

EXPERIENCIAS DIDÁCTICAS

MEDIDA E ESTIMACIÓN DE SUPERFICIES: A CIDADE AMURALLADA DE LUGO.

LABRAÑA, Antón.

Facultade de Ciencias da Educación-USC

".... el libro de texto era un libro estúpido, hecho con recortes de obras francesas y escrito sin claridad y sin entusiasmo"

Pío Baroja, El árbol de la ciencia¹

INTRODUCCIÓN:

Despois de ter estimado na clase de Maxisterio, polo mesmo procedemento que se describe a continuación, a área da Cidade Vella de Santiago, como exercicio de reforzo pretendemos face-lo propio co recinto amurallado de Lugo.

A actividade desenvólvese en torno a varias e importantes nocións matemáticas:

- Medida
- Estimación
- Media aritmética
- Escalas
- Unidades de medida do sistema métrico decimal

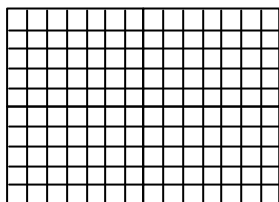
ESTIMACIÓN DA ÁREA:

¹ Nesta cita, posiblemente autobiográfica, o autor reflexa a decepción dun estudante de meiciña que contempla a asignatura de Fisioloxía como “unha cousa estúpida e deslabazada, na que non hai problemas de interés”.

Non sempre é fácil coñecer unha área con exactitude. Ás veces conformarémonos cunha aproximación.

As aproximacións son susceptibles de mellorarse. A elección da unidade axeitada ten relación co grao de aproximación desexado.

Como instrumento de medición eliximos unha trama transparente, que ten un cadro base de 3mm de lado, que consideramos o bastante “fina” para os nosos propósitos.



Colocámola sobre o plano e contamos cantas unidades enteiras contén e logo estimamos a cantas equivalen os anacos que nos quedan polo contorno.

Cada alumno obtén así o seu resultado:

228, 252, 227, 252, 222, 212, 235, 224,

Tomamos a media como valor probablemente aproximado (o *normal*² é que unhas medicións sexan por exceso e outras por defecto; e o que fai a media é, precisamente, compensar unhas con outras):

media = 232'2 cadradiños.

Da escala á realidade:

Escala 1: 6 000



—



Área do cadro na realidade:

Lado do cadro na realidade: 3mm

3mm x 6 000 = 18 000 mm

18000mm=18m

18mm x 18m = 324m²

Área total = 232'2 cadros x 324 m² = 75 232 m².

Xa non o expresamos en km², por ser tan pouco. E tan pouco é que repasamos por mór de nos ter equivocado para, finalmente, quedarnos coa dúbida de se a escala estaría ben³.

² Empleo aquí o termo *normal* no dobre sentido, coloquial e estatístico.

UN PROBLEMA DESCOÑECIDO: DO PERÍMETRO Á ÁREA

Consulto algúns libros e non dou coa área que pechan as murallas, pero si co perímetro: 2 140 m.

Xurde así un novo problema: ¿é posible calcula-la área con este novo dato?

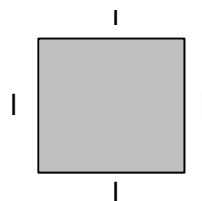
Pouco a pouco aparecen propostas que orgaízamos en dúas liñas de traballo:

- 1) Aproxima-lo recinto amurallado por medio dunha figura simple coñecida
- 2) Averigua-la verdadeira escala do mapa e sustitúila nos cálculos anteriores

1) Aproximación por un cadrado:

$$P = 4 l \text{ @ } l = P/4 = 535 \text{ m}$$

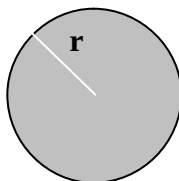
$$A = l^2 = 286\,225 \text{ m}^2$$



Aproximación por un círculo:

$$P = 2\pi r \text{ @ } r = P/2\pi = 340'76 \text{ m}$$

$$A = \pi r^2 = 364\,608'5 \text{ m}^2$$



Hai dúbidas, pois alguen cría que ía dá-lo mesmo que co cadrado.

Aproximación por un rectángulo:

É máis difícil cos anteriores, pois agora temos dúas incógnitas: a base e a altura.



Volta a dúbida de se agora si que dá o mesmo co cadrado.

³ Unha cousa que puido ocorrer facilmente é que os editores cambiaran o tamaño do plano que se lles facilitou, para axustalo a un determinado espazo no libro, sen saber que así estarían cambiando a escala. (Isto mesmo está a suceder agora no Boletín das Ciencias).

Voltamos á manipulación: sobrepoñemo-la trama sobre o mapa e buscamos un rectángulo que visualmente se aproxime en superficie ó recinto lucense.

Como é de esperar, xurden posibles rectángulos diferentes. Poño dous exemplos para ilustrar os dous camiños que se seguiron:

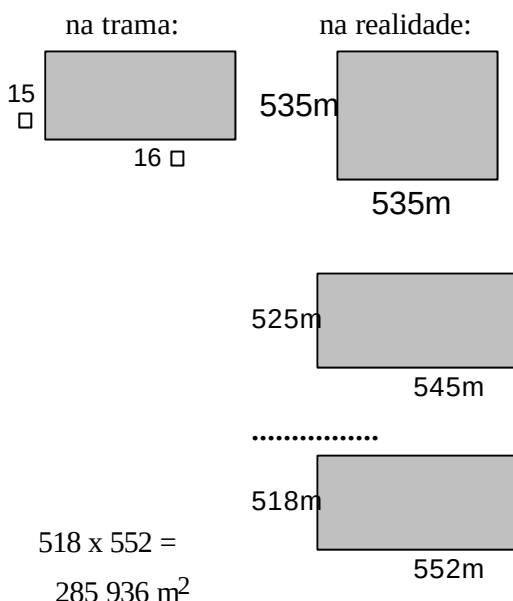
Tanteo (ensaio-erro):

De 15 cadros de alto e 16 de longo.

A proporción é $\frac{16}{15} = 1'066...$

Se fose cadrado tería 535m de lado, poñémoslle 525 (10 menos) de alto e 545 (10 máis) de base:

$\frac{545}{525} = 1'03...$ non chega, temos que porlle máis á base.



E así imos probando ata 518 (17 menos) e 552 (17 máis):

$\frac{552}{518} = 1'065...$

Álgebra:

De 13 cadros de alto e 18 de longo.

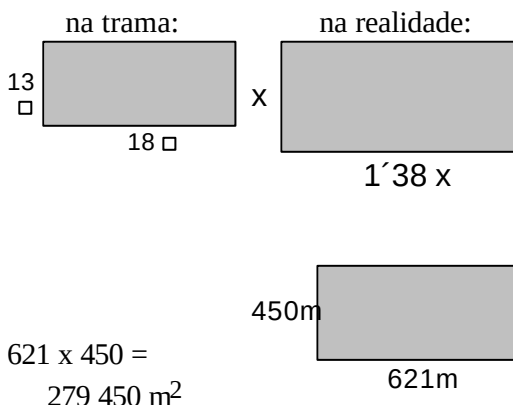
A proporción é $\frac{18}{13} = 1'38...$

Perímetro = $2x + 2(1'38x) = 2\,140m$

Resolvendo a ecuación

$x = 450m$

base = $621m$



2) Rectificación do contorno:

Dividimo-lo perímetro en partes que se poidan considerar máis ou menos rectas:



e saénos un total de 57 cadros, que $\times 3\text{mm}$ dá un total de 171mm.

Por regra de tres, ou escribindo directamente a proporción:

$$\frac{1}{x} = \frac{171}{2140} \rightarrow x = \frac{2140}{171} = 12514$$

Temos, pois, un novo valor para a escala 1: 12 514

E corriximos no exercicio inicial:

Escala 1: 12 514

Lado do cadro na realidade: $\begin{array}{c} \square \\ 3\text{mm} \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} \square \\ 37\,542\text{mm} \end{array} = 37\,542\text{m}$

$$3\text{mm} \times 12\,514 = 37\,542\text{mm}$$

Área do cadro na realidade:

$$37\,542\text{m} \times 37\,542\text{m} = 1\,409\,4\text{m}^2$$

$$\text{Área total} = 232\,2 \text{ cadros} \times 1\,409\,4\text{m}^2 = 327\,263\text{m}^2.$$

Recubriendo o contorno:

Cunha corda podemos percorre-lo contorno sobre o plano e logo estírala e medila. Non temos cordas e facemos uso das cadeas que algúns levamos colgadas ó pescozo.

Temos varias medicións: 58, 60, 57, 58, sempre en cadradiños, que dan unha media de 58'25, que $\times 3\text{mm}$ dá un total de 174'75mm.

$$\frac{1}{x} = \frac{174\,75}{2140} \rightarrow x = \frac{2140}{174\,75} = 12246.$$

Temos, pois, un novo valor para a escala 1: 12 246

Repetindo o exercicio danos $320\,549\text{m}^2$.

RESUME DE DATOS:

<i>Cadrado:</i>	$286\,225\,m^2$
<i>Círculo:</i>	$364\,608\,5\,m^2$
<i>Rectángulo - tanteo:</i>	$285\,936\,m^2$
<i>Rectángulo - álgebra:</i>	$279\,450\,m^2$
<i>Escala - rectificación:</i>	$327\,263\,m^2$
<i>Escala - cadea:</i>	$320\,549\,m^2$

SOPESAMOS:

O resultado obtido polo método que denominamos "escala-cadea" resúltanos máis convincente por varias razóns:

1ª .- Porque é o menos aventurado: traballamos sobre a figura real do mapa, mentres nos demais facémolo con outras figuras máis ou menos próximas (incluído "escala-rectificación", na que estaríamos formando unha poligonal)

2ª .- Porque non se trata en realidade dunha medida, se non da *media* de nove medicións.

3ª .- E, incluso, porque se sitúa no medio das outros.

Se quexésemos tomar unha decisión a partir deses seis cálculos, podíamos descarta-la área obtida co círculo por estar moi distante das demais, e toma-la *media ponderada*

Pero, dados os comentarios anteriores, podemos aceptar como un bó resultado o "escala-cadea": $320\,549\,m^2$.

MÁIS DATOS:

Posteriormente, os lucenses da clase aportan unha publicación do diario local "El Progreso", que dá, redondeando, un área de $320\,000\,m^2$!