

# La identificación de la tendencia, estocástica o determinista, en series temporales económicas

José Angel Roldán Casas

**Resumen.** Este trabajo pone de manifiesto que las características que presenta una serie temporal generada por un proceso con tendencia estocástica son muy diferentes a las que tiene una serie generada mediante un proceso con tendencia determinista. Un error en la especificación de la tendencia a la hora de identificar el proceso generador de una serie temporal tiene una grave repercusión desde un punto de vista económico, tanto en el análisis estructural como en la estimación de pronósticos a medio y largo plazo. Así, para evitar incurrir en el citado error es imprescindible la consideración y análisis de la tendencia de la serie como paso previo a su modelización. Finalmente, se realiza un análisis empírico del comportamiento gráfico de la tendencia estocástica y determinista con la idea de facilitar la identificación de la naturaleza de la tendencia en la práctica.

**Palabras clave.** series temporales, no estacionariedad, tendencia determinista, tendencia estocástica, raíz unitaria.

**Abstract.** This paper shows that the characteristics of a time series generated by a process with stochastic trend are very different from those of a time series generated by a process with deterministic trend. An error in the specification of the trend when identifying the generating process of a time series has serious repercussions from an economic point of view, both in structural analysis and in the long run forecasting. Thus, in order to avoid incurring in the aforementioned error, it is essential to consider and analyse the trend of the series as a previous step to its modelling. Finally, the graphical behaviour of the stochastic and deterministic trend is analysed empirically with the idea of facilitating the identification of the nature of the trend in practice.

**Keywords.** Time series, non-stationary, deterministic trend, stochastic trend, unit root.

## 1 Introducción

Desde siempre ha existido la necesidad de conocer qué puede suceder en el futuro, es decir, de realizar predicciones sobre la evolución futura de determinados fenómenos (económico, meteorológico, demográfico, ...) que ayuden a tomar determinadas decisiones. Así, una familia necesita estimar sus ingresos futuros para poder pedir un crédito; una empresa precisa predecir las ventas que va a tener en un ejercicio económico para poder evaluar sus ingresos y planificar su tesorería; un ayuntamiento debe hacer predicciones de la recaudación de impuestos, de sus gastos de personal y de otros gastos para poder elaborar sus presupuestos anuales; una persona puede estar interesada en el pronóstico del tiempo de cara a elegir su lugar de vacaciones, o simplemente decidir qué incluye en su equipaje; una comunidad puede tener interés en conocer las previsiones de crecimiento de su población por si es necesario tomar alguna medida al respecto (incentivos a la natalidad, por ejemplo),...

Por tanto, el fin de una predicción es la toma de decisiones que dependen de acontecimientos futuros (en base a lo que se prevé que va a suceder en el futuro se toma una decisión en el presente, existiendo la posibilidad de que durante el transcurso del horizonte de predicción puedan producirse situaciones que no conduzcan al resultado deseado).

En este contexto, el pronóstico de aquello que todavía no ha acontecido requiere la aplicación de técnicas de predicción, las cuales suelen basarse en la información de lo sucedido en el pasado. Desde un punto de vista

metodológico los métodos de predicción se clasifican en dos grandes grupos: métodos cualitativos y métodos cuantitativos. Las técnicas cualitativas se utilizan en los casos en los que el pasado no proporciona información directa sobre el fenómeno en cuestión (caso, por ejemplo, de productos que aparecen por primera vez en el mercado), siendo la Estadística una herramienta secundaria. Por su parte, para las técnicas cuantitativas, que realizan previsiones de un fenómeno a partir de información registrada sobre su propio pasado, la Estadística es un instrumento fundamental. En particular, cuando la información pasada aparece recogida en forma de serie temporal, que es lo más habitual, a los métodos de previsión cuantitativos se les denomina *análisis de series temporales*.

Las técnicas de análisis de series temporales realizan previsiones de valores futuros de una serie, a partir de la información disponible, en base al proceso generador de la serie en cuestión que resulta de la integración de sus componentes (tendencia, ciclo y error) que pueden ser de naturaleza estocástica o determinista. La aplicación de los métodos más utilizados (Box-Jenkins y clásicos) exige que el modelo identificado cumpla la denominada condición de estacionariedad, lo cual implica inducir la estacionariedad en series no estacionarias mediante una transformación que depende de la naturaleza de la tendencia. No obstante, del análisis del comportamiento de una serie no estacionaria no resulta fácil discriminar entre los dos posibles orígenes de la tendencia, por lo que con frecuencia se incurre en lo que se denomina *error de especificación de la tendencia*.

Aunque desde un punto de vista estructural el error de especificación de la tendencia puede tener poca relevancia (caso en el que el objetivo perseguido con el modelo especificado sea la predicción), desde un punto de vista más económico dicho error sí adquiere mucha importancia pues el hecho de que una serie presente tendencia estocástica o determinista tiene consecuencias muy distintas tanto en la relevancia de la Teoría Económica a la hora de explicar el crecimiento o decrecimiento de la serie, como en la dependencia de la incertidumbre de las predicciones del horizonte de predicción.

Ante esta problemática resulta interesante profundizar en el estudio de las series no estacionarias analizando empíricamente (mediante simulación) los dos tipos de tendencias que pueden provocar dicha no estacionariedad. Asimismo, se exponen las consecuencias estadísticas y económicas que supone un error en la especificación de la tendencia.

## **2 No estacionariedad: tendencia estocástica y determinista**

El objetivo básico perseguido en el análisis de series temporales es la predicción, es decir, la extrapolación de valores futuros de la serie a partir de la información disponible. Para ello será necesario conocer el proceso generador de los datos de la serie en cuestión, que en Economía suele ser el resultado de la integración de sus componentes: la *tendencia*, que refleja la evolución de la serie a largo plazo; el *ciclo* que plasma las posibles oscilaciones que pueden producirse alrededor de la tendencia; y el *error*, que recoge movimientos que no muestran un patrón reconocible y suelen estar provocados por factores imprevisibles (un pedido inesperado a nuestra empresa, una huelga, una ola de calor, etc.).

Las componentes de una serie temporal pueden ser de naturaleza *determinista* o *estocástica*, donde la determinista, a diferencia de la estocástica, se caracteriza porque es totalmente predecible en el tiempo. En cualquier caso, las técnicas empleadas en el análisis de series temporales tratan de conocer el proceso generador de la serie identificando sus componentes y la forma en la que se integran. En este sentido, las denominadas técnicas de análisis univariante realizan las previsiones de valores futuros de una serie a partir de modelos basados en el tiempo y utilizando como información únicamente la contenida en los valores pasados de la serie en cuestión. Más concretamente, el análisis univariante de una serie temporal se puede abordar desde dos enfoques distintos –que pueden combinarse– según que se considere que la serie ha sido generada por un proceso estocástico (*metodología Box-Jenkins*) o por un proceso determinista (*métodos clásicos*), asumiendo que las componentes tendencia y ciclo son de naturaleza estocástica, en el primer caso, y determinista en el segundo.

En el marco de los procesos estocásticos se utilizan los denominados modelos autorregresivos-medias móviles o ARMA( $p,q$ ) para modelizar el comportamiento de una serie temporal, mientras que los métodos clásicos recurren a modelos que combinan (de forma aditiva o multiplicativa) funciones del tiempo. En ambos casos, es necesario que el modelo identificado y, por ende, la serie, cumpla ciertas condiciones entre las que se encuentra la de estacionariedad (la media, varianza y covarianza del proceso generador de la serie no dependen del tiempo).

No obstante, la realidad es que la mayoría de las series de tiempo asociadas a fenómenos económicos son no estacionarias, pues presentan una tendencia cuyo origen puede ser, como ya se ha comentado, determinista o estocástico. En concreto, la tendencia determinista viene provocada por el hecho de que el mecanismo generador de la serie estudiada es una función del tiempo, mientras que la estocástica se debe a la presencia de una raíz unitaria en la componente autorregresiva del proceso generador. En cualquier caso, es evidente que, para

modelizar el proceso generador de una serie no estacionaria, es necesario inducir en ella la estacionariedad mediante una transformación que depende del tipo de técnica univariante aplicada. Así, en el enfoque estocástico la estacionariedad se suele alcanzar mediante la operación de diferenciación, mientras que en los métodos clásicos se requiere sustraer de la serie que presenta tendencia determinista la estimación de la función del tiempo que provoca dicha tendencia.

Por tanto, para poder aplicar la transformación que requiere una serie no estacionaria es necesario identificar, previamente, la naturaleza (estocástica o determinista) de la tendencia que lleva asociada, para lo que resulta de gran ayuda el examen visual que se comenta en la siguiente sección.

### 3 Análisis visual de la tendencia en una serie temporal

La propensión de una serie temporal a moverse en una dirección (*tendencia*) es evidencia de no estacionariedad lo cual implica que la media, varianza y/o covarianza de su proceso generador dependen del tiempo, traduciéndose cada caso en un comportamiento gráfico característico. Por tanto, la estacionariedad o no de una serie temporal y, en su caso, la naturaleza (estocástica o determinista) de la tendencia que pudiera presentar, pueden ser evidenciadas a partir de un examen visual de su comportamiento.

#### 3.1 Estacionariedad

Según indican Box y Jenkins (1976), si existe algún valor en torno al cual la serie va oscilando, pero sin alejarse de forma permanente de dicho valor, entonces se puede considerar que la serie es estacionaria en media. Si, además, las oscilaciones son de amplitud constante, la serie será también estacionaria en varianza. Tal es el comportamiento de la serie de tamaño  $T=100$  generada a partir del proceso estacionario

$$Y_t = 0.6Y_{t-1} + e_t \quad t=1,2,\dots, T \quad (1)$$

$$Y_0 = 0; e_t \sim N(0,1)$$

y que aparece representada en el gráfico 1.

#### Serie estacionaria generada mediante el proceso

$$Y_t = 0.6Y_{t-1} + e_t \quad (Y_0 = 0; \sigma_e^2 = 1)$$

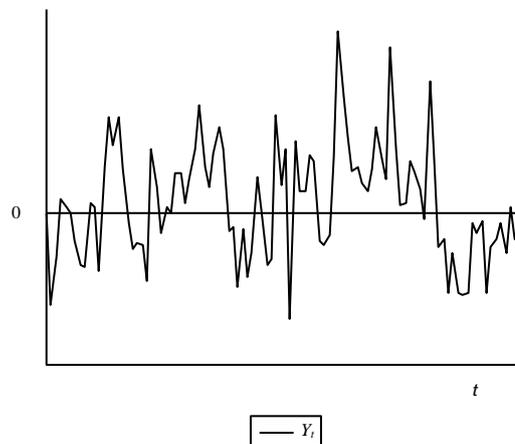


Gráfico 1: Elaboración propia

#### 3.2 Tendencia estocástica

La tendencia estocástica se asocia con un deambular de la serie, esto es, con una lenta oscilación de la serie arriba y abajo alrededor de un valor sin mostrar afinidad hacia un determinado nivel, que se produce cuando existe una raíz unitaria en la parte autorregresiva de su proceso generador. Por ejemplo, las series de tamaño  $T=100$  generadas mediante el paseo aleatorio

$$Y_t = Y_{t-1} + e_t \quad t=1,2,\dots, T \quad (2)$$

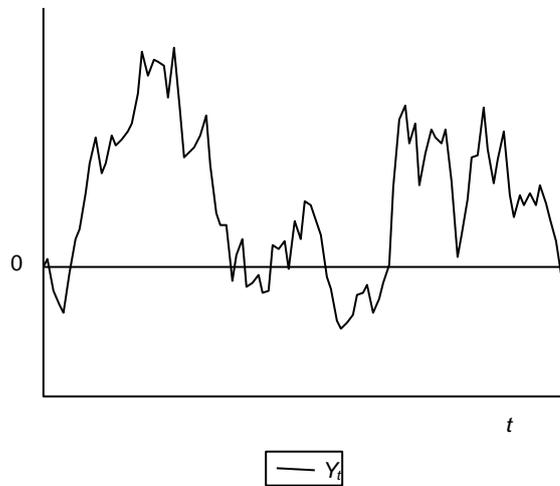
$$Y_0 = 0; e_t \sim N(0,1)$$

presentan el comportamiento comentado (gráficos 2 y 3). En concreto, la raíz unitaria presente en el proceso (2) implica no estacionariedad en varianza, circunstancia que se traduce en un deambular de las series generadas, arriba y abajo, sin mostrar afinidad hacia su nivel medio que, en este caso, es cero. Cuando una serie presenta el

comportamiento descrito se dice que tiene tendencia estocástica pura, y será típico de series generadas por procesos estocásticos estacionarios en media y no estacionarios en varianza.

**Serie generada mediante un paseo aleatorio**

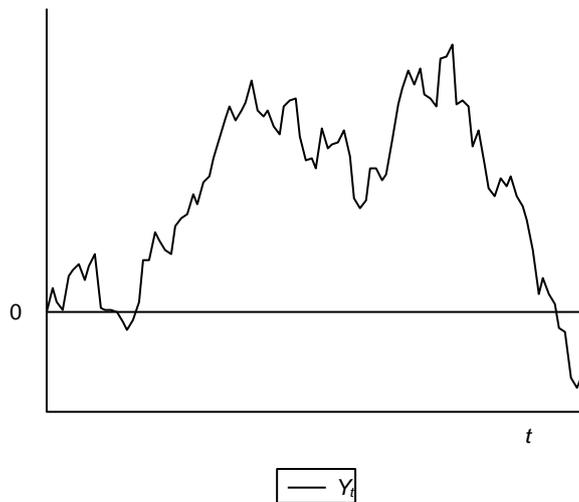
$$(Y_0 = 0; \sigma_e^2 = 1)$$



*Gráfico 2. Elaboración propia*

**Serie generada mediante un paseo aleatorio**

$$(Y_0 = 0; \sigma_e^2 = 1)$$



*Gráfico 3: Elaboración propia*

En ocasiones, un paseo aleatorio puede generar series con una ligera tendencia creciente o decreciente, además del deambular propio de un proceso de este tipo. Tal es el caso de la serie generada mediante

$$Y_t = Y_{t-1} + e_t \quad t=1,2,\dots, 100 \quad (3)$$

$$Y_0 = 0; e_t \sim N(0,4)$$

que presenta (gráfico 4) una ligera tendencia creciente que no debe considerarse persistente. Esto sucede en series de tamaño finito no muy grande pues, es conocido que un proceso con raíz unitaria que no tenga componentes deterministas es, asintóticamente, estacionario en media. Así, es lógico pensar que si la serie generada con el proceso (3) hubiese tenido un tamaño mucho mayor, probablemente no aparecería la ligera tendencia creciente que se observa en el gráfico 4.

### Serie generada mediante un paseo aleatorio

$$(Y_0 = 0 ; \sigma_e^2 = 4)$$

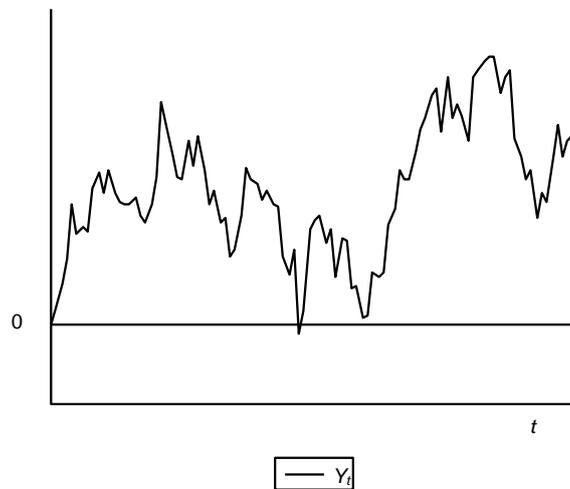


Gráfico 4: Elaboración propia

### 3.3 Tendencia determinista

Una serie con tendencia determinista muestra un crecimiento o decrecimiento persistente oscilando de forma aleatoria alrededor de la senda marcada por la función del tiempo que aparece en el mecanismo de su proceso generador. Ahora bien, esta tendencia determinista puede estar provocada por la presencia explícita de un polinomio en el tiempo en el proceso generador o bien ser inducida por la presencia conjunta, en dicho proceso, de una raíz unitaria y una componente determinista.

Por ejemplo, la serie generada con el proceso

$$Y_t = 0.7 + 0.2t + e_t \quad t=1,2,\dots, 100 \quad (4)$$
$$e_t \sim N(0,1)$$

es una serie con una componente determinista lineal, evidentemente, no estacionaria en media, lo que justifica el crecimiento persistente que se observa en el gráfico 5 (el que la serie crezca o decrezca dependerá del signo del coeficiente de la tendencia determinista lineal  $t$ ). En cambio, la serie es estacionaria en varianza, como pone de manifiesto su oscilación puramente aleatoria de amplitud constante alrededor de la tendencia determinista lineal.

### Serie generada con el proceso

$$Y_t = 0.7 + 0.2t + e_t \quad (Y_0 = 0 ; \sigma_e^2 = 1)$$

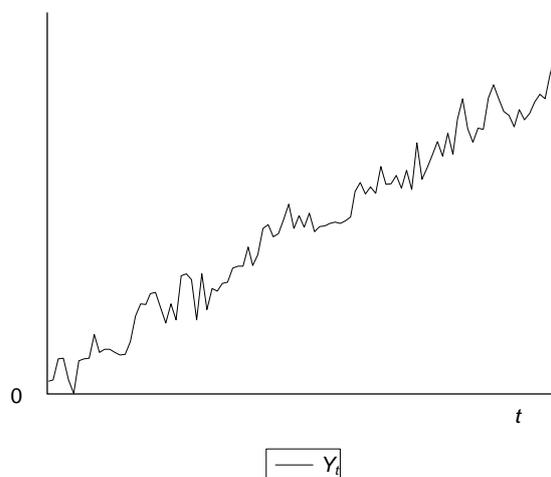


Gráfico 5: Elaboración propia

### 3.4 Tendencia estocástica y determinista

Utilizando los mismos errores simulados en (4), se genera una serie mediante el proceso

$$\begin{aligned} Y_t &= 0.3 + Y_{t-1} + e_t & t=1,2,\dots, 100 \\ Y_0 &= 0; e_t \sim N(0,1) \end{aligned} \quad (5)$$

la cual aparece representada en el gráfico 6. Se trata de un paseo aleatorio con deriva, es decir, un proceso con raíz unitaria que, ante la presencia del término constante, induce una tendencia determinista lineal en la serie que genera. Este extremo se puede comprobar sustituyendo de forma recursiva en la primera ecuación de (5)

$$Y_t = 0.3t + \sum_{i=1}^t e_i$$

donde tendencia persistente no es más que la acumulación a lo largo del tiempo del término constante 0.3.

En este caso, la oscilación de la serie alrededor de la tendencia lineal no parece aleatoria, sino más bien se trata de un deambular alrededor de la tendencia determinista lineal que, inducida por la presencia conjunta de la raíz unitaria y el término constante (deriva), domina el comportamiento global de la serie. Este deambular es lógico, ya que la existencia de raíz unitaria implica la no estacionariedad en varianza de la serie. Por tanto, en estos casos se dice que la serie presenta tendencia estocástica con deriva y su comportamiento es el típico de series generadas mediante procesos no estacionarios ni en media ni en varianza.

#### Serie generada con el proceso

$$Y_t = 0.3 + Y_{t-1} + e_t \quad (Y_0 = 0; \sigma_e^2 = 1)$$

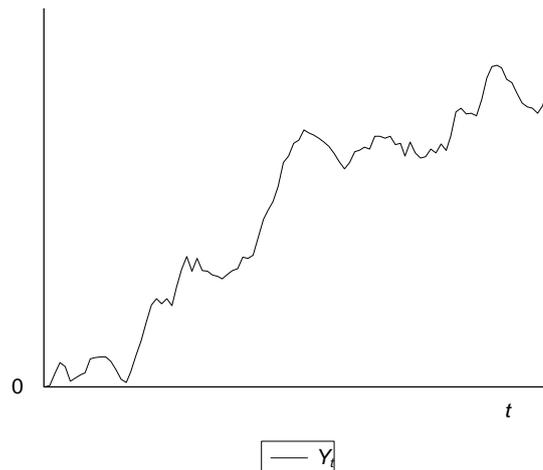


Gráfico 6: Elaboración propia

Circunstancias parecidas se repiten en series que presentan un crecimiento o decrecimiento persistente de tipo parabólico. Así, la serie generada por el proceso

$$\begin{aligned} Y_t &= 0.3 + 0.1t + 0.01t^2 + e_t & t=1,2,\dots, 100 \\ e_t &\sim N(0,4) \end{aligned} \quad (6)$$

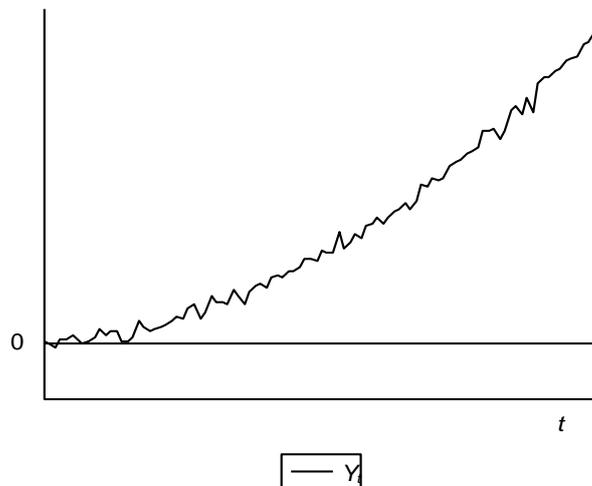
oscila de forma puramente aleatoria alrededor de una tendencia de tipo parabólico (gráfico 7). Será una serie no estacionaria en media y estacionaria en varianza. Por otro lado, con el mismo término de error simulado en (6), se obtiene una serie a partir de

$$\begin{aligned} Y_t &= 0.2 + 0.01t + Y_{t-1} + e_t & t=1,2,\dots, 100 \\ Y_0 &= 0; e_t \sim N(0,4) \end{aligned} \quad (7)$$

En este caso, la serie deambula arriba y abajo alrededor de la tendencia parabólica que, inducida por la presencia conjunta de una raíz unitaria y una componente determinista lineal, dominan el comportamiento global de la serie (gráfico 8). Es, por tanto, una serie con tendencia estocástica y tendencia determinista lineal.

**Serie generada mediante el proceso**

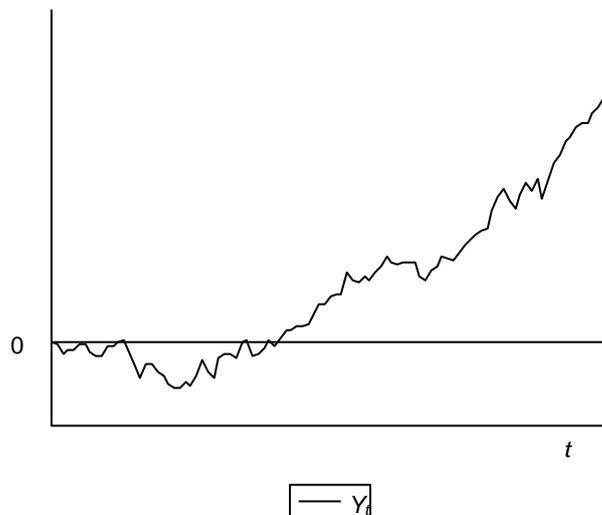
$$Y_t = 0.3 + 0.1t + 0.01t^2 + e_t; (\sigma_e^2 = 4)$$



*Gráfico 7: Elaboración propia*

**Serie generada mediante el proceso**

$$Y_t = 0.2 + 0.01t + Y_{t-1} + e_t \quad (Y_0 = 0; \sigma_e^2 = 4)$$



*Gráfico 8: Elaboración propia*

#### **4 Necesidad de discriminar entre tendencia estocástica y tendencia determinista**

La necesidad de establecer el verdadero tipo de tendencia que presenta una serie se puede enfocar desde dos vertientes. Desde el punto de vista del análisis estructural es claro que una especificación incorrecta de la tendencia implica que se está falseando el verdadero proceso generador de la serie. Además, en estos casos se produce una relación espuria entre las variables de la especificación errónea, por lo que el problema sería aún más grave, ya que, a partir de la información muestral se estaría asumiendo erróneamente que se cumple un determinado principio económico teórico.

Si a la hora de modelar el comportamiento de una serie económica tenemos en cuenta que otro de los objetivos principales es predecir, cabría pensar que el error de especificación de la tendencia no ofrece problema alguno siempre que se consiga una buena predicción. Precisamente, la mencionada relación espuria entre las variables de la especificación incorrecta implica que las predicciones que se obtienen son muy parecidas, al

menos a corto plazo, a las que hubiesen resultado de la especificación correcta, por lo que, en principio, parece que puede tener poca importancia que el supuesto sobre el proceso generador de la serie sea cierto o no.

En cambio, desde el punto de vista económico, el hecho de que una serie presente tendencia estocástica o determinista tiene consecuencias muy distintas, por lo que, en este caso, el error en la especificación de la tendencia si adquiere importancia.

Para conocer estas diferencias, analizamos a continuación las implicaciones que para la economía tiene que una serie presente tendencia estocástica o determinista, haciendo especial hincapié en la función de predicción.

#### a) Interpretación económica de una serie con raíz unitaria (tendencia estocástica)

La importancia que, para la toma de decisiones de política económica, tiene el determinar el orden de integrabilidad (número de raíces unitarias) de una serie económica, se pone de manifiesto en la distinta respuesta de la serie en cuestión ante choques no anticipados. Por ejemplo, supongamos que una variable macroeconómica sigue un esquema autorregresivo de orden 1 de la forma

$$Y_t = \rho Y_{t-1} + e_t \quad t=1,2,\dots$$

donde  $e_t$  es ruido blanco. La sustitución recursiva en el modelo anterior nos proporciona la expresión

$$Y_t = \rho^t Y_0 + \sum_{j=0}^{t-1} \rho^j e_{t-j} \quad t=1,2,\dots$$

a partir de la cual, Dickey et al. (1986) y Noriega (1993) analizan el significado económico de los tres casos que se pueden dar según el valor del parámetro  $\rho$  (Suriñach et al., 1995):

\***Caso de estabilidad** ( $0 < |\rho| < 1$ ). La influencia del valor inicial  $Y_0$  y de los choques aleatorios pasados decae a medida que aumenta el tamaño de la muestra. Esto significa que el presente es más importante que el pasado y las medidas no anticipadas de política económica del pasado (choques) tienden a perder efecto.

\***Raíz unitaria** ( $\rho = 1$ ). En este caso la influencia del valor inicial  $Y_0$  y de los choques aleatorios pasados y presentes son igualmente importantes, teniendo efectos permanentes en el nivel de la variable. Así, todas las medidas no anticipadas de política económica del pasado (choques) afectan a la evolución presente y futura de la variable.

\***Caso explosivo** ( $|\rho| > 1$ ). La influencia del valor inicial  $Y_0$  y de los choques pasados es cada vez más importante a medida que pasa el tiempo, lo que significa que el pasado es más importante que el presente. No obstante, este comportamiento no suele observarse en las series económicas.

#### b) Interpretación económica de una serie que presenta únicamente tendencia determinista

Suponer que una serie está generada por un proceso cuya no estacionariedad se debe exclusivamente a la presencia de una componente determinista, implica afirmar que la Teoría Económica no tiene especial relevancia para explicar el crecimiento o decrecimiento a largo plazo, pues, éste sigue la senda marcada por la función del tiempo.

Por ejemplo, el proceso generador

$$Y_t = a + bt + e_t$$

donde  $e_t$  es un proceso estacionario, representa una situación de crecimiento equilibrado lineal en la que los parámetros que intervienen son inmutables. Con este tipo de modelos se obliga a que el comportamiento a largo plazo de  $Y_t$  venga determinado por una recta que jamás cambia en el tiempo, presentando así una evolución a largo plazo puramente determinista.

#### c) Implicaciones del tipo de tendencia en las predicciones

Para los procesos cuya tendencia es únicamente de naturaleza determinista, la función de predicción es toda determinista e independiente de la situación presente y pasada del fenómeno que se está midiendo. Asimismo, la

varianza del error de predicción tiene las mismas características que la de un proceso estacionario, es decir, es finita. En otras palabras, para este tipo de procesos la incertidumbre con respecto al futuro está siempre acotada y, en una gran mayoría de casos, dicha incertidumbre es independiente del horizonte de predicción.

Por otro lado, en los procesos no estacionarios cuya no estacionariedad está motivada por la presencia de raíces unitarias (modelos ARIMA), la función de predicción presenta una gran flexibilidad, ya que los parámetros de esta función se adaptan continuamente a las condiciones del sistema. Si estas condiciones cambian, también cambian los parámetros en los que se basa la generación de expectativas. Además, la varianza del error de predicción tiende a infinito a medida que se predice para un horizonte más lejano. Dicho de otra forma, en los procesos con tendencia estocástica, la incertidumbre sobre el futuro nunca está acotada, por lo que, cuanto más lejano en el tiempo se predice mayor será la incertidumbre asociada a esa predicción.

Lo comentado en el párrafo anterior es una característica teórica de los modelos ARIMA, que parece coherente con lo que se observa al estudiar fenómenos económicos reales, ya que no se puede pretender tener la misma incertidumbre si se hace una predicción para el año 2003, para el 2020 o para el 2070. En este último caso, la incertidumbre es tan grande, que la predicción deja de ser útil. Por tanto, este resultado para la varianza del error de predicción no es caprichoso ni un mero formulismo matemático, sino que es una propiedad deseable para un modelo que intente captar este aspecto esencial del mundo económico. En el caso de los procesos no estacionarios debido a una componente determinista, la incertidumbre asociada a las predicciones anteriores sería independiente del horizonte considerado, situación inaceptable para fenómenos económicos (Espasa y Cancelo, 1993, pp. 120-121).

## 5 Conclusiones

El trabajo pone de manifiesto, desde una doble vertiente, la importancia de identificar correctamente la naturaleza (estocástica o determinista) de la tendencia de las series no estacionarias como paso previo a la modelización de su proceso generador. Desde un punto de vista estructural un error en la especificación de la tendencia de una serie supone falsear su verdadero proceso generador produciéndose, además, una relación espuria entre las variables de la especificación errónea que llevaría a admitir, equivocadamente, el cumplimiento de un principio económico teórico.

Desde un enfoque más económico la importancia del error de especificación de la tendencia es todavía mayor si cabe, pues afecta a la relevancia que la Teoría Económica puede tener a la hora de explicar el comportamiento de una serie, así como a la incertidumbre de las predicciones que se pueden realizar. En concreto, para una serie con tendencia determinista la Teoría Económica no tiene especial relevancia para explicar su crecimiento o decrecimiento a largo plazo y la incertidumbre de sus predicciones no depende, en general, del horizonte de predicción. Por su parte, para una serie con tendencia estocástica las medidas no anticipadas de política económica del pasado afectan a la evolución presente y futura de la serie, mientras que la incertidumbre de sus predicciones crece con el tiempo.

Finalmente, el análisis empírico del comportamiento gráfico de la tendencia estocástica y determinista, con la idea de facilitar la identificación de la naturaleza de la tendencia en la práctica, permite concluir, con bastante generalidad, que el deambular de una serie arriba y abajo sin mostrar afinidad hacia un nivel determinado es indicativo de la existencia de una raíz unitaria en la parte autorregresiva del proceso generador. Asimismo, una tendencia persistente a crecer o decrecer, es indicio de la presencia de una componente determinista en el mecanismo generador de la serie. Si esta tendencia persistente va acompañada de una oscilación puramente aleatoria de la serie, no debemos pensar que existe raíz unitaria. En cambio, si la serie deambula alrededor de esa tendencia persistente se debe concluir que la serie tiene una raíz unitaria y una componente determinista.

## Referencias

- Box, G.E.P. and Jenkins, G.M. (1970) *Time series analysis. Forecasting and control*. Holden-Day, San Francisco.
- Box, G.E.P. and Jenkins, G.M. (1976) *Time series analysis. Forecasting and control*. Revised Edition, Holden-Day, San Francisco.
- Box, G.E.P.; Jenkins, G.M. and Reinsel, G.C. (1994) *Time series analysis. Forecasting and control*. Third Edition, Prentice Hall, New Jersey.
- Charemza, W.W y Deadman, D.F. (1997) *New directions in econometric practice*. Second Edition Edward Elgar Publishing Limited.

- Dickey, D.A.; Bell, W.R. y Miller, R.B. (1986) Unit roots in time series models: Tests and implications. *The American Statistician*. 40 (1), 12-26.
- Durlauf, S.N. and Phillips, P.C.B. (1988) Trends versus random walks in time series analysis. *Econometrica*. 56 (6), 1333-1354.
- Espasa, A. y Cancelo, J.R. (1993) Modelos univariantes para el análisis económico, en Espasa, A. y Cancelo, J.R. (eds.), *Métodos cuantitativos para el análisis de la coyuntura económica*, Alianza Editorial, Madrid.
- Granger, C.W.J. and Newbold, P. (1974) Spurious regressions in Econometrics. *Journal of Econometrics*. 2, 111-120.
- Fuller, Wayne A. (1976) *Introduction to Statistical Times Series*. New York: John Wiley & Sons.
- Fuller, Wayne A. (1996) *Introduction to Statistical Times Series*. Second Edition, New York: John Wiley & Sons.
- Nelson, C.R. and Kang, H. (1981) Spurious periodicity in inappropriately detrended time series. *Econometrica*. 49, 741-751.
- Nelson, C.R. and Kang, H. (1983) Pitfalls in the use of time as an explanatory variable in regression. *Journal of Business and Economic Statistics*. 2, 73-82.
- Noriega-Muro, A.E. (1993), *Nonstationary and structural breaks in economic time series*. Ed. Averbury, Aldershot.
- Phillips, P.C.B. (1987) Time series regression with a unit root. *Econometrica*. 55 (2), 277-301.
- Suriñach, J.; Artís, M.; López Bazo, E. y Sansó, A. (1995) *Análisis económico regional. Nociones básicas de la Teoría de la Cointegración*. Antoni Bosch Editor, Barcelona.
- Uriel, E. (1985) *Análisis de series temporales modelos ARIMA*. Paraninfo, Madrid.
- Wold, H. (1938), *A Study in the Analysis of Stationary Time Series*. Second Edition 1954, Almqvist & Wiksell, Uppsala, Sweden.