

EXPERIENCIAS DIDÁCTICAS

O TAMAÑO DO UNIVERSO

RODRÍGUEZ MAYO, Francisco M.

I.E.S. Carril

SANTIAGO DE COMPOSTELA

INTRODUCCIÓN

Para medir o tempo e o transcurso das estacións compre a observación sistemática do Sol e das estrelas. Xa na Prehistoria o ser humano interrogábase sobre o ceo e o movemento dos astros como testemuñan as pedras colosais de Stonohenge (2000 a.p.¹), templo e observatorio astronómico.

En tódalas culturas humanas hai teorías sobre a creación e estrutura do Universo, o que suxire que esas teorías satisfán unha necesidade psicolóxica do tódolos seres humanos: ter un marco teórico que nos permita “comprender” ó Cosmos.

A cultura e civilizacións occidentais caracterízanse porque, desde a Grecia Clásica, as teorías sobre o Universo non só teñen que satisfacer esa necesidade psicolóxica de seguridade, teñen ademais que explicar os datos observacionais. Teñen que ser “científicas”.

Esa obrigatoriedade de dar conta das observacións caracteriza a nosa cultura e establece unha total interdependencia entre ciencia, crenzas e visión do Universo. A concepción de que somos e cal é a relación do home con Cosmos está profundamente marcadas polo desenvolvemento científico.

O longo dos séculos, a representación que o home occidental ten do Universo foi variando enormemente, en particular a estimación sobre cal era o tamaño da Terra e do Universo foi variando desde uns poucos miles de quilómetros ata a actual de miles de millóns de anos luz.

Estes cambios viñeron motivados polo aumento nos coñecementos e unha revisión de cal era o papel do home no Universo pasando de ser o centro case absoluto, o dono exclusivo del e de todo o que contén por delegación directa do Sumo Facedor, ata a posición actual na que cada vez somos máis os que nos sentimos uns meros inquilinos temporais dun dos moitos planetas, un planeta que debe-

¹ a.p. antes do presente.

mos compartir con outras moitas formas de vida, que debemos respectar e preservar para o futuro.

Neste artigo propoño unha serie de actividades para a aula de Matemáticas (pero non só para ela) coas que recrearemos a evolución das concepcións occidentais sobre o Universo e, en particular, do Sistema Solar.

Subliña-la importancia de situar estas actividades no contexto histórico e cultural correspondente e a conveniencia de facer un desenvolvemento interdisciplinar das mesmas.

AS PRIMEIRAS MEDIDAS, A TERRA PLANA: HECATEO

Na Grecia antiga (ata o 450 a.p. aproximadamente) coidábase que a Terra era un disco plano recuberto por unha cúpula semiesférica, o firmamento, na que estaban o Sol e as estrelas.

No centro do disco da Terra atopábanse os continentes que estaban totalmente rodeados por auga (o río Océano) e, no centro dos continentes estaba Grecia.

Hecateo de Mileto (600 a. p.) estimou que o disco circular debía ter uns 8000 km. de diámetro.



Exercicio: Propóñense as seguintes cuestións.

- ¿Cal sería a superficie da Terra baixo eses supostos?
- ¿Cal sería o perímetro?
- ¿Cales son as principais dificultades deste modelo?
- ¿Como se vían os gregos do 600 a.p. a si mesmos en relación ó Cosmos?

A TERRA ESFÉRICA

A primeira referencia a unha Terra esférica da que temos noticia, débese a Filolao de Tarento (480-? a. p.). Hai moitos argumentos que apoian unha Terra esférica:

- Cando un barco se afasta en calquera dirección, o primeiro en deixar de verse é o seu casco.
- Nos eclipses de Lúa, a sombra que proxecta a Terra sempre é circular.

• Nunha esfera non hai borde, todo cae cara ó centro e o firmamento suxeitase por si mesmo.

• É unha teoría filosoficamente moi atractiva, a esfera é a forma “perfecta” e, polo tanto, a morada ideal para a “criatura perfecta”.

A esfericidade da Terra xa era aceptada pola maioría dos pensadores despois do 350 a.p. pero a primeira proba concluínte non chegou ata 1522, cando Magallanes completou a primeira volta o Mundo.

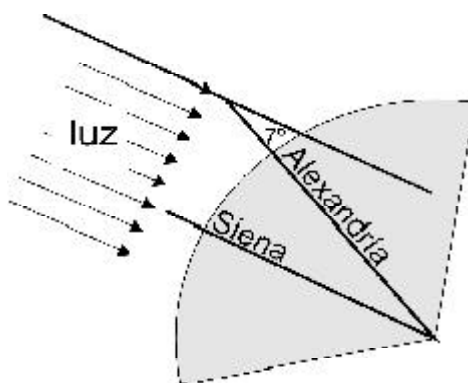
A concepción dunha Terra esférica e inmóbil situada no centro dun firmamento tamén esférico que xira o seu redor (modelo das dúas esferas) é probablemente unha das ideas máis exitosas da historia da humanidade, durante dous mil anos foi a teoría aceptada sobre o Cosmos.

Cando se consideraba a Terra como un disco plano, o único xeito de calcular o seu tamaño era chegando ata o borde e medindo a distancia. Nunha Terra esférica as cousas son moi diferentes, unha superficie curva produce efectos que fan posible medir a súa curvatura e, polo tanto o seu tamaño.

O primeiro en utilizar un deses efectos para medir o tamaño do noso planeta foi Eratóstenes de Cirene (276-196 a. p.) un dos grandes sabios da antigüidade, astrónomo, historiador, xeógrafo, filósofo, poeta, matemático e director da Biblioteca de Alexandría.

Eratóstenes leu nun papiro que en Siena (no Alto Exipto), ó mediodía do día do solsticio de verán, as estacas verticais non proxectaban sombras. Comprobou que en Alexandría eso non era así o que atribuíu correctamente a curvatura da superficie terrestre.

Eratóstenes mediu o ángulo co que, ese día, inciden os raios do Sol en Alexandría que resultou ser de 7° aproximadamente. Contratou un home para que fose de Alexandría a Siena contando os pasos para medir a distancia entre as dúas cidades: 800 km., con eses datos calculou a circunferencia da Terra.



Exercicios propostos:

a) Repetindo os cálculos de Eratóstenes, acha as dimensións da Terra (radio, superficie e volume).

b) Compara os datos obtidos cos correspondentes ó modelo da Terra plana.

c) Busca os datos que se manexan na actualidade e compáraos cos resultados de Eratóstenes.

d) Ós contemporáneos de Eratóstenes esas dimensións parecéronlle excesivas polo que repetiron as observacións e obtiveron cifras máis pequenas (29000 km de circunferencia e 9100 de diámetro), cifras que foron aceptadas sen discusión. ¿A que coidas que se debeu?²

DISTANCIA TERRA-LÚA: ARISTARCO E HIPARCO

Incluso antes de que Eratóstenes obtivese a medida da Terra, Aristarco de Samos, obtivo unha estimación da distancia Terra-Lúa.

Aristarco foi outro dos grandes científicos da antigüidade. Sostiña que o Universo era moito maior do que se pensaba, que as estrelas eran soles distantes e que, como o Sol, estaban fixas; que a Terra xiraba ó redor do Sol nun círculo enorme e as estrelas estaban a unha distancia moito maior.

O método de Aristarco para calcular a distancia Terra-Lúa baséase na observación dos eclipses de Lúa e en medir os “tempos de transito”.

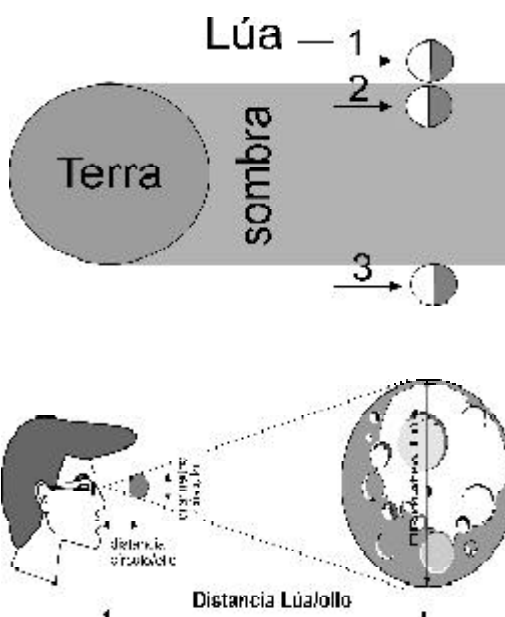
- O tempo que emprega a Lúa en pasar da posición 1 a 2 corresponde ó seu tamaño.

- O de pasar da posición 2 a 3 corresponde o diámetro da Terra.

- O tempo de paso de 2 a 3 é 4 veces maior co do paso de 1 a 2, o que leva a que a Terra é 4 veces maior ca Lúa (o método foi perfeccionado por Hiparco de Nicea, 190-120 a.C.).

Unha vez calculado o tamaño da Lúa, podemos calcular a distancia Terra-Lúa cun sinxelo experimento: situamos un círculo diante dun ollo e afastámo-lo ata que oculte a Lúa, nese intre os tamaños aparentes do círculo e da Lúa son iguais e establecemos a proporción

$$\frac{\text{diam. círculo}}{\text{diam. Lua}} = \frac{\text{dist. círculo / ollo}}{\text{dist. Lua / ollo}}$$



² Estas cifras foron recollidas moito despois por Toscanelli nun mapa, mapa que seguramente tiña Colón, e que utilizou para demostrar a viabilidade da súa viaxe as Indias seguindo ó Sol, pero esta é outra historia.

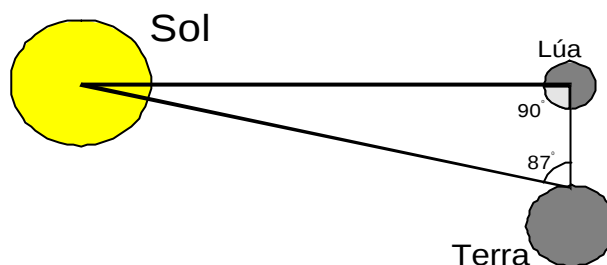
Exercicios propostos:

- a) Tendo en conta as proporcións anteriores, calcula o tamaño da Lúa (diámetro, volume, superficie).
- b) Calcula a relación que hai entre os diámetros, superficies e volumes da Terra e da Lúa. ¿Que teñen de especial esas relacións?
- c) Repetindo o experimento, calcular a distancia da Terra a Lúa.

DISTANCIA TERRA-SOL:

Novamente foi a xenialidade de Aristarco a que, por primeira vez que nos saibamos, desenvolveu un método para atopar a distancia da Terra ó Sol.

Aristarco decatouse de que cando, a Lúa está no abalo, Terra, Sol e Lúa forman os vértices dun triángulo rectángulo.



Tendo en conta que a distancia Terra-Lúa é coñecida, só queda medir un dos ángulos agudos (Aristarco obtivo un valor de $87^{\circ} 8'$) e construír o triángulo semellante para calcular a distancia ó Sol.

Este procedemento é teoricamente correcto, pero hai que superar dúas grandes dificultades: medir ángulos con gran exactitude resulta moi complicada (moito máis naquela época) e é moi difícil determinar o momento exacto no que se produce o abalo ou o debalo.

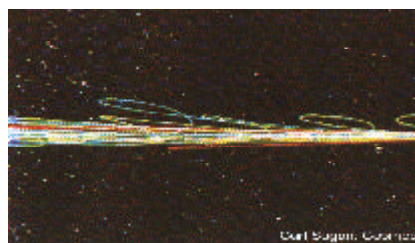
Exercicios propostos:

- a) Constrúe en papel milimetrado un triángulo semellante ó da figura.
- b) Mide os lados do triángulo e calcula a distancia Terra-Sol tal como fixo Aristarco.
- c) Compara os resultados cos valores que se manexan na actualidade.

MODELO XEOCÉNTRICO: TOLOMEO

O modelo das dúas esferas é simple e elegante. Describir o movemento das estrelas con total exactitude (para moitas cuestións prácticas como a predicción dos solsticios e equinoccios e a navegación segue utilizándose), pero non sucede o mesmo coas órbitas dos planetas, o Sol e a Lúa. Os planetas, vistos desde a Terra,

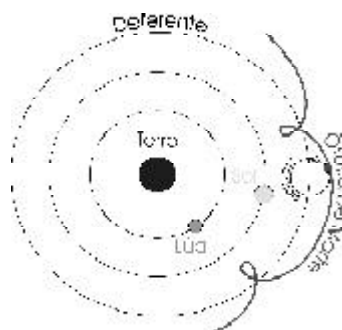
describen un complicado movemento contra o fondo das estrelas. Para poder explicalo Apolonio e Hiparco propuxeron un modelo nos planetas xiraban unidos a esferas transparentes, deferentes, pero esa unión facíase a través dunha roda excéntrica que tamén xiraba ó xirar a esfera, epiciclos.



A medida que as observacións se facían máis precisas, ese modelo foi modificándose e facéndose cada vez máis complexo: para o Sol só necesitaban un epiciclo para corrixir a diferente duración dos períodos entre os equinoccios pero para describir o movemento dalgúns planetas utilizábanse ata 12 epiciclos. Claudio Tolomeo (90-168) perfeccionou e simplificou o modelo propoñendo que os deferentes non estaban centrados na Terra e con outras moitas aportacións, de aí que ó modelo xeocéntrico leve asociado o seu nome.

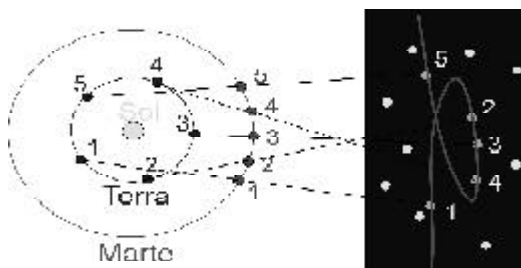


Esta concepción corresponde ó modelo aristotélico defendido pola relixión cristiá. Durante 1000 anos a concepción do Universo da civilización occidental estivo determinada polas ideas relixiosas. Calquera cuestionamento desa concepción era perseguida e silenciada.



Houbo que agardar ata o principio do Renacemento, coa perda de poder da Igrexa, o nacemento das burguesías e o declive do feudalismo para que ese modelo do Universo fose cuestionado. Ocorreu coa publicación en 1543, despois da morte do seu autor, do libro *De revolutionibus orbium caelestium* de Nicolas Copérnico (1473-1543) no que sostiña que era o Sol o centro do Universo e non a Terra.

O modelo heliocéntrico permitía describir o movemento dos planetas igual de ben que o de Tolomeo, pero era máis simple.



Sen embargo ía en contra dos dogmas defendidos pola igrexa, non só a católica. En 1616 a Igrexa Católica prohibiu o libro e Martín Lutero calificou a Copérnico de “astrólogo advenedizo”.

ÓRBITAS ELÍPTICAS: KEPLER.

O modelo de Copérnico seguía necesitando de epiciclos para corrixir as irregularidades das órbitas. Non foi ata a chegada de Kepler (1571-1630) que o modelo heliocéntrico adquiriu toda a súa validez e elegante simplicidade. Desde o primeiro momento Kepler aceptou o modelo heliocéntrico pero, o mesmo que todos antes que el, supuxo que as órbitas dos planetas eran circulares. A razón era obvia: os ceos sempre se asociaron coa divindade e, polo tanto, todo o relacionado con eles tiña que ser perfecto: a curva perfecta, por definición, é a circunferencia.

Kepler intentou facer cadrar as observacións de Tycho Brahe (1546-1601), o mellor astrónomo da época, con modelo heliocéntrico con órbitas circulares para os planetas, pero non o conseguiu.

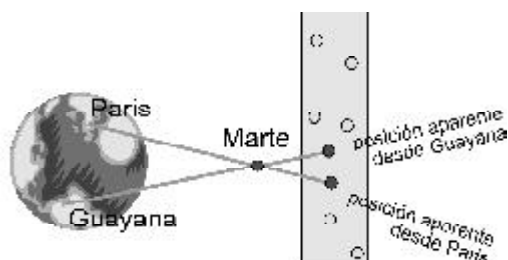
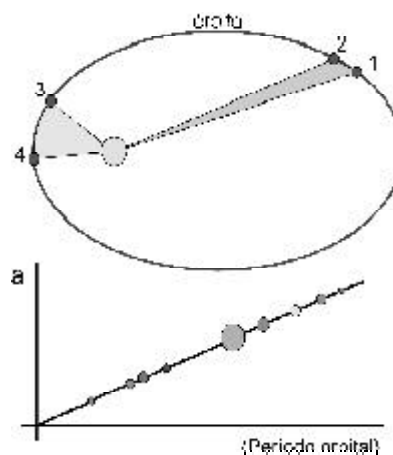
Finalmente probou con elipses e decatouse de que encaixaban a perfección: *“a verdade da natureza, que eu desprezara e botara da casa, volveu sixilosamente pola porta traseira e presentouse disfrazada para que eu a aceptara ... ¡Ah!, ¡que paxaro máis necio fun!”*.

· **Iª lei de Kepler:** Os planetas móvense ó redor do Sol seguindo órbitas elípticas co Sol situado nun dos focos.

· **IIª lei de Kepler:** As áreas varridas polos radios vectores en tempos iguais son iguais.

· **IIIª lei de Kepler:** Os cadrados dos períodos son proporcionais ós cubos das distancias medias ó Sol.

O feito de dispoñer dun modelo exacto do Sistema Solar permitiu avanzar rapidamente na súa comprensión: en 1671 os as-



lizando a IIIª lei de Kepler, calcular tódalas distancias dos planetas ó Sol. A distancia Terra/Sol que obtiveron era de 140.000.000 km.

O PORQUE DAS COUSAS: NEWTON

As Leis de Kepler son unha descrición moi axeitada do Sistema Solar, pero non establecen cal é a razón de que as órbitas dos astros sexan dese xeito.

A explicación veu da man de Isaac Newton (1642-1727), o maior xenio de tódolos tempos, e da *Lei da Gravitación Universal*, un modelo que permite explicar por que os movementos dos planetas “cumpren” as Leis de Kepler.

A Lei da Gravitación Universal afirma que entre dous obxectos establécese unha forza proporcional as súas masas e inversamente proporcional ó cadrado das distancias. A mesma forza que fai caer unha mazá da árbore é a que rexe os movementos dos planetas.

Unha teoría considérase válida non só por explicar os feitos coñecidos, senón pola súa capacidade de predicir feitos novos: Edmund Halley (1656-1742), aplicando a Lei da Gravitación Universal ós cometas, predicciu que o cometa observado en 1682 volvería a aparecer en 1758, cousa que aconteceu, o que supuxo a validación definitiva da LGU.

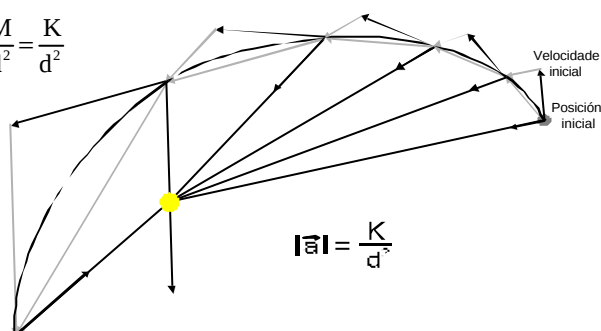
Experimento proposto :

As leis de Newton afirman que a aceleración producida pola atracción gravitatoria entre dous corpos é inversamente proporcional ó cadrado da distancia que os separa.

$$\left. \begin{aligned} |\vec{F}| &= k \frac{M \cdot m}{d^2} \\ \vec{F} &= m \cdot \vec{a} \end{aligned} \right\} \vec{a} = \frac{k \frac{M \cdot m}{d^2}}{m} = k \frac{M}{d^2} = \frac{K}{d^2}$$

Podemos, a partir desa ecuación, deseñar un modelo simplificado para órbita dun planeta que nos permita verificar as Leis de Kepler:

- Situamos ó Sol (un obxecto cunha gran masa M) nun punto do plano que, para simplificar, suporemos que está inmóbil.
- Situamos outro obxecto (un planeta, un cometa, etcétera.) noutro punto calquera do plano e asignámoslle unha velocidade. Posición e velocidade veñen dadas por vectores.



- *A forza de atracción entre eles produce un vector aceleración: dirección a liña que une os centros dos obxectos, sentido cara ó Sol e módulo o dado pola ecuación $|\vec{a}| = \frac{k}{r^2}$. O valor de k depende das unidades (podemos asignarlle calquera) e a distancia simplemente medímola cunha regra.*
- *Simulamos o movemento do astro sumando vectores (realmente estamos descompoñendo o movemento en intervalos de tempo de lonxitude 1 nos que supoñemos que o movemento é uniforme).*
Con esta simulación podemos comprobar “grosso modo” as Leis de Kepler (a simulación funciona razoablemente ben se o astro non se achega demasiado ó Sol e se k non é moi grande):
- *Debuxamos a elipse fixando os extremos dun cordel nos focos e comprobamos como se axusta ós puntos obtidos (é necesario que a órbita se peche ou case).*
- *Verificamos as diferencias de velocidade no afelio e no perihelio.*
- *Podemos incluso ir máis alá e estudar os diferentes tipos de órbitas.*

BIBLIOGRAFÍA:

Cosmos: Carl Sagan.

El Universo: Issac Asimov.

La revolución Copernicana: Thomas S. Kuhn.