

Boris Gnedenko y las aplicaciones de la teoría de probabilidades

Concepción Valdés Castro*

Facultad de Matemáticas y Computación. Universidad de La Habana (Cuba)

José Enrique Valdés Castro

Facultad de Matemáticas y Computación. Universidad de La Habana (Cuba)

Resumen

El objetivo de este artículo es reseñar brevemente la vida de B. V. Gnedenko y su influencia en el desarrollo de las aplicaciones de la teoría de probabilidades en Rusia y en varias de las repúblicas de la antigua Unión Soviética. Poseedor de una notable capacidad de encontrar problemas matemáticos importantes para la práctica junto a excelentes dotes como pedagogo y organizador de la ciencia, consiguió formar y dirigir exitosamente grandes colectivos científicos. En particular, se destacan los aportes personales y de su escuela en la fiabilidad matemática, la teoría de colas y el estudio de los teoremas límites para sumas de variables aleatorias.

Palabras clave: Historia de la probabilidad, fiabilidad matemática, teoría de colas.

Clasificación AMS: 01A60, 01A70, 60K10, 60K25, 60F99

Boris Gnedenko and the applications of probability theory

Abstract

The aim of this article is to review the life of B. V. Gnedenko and its influence on the development of the applications of probability theory in Russia and in several of the republics of the former Soviet Union. Possessing a remarkable ability to find important mathematical problems for practice with excellent skills as a teacher and organizer of science, trained and successfully led large scientific groups. In particular, we highlight the personal contributions and the contributions of his school in mathematical reliability, queuing theory and the study of limit theorems for sums of random variables.

Keywords: History of probability, mathematical reliability, queueing theory.

AMS Classification: 01A60, 01A70, 60K10, 60K25, 60F99

* Agradece a los proyectos 2006/04050/012 y 2010/00334/001 por financiar parcialmente sus estancias en la Universidad Carlos III de Madrid.

1. Introducción

Boris Vladimirovich Gnedenko nace en la ciudad rusa de Simbirsk el primer día del año 1912 y muere en Moscú poco antes de finalizar 1995, el 27 de diciembre. Su vida y obra transcurrieron en una época de trascendentales acontecimientos políticos, sociales y científico-técnicos, a los cuales nunca fue ajeno. En la infancia y juventud experimentó los efectos de una guerra mundial, una guerra civil y los enormes cambios socio-políticos introducidos tras la revolución rusa; sufrió personalmente los rigores de la época estalinista y las vicisitudes derivadas por la destrucción de su país durante la segunda guerra mundial, vivió sus últimos años en medio de la "perestroika", cuyos cambios afectaron seriamente algunas de sus más preciadas creaciones.

No obstante, Gnedenko tuvo el privilegio de recibir una formación científico-técnica y cultural excelente, vivió la época de constitución de la afamada escuela rusa de teoría de probabilidades, teniendo por maestros y amigos a sus fundadores, A.N. Kolmogórov y A.Y. Khintchin, sus investigaciones transcurrieron en el marco de un intenso desarrollo industrial y científico-técnico en la URSS, que posibilitó la aplicación de los métodos matemáticos a la resolución de problemas concretos, asistió al surgimiento de la era computacional y promovió su desarrollo en la URSS.

Como auténtico hombre y científico de su época, Boris Vladimirovich nunca fue ajeno a los sucesos que ocurrían a su alrededor, por ello es imposible caracterizar al científico-probabilista sin tener en cuenta una buena parte de estos acontecimientos, algunos felices, otros ciertamente infortunados. Gnedenko tuvo el talento suficiente para aprovechar cuanta oportunidad se le presentaba y la energía y el optimismo necesario para sobreponerse a las dificultades, luchando sin tregua por aquello que consideraba de trascendental importancia. Así nos dejó un importante legado, materializado en libros y numerosos artículos con una amplia gama de temáticas. Escribió sobre matemáticas puras y aplicadas, sobre historia de la matemática, publicó interesantes reflexiones acerca de la metodología y la enseñanza de esta ciencia, además de numerosos trabajos para divulgar sus bondades entre los más jóvenes.

La notable capacidad de Gnedenko para encontrar problemas matemáticos importantes para la práctica y sus excelentes dotes como pedagogo y organizador de la ciencia, le permitieron aunar y dirigir exitosamente grandes colectivos que se concentraban rápidamente en torno a su persona. Como consecuencia, en la actualidad la matemática cuenta con una importante pléyade de discípulos directos e indirectos de Boris Vladimirovich, entre ellos pueden encontrarse más de 100 alumnos de doctorado, de los cuales al menos 10 son académicos.

No menos notable es la influencia de la obra de Gnedenko en el desarrollo de las probabilidades y la matemática fuera de Rusia: protagonizó la creación de la escuela de probabilidades en Ucrania y de la escuela de fiabilidad matemática en Rusia, contribuyó esencialmente al desarrollo de las probabilidades en la República Democrática Alemana y en otros países del Este de Europa, pero también ejerció influencia en algunos países del tercer mundo, a través de los profesionales de estos países que realizaron estudios de posgrados en la cátedra de teoría de probabilidades de la Universidad de Moscú. En

particular, señalemos que Gnedenko estuvo, en mayor o menor medida, relacionado con la formación de cuatro doctores cubanos en el área de las probabilidades y estadística, además, muchos otros pudimos compartir personalmente algunas de las ideas de Boris Vladimirovich, cuando visitó nuestro país en 1987.

2. Formación como profesor e investigador matemático

Los primeros estudios de Boris Vladimirovich Gnedenko estuvieron sujetos a grandes irregularidades. Primero, serios problemas con la salud de su padre motivaron que en 1923 la familia se traslada a vivir al campo, por tanto Boris y su hermano, que era dos años mayor, dejaron de asistir a la escuela. La madre tenía suficiente instrucción para encargarse de enseñarles el programa vigente y así lo hizo. Dos años más tarde, los padres consideraron conveniente que sus dos hijos terminaran los estudios secundarios en una institución escolar, por lo que se mudaron a la ciudad de Sarátov. De este modo, Boris asistió al mismo grado de la escuela media que su hermano y, por tanto terminó la enseñanza general con solo 15 años. En esa época, la edad mínima de entrada en los centros de enseñanza superior de Rusia era de 17 años, así que Boris Vladimirovich fue rechazado en las universidades y centros de formación de ingenieros. Esta situación, conllevó que, desde muy temprana edad se revelara uno de los rasgos principales del carácter de Boris Vladimirovich, la disposición a luchar hasta lograr su objetivo. Así, tras numerosas gestiones, consigue la autorización del Comisario para la Enseñanza (Ministro de Educación de la URSS) e ingresa en la Facultad Físico-Matemática de la Universidad de Sarátov. Cuando Boris Vladimirovich estudiaba en el tercer año de la carrera, les anunciaron que las vacaciones de verano de ese año serían utilizadas para cursar aceleradamente varias asignaturas, tras lo cual recibirían el correspondiente certificado de estudios terminados, para así iniciar su vida laboral.

Conque en 1930 el joven de solo 18 años comenzó su trabajo docente en el Instituto Textil de Ivánovo, donde permaneció por 4 años. La actividad en este centro de enseñanza decidiría en gran medida los intereses futuros del joven profesor: siguiendo indicaciones del jefe de la cátedra de matemática, se familiarizó con la literatura científica y los problemas que afrontaba la industria textil. Llamaron su atención las dificultades existentes en relación con la organización del mantenimiento de las máquinas, lo cual estimuló su interés en la aplicación de los métodos probabilísticos. Precisamente sus primeros trabajos científicos, realizados durante su permanencia en el Instituto Textil, tratarán sobre los fallos de las máquinas y la organización de la producción. Pronto el joven Gnedenko advirtió la necesidad urgente de elevar sus conocimientos sobre probabilidades y estadística, por lo que comenzó a estudiar la literatura disponible. De esta manera, conoció y apreció la obra de los dos probabilistas soviéticos más relevantes, A.N. Kolmogórov (1903-1987) y A.Y. Khintchin (1894-1959). El primero recién había dado a conocer su celeberrima fundamentación axiomática de las probabilidades y ambos científicos habían publicado una serie de trabajos primordiales sobre procesos estocásticos.

Durante 2 meses Gnedenko realizó una estancia exploratoria en la Universidad de Moscú, con el fin de poder consultar con Kolmogórov y Khintchin sobre el análisis probabilístico de los problemas relacionados con la industria textil que eran de su interés. Este contacto

inicial le facilitó, en 1934, la aceptación oficial como estudiante de posgrado de la Universidad de Moscú y la designación de Khintchin como guía científico. Por entonces, la escuela matemática moscovita era muy fuerte y dinámica, lo que brindó a Boris Vladimirovich la oportunidad de compartir con muchos matemáticos famosos, entre otros P.S. Alexandrov, S.N. Bernstein, D.E. Menshov, S.L. Sobolev y V.V. Stepanov. Kolmogórov estaba al frente del Instituto de Matemática y atendía personalmente la evolución del trabajo de todos los alumnos de posgrado, tarea que, en el caso de Gnedenko, se facilitaba enormemente debido a la comunidad de intereses científicos de ambos.

Es interesante destacar que, en los años 30s, entre los estudiantes y profesores solían existir relaciones amistosas. Con frecuencia, estas relaciones iban más allá de las actividades docentes propiamente dichas, sobre todo cuando la diferencia de edad entre maestros y alumnos no era demasiado grande. Unos y otros a menudo realizaban largos paseos juntos, escuchaban música, discutían sobre los sucesos culturales, los libros y, desde luego, conversaban informalmente sobre los problemas matemáticos que les interesaban. Gnedenko a menudo reconoció la influencia ejercida en su formación general por estas actividades extraescolares y en especial por Kolmogórov, cuyos conocimientos sobre arte, arquitectura, poesía e historia tenía en gran estima. Más detalles sobre esta etapa de la vida y obra de Boris Vladimirovich pueden encontrarse en [13 y 17].

En el verano de 1937 realiza Gnedenko la defensa de su tesis de doctorado *Sobre ciertos resultados de la teoría de las distribuciones infinitamente divisibles* e inmediatamente comienza su trabajo en el Instituto de Matemática de la Universidad de Moscú. Pero estos eran tiempos extremadamente difíciles en la Unión Soviética, cuando no escaseaban las denuncias y las consiguientes detenciones, en ocasiones bastante arbitrarias. Y Boris Vladimirovich fue arrestado en diciembre de ese mismo año, acusado de pertenecer a un grupo contrarrevolucionario liderado por Kolmogórov. En prisión, estuvo sujeto a frecuentes e intensos interrogatorios donde le exigían la firma de un documento de inculpación a Kolmogórov, pretensión que reiteradamente rechazó con firmeza. Finalmente después de 6 meses de arresto fue liberado. De este lamentable episodio se conoció muy poco hasta que en 1991 el propio Gnedenko lo comentó en una entrevista concedida a la revista *Statistical Science* [18].

A pesar de este infausto suceso y a pesar de la oposición de algunos facultativos del Instituto, Boris Vladimirovich fue rehabilitado y se reincorporó a su trabajo en el mismo. Es importante destacar el papel esencial que en ello desempeñó el apoyo decisivo, y sin dudas valiente, de sus maestros Khintchin y Kolmogórov. En ese mismo año 1938 es nombrado docente en la cátedra de Teoría de Probabilidades de la Universidad de Moscú y Secretario Científico del Instituto de Matemática. Al año siguiente contrajo matrimonio con Natalia Konstantinova, quien sería su compañera durante casi medio siglo, hasta el fallecimiento de ella en 1987. Sus discípulos y allegados contemporáneos reconocen el trascendental papel de Natalia Konstantinova en proporcionar a Gnedenko las mejores condiciones posibles de vida y trabajo.

Después de la obtención del doctorado, Gnedenko continuó sus investigaciones relacionadas con las distribuciones límites, pero también se interesó por la elaboración de un método que sirviera de base para corregir los resultados obtenidos en el uso de los

contadores de partículas, problema con importantes aplicaciones en varios campos de la física y la técnica. Estos resultados constituyeron la base de su tesis para el segundo doctorado defendida en 1941 y que contó con el aval de Kolmogórov, Khintchin y otro importante especialista en probabilidades, Serguei Natanovich Bernstein.

Durante la Segunda Guerra Mundial, Gnedenko participó activamente en la resolución de numerosos problemas relacionados con la defensa del país. En particular, sus investigaciones acerca de la organización de la defensa antiaérea de Moscú lo condujeron a problemas de teoría de colas. En 1945, a propuesta de Kolmogórov, es elegido miembro correspondiente de la Academia de Ciencias de Ucrania y fue enviado a esa república soviética, donde por 15 años desarrolló una amplia e intensa labor científica y organizativa.

3. Gnedenko como profesor y organizador de la actividad científica

El arribo de Gnedenko a Ucrania tuvo lugar cuando el país atravesaba una situación harto difícil, las ciudades estaban destruidas por los bombardeos, había perecido una buena parte de sus habitantes y las condiciones de vida y trabajo eran sumamente difíciles. A pesar de ello, sus ciudadanos estaban resueltos a reconstruir y desarrollar el país. Así, la llegada a Ucrania de un científico de la talla de Boris Vladimirovich, despertó un interés enorme en la nueva generación de matemáticos ucranianos que rápidamente formaron filas en torno al eminente especialista. En la Universidad de Lvov Gnedenko impartió cursos de naturaleza variada: análisis matemático, cálculo de variaciones, funciones analíticas, teoría de probabilidades y estadística. También en esta época continuó sus investigaciones sobre los teoremas límites para sumas de variables aleatorias e inició trabajos en estadística no paramétrica.

La cantidad de resultados que ya existían sobre los teoremas límites, una parte de los cuales pertenecía al propio Gnedenko, motivó la publicación conjuntamente con Kolmogórov de la monografía *Distribuciones límites para sumas de variables aleatorias independientes* [4]. La idea de escribir y publicar este libro surgió en Gnedenko ya a fines de los años 30s y fue muy bien acogida por Kolmogórov, quien no solo escribió los dos primeros capítulos, sino que realizó numerosas y esenciales contribuciones. Esta obra se publicó en 1949 y fue traducida al inglés, alemán, húngaro, polaco y chino, recibiendo en 1951 el premio estatal Chebyshev.

La impartición del curso de teoría de probabilidades en la universidad evidenció la ausencia de un texto que expusiera esta materia en forma sencilla, presentando a la vez algunas ideas probabilísticas contemporáneas, así como un amplio espectro de aplicaciones prácticas. Esta situación, motivó que Boris Vladimirovich elaborara su famoso texto *Curso de Teoría de Probabilidades* [10], publicado en 1949. Difícilmente se encuentran libros de texto tan reeditados y en tan diversos idiomas, baste señalar que, en ruso este libro posee 8 ediciones, 11 en alemán, 6 en inglés y, además, está traducido al español, francés, italiano, polaco, húngaro, japonés, chino, vietnamita y árabe.

En 1948 Gnedenko fue elegido miembro efectivo de la Academia de Ciencias Ucraniana y en 1950 lo trasladaron a trabajar a la capital de Ucrania. En Kiev simultaneó su trabajo en el Instituto de Matemática de la Academia de Ciencias de Ucrania con la labor docente

en la universidad. Organizó y dirigió, en el instituto, la Sección de Teoría de Probabilidades y, en la universidad, las cátedras de Teoría de Probabilidades y Álgebra. Inmediatamente alrededor suyo se constituyó un grupo de jóvenes talentosos interesados en las probabilidades y estadística, germen de lo que sería la Escuela Ucraniana de Probabilidades y Estadística. En esta prestigiosa escuela encontramos científicos de la talla de V. S. Koroliuk, V.S. Mikhailevich, I.N. Kovalenko y A.V. Skorokhod.

En 1953, durante un año, va a trabajar con la Universidad Humboldt en Berlín. Allí brindó conferencias y estimuló la investigación en Probabilidades y Estadística de la recién creada República Democrática Alemana y, como de costumbre, rápidamente cautivó a un entusiasta grupo de jóvenes matemáticos alemanes. Por esta meritoria labor, el gobierno de la RDA lo condecoró con la Orden de Plata de Mérito ante la Patria y la universidad lo incluyó como conferencista invitado. El impacto de esta visita de Gnedenko en sus alumnos alemanes se revela claramente en este comentario de H.-J. Rossberg [13, p.81]:

"Aunque yo había terminado los estudios universitarios, las conferencias me brindaban hechos y enfoques novedosos. Desde el punto de vista pedagógico, su curso estaba muy bien pensado, contenía ejemplos prácticos y a la vez acudía a la intuición del oyente".

En referencia al libro sobre teoría de probabilidades que estaba siendo traducido, Rossberg expresó: "...este libro permitía conocer la forma contemporánea de la teoría, por lo cual contenía más información que el contenido normal de un curso de dos semestres y una actualización de esta naturaleza aún no se había publicado en alemán."

A mediados de los años 50s Boris Vladimirovich renovó su interés hacia la teoría de colas, tema que lo motivara en los años 30s, cuando se ocupaba de los problemas relacionados con la industria textil. La participación, junto a un grupo de alumnos, en la solución de numerosos problemas vinculados a la organización del transporte ferroviario y marítimo evidenció las enormes posibilidades de esta teoría para resolver problemas científicos y técnicos. Como consecuencia de ello, Gnedenko fue invitado a impartir un curso sobre este tema, el cual publicó en tres partes, invitando a su alumno I.N. Kovalenko a colaborar en la tercera parte. Estas notas constituyeron la base del importante libro *Introducción a la teoría de colas* [7], publicado en 1966, reeditado en 1987 y 2005 y con varias traducciones y ediciones en otras lenguas.

En 1953 Gnedenko fue nombrado director del Instituto de Matemática de la Academia de Ciencias de Ucrania y presidente de su Sección Físico-Matemática. Desde esta posición realizó una labor muy meritoria para el desarrollo de la ciencia ucraniana, interesándose por problemas que, en aquel momento, podrían concebirse como muy lejanos a sus intereses científicos. Por entonces, en EEUU, Inglaterra y otros países europeos se trabajaba intensamente en la construcción de computadoras, mientras que a los inicios de la década de los 50s, la cibernética era considerada en la Unión Soviética como una "seudociencia burguesa" y, por consiguiente, no se le prestaba apoyo oficial. A pesar de ello, algunos científicos soviéticos trabajaban en la construcción de una máquina electrónica de cálculo, entre ellos el académico ucraniano A.C. Lebediev, quien, junto a otros ingenieros construyó, en el laboratorio del Instituto de Electrotecnia de Kiev, la primera máquina computadora en Europa continental. Pero, la situación cambió

radicalmente cuando se demostró la importancia de estas máquinas para la solución de problemas vinculados a la industria militar, entonces Lebediev fue trasladado a trabajar a Moscú y su laboratorio ucraniano quedó sin dirección y en peligro de desaparición. Gnedenko supo apreciar la influencia decisiva que las técnicas computacionales podían revestir para el desarrollo de la Ciencia y, tras vencer todas las trabas burocráticas a su paso, consiguió que, en 1957, este laboratorio pasara al Instituto de Matemática, asumiendo su organización y dirección inicial. Actualmente éste es un gran centro ucraniano dedicado a los problemas de la cibernética.

El interés de Gnedenko en las técnicas computacionales no se limitó a la organización y dirección del laboratorio, sino que participó personalmente en la aplicación de esta novedosa tecnología. El primer objetivo del laboratorio fue el diseño de una gran computadora de propósito general, que denominaron "Kiev" y la primera tarea que abordaron fue la realización de diagnósticos médicos. Durante más de un año la colaboración de los matemáticos y los expertos médicos permitió acumular suficientes datos estadísticos que permitieron realizar diagnósticos automatizados con cierto grado de certeza. Esta cooperación de Gnedenko con los médicos cesó cuando en 1960 Kolmogórov lo invita a trabajar en la Cátedra de Teoría de Probabilidades de la Universidad de Moscú. Sin embargo, un suceso acaecido durante esta etapa de intercambio con los médicos, el fallo de un equipo que causó la muerte de un paciente, persuadió a Boris Vladimirovich de la gran importancia de utilizar métodos matemáticos en el estudio de la fiabilidad de equipos y dispositivos. Más detalles pueden encontrarse en [13, 16, 17].

En la época que Gnedenko llega a Moscú se desarrollaba un interés creciente de los ingenieros por el estudio de la fiabilidad de los equipos y dispositivos técnicos, se había constituido un grupo de especialistas que encabezaban esta tarea, se traducían y publicaban los trabajos sobre el tema realizados en el extranjero, incluso se había confeccionado un pequeño libro por autores soviéticos. En el verano de 1961, Boris Vladimirovich es invitado a servir como matemático-consultante en el departamento de fiabilidad del Ministerio para la Industria Electrónica. Para esta tarea Gnedenko se apoyó en otros matemáticos interesados en los problemas de fiabilidad. Así surgió un grupo de matemáticos que impartían conferencias, daban consultas y conducían un seminario sobre aplicaciones de la matemática a los problemas de fiabilidad. Estas actividades tuvieron como sede el Museo Politécnico de Moscú, centro tradicional de divulgación de la cultura y el conocimiento, y se llevaron a cabo de forma regular por casi 30 años, hasta fines de los años 80s, en que fueron obstaculizadas por las nuevas condiciones sociopolíticas imperantes en Rusia.

Para la organización y dirección de esta actividad sumamente importante en el desarrollo científico del país, Gnedenko reclutó a otros dos destacados matemáticos A.D. Soloviev y Yu.K. Belyaev. Soloviev poseía una excelente formación en análisis matemático, particularmente en los métodos asintóticos, además de haberse mostrado interesado por las probabilidades y sus aplicaciones. Estas peculiares cualidades lo convertían en un matemático indispensable en el buen desempeño del grupo. Por otra parte, Belyaev, a pesar de su juventud, era un excelente estadístico, discípulo de Kolmogórov y poseedor

de una notable intuición físico-matemática. De modo que los integrantes de la "troika" Gnedenko-Soloviev-Belyaev, con su amplio espectro de estilos y enfoques matemáticos, poseía las condiciones óptimas para ubicar a este colectivo entre los mejores a nivel internacional en fiabilidad matemática.

Entre los primeros colaboradores del gran colectivo organizado por Boris Vladimirovich en el Museo Politécnico, se encuentra I.A. Ushakov, quien describe las actividades del grupo [13, p. 120]:

"...alrededor de dos decenas de doctores y una legión de candidatos cada año, durante tres decenas de años, dieron consultas diariamente (2 o tres por día), dictaron quincenalmente conferencias. ...en las consultas participaban entre 10-15 individuos y a las conferencias, dictadas en la gran sala del Museo Politécnico de Moscú, asistían alrededor de 200-300 individuos."

Las actividades en el Museo estaban dirigidas a un público heterogéneo, con formación matemática muy disímil y, por tanto, no era un escenario adecuado para la discusión de las cuestiones eminentemente matemáticas que iban apareciendo. Por otra parte, los problemas prácticos que para su solución exigían nuevas herramientas matemáticas, crecían y se diversificaban, lo que evidenció la necesidad de organizar un seminario matemático especializado para analizar los problemas y contribuir al desarrollo de nuevas herramientas matemáticas. Este seminario, que sesionó en la Universidad de Moscú, también permaneció hasta los años 80s y su actividad estimuló y dirigió el desarrollo de lo que puede llamarse Escuela Soviética de Fiabilidad Matemática.

Con el propósito de divulgar y acercar a un público más amplio los nuevos métodos desarrollados por el grupo dirigido por Gnedenko, se publicó en 1965 la monografía *Métodos Matemáticos en la Teoría de la Fiabilidad* (traducción al inglés en 1969 [5]) bajo la autoría de Gnedenko, Soloviev y Belyaev. La calidad e importancia fundamental de todo el trabajo desplegado por este colectivo fue reconocida cuando en 1979 se le otorgó un importante premio estatal. La amplitud, profundidad y diversidad de las investigaciones llevada a cabo por el grupo de fiabilidad matemática, puede ser apreciada en el libro *Problemas de la Teoría Matemática de la Fiabilidad* (1983), en cuya confección colaboraron varios de sus más eminentes representantes, y se publicó bajo la redacción general de Gnedenko.

Es importante señalar que las dotes organizativas de Gnedenko ejercieron una importante influencia en la creación y desarrollo de importantes escuelas de probabilidades no solo en todas las repúblicas que constituían la Unión Soviética, sino también en otros países del este europeo como la RDA, Bulgaria y Hungría. Como norma se establecieron importantes intercambios científicos, se elaboraron artículos y libros conjuntos escritos por Gnedenko y sus colegas extranjeros. Entre estos trabajos se destaca un ambicioso proyecto realizado conjuntamente con el matemático alemán D. König, *Manual sobre la teoría de colas (Handbuch der Bedienungstheorie)*, publicado en alemán en 1983 en dos volúmenes. En este proyecto participó un gran colectivo de especialistas soviéticos y alemanes, los cuales realizaron importantes contribuciones a este manual [13, 14 y 16].

La labor de Gnedenko como organizador de la actividad científica se verá reforzada cuando, en 1966, Kolmogórov le pase la dirección de la cátedra de Teoría de Probabilidades, labor que no cesó hasta el final de su vida. Sin dudas esto constituyó un gran reto, pues el colectivo de esta cátedra, entre los que se encontraban excelentes científicos y profesores, había estado dirigido desde su fundación en 1935, por una personalidad científica excepcional. Pero Boris Vladimirovich salió airoso de semejante desafío y no cabe duda que los casi 30 años dedicados a esta labor de dirección corroboraron su gran capacidad pedagógica, de organización y divulgación de la ciencia. Baste señalar que se cuentan más de 100 alumnos que realizaron el doctorado bajo su dirección y entre ellos más de 10 han alcanzado el título de Académicos.

4. Los intereses científicos fundamentales

Fiabilidad y Colas

Como hemos comentado Gnedenko creó y dirigió una excelente escuela de probabilistas con miras a resolver un amplio espectro de problemas ingenieros y científicos, incluidos los vinculados a la poderosa industria espacial soviética. Este es uno de los primeros y más representativos ejemplos del establecimiento de una estrecha y estable colaboración de los matemáticos con grupos de ingenieros y científicos de otras especialidades. En la consecución de tamaño objetivo se destacan especialmente dos temáticas, la teoría de colas y la fiabilidad, las cuales son difíciles de considerar aisladamente.

Ya comentamos que los intereses de Gnedenko en teoría de colas datan de los años 30s en relación con problemas de la industria textil y que este interés revivió ante la evidencia de la gran utilidad de esta teoría para la resolución de problemas de muchas otras ramas de la ciencia, la técnica y la organización de la producción. Al parecer, fue Khintchin el primer científico ruso en realizar serias contribuciones a la teoría de colas y su discípulo Boris Vladimirovich lo secundó activamente en estos esfuerzos. Tras el fallecimiento de Khintchin en 1959, Gnedenko, editó un libro con los trabajos de su maestro en teoría de colas al que añadió un resumen de los resultados fundamentales que existían en ese campo. Reiteremos la importancia dada por Gnedenko a la divulgación y aplicaciones de esta teoría en su periodo ucraniano y la aparición en 1966 del influyente libro *Introducción a la Teoría de Colas*. También Gnedenko formó parte del colectivo de autores del libro *Sistemas de Servicio con prioridad*, publicado en 1973.

Desde muy temprano puede encontrarse en la obra de Gnedenko el tratamiento de problemas afines a la teoría de la fiabilidad. Algunos consideran que sus investigaciones sobre los contadores de Geiger-Muller, publicada en 1941, resultó un hito en el estudio matemático de la fiabilidad. Sin embargo, será a comienzo de los años 60s cuando, conjuntamente con el grupo creado en la Universidad de Moscú, sistematice las investigaciones teóricas y prácticas sobre este tema. En una entrevista realizada a comienzo de los años 90s, Gnedenko señaló como el primer objetivo del trabajo de este grupo el concerniente a la fundamentación teórica de la fiabilidad matemática. Para ello escogieron como modelo el trabajo realizado por Kolmogórov referente a la fundamentación de la teoría de probabilidades. Un segundo objetivo general fue el

desarrollo de métodos que permitieran analizar matemáticamente la experimentación de la fiabilidad de los productos y los métodos de control de la misma en el proceso de su elaboración. Este tipo de problemas tuvo muchísimas aplicaciones y sobre ello fueron publicados diversos artículos, en particular, se estudió la estimación de la fiabilidad de producciones pequeñas, e incluso únicas. Una característica notable en estos trabajos es la diversidad de herramientas matemáticas con las cuales se investigaban los problemas.

Como complemento de las actividades organizadas en el Museo Politécnico de Moscú, que comentamos antes, destacan la organización y realización de conferencias científico-productivas, organizadas por Boris Vladimirovich en algunos de los grandes centros industriales del país y la institución de "días de la fiabilidad" en determinadas ramas productivas e incluso en fábricas. En estas actividades se analizaban los resultados de los experimentos con una amplia variedad de equipos técnicos, entre ellos los utilizados en la agricultura. De este modo los matemáticos se sumergían directamente en las dificultades cruciales que aquejaban los diversos procesos productivos y laboraban conjuntamente con los especialistas técnicos, consiguiendo así que el desarrollo de la investigación culminara en resultados verdaderamente útiles para las instituciones que afrontaban el problema.

Algunas cuestiones de interés en la teoría matemática de la fiabilidad pueden ser interpretadas como modelos de colas, en los cuales el papel del flujo de clientes lo desempeñan los fallos de los elementos del sistema. Sin embargo, en el análisis de la fiabilidad de los equipos se encuentran problemas significativos con un carácter mucho más complejo. Uno de tales problemas es la estimación de la fiabilidad de un sistema cuyos elementos pueden ser reparados y aunque, desde el punto de vista matemático, estos sistemas pueden interpretarse como modelos de colas, frecuentemente poseen ciertas peculiaridades que los diferencian de los modelos estándar en teoría de colas. En primer lugar, es frecuente que los elementos del sistema difieran entre sí y que su fiabilidad dependa del estado de los otros elementos del sistema. Además, algunos indicadores específicos de la fiabilidad de los sistemas reparables son más difíciles de estimar que los habituales en los modelos de colas. Por ejemplo, esto sucede con el tiempo de permanencia del proceso en un conjunto de estados prefijado, dificultad que aumenta en la medida que crece el número de elementos y la complejidad del sistema. Tales indicadores raramente pueden hallarse en forma explícita. Felizmente, estos modelos suelen tener aún otra característica que facilita la estimación asintótica de su fiabilidad: el tiempo de reparación de cada elemento es, en promedio, mucho menor que el tiempo entre dos fallos consecutivos. Precisamente, al análisis asintótico de los sistemas reparables dedicó Gnedenko conjuntamente con algunos miembros de su colectivo una serie de trabajos trascendentales. En estos trabajos utilizaron dos tipos de enfoques: el punto de vista de los procesos de regeneración, llevado a cabo fundamentalmente por Soloviev y el análisis asintótico del comportamiento de las sumas de variables aleatorias en las cuales la cantidad de sumandos también es una cantidad aleatoria, enfoque desarrollado personalmente por Gnedenko en colaboración con varios discípulos. Posteriormente estas investigaciones se revelaron muy útiles para un amplio espectro de problemas surgidos en diferentes ramas de la ciencia y la técnica. Uno de los primeros

problemas de este tipo debido a Boris Vladimirovich, publicado en 1964, es el que describimos a continuación [2, 3 y 5]:

Sistema con reserva y reparación.

Supongamos que se tiene un sistema que consta de dos elementos idénticos, uno se encuentra funcionando y el otro permanece como reserva. Al cabo de un tiempo aleatorio X el elemento activo falla y es enviado a repararse, entonces la reserva inmediatamente comienza a funcionar. Al cabo de un tiempo aleatorio Y concluye la reparación del elemento que falló el cual de forma instantánea se convierte en reserva. Se supone que la reparación restaura totalmente a los elementos y el elemento de reserva no puede fallar. El fallo del sistema ocurre cuando falla el elemento activo y el otro elemento está en reparación, es decir, cuando el tiempo entre dos fallos consecutivos es menor que el tiempo de reparación. Gnedenko consideró el caso en que los tiempos entre fallos sucesivos X_0, X_1, X_2, \dots son variables aleatorias con distribución general F , los tiempos de reparación Y_1, Y_2, \dots también tienen una función de distribución general G y todas estas variables aleatorias son conjuntamente independientes. Entonces el tiempo τ hasta el fallo del sistema puede expresarse como $\tau = X_0 + X_1 + \dots + X_v$, donde v es también una variable aleatoria dada por $v = \min\{i: X_i < Y_i\}$. De este modo, la investigación de este problema quedó enmarcada en una temática muy familiar a Boris Vladimirovich, el análisis del comportamiento de las sumas de variables aleatorias independientes. Sin embargo, ahora se encontraba ante un problema esencialmente nuevo, pues, en este caso, la cantidad v de sumandos también es una variable aleatoria.

La distribución de la variable aleatoria τ puede ser expresada como solución a una cierta ecuación integral, pero, salvo en algunos casos muy particulares, las expresiones obtenidas difícilmente pueden ser utilizadas en las aplicaciones concretas. Sin embargo, Gnedenko advirtió que, en la mayoría de las situaciones prácticas, el tiempo de reparación de un elemento es mucho menor que el intervalo entre dos fallos consecutivos y esta característica podía ser aprovechada a través del comportamiento asintótico de esta suma.

Si $\alpha = EX$ y $\alpha = P\{X < Y\} = \int_0^{\infty} F(x)dG(x)$, entonces, haciendo uso de la transformación de Laplace-Stieltjes encontró en primer lugar que $E\tau = a + \frac{a}{\alpha}$ y posteriormente, bajo determinadas condiciones generales, consiguió demostrar que $P\left(\frac{\tau}{E\tau} > t\right) \rightarrow e^{-t}$, cuando $\alpha \rightarrow 0$. Este resultado analítico da lugar a una fórmula aproximada para la distribución del tiempo de trabajo hasta el fallo del sistema:

$$P(\tau > t) \approx e^{-t/E\tau} \approx e^{-at/a}, \text{ para } \alpha \approx 0.$$

Esta sencilla y útil aproximación permite reducir el estudio del comportamiento de la distribución del tiempo hasta el fallo del sistema a la estimación de las magnitudes a y α .

Teoremas límites y sumas de variables aleatorias

Entre los primeros problemas sobre probabilidades que Khintchin propuso al joven Gnedenko está la interrogante, la cual suponía falsa, ¿podrán existir dos funciones características diferentes, que coincidan sobre un cierto intervalo y difieran en los demás puntos? Sin embargo, Gnedenko demostró mediante un ejemplo que tales funciones características podían existir. A continuación, comenzó a estudiar las distribuciones infinitamente divisibles, utilizando como herramienta fundamental, precisamente a las funciones características de estas distribuciones. Los resultados de estas investigaciones conformaron su tesis de doctorado "*Sobre ciertos resultados de la teoría de las distribuciones infinitamente divisibles*" (1937).

Khintchin había establecido que la clase de las posibles distribuciones límites para sumas de variables aleatorias independientes coincide con la clase de las distribuciones infinitamente divisibles. Sin embargo, restaba por aclarar dos cuestiones importantes: bajo cuáles condiciones estas distribuciones límites existen y cuáles son las condiciones de convergencia a cada una de las posibles distribuciones límites. Tanto el planteamiento como la resolución de estos problemas fueron realizados por Gnedenko, quien para su solución propuso un método original, publicado en 1938, que recibió la denominación de "leyes acompañantes". Con este trabajo logró, con un único método, demostrar un conjunto importante de teoremas límites ya conocidos y, además, obtener una serie de otros nuevos.

Más precisamente, Gnedenko encontró condiciones necesarias y suficientes en los teoremas límites para:

- 1) Las sumas de variables aleatorias independientes y con sumandos infinitamente pequeños (aproximación por leyes infinitamente divisibles).
- 2) Las sumas normadas de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas (aproximación por leyes estables).
- 3) Los términos máximos en las sucesiones de variables aleatorias independientes.

Todos estos importantes y profundos resultados constituyeron la base de su tesis para el segundo doctorado, presentada a comienzos de 1941. Además, Gnedenko advirtió la necesidad de elaborar un manual que sistematizara la gran cantidad de resultados límites para sumas de variables aleatorias conocidos hasta el momento. Este fue el origen de la monografía escrita conjuntamente con Kolmogórov "*Distribuciones límites para sumas de variables aleatorias independientes*", publicada en 1949 y rápidamente traducida a varios idiomas.

Sin embargo, los resultados de tipo asintótico que interesaban a Gnedenko no se limitaban a las sumas de variables aleatorias, sino también se ocupó de aquellos relacionados con la estadística matemática, rama de la matemática que constituyó uno de sus intereses fundamentales en el período ucraniano. Boris Vladimirovich y sus discípulos encontraron resultados explícitos para las distribuciones del máximo de la diferencia entre una distribución teórica y la distribución empírica, tema estudiado previamente por

Kolmogorov y N.V. Smirnov. Esta serie de trabajos recibió amplio reconocimiento por su gran utilidad en la compilación de tablas muy valiosas para la estadística aplicada.

El intenso trabajo de Gnedenko a comienzo de los años 60s, en los problemas de fiabilidad y colas reavivaron su interés en la investigación del comportamiento asintótico de las sumas de variables aleatorias independientes. Pero, como indicamos en el ejemplo desarrollado antes, estos problemas conducían a un tipo de suma más general, las sumas aleatorias, esto es, cuando la cantidad de variables a sumar también es aleatoria. Gnedenko gustaba de recalcar que su interés por las sumas aleatorias no había surgido como una mera generalización natural de sus resultados teóricos anteriores, sino por problemas concretos de fiabilidad y se sentía muy orgulloso de que esta teoría tuviera aplicaciones inmediatas no triviales.

Los dos primeros trabajos de Gnedenko sobre sumas aleatorias datan de 1964, pero este tema se convirtió en uno de sus intereses permanentes hasta sus últimos años, culminado en la confección, conjuntamente con V.Yu. Korolev, del libro "*Random Summation: Limit Theorems and Applications*" [9], publicado en 1996 y que constituye una de las pocas monografías existentes sobre este tema. En este libro se exponen una serie de nuevos resultados, pero también brinda una amplia e importante panorámica de los diferentes campos del conocimiento donde las sumas aleatorias son un instrumento útil. Estos nuevos campos incluyen problemas de ramas tan diversas como la biología, la tecnología, la física, las comunicaciones, el control de inventarios, los seguros, etc. Una vez más, esta obra evidencia una de las preocupaciones fundamentales de Boris Vladimirovich, esforzarse al máximo para que, sin menoscabo del rigor en la presentación, el libro sea provechoso para un amplio círculo de especialistas.

Pero Gnedenko también se interesó por que los resultados matemáticos, tan útiles en diversos dominios de la ciencia, fueran conocidos por un amplio círculo de científicos. Así surgieron otras dos obras culminadas en sus últimos años de vida y escritas conjuntamente con I.A. Ushakov [8 y 11]: "*Probabilistic Reliability Engineering and Statistical Reliability*". En realidad la idea de la redacción de estos libros fue planeada en los años 80s, cuando todavía Ushakov trabajaba y vivía en Moscú, conversaron sobre ello, bien paseando por el parque entorno a la Universidad de Moscú, bien en el gabinete de trabajo de Boris Vladimirovich, bajo el influjo de un suave acompañamiento musical. Sin embargo, las posibilidades reales de escritura y publicación de los mismos solo aparecieron cuando ya Ushakov no vivía en Moscú y una gran parte del trabajo se llevó a cabo por correspondencia y en las dos visitas que Gnedenko realizó a los EEUU.

5. Otros intereses matemáticos de Gnedenko

En la época en que Gnedenko realiza sus estudios para el doctorado, era obligatorio realizar un examen de filosofía. Este examen podía ser sustituido por un trabajo investigativo sobre metodología o historia de la matemática, vía escogida por Boris Vladimirovich, quien eligió como tema la historia de la matemática en Rusia. Este trabajo sirvió de base al libro *Bosquejo sobre Historia de la Matemática en Rusia*, publicado en 1946, donde Gnedenko realiza un análisis del desarrollo histórico de la matemática en

Rusia enmarcado en su contexto socio-cultural, examina la fundación de la Academia de Ciencias de San Petersburgo y dedica especial atención a la figura de Euler. Por supuesto, también estudia en detalle la obra de muchos famosos matemáticos rusos como Lobachevsky, Bunyakovsky, Ostrogradski, Chebyshev, Markov, Lyapunov, y Kovalevskaya. Gnedenko consideraba esencial para el matemático investigador conocer sobre la historia de su ciencia y por ello publicó numerosos trabajos sobre esta temática. Especial mención merece la inclusión, en la 6ta edición rusa de su *Curso de Teoría de Probabilidades*, de un apéndice con 70 páginas dedicadas a exponer los hechos más relevantes de la historia de esta rama de la matemática, desde el surgimiento de las primeras ideas probabilísticas hasta la aparición de la teoría axiomática de las probabilidades en pleno siglo XX.

Junto a este profundo conocimiento e interés por la historia de la ciencia y, quizás debido a ello, Gnedenko desarrolló y expuso en diversos escenarios sus reflexiones de la forma y fuentes del progreso de la matemática. Mencionemos una interesante crítica sobre un trabajo del grupo Bourbaki titulado *La arquitectura de la Matemática* (1950), donde sus autores proponen una sugestiva comparación de la matemática con la estructura de una ciudad. Gnedenko considera este símil incompleto, pues, Bourbaki no tiene en cuenta la génesis histórica y las aplicaciones de esta ciencia y, por tanto, omite las influencias ejercidas por "las ciudades vecinas". Al respecto Gnedenko comenta [6, p.90]:

"...junto a la ciudad matemática existen también otras ciudades, la física, la química, la metalurgia, la organización de la producción y otras muchas, las cuales están vinculadas entre sí por relaciones de trabajo. Estas relaciones mutuas ejercen una influencia notable en el desarrollo de cada una de ellas. Por esta razón, la ciudad matemática, a lo largo de la historia de su existencia, en reiteradas ocasiones debió construir, no solo edificios aislados, sino también territorios totalmente nuevos, con el fin de ayudar a uno u otro vecino. En ocasiones, esta influencia resultó de una trascendencia tal que provocó la necesidad de transformar el carácter de los edificios construidos y de todo el conjunto arquitectónico".

En sus reflexiones Boris Vladimirovich insistió reiteradamente en la influencia que en el desarrollo de la Matemática tienen tanto las investigaciones teóricas, como las dirigidas a resolver problemas prácticos. Al respecto escribió, "...la matemática no se divide en teórica y aplicada, más bien son los matemáticos los que, en virtud de sus características psicológicas y su formación, se dividen en teóricos y aplicados" [12, p.41]. Y aclara que el papel de los teóricos es crear concepciones generales, introducir conceptos nuevos, delimitar las fronteras naturales de los resultados, encontrar caminos que permitan, desde posiciones unificadas, relacionar hechos aparentemente desvinculados, en fin crear un enfoque unificado para la resolución de numerosas cuestiones, lo que, con frecuencia, simplifica los problemas particulares.

Gnedenko también dedicó ingentes esfuerzos a divulgar la ayuda que los métodos matemáticos pueden brindar a la resolución de problemas de la ciencia y la técnica. Ya en 1946 publicó, junto a Khintchin, el libro *Introducción elemental a la teoría de probabilidades* [1], exposición sencilla y asequible a un amplio círculo de especialistas. Esta obra recibió tal acogida en la Unión Soviética que en los años 60s se había editado

en seis ocasiones, también es oportuno señalar que este libro posee doce ediciones en alemán y varias en inglés. La monografía de Khintchin sobre teoría de colas, publicada en 1955, Boris Vladimirovich la convirtió en un instrumento para la difusión de esta herramienta entre sus estudiantes y otros especialistas.

Antes hemos comentado la importantísima labor social desarrollada en el Museo Politécnico de Moscú del grupo liderado por Gnedenko en la propagación del uso de los métodos matemáticos para resolver problemas científico-técnicos. Pero la labor de este grupo no se limitó a la capital, sino que, durante los años 60s y 70s, también organizaron numerosas conferencias y congresos científicos sobre teoría de colas y fiabilidad en diversas ciudades de la inmensa geografía de la URSS. Durante estas décadas las posibilidades de participación en congresos internacionales eran bastante limitadas, tanto para los investigadores soviéticos como para los ciudadanos de los países de Europa del Este, por lo que estas actividades científicas fueron una importante contribución a la elevación del nivel de la investigación científica en estos países.

Respecto a la importancia de este tipo de actividades Gnedenko escribió (citado por V.A. Kashtanov en [13, p.106]):

"... Lo más importante es que [los participantes] tienen la posibilidad de escuchar, en forma coherente... las cuestiones fundamentales de los problemas, un resumen de los resultados obtenidos y algunas ideas sobre los problemas no resueltos. Así los participantes se introducen en los problemas actuales, conocen los métodos de investigación y los trabajos originales, los cuales son necesarios estudiar para comenzar con una investigación. Tal forma de comunicación es especialmente importante para la juventud".

Gnedenko desarrolló una intensa y extensa actividad en pro del desarrollo de la Matemática y sus aplicaciones, esta labor la inició desde la temprana edad de 18 años y se prolongó hasta el final de su vida. Creó una potente escuela de fiabilidad matemática, dio continuidad al trabajo de sus maestros Kolmogórov y Khintchin en el fortalecimiento de la escuela moscovita de teoría de probabilidades, luchó con ahínco para que el conocimiento de la historia de la matemática fuera un instrumento del trabajo matemático, con sus libros y numerosas publicaciones en revistas especializadas y periódicos de amplia circulación, contribuyó al mejoramiento de la enseñanza de la matemática y a la divulgación de sus posibilidades de aplicación. Su capacidad pedagógica fue tal que actualmente posee herederos científicos no solo en toda Rusia y en las antiguas repúblicas de la URSS, sino también en la mayoría de los países desarrollados del mundo. En fin, tal como afirmara uno de sus discípulos [15]: "Toda una época en teoría de probabilidades culminó con la muerte de Boris Vladimirovich Gnedenko el 27 de diciembre de 1995. Su nombre ahora pertenece a la historia".

Referencias

- GNEDENKO, B.V.; KHINCHIN, A.YA. (1962) «An elementary introduction to the theory of probability» *Dover Publications*, Inc.
- GNEDENKO, B.V. (1964) «Sobre el duplicado con reposición» *Izvestija Akad. Nauk SSSR, Techn. Kibernet.* N. 5, 111-118 (en ruso).
- GNEDENKO, B.V. (1964) «Sobre el duplicado no cargado» *Izvestija Akad. Nauk SSSR, Techn. Kibernet.* N. 4, 3-12 (en ruso).
- GNEDENKO, B.V.; KOLMOGOROV, A.N. (1968) «Limit Distributions for Sums of Independent Random Variables», *Addison-Wesley*.
- GNEDENKO, B.V.; BELYAYEV, Y.K.; SOLOVYEV, A.D. (1969) «Mathematical methods of reliability theory», *Academic Press*.
- GNEDENKO, B.V. (1981) «La enseñanza de la matemática en la educación superior» (en ruso), ed. *Vischaya Shkola*, Moscú
- GNEDENKO, B.V.; KOVALENKO, I.N. (1991) «Introduction to queuing theory», *Birkhäuser*.
- GNEDENKO, B.V.; USHAKOV, I.A. (1995). «Probabilistic Reliability Engineering», *John Wiley & Sons*.
- GNEDENKO, B.V.; KOROLEV, V.YU. (1996) «Random summation. Limit theorems and applications», *CRC Press*.
- GNEDENKO, B.V. (1997) «Theory of probability», ed. *CRC Pr I Llc*. Newark, NJ.
- GNEDENKO, B.V.; PAVLOV, I.V.; AND USHAKOV, I.A. (1999) «Statistical Reliability», *John Wiley & Sons*.
- GNEDENKO, B.V., GNEDENKO, D.B. (2000) «Acerca de la Matemática» (en ruso), *Editorial URSS*.
- GNEDENKO, D.B. (editor) (2006) «Boris Vladimirovich Gnedenko recordado por sus alumnos y colegas" (en ruso), ed. *KomKniga*, Moscú.
- Kalashnikov, V. (1996) «Boris Vladimirovich Gnedenko: 1912-1995», *Queueing Systems Theory Appl.* 22 (3-4), 199-202.
- KALASHNIKOV, V. (1996) «Obituary: Boris Vladimirovich Gnedenko», *J. Appl. Probab.* 33 (2), 592-599.
- KENDALL, D.G. AND SUHOV, Y.M. (1997) «Boris Vladimirovitch Gnedenko (1912-1995)», *Bernoulli* 3 (1), 121-122.
- SHIRYAEV, A.N. (1992) «On the occasion of the eightieth birthday of Boris Vladimirovich Gnedenko (interview)», *Theory Probab. Appl.* 37 (4), 674-691.
- SINGPURWALLA, N.D.; SMITH, R.L. (1992) «A Conversation with Boris Vladimirovich Gnedenko» *Statistical Science*, V.7, N.2, 273-283.