se concluye que la mayoría de las muestras analizadas presentan dificultades a la hora de resolver problemas en los que se tienen que aplicar la regla de Laplace (ítem 9), Combinatoria (ítem 10), Probabilidad de la intersección de sucesos dependientes (ítem 11) y comparación de probabilidades de experimentos compuestos e independientes (ítem 12). Concretamente, el ítem 9 no fue contestado por ningún docente de Primaria en ejercicio, y el 10 sólo fue contestado correctamente por el profesorado en ejercicio. Mientras que el ítem 12 fue contestado intuitivamente por los docentes de Primaria en ejercicio y los futuros docentes de Primaria y Secundaria debido a que no han realizado los cálculos matemáticos necesarios. Como consecuencia, el número de ítems correctos difiere, por término medio, casi en una unidad para los futuros(as) maestros(as) frente a los docentes en ejercicio y de casi tres para el profesorado en ejercicio con el futuro profesorado. Por tanto, la relación existente entre el número de ítems de respuesta única y los de respuesta abierta es débil para todas las muestras, excepto para el profesorado en ejercicio. Destacamos que el futuro profesorado de Secundaria ha sido el que menor coeficiente de correlación lineal ha obtenido, por consiguiente, son los que presentan más sesgos en razonamiento probabilístico, ya indicados anteriormente. Por ello, podemos afirmar que la categoría del docente depende de sus conocimientos matemáticos sobre el Azar y la Probabilidad, como es lógico esperar, ya que el profesorado en ejercicio de Secundaria posee más que los docentes de Primaria en ejercicio, dado

que estos últimos han carecido, hasta el momento, de una formación inicial suficientemente sólida sobre dichos temas. Sin embargo, el hecho de introducir en el Grado de Educación Primaria la asignatura de *Matemáticas y su didáctica III* y el empleo del recurso didáctico LABAPC, nos permite afirmar que se podría producir una mejora en el conocimiento sobre el Azar y la Probabilidad de los futuros docentes de Educación Primaria.

Referencias bibliográficas

- Batanero, C., Biehler, R., Maxara, C., Engel, J., y Vogel, M. (2005). Using simulation to bridge teacher content and pedagogical knowledge in probability. In *15th ICMI Study Conference: The Professional education and development of teachers of mathematics*.
- Batanero, C., Díaz, C. (2012). Training school teachers to teach probability: reflections and challenges. *Chilean Journal of Statistics*, 3(1), 3-13.
- Contreras, J. M. (2011). *Evaluación de conocimientos y recursos didácticos en la formación de profesores sobre Probabilidad condicional* (Doctoral dissertation, Tesis Doctoral. Universidad de Granada).
- Fischbein, E. y Gazit, A. (1984). Does the teaching of probability improve probabilistic intuitions? *Educational Studies in Mathematics*, 15(1), 1-24.
- Godino, J.D. (2003). *Teoría de las funciones semióticas. Un enfoque ontológico-semiótico de la cognición e instrucción matemática*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. En <http://www.ugr.es/local/jgodino>

- Godino, J.D., Batanero, C., y Cañizares, M. J. (1987). *Azar y Probabilidad. Fundamentos didácticos y propuestas curriculares*. Madrid, España: Síntesis.
- Green, D.R. (1983). A survey of probabilistic concepts in 3000 pupils aged 11-16 years. En D.R. Grey et al. (Eds.), *Proceedings of the First International Conference on Teaching Statistics*, 2, 766-783. Universidad de Sheffield: Teaching Statistics Trust.
- Hill, H.C., Ball, D.L., y Schilling, S. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(4), 372-400.
- Ortiz, J., Mohamed, N., Batanero, C., Serrano, L., y Rodríguez, J.D. (2006). Comparación de probabilidades en maestros en formación. En P. Bolea, M. J. González y N. Moreno (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Actas del X Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (268-276). Huesca, España: SEIEM.
- Serradó, A., Azcárate, P., & Cardeñoso, J.M. (2006). Analyzing teacher resistance to teaching probability in compulsory education. In *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*.
- MEC (2013). *Marcos y pruebas de evaluación de PISA 2012: Matemáticas*. http://www.mecd.gob.es/inee/Ultimos_informes/PISA-2012.html [consulta: 27 de febrero de 2015]
- MEC (2013). *Programa para la Evaluación Internacional de los Alumnos (PISA 2012)*. http://www.mecd.gob.es/inee/Ultimos_informes/PISA-2012.html [consulta: 3 de marzo de 2015]

Anexo

Cuestionario

Ítem 1: Una ficha redonda es roja por una cara y verde por la otra. Se sostiene con la cara roja hacia arriba y se lanza al aire. Da vueltas en el aire y después cae al suelo. ¿Qué cara tiene más posibilidades de salir? ¿O, piensas que no hay ninguna diferencia entre las dos? Señala la respuesta correcta:

- (A) La cara roja tiene más ___
posibilidades
- (B) La cara verde tiene más ___
posibilidades
- (C) No hay ninguna diferencia ___
- (D) No lo sé ___

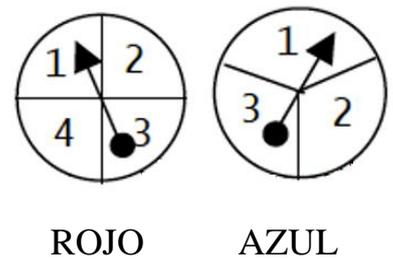
Ítem 2: Una clase de matemáticas tiene 13 niños y 16 niñas. Cada nombre de los alumnos se escribe sobre un trozo de papel. Todos los trozos se ponen en un sombrero. El profesor saca uno sin mirar. Señala la frase correcta:

- (A) Es más probable que el nombre sea de un niño que ___
de una niña
- (B) Es más probable que el nombre sea de una niña que ___
de un niño
- (C) Es igual de probable que sea un niño que una niña ___
- (D) No lo sé ___

Ítem 3: La figura muestra dos discos (ruletas) que tienen agujas que una vez giradas se detienen y apuntan a un número. ¿Con qué disco es más fácil obtener

un 3? Señala la respuesta correcta:

- (A) Es más fácil obtener 3 en el disco rojo _____
- (B) Es más fácil obtener 3 en el disco azul _____
- (C) Los dos discos dan la misma posibilidad _____
de obtener 3
- (D) No lo sé _____



¿Por qué eliges esa respuesta?

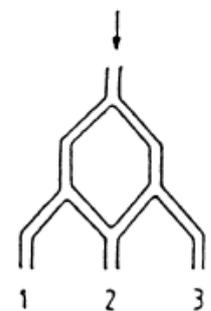
Ítem 4: Una moneda se lanza al aire cinco veces y sale CARA las cinco veces.

Señala la frase que consideres correcta:

- (A) La próxima vez es más probable que otra vez salga _____
CARA
- (B) La próxima vez es más probable que salga CRUZ _____
- (C) La próxima vez es igual de probable que salga CARA _____
o CRUZ
- (D) No lo sé _____

Ítem 5: Supón que dejamos caer muchas bolas en el conjunto de canales dibujado. Señala la frase que mejor describa dónde esperas tú que vayan las bolas.

- (A) Por cada canal pasará aproximadamente el mismo _____
número de bolas.
- (B) Por 2 pasarán aproximadamente el doble de bolas que _____
por 1 o 3
- (C) Aproximadamente la mitad pasarán por 1 y la mitad _____
por 3.



(D) Unas pocas pasarán por 1, casi todas por 2 unas pocas ____
por 3.

(E) Ninguna de éstas. ____

Ítem 6: Olivia y Juana van a comprar un billete de lotería y sólo quedan dos números: el 123456 y el 378146. Olivia prefiere jugar al primero, porque dice que es más fácil que en un sorteo resulten los números consecutivos. Juana, por el contrario, opina que la lotería es algo azaroso y, por tanto, el número 378146 tiene más posibilidades de salir. ¿Cuál es tu opinión respecto a las dos actitudes, la de Olivia y la de Juana?

Ítem 7: Pablo tiene 100 bolas blancas y 50 negras en una caja. Miguel tiene en su caja 200 bolas blancas y 100 negras. Sin mirar, cada uno toma una bola de su propia caja. Compara sus posibilidades de extraer una bola negra. Marca con una X la respuesta correcta:

- a) Pablo tiene mayor posibilidad de extraer una bola negra
- b) Miguel tiene mayor posibilidad de extraer una bola negra
- c) Sus posibilidades de extraer una bola negra son iguales
- d) Es imposible dar una respuesta con los datos del problema

Ítem 8: Pilar tiene 10 años. En su caja hay 40 bolas blancas y 20 negras. Rosa tiene 8 años. En su caja hay 30 bolas blancas y 15 negras. Cada una saca una bola de su propia caja sin mirar. Rosa opina que Pilar tiene mayor posibilidad de extraer una bola blanca porque ella es mayor, y por tanto es la más inteligente de las dos. ¿Cuál es tu opinión sobre esto?

Ítem 9: Se lanzan dos dados; si la suma de puntos obtenidos es mayor que siete el jugador gana; si vale siete, la tirada es nula, y si es inferior a siete, el jugador pierde ¿Cuál es la probabilidad de ganar? ¿Es equitativo este juego?

Ítem 10: A un congreso de científicos asisten 100 congresistas. De ellos, 80 hablan francés y 40 inglés. ¿Cuál es la probabilidad de que 2 congresistas elegidos al Azar no puedan entenderse sin intérprete?

Ítem 11: Supongamos que una urna contiene 3 bolas rojas y 2 blancas y nos preguntamos cuál será la probabilidad de que, tomando 3 bolas de la urna, sin reemplazamiento, las 3 sean rojas.

Ítem 12: Cada uno de los motores de un avión puede averiarse durante un vuelo, con probabilidad 0,01. El avión puede continuar su vuelo si funcionan al menos la mitad de los motores. ¿Qué es más seguro, un avión de 2 o de 4 motores?

Ítem 13: Analizando los distintos recursos didácticos disponibles para la enseñanza y aprendizaje de la probabilidad, ¿cuáles son los que has utilizado en tu proceso de enseñanza-aprendizaje?

(A) Libro de texto _____

(B) Calculadora _____

(C) Ambos _____

Otros. _____

En caso de ser otros, ¿cuáles?

Ítem 14: ¿Qué recursos educativos en Internet sobre Probabilidad conoces? ¿Los has utilizado en tu proceso de enseñanza-aprendizaje?

Ítem 15: ¿Conoces el recurso didáctico LABAPC? En caso afirmativo, especificar para qué materia lo ha empleado y el porqué de su uso.

(A) Sí

(B) No