

# EL GOLPE DE ARIETE EN TUBERÍAS DE IMPULSIÓN. COMENTARIOS A LAS EXPRESIONES DE MENDILUCE

J.M. Abreu<sup>1</sup>, E. Cabrera<sup>2</sup>, P.L. Iglesias<sup>2</sup>, J. Izquierdo<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Coimbra (Portugal)

<sup>2</sup> U.D. Mecánica de Fluidos. Universidad Politécnica de Valencia (España)

**RESUMEN:** El dimensionado de las tuberías de impulsión es un problema clásico dentro del campo de la Ingeniería del Agua. Debido a la complejidad de las ecuaciones que gobiernan la transmisión de las perturbaciones que se generan como consecuencia de la parada del grupo impulsor motor-bomba en el contexto del modelo elástico, conocido coloquialmente como golpe de ariete, el uso de expresiones y fórmulas simplificadas de cálculo han gozado de gran predicamento. En la Península Ibérica han destacado, de entre todas ellas, las debidas a Mendiluce.

El presente artículo revisa el problema del cálculo de las sobrepresiones por parada del grupo motor-bomba en tuberías de impulsión, establece las diferencias entre los modelos de análisis de los transitorios rápidos (modelo rígido u oscilación en masa y modelo elástico o golpe de ariete), delimita los campos de validez de cada uno de ellos para esta aplicación concreta, sitúa las fórmulas de Mendiluce en su contexto real y presenta unas gráficas para un primer cálculo de impulsiones que pueden ser de gran utilidad en un buen número de aplicaciones. Finalmente se presentan una serie de ejemplos que permiten reforzar las conclusiones establecidas.

## INTRODUCCIÓN

La necesidad de transportar agua desde un nivel inferior a otro superior justifica la presencia de numerosas tuberías de impulsión en cualquier instalación hidráulica real. El diámetro de estas conducciones se establece a partir del régimen estacionario, combinado consideraciones de carácter económico (Cabrera y Martínez., 1978), mientras que su timbraje se determina tras el análisis de las condiciones de funcionamiento más adversas que se presentan en los arranques o paradas de las instalaciones.

En general la situación más desfavorable se presenta en las paradas, y a este transitorio vamos a referir exclusivamente el presente artículo, si bien en instalaciones con bombas cuyas curvas características H-Q presentan un valor de la altura a válvula cerrada muy superior a la altura de régimen, cual ocurre en bombas sumergidas en pozos podemos encontrar alturas de

alturas de presión superiores en el arranque (Thorley, 1991) a las registradas al parar el grupo.

El problema comenzó a estudiarse en profundidad con ocasión de los grandes bombeos que se estaban proyectando en el río Colorado, lo que dio lugar a un Symposium (1933) sobre Golpe de Ariete, promovido conjuntamente por ASME (American Society of Mechanical Engineers) y ASCE (American Society of Civil Engineers), así como el primer estudio de las curvas características completas de las bombas (Knapp R.T., 1937) en los cuatro posibles cuadrantes de trabajo.

Importantes, y bien conocidas, contribuciones al estudio de impulsiones son debidas a Bergeron (1950) y Parmakian (1955) que resuelven el problema de manera completa siguiendo el conocido método gráfico de integración de las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales que gobiernan la transmisión de la perturbación.

Artículo recibido el **30 de mayo de 1995** y aceptado para su publicación el **21 de junio de 1995**. Pueden ser remitidas discusiones sobre el artículo hasta seis meses después de la publicación del mismo. En el caso de ser aceptadas, las discusiones serán publicadas conjuntamente con la respuesta de los autores en el primer número de la revista que aparezca una vez transcurrido el plazo indicado

La laboriosidad y grado de conocimiento del problema que comporta el resolver problemas complejos por vía gráfica se tradujo en la publicación por parte de diversos autores de tablas que permitieron analizar y conocer las máximas presiones que pueden llegar a alcanzarse tras la parada del grupo, los tiempos de cierre de las válvulas de retención instaladas a la salida del grupo de bombeo o, incluso, la máxima velocidad de rotación inversa de la bomba cuando no se instalaba válvula de retención y a la turbomáquina se le permitía funcionar en modo turbina. De entre todas estas tablas destacan las de Kinno y Kennedy (1965), desarrolladas a partir de la resolución, por el método gráfico, de un gran número de problemas.

Aunque mucho menos referenciada, en la misma línea encontramos la publicación de Donsky et al. (1979), que ya recurre a procedimientos analíticos para establecer sus tablas. De hecho, es a mediados de la década de los 60 cuando comienza a utilizarse el ordenador en la resolución de transitorios hidráulicos, al tratar numéricamente las ecuaciones hasta entonces manipuladas por vía gráfica. El libro de Streeter y Wylie (1967) deja bien establecidos todos estos principios.

Es en 1965 cuando Mendiluce publica su fórmula del tiempo de parada (Mendiluce, 1965), que ha gozado de gran popularidad en toda la Península Ibérica y, en consecuencia, se hace merecedora de la atención que le vamos a prestar. A través de una serie de artículos posteriores introduce variantes en su expresión inicial, viniendo recogido un resumen de sus contribuciones en Mendiluce (1987). En síntesis podemos decir que las expresiones que proporciona tienden, en un buen número de casos, a compensar sus errores

proporcionando resultados aceptables. En otros, los errores pueden ser notables y en cualquier caso sus expresiones son inconsistentes en el sentido de que establece el tiempo de parada de la columna líquida a partir de consideraciones energéticas basadas en el modelo rígido (u oscilación en masa), en tanto que la sobrepresión la determina a partir del modelo elástico o golpe de ariete.

En Portugal, en donde la expresión de Mendiluce ha sido asimismo muy empleada, Betamio de Almeida ha dedicado una gran atención al tema, tanto desde su perspectiva teórica, como analizando las expresiones de Mendiluce y proponiendo fórmulas alternativas. Una buena muestra de sus contribuciones, por lo que a impulsiones se refiere, puede encontrarse en Betamio de Almeida (1981), (1989) y (1990).

El análisis de transitorios en tuberías de impulsión puede llevarse a cabo, en un gran número de casos y

según veremos, con el concurso del modelo rígido que, como es sabido, es una simplificación del modelo elástico más general. En el presente trabajo, tras presentar con brevedad sus fundamentos se establecen las fronteras de utilización de cada modelo en el caso particular de las tuberías de impulsión, de manera que a priori se pueda conocer el error que se puede tener utilizando el modelo más simple. Los autores han trabajado en el establecimiento de las fronteras entre ambos modelos y las gráficas que aquí se muestran han sido presentadas en un contexto más amplio en artículos específicos referidos al tema (Abreu et al. (1995a) y (1995b)).

La mayoría de las aplicaciones que se presentan en la práctica caen en el dominio de validez del modelo rígido, por lo que los resultados de esta metodología simplificada son correctos. Presentados a través de las correspondientes gráficas permiten contrastar la validez de la principal aportación de Mendiluce, el tiempo de parada de la columna, en cuya expresión solo intervienen parámetros del sistema propios del modelo rígido ya que, como se ha dicho, se obtuvo despreciando los efectos elásticos.

El artículo concluye con la presentación de tres ejemplos prácticos representativos. En el primero de ellos las expresiones de Mendiluce proporcionan valores superiores a los reales, en el segundo sus errores se compensan y la sobrepresión calculada es correcta. Finalmente en el tercero las expresiones de Mendiluce no pueden ser aplicadas al proporcionar valores inferiores a los que realmente se alcanzan. La comparación de los resultados se lleva a cabo utilizando las fórmulas de Mendiluce, las gráficas propias del modelo rígido para el cálculo de impulsiones que se presentan en este trabajo y los resultados correctos, obtenidos a partir del modelo elástico del programa DYAGATS, para el cálculo del golpe de ariete, desarrollado por la Unidad Docente Mecánica de Fluidos de la Universidad Politécnica de Valencia (1993). Finalmente, como alternativa a la metodología de Mendiluce y utilizando un procedimiento totalmente paralelo, se propone una vía de cálculo válida para sistemas en que la relación de inercias %, definida por (8), es superior a 3.

### **MODELOS ELÁSTICO Y RÍGIDO PARA EL ANÁLISIS DE TRANSITORIOS HIDRÁULICOS**

La parada de un grupo motor-bomba es un transitorio rápido inercial (Cabrera et al., 1995) que demanda tomaren consideración las inercias del sistema (grupo elevador rotante y agua ascendente a lo largo de la conducción). Si los cambios de presión y velocidad se producen con gran rapidez, hay que contar con la

elasticidad del sistema (agua y tubería), y analizar el problema con las ecuaciones del golpe de ariete. Sin embargo existen instalaciones en que los cambios de las variables fluidas no son bruscos y los efectos elásticos se pueden despreciar, lo que permite abordar el problema con las ecuaciones características del modelo inercial rígido también denominado de parámetros concentrados u oscilación en masa.

Observar que el concepto de transitorio rápido establecido nada tiene que ver con el tradicional concepto de maniobra rápida o lenta según el tiempo de parada de la columna líquida  $T_c$  sea menor o mayor que el semiperiodo característico  $2L/a$  con  $L$ , longitud de la tubería y  $a$  celeridad del pulso de presión. Se ha introducido tal concepto para cuantificar sencillamente, la rapidez del cambio de las variables del flujo en el tiempo lo que en definitiva establece si los efectos elásticos e inerciales son o no despreciables (Abreu et al., 1995a).

De otra parte es impensable utilizar la metodología de Mendiluce cuando los tiempos de cierre  $T_c$  son inferiores a  $2L/a$ . Su propuesta consiste, en este caso, en aplicar para el cálculo de la sobrepresión la relación de Joukowski (13). Esta expresión es propia del modelo elástico mientras que  $T_c$ , según veremos, se determina por un balance característico del modelo rígido. La inconsistencia es, pues clara, y la metodología incorrecta.

En Cabrera et al. (1995), se presentan los diferentes transitorios en sistemas de presión desde un punto de vista cualitativo, aplicados a redes hidráulicas, mientras que en Abreu et al. (1995a) se hace un análisis más formal del problema. En lo que sigue nos vamos a centrar en los transitorios rápidos y, consecuentemente, inerciales. A continuación se presentan, muy brevemente, las ecuaciones del modelo elástico más general obteniéndose las del modelo rígido como un caso particular del precedente.

A partir de los balances de materia y cantidad de movimiento, pueden establecerse (Abreu et al., 1995c) las ecuaciones generales del modelo elástico:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + g \text{sen } \Phi + f \frac{V|V|}{2D} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} + V \frac{\partial p}{\partial x} + \rho a^2 \frac{\partial V}{\partial x} = 0$$

aplicadas a un segmento  $\delta x$  de la tubería, y en donde las variables tienen la siguiente significación:  $V$ ,

velocidad;  $t$ , tiempo;  $x$ , variable espacial considerada;  $\rho$ , densidad del agua;  $p$ , presión;  $g$ , aceleración de la gravedad;  $\theta$ , pendiente de la tubería;  $f$ , factor de fricción;  $D$ , diámetro de la tubería;  $a$ , celeridad de propagación de una perturbación a lo largo de la tubería.

Diversas simplificaciones convencionales (despreciar el peso del fluido y los términos convectivos), así como la utilización de las variables  $H$ (altura piezométrica) y  $Q$ (caudal), en lugar de utilizar la presión  $p$  y la velocidad  $V$ , conducen (Abreu et al., 1995c) hasta el sistema:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial H}{\partial x} + f \frac{Q|Q|}{2DA} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Donde todos los términos han sido ya definidos, a excepción de la sección A. Para resolver este conjunto de ecuaciones diferenciales no lineales en derivadas parciales de tipo hiperbólico se recurre, generalmente, al método de las características (MOC) (Abreu et al., 1995c), que proporciona una solución numérica de las funciones  $Q = Q(x,t)$  y  $H = H(x,t)$ , que describen el comportamiento del sistema, como respuesta a unas determinadas condiciones de contorno (p.e. cierre de una válvula, cambio brusco en el consumo en un nudo, etc.) consideradas asimismo en la resolución conjunta con (2).

La transición al modelo rígido (fluido incompresible y tubería rígida), es bien sencilla a partir del concepto de la celeridad de la onda de presión:

$$a = \frac{\sqrt{\frac{K}{\rho}}}{\sqrt{1 + \frac{K D}{E e}}} \quad (3)$$

donde las nuevas variables introducidas representan:  $K$ = módulo de elasticidad del agua,  $E$ = módulo de Young del material que configura la tubería, y  $e$ =espesor de la tubería.

Si la celeridad  $a$  tiende a infinito ( $a \rightarrow \infty$ ), la primera ecuación del sistema (2) se convierte en:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} \equiv 0 \quad (4)$$

por lo que el flujo pasa a ser uniforme:

reduciéndose el sistema de ecuaciones únicamente a la

$$Q=Q(t) \tag{5}$$

segunda expresión:

$$\frac{dQ}{dt} + gA \frac{\partial H}{\partial x} + f \frac{Q|Q|}{2DA} = 0 \tag{6}$$

e integrando entre dos secciones rectas de la tubería  $x_0$  y  $x_0+x$  para un instante genérico de tiempo  $t$ , se obtiene:

$$\frac{dQ}{dt} + \frac{gA}{x} (H(x_0+x) - h(0)) + \frac{f}{2DA} Q|Q| = 0 \tag{7}$$

que caracteriza el modelo rígido inercial en el segmento de tubería considerado.

En resumen el modelo rígido viene gobernado por la ecuación diferencial ordinaria (7), en tanto que el modelo elástico comporta la solución del sistema de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales (2). Cuando se aborda la resolución de un problema concreto, las condiciones de contorno a aplicar son exactamente las mismas.

Es importante significar que el modelo rígido se bloquea en su solución cuando se alcanza un máximo o un mínimo, debido a la incapacidad del sistema para almacenar energía elástica y devolverla posteriormente. En consecuencia una oscilación en los niveles de presión de un sistema hidráulico en el dominio de las altas frecuencias (escasos segundos), es típica de los sistemas elásticos, y precisa de este modelo para su correcto análisis. El modelo rígido es, en este caso, insolvente.

Todas estas cuestiones relativas a los transitorios rápidos viene ampliamente documentada en los libros clásicos de Wylie y Streeter (1993) y Chaudhry (1987). Recientemente, y en castellano, ha aparecido Abreu et al. (1995c).

### LA FRONTERA ENTRE LOS MODELOS ELÁSTICO Y RÍGIDO EN TUBERÍAS DE IMPULSIÓN

Habida cuenta de la enorme simplicidad que comporta el resolver el transitorio que se genera en una tubería de impulsión con el modelo rígido, resulta particularmente interesante conocer cuando ello es ingenierilmente aceptable, esto es, cuándo el error de cálculo está por debajo de un 2%. En Abreu et al. (1995a y 1995b) vienen presentadas estas cuestiones de una manera mucho más amplia y formal, por lo que aquí solo vamos a tratar la discusión de la frontera modelo rígido/elástico relativa a las tuberías de

impulsión.

Es importante significar que el presente estudio parte de la base de una impulsión típica (Figura 1), con una válvula de retención instalada a la salida del grupo de bombeo, y en la que no se produce la separación de la columna líquida, por cavitación, durante el transitorio.

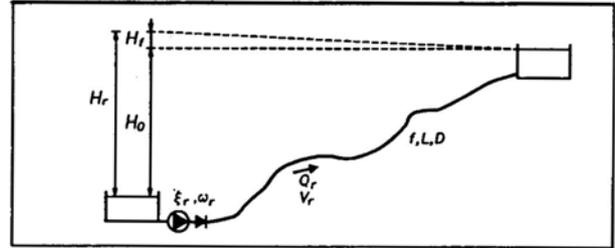


Figura 1. Impulsión típica con válvula de retención instalada a la salida del grupo

El análisis de la parada del grupo motor-bomba, utilizando el modelo rígido, puede llevarse a cabo a partir de un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias constituidos por la ecuación (7) y las ecuaciones que modelizan el comportamiento del grupo durante la parada (Abreu et al., 1995b) que, adimensionalizadas adecuadamente, incluyen tres parámetros:

a) El parámetro de inercia  $\chi$ , relación entre la inercia del grupo motor-bomba y columna de agua ascendente, igual a:

$$\chi = \left( \frac{2\pi}{60} \right)^2 \frac{g I \eta_r N_r^2}{\gamma L V_r Q_r} \tag{8}$$

siendo  $N_r$  la velocidad de rotación del grupo (rpm),  $I$  la inercia de las masas rotantes del grupo ( $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ ), y el peso específico ( $\gamma=9800 \text{ N/m}^3$  para el agua),  $L$  la longitud de la impulsión (m), mientras que el subíndice  $r$  se corresponde con los valores del régimen estacionario y que, se supone, coinciden con el punto en que la bomba aporta sus mejores prestaciones, consecuencia todo ello de un diseño adecuado.

b) El parámetro de fricción,  $h_f$ , definido por:

$$h_f = \frac{H_f}{H_r} = \frac{H_f}{H_0 + H_f} = \frac{f \frac{L V_r^2}{D 2g}}{H_0 + f \frac{L V_r^2}{D 2g}} \tag{9}$$

en donde la significación de las alturas queda aclarada con la ayuda de la Figura 1.

c) Las curvas características de la bomba impulsora

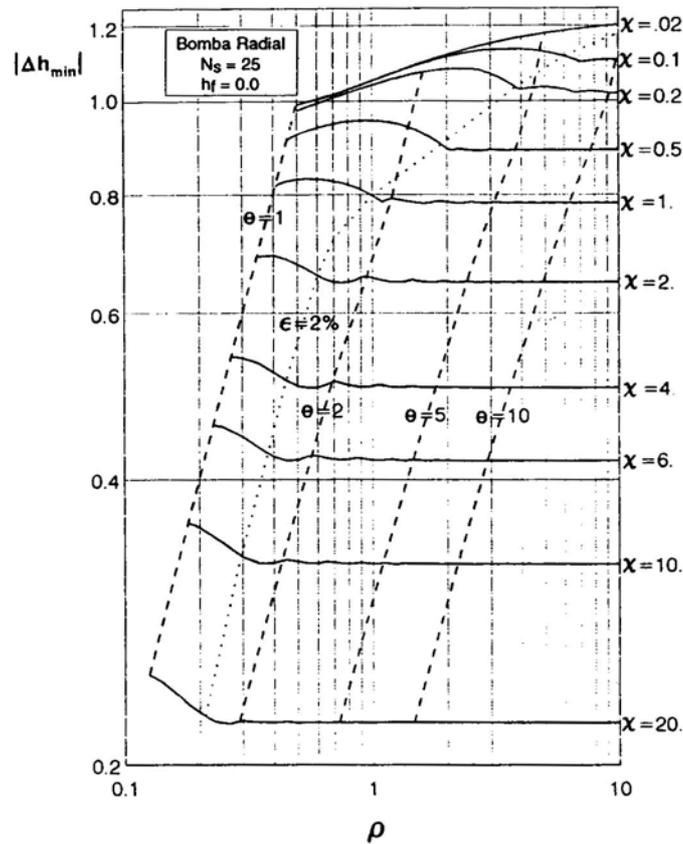


Figura 2. Fronteras entre modelos rígido y elástico.

debidamente estructuradas a través de las funciones WH(x) y WB(x) en el modo que las definen Marchal et al. (1965). La velocidad específica  $N_s$  nos indica el tipo de bomba (radial, axial o mixta) y se define según:

$$N_s = \frac{w_r \sqrt{Q_R}}{(gH_r)^{3/4}} = \frac{2\pi N_r \sqrt{Q_r}}{60 (gH_r)^{3/4}} \quad (10)$$

con  $w_r$  la velocidad de rotación nominal (rad/s). Se admite que la influencia de las curvas características de una bomba puede ser caracterizada a través del correspondiente  $N_s$ , valor que da lugar a las familias de curvas WB(x) y WH(x) de Marchal et al. (1965).

Los parámetros han sido definidos por orden de importancia y así la influencia de  $x$  es capital, mientras que el papel de  $h_f$  es mucho menos relevante. Finalmente, y habida cuenta de que nos interesamos en el análisis del fenómeno en impulsiones de gran desnivel, caemos en el campo de las bombas centrífugas y en lo que sigue vamos a referirnos a bombas con un valor de  $N_s$  próximo o igual a 25. En caso contrario deben utilizarse gráficos

correspondientes a valores diferentes de  $N_s$ , si bien se está en condiciones de afirmar (Abreu et al., 1995b) que su influencia no es excesivamente importante.

Las Figuras 2, 3 y 4, correspondientes respectivamente a los parámetros de fricción  $h_f = 0; 0.1$  y  $0.5$ , muestran la línea de puntos de separación entre las zonas en que la discrepancia entre los modelos rígido y elástico es superior o inferior al 2%. El parámetro  $p$  que fija el valor de la abscisa es un parámetro propio del modelo elástico definido según:

$$\rho = \frac{aV_r}{2gH_r} \quad (11)$$

mientras que el parámetro  $\theta$  recogido también en las gráficas representa la relación entre el tiempo de característico  $T_c$  de la perturbación y el semiperíodo del fenómeno elástico

$$\theta = \frac{T_c}{a} \quad (12)$$

Ambos parámetros ( $p$  y  $\theta$ ) fueron introducidos por Allievi (1903).

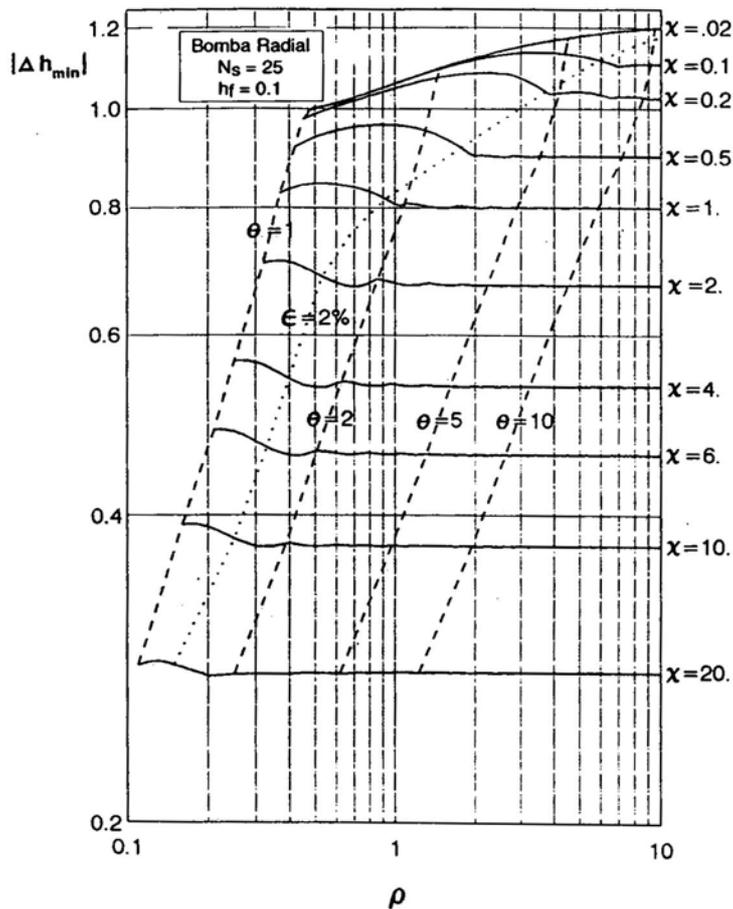


Figura 3. Fronteras entre modelos rígido y elástico ( $N_x = 25$ ;  $h_f = 0.1$ )

Es importante insistir en que la solución del transitorio mediante el modelo rígido solo permite conocer de manera directa la mínima presión tras la parada, por cuanto el sistema no puede almacenar energía elástica para después devolverla. Consecuentemente, la solución se bloquea en el mismo momento en que la velocidad de la columna se anula. Ello, sin embargo, no es obstáculo para el cálculo de la sobrepresión, porque, de acuerdo con Donsky (1961), en sistemas sin fricción el valor de la sobrepresión es igual, en valor absoluto, al de la depresión alcanzada y en sistemas con fricción, este criterio, se comprende, es ligeramente conservador.

Las gráficas visualizan ciertas zonas (debajo y a la derecha de la línea de puntos, donde las curvas se hacen planas), en las que el valor de las depresiones máximas que se alcanzan tras la parada del grupo impulsor, resultan totalmente independientes del parámetro elástico  $\rho$ , lo que equivale a decir que nos encontramos en el dominio de validez del modelo rígido.

Aunque volveremos sobre este tema cuando se presenten los ejemplos prácticos, ya podemos anticipar que en la mayoría de las aplicaciones prácticas, los parámetros de la instalación nos van a llevar al dominio de validez del modelo rígido.

Debemos insistir en que no debe aparecer cavitación en el sistema, en cuyo caso cuanto antecede pierde toda validez, ya que la rotura de la columna líquida no ha sido contemplada en la resolución analítica que ha dado lugar a las Figuras 2, 3 y 4.

**CONSIDERACIONES EN TORNO A LA METODOLOGÍA DE MENDILUCE**

Mendiluce (1965) propone, para la instalación de la Figura 1, la expresión (15) para el cálculo del tiempo de parada de la columna líquida tras la interrupción del suministro de energía al grupo motor-bomba. La justifica mediante un balance energético en el campo del modelo rígido (despreciando por tanto los efectos

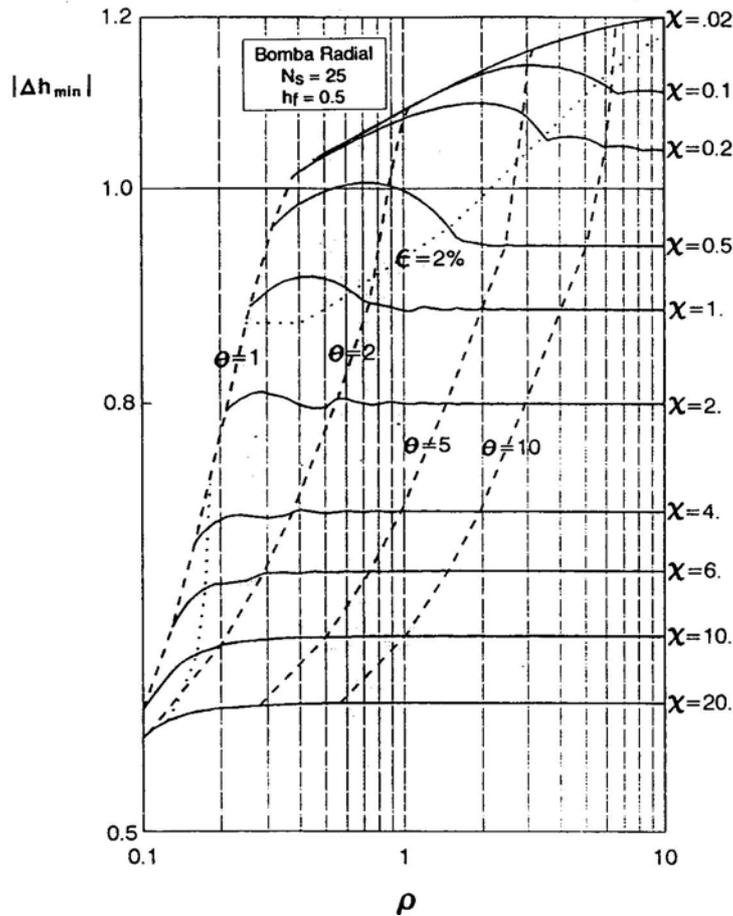


Figura 4. Fronteras entre modelos rígido y elástico ( $N_s = 25$ ;  $h_f = 0.5$ )

elásticos) introduciendo después, coeficientes de carácter experimental que fue retocando con el paso de los años. Su publicación más reciente (Mendiluce, 1987) es la que sintetiza la evolución de la fórmula del tiempo de parada y es a ella a la que ya nos hemos referido.

Básicamente la metodología de Mendiluce consiste en determinar, a partir de los datos de la instalación, el valor  $T_c$ . Seguidamente, en función del tiempo de parada obtenido mediante (15) y siempre que su valor sea inferior a  $2L/a$ , aplicar la fórmula (13) de Joukowsky (1897), -en España más conocida como fórmula de Allievi-, y en el supuesto de que  $T_c$  exceda a  $2L/a$  utilizar la fórmula (18) de Michaud (1878), para evaluar la sobrepresión máxima que se puede alcanzar al parar el grupo motor-bomba.

$$\Delta h = \frac{aV_0}{g} \quad (13)$$

Es importante consignar, cuanto antes, que la metodología de Mendiluce es inconsistente ya que utiliza un balance energético propio del modelo rígido

(por cuanto desprecia los efectos elásticos en tubería y fluido), y sin embargo utiliza para el cálculo de la sobrepresión expresiones propias del modelo elástico. Habida cuenta de que su aportación más interesante es la del tiempo de parada  $T_c$  y en aras a la coherencia, procede comparar la metodología de Mendiluce con el modelo rígido, situándonos en consecuencia en las zonas planas de las figuras 2, 3 y 4 propias de elevados valores de  $\rho$  (poca elasticidad del sistema) y  $\chi$  (mucha inercia del grupo, esto es del contorno frente a la inercia del sistema caracterizada por la columna de agua ascendente).

También admite Mendiluce un decrecimiento lineal de la velocidad de la columna rígida del tipo:

$$V = V_r \left( 1 - \frac{t}{T_c} \right) \quad T_c \leq t \leq 0 \quad (14)$$

lo que en la práctica resulta únicamente cierto en zonas de validez del modelo elástico (valores de  $\rho$  y  $\chi$  pequeños).

El balance energético "rígido" de Mendiluce supone

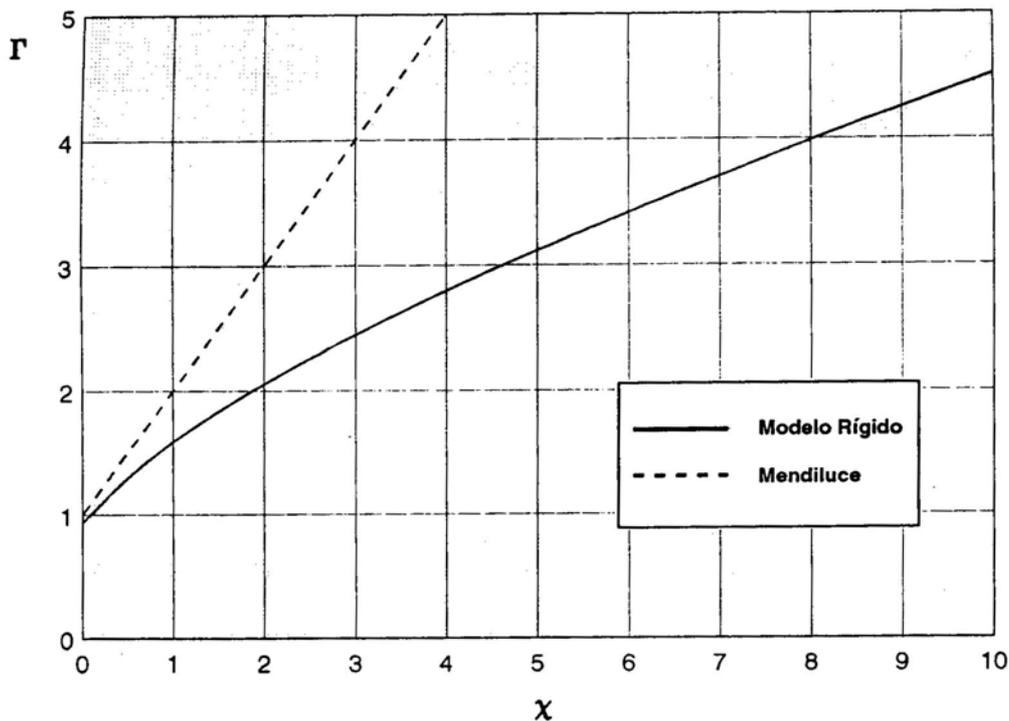


Figura 5. Variación del tiempo de parada de la columna en función del parámetro de inercias.

igualar energía cinética inicial (de la columna de agua más el grupo impulsor) a la final, en forma de energía potencial ganada por el agua en su movimiento, más las pérdidas. Todo ello suponiendo la ley lineal (14). El resultado que obtiene Mendiluce (1987), es:

$$T_c = \frac{LV_r + \frac{PD^2 w_r^2}{8g} \eta_r}{gH_r} \quad (15)$$

donde todas las variables han sido definidas previamente, salvo por lo que se refiere a la expresión práctica de la inercia del grupo impulsor

$$I = \frac{PD^2}{4g} \quad (16)$$

El propio Mendiluce no aconseja la utilización de (15), por encontrarla poco operativa, y en su lugar recomienda

$$T_c = C + K \frac{LV_r}{gH_r} \quad (17)$$

en donde los coeficiente C y K, tabulados en en donde los coeficientes C y K, tabulados en Mendiluce (1987), dependen de la longitud y pendiente de la impulsión respectivamente.

No tiene sentido, comparar el proceder de Mendiluce en transitorios muy rápidos que requieran del concurso

del modelo elástico porque, como se ha dicho, esta metodología es escasamente fiable en esta zona. En consecuencia solo se consideran tiempos de parada  $T_c$  mayores que el semiperíodo  $2L/a$  en los que debe aplicarse la expresión debida a Michaud:

$$\Delta H = \frac{2LV_r}{gT_c} \quad (18)$$

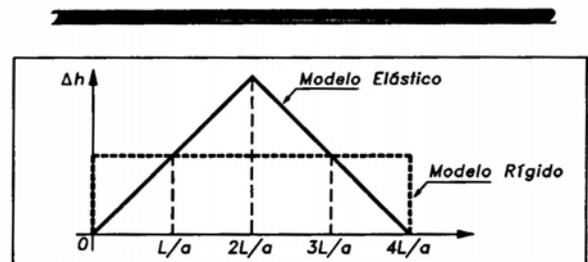


Figura 6. Evolución de la sobrepresión  $\Delta H$ , según el modelo rígido y el elástico, para un cierre lineal.

Obsérvese que las Figuras 2, 3 y 4 no consideran en ningún caso valores del parámetro de Allievi  $\theta$  inferiores a la unidad. Pues bien, si admitimos que además de ser  $\theta > 1$  nos encontramos en el campo de validez del modelo rígido, lo que podemos averiguar de inmediato a partir de las figuras 2, 3 y 4 (zonas en las que las curvas devienen horizontales), la metodología de Mendiluce compensa errores y los

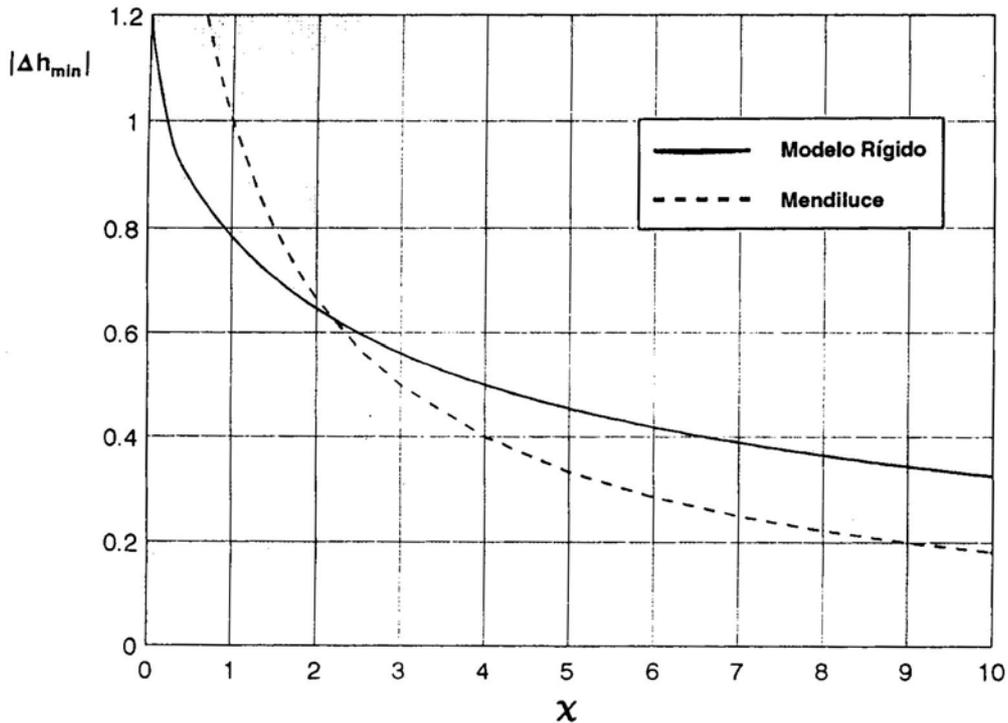


Figura 7. Depresiones calculadas con la metodología de Mendiluce y con el modelo rígido.

resultados se encuentran dentro del orden de magnitud de la solución del problema y, en no pocas ocasiones, son correctos. Y ello es así porque el tiempo  $T_c$ , calculado de acuerdo a (17), es superior al real, lo que supone estar del lado de la inseguridad, pero por el contrario la fórmula de Michaud proporciona un pico de presión con un valor dos veces superior al calculado con la metodología del modelo rígido, por lo que en este caso se pone del lado de la seguridad, neutralizándose ambos efectos.

La Figura 5 presenta los tiempos de parada de la columna líquida a partir del parámetro  $\Gamma$  definido por (19) en función del parámetro  $\chi$ ,

$$\Gamma = \frac{T_c}{\frac{LV_r}{gH_0}} = \frac{T_c}{T_w} \tag{19}$$

y que representa el cociente entre el tiempo de cierre de la válvula de retención  $T_c$  y el tiempo de inercia de la columna rígida  $T_w$ , característico de este modelo, y que representa el tiempo necesario para que una columna de agua adquiera la velocidad  $V_r$ , a partir del reposo, en el supuesto de ausencia de fricción y siendo impulsada a una altura igual a  $H_0$ .

La Figura 5 muestra con claridad cómo para un mismo valor de  $\bullet$  la expresión de Mendiluce conduce a mayores valores de  $\Gamma$ , esto es, de  $T_c$ . El error crece a medida que aumenta el valor de  $\bullet$ , esto es a medida que el transitorio se hace más lento. Más adelante justificaremos por qué la fórmula de Mendiluce

mayora el tiempo de parada de la columna  $T_c$ . Pero si en la determinación de  $T_c$ , la expresión de Mendiluce nos sitúa del lado de la inseguridad la fórmula de Michaud (18), es muy conservadora cuando se comparan sus resultados con los proporcionados por el modelo rígido, supuesta una variación de caudal lineal de la columna del tipo (14) en la que se admite  $T_c = 4L/a$ .

$$V = V_r \left( 1 - \frac{t}{T_c} \right) = V_r \left( 1 - \frac{t}{\frac{4L}{a}} \right) \tag{20}$$

proporcionando el modelo rígido, expresión (7) particularizada para  $f=0$ , una sobrepresión igual a:

$$\Delta H = \frac{L}{g} \left| \frac{dV}{dt} \right| = \frac{L V_r}{g T_c} \tag{21}$$

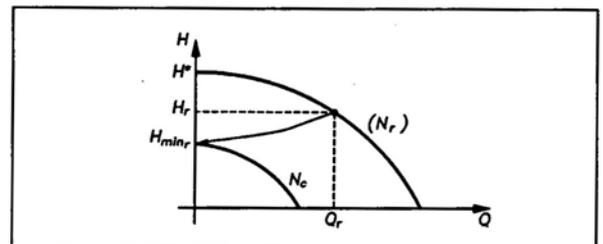


Figura 8. Evolución del punto de funcionamiento de la bomba tras la parada.

que es, justamente, la mitad de la fórmula de Michaud (18). La figura (6), (Betamio de Almeida y Koelle, 1992), visualiza la evolución de la sobrepresión de acuerdo con los modelos que consideramos.

La superposición de ambos errores, que como hemos visto tienden a compensarse, dan lugar a una depresión mínima (equivalente como se ha dicho a una sobrepresión) calculada por el modelo rígido, bastante próxima a la que proporciona la metodología de Mendiluce, tal y como nos muestra la Figura 7. Incluso para valores de  $\chi$  próximos a 2 la precisión es muy razonable siempre que nos encontremos en el dominio del modelo rígido ( $\rho \geq 0.5$ , de acuerdo con las Figuras 2, 3 y 4).

**CORRECCIÓN ENERGÉTICA DE DE MARTINO**

La explicación por la que el balance energético de Mendiluce proporciona para el  $T_c$  valores superiores a los reales es muy sencilla. En el balance se contabiliza la totalidad de la energía de rotación del grupo motor-bomba y sin embargo la válvula de retención cierra cuando el grupo tiene una velocidad de giro residual, que denominamos  $N_c$ . En consecuencia la energía cinética de rotación a contabilizar en el balance energético debería ser:

$$\Delta E_{c_r} = \frac{1}{2} I (w_r^2 - w_c^2) = \left(\frac{2\pi}{60}\right)^2 \frac{1}{2} I (N_r^2 - N_c^2) \tag{22}$$

La Figura 8 nos muestra la evolución en el tiempo del punto de funcionamiento de la bomba, poniendo de manifiesto que cuando el caudal en la tubería de impulsión se anula la bomba tiene una velocidad de giro residual igual a  $N_c$ . Si en el balance energético rígido se introduce esta corrección, que ya sugirió De Martino (1977), se puede determinar con precisión el tiempo de parada de la columna  $T_c$ , a través de la ecuación de 2º grado (23) a la que nos conduce tal balance y en la que todas las variables y parámetros han sido previamente definidos, excepto  $H^*$  que representa la altura a válvula cerrada (Figura 8).

$$x = \frac{\frac{6}{5} \Gamma - 1}{1 - \frac{H_r}{H^*} \left(1 - \frac{1.5}{\Gamma}\right)} \tag{23}$$

La solución de (23) comparada con los resultados del modelo rígido muestran una excelente concordancia, tal y como se desprende de la Figura 9.

Ello pone de manifiesto la importancia de la energía cinética residual en el balance energético del modelo rígido.

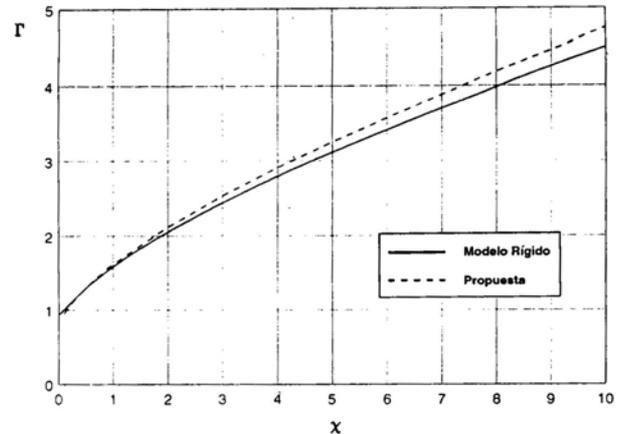


Figura 9. Tiempos de cierre calculados a partir del balance energético con la inercia de rotación modificada y el modelo rígido.

Conocido con mayor precisión, a partir de (23), el tiempo de maniobra  $T_c$ , la cuestión a resolver es qué expresión del modelo rígido resulta más adecuada para evaluar la depresión. La respuesta la proporciona la Figura 10 que compara el valor proporcionado por el modelo rígido, con las adecuadas condiciones de contorno, con la expresión

$$\Delta H = m \frac{L V_r}{g T_c} \tag{24}$$

en donde m es el exponente de la ley de velocidades generalizada:

$$V = V_r \left(1 - \frac{t}{T_c}\right)^m \tag{25}$$

por lo que (20) y (21) son expresiones derivadas de (25) y (24) para el cierre lineal, esto es, para  $m=1$ .

En resumen, una metodología totalmente análoga a la de Mendiluce, aunque mucho más precisa, pasa por la determinación del tiempo de maniobra  $T_c$  a partir de (23), o alternativamente con el apoyo de la figura 9, y el posterior cálculo de la depresión (supuesta igual a la posterior sobrepresión) a partir de (26) que es la expresión (24) particularizada para  $m=1.5$ . La figura 10 pone, además, de manifiesto que el ajuste es bueno para  $\chi > 3$ , lo que a su vez indica el límite de validez de esta propuesta alternativa.

$$\Delta H = 1.5 \frac{L V_r}{g T_c} \tag{26}$$

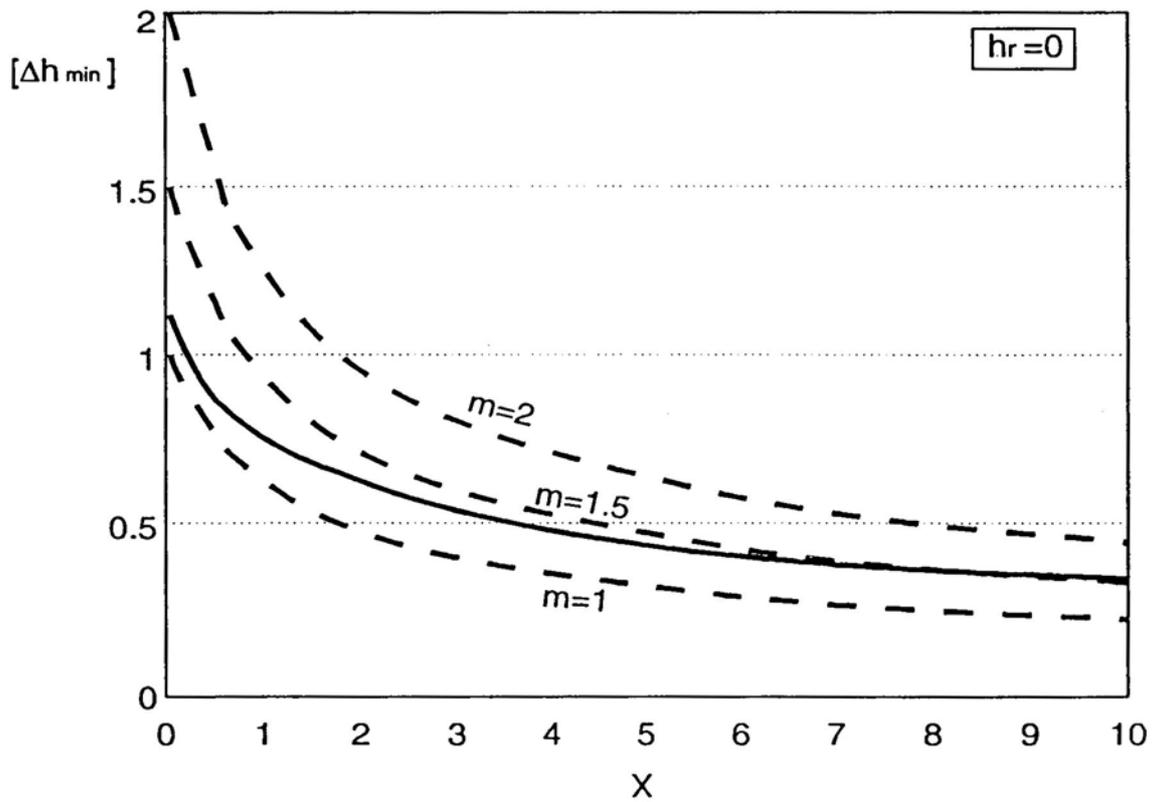


Figura 10. desviación entre el modelo rígido y el cálculo simplificado alternativo en función del exponente  $m$ .

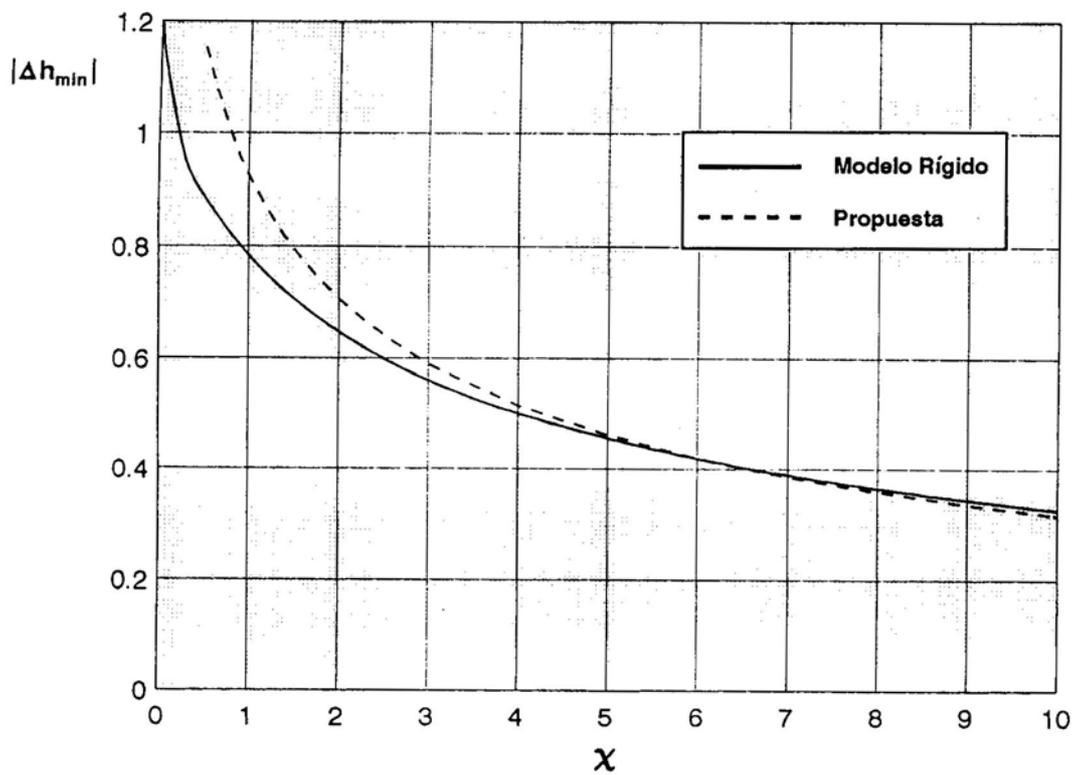


Figura 11. Depresiones calculadas a partir del modelo rígido y de la expresión (21) con el tiempo de cierre modificado

EJEMPLO DE APLICACIÓN

Para ilustrar cuanto se ha expuesto hasta ahora se presenta un ejemplo de aplicación de las diferentes técnicas de análisis presentadas a lo largo del artículo. Se trata de estudiar una impulsión que dispone de una válvula de retención a la salida del grupo, tal como la indicada en la Figura 12, que recoge asimismo las características principales de la instalación.

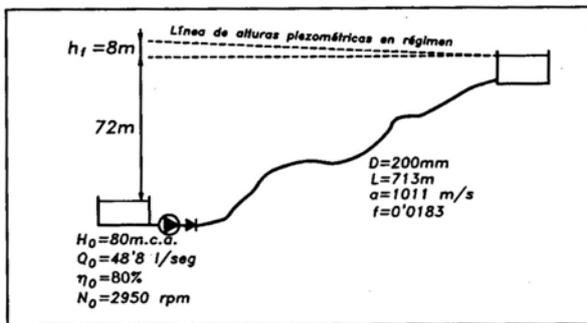


Figura 12. esquema de la instalación estudiada.

Sobre la instalación descrita se han estudiado tres casos diferentes, variando de uno a otro tan solo el valor de la inercia del grupo motor-bomba. Si bien no se trata de una situación real, por cuanto sobre una instalación determinada la variación de la inercia en general no es una práctica habitual, sin embargo el estudio pone de manifiesto con claridad las diferencias y discrepancias entre las metodologías de análisis presentadas. En definitiva, variando únicamente la inercia del grupo impulsor nos movemos sobre la figura 3 ( $h_f = 0'1$ ), a lo largo de una vertical ( $\rho=1$ ) para diferentes valores del parámetro  $\chi$ , definido en (8), ocupando en consecuencia puntos dentro y fuera del límite de validez del modelo rígido.

Los valores de inercia considerados para los casos estudiados son 0.35, 1.4 y 2.8  $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ , correspondientes, para la instalación estudiada, a valores de  $\chi$ : 0.5, 2 y 4 respectivamente.

Cada uno de los tres casos considerados, se ha analizado mediante las cuatro metodologías de análisis comentadas: modelo elástico, modelo rígido, metodología de Mendiluce y metodología propuesta como alternativa a la de Mendiluce a partir de la corrección de De Martino. Los resultados del modelo elástico han sido obtenidos en base a integrar el sistema de ecuaciones diferenciales (2) con las condiciones de contorno apropiadas (el depósito aguas abajo de la conducción y la parada del grupo impulsor aguas arriba). Esta resolución se ha realizado mediante el programa DYAGATS (Diseño Y Análisis del Golpe de Ariete en Tuberías Simple) desarrollado por la

Unidad Docente Mecánica de Fluidos (U.D. Mecánica de Fluidos, 1993). Los resultados del modelo elástico, son los que se toman como referencia para evaluar las otras tres metodologías de análisis de transitorios.

La resolución del fenómeno transitorio mediante el modelo rígido y mediante la metodología de Mendiluce se han simplificado en base a utilizar las gráficas de las Figuras 5 y 7, que recogen respectivamente el tiempo de parada adimensionalizado  $\Gamma$  y la depresión mínima adimensional  $\Delta h_{\min}$  en función del parámetro  $\chi$ . Dichas gráficas han sido obtenidas a partir de la figura 5, esto es, para el caso de una bomba centrífuga ( $N_s = 25$ ), como es el caso del ejemplo mostrado y para un valor del parámetro de fricción  $h_f = 0.1$ , tal y como se define en (9).

Finalmente se comparan los resultados obtenidos con las tres metodologías expuestas con la alternativa propuesta a la metodología de Mendiluce, recogida en las gráficas 9 y 11.

Los resultados del análisis de los tres casos son los que se recogen en las tablas siguientes:

Tabla 1. Comparación del tiempo  $T_c$  de parada del grupo.

$I(\text{Kgm}^2)$	$\chi$	Tiempo de parada $T_c$ (seg)			
		Elást.	Ríg.	Mend.	Prop.
0.35	0.5	1.82	1.83	2.12	1.83
1.40	2	3.13	2.96	4.23	3.03
2.80	4	4.37	3.95	7.05	4.13

Tabla 2. Comparación de la depresión mínima  $\Delta H_{\min}$ .

$I(\text{Kgm}^2)$	$\chi$	Depresión mínima $\Delta H_{\min}$ (mca)			
		Elást.	Rígido	Mend.	Prop.
0.35	0.5	76.6	71.2	106.41	92
1.40	2	53.12	52	53.6	56.8
2.80	4	41.52	40.0	32.0	40.8

En las figuras 13 y 14 pueden verse respectivamente las gráficas comparativas del tiempo de parada  $T_c$  y de la depresión mínima  $\Delta H_{\min}$  para las diferentes metodologías empleadas.

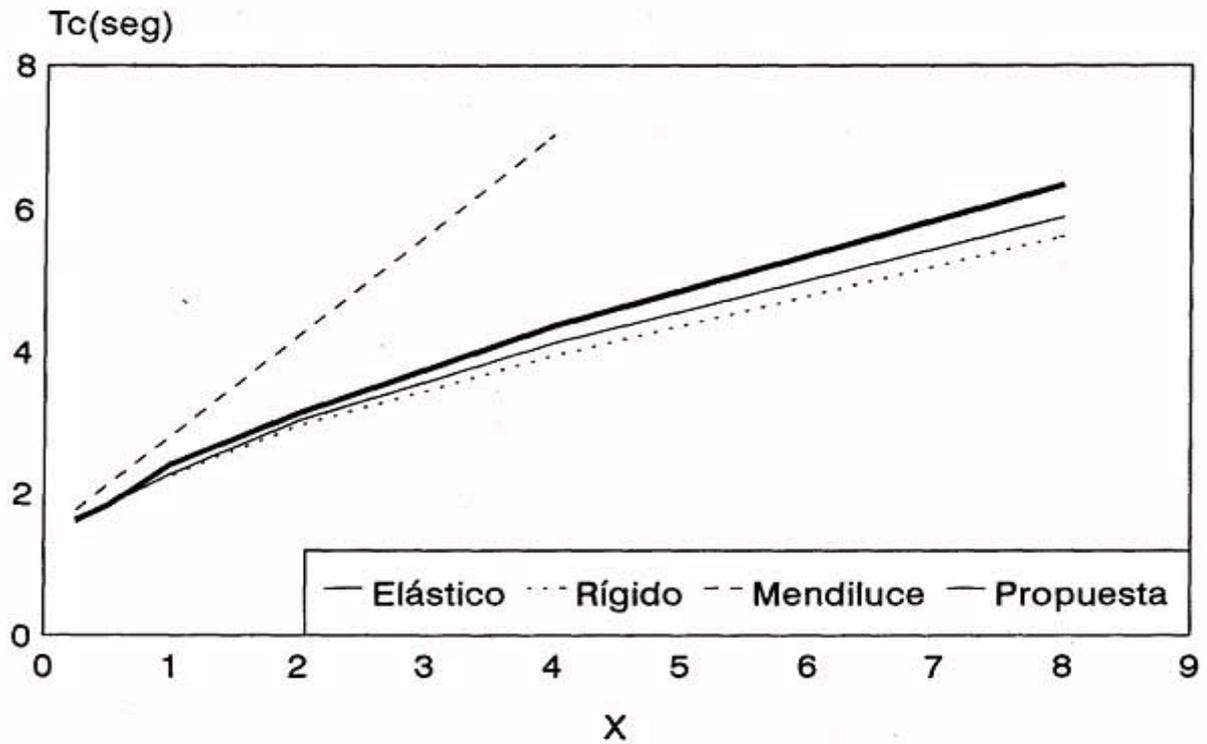


Figura 13. Comparación del tiempo de parada  $T_c$  obtenido por las diferentes metodologías empleadas.

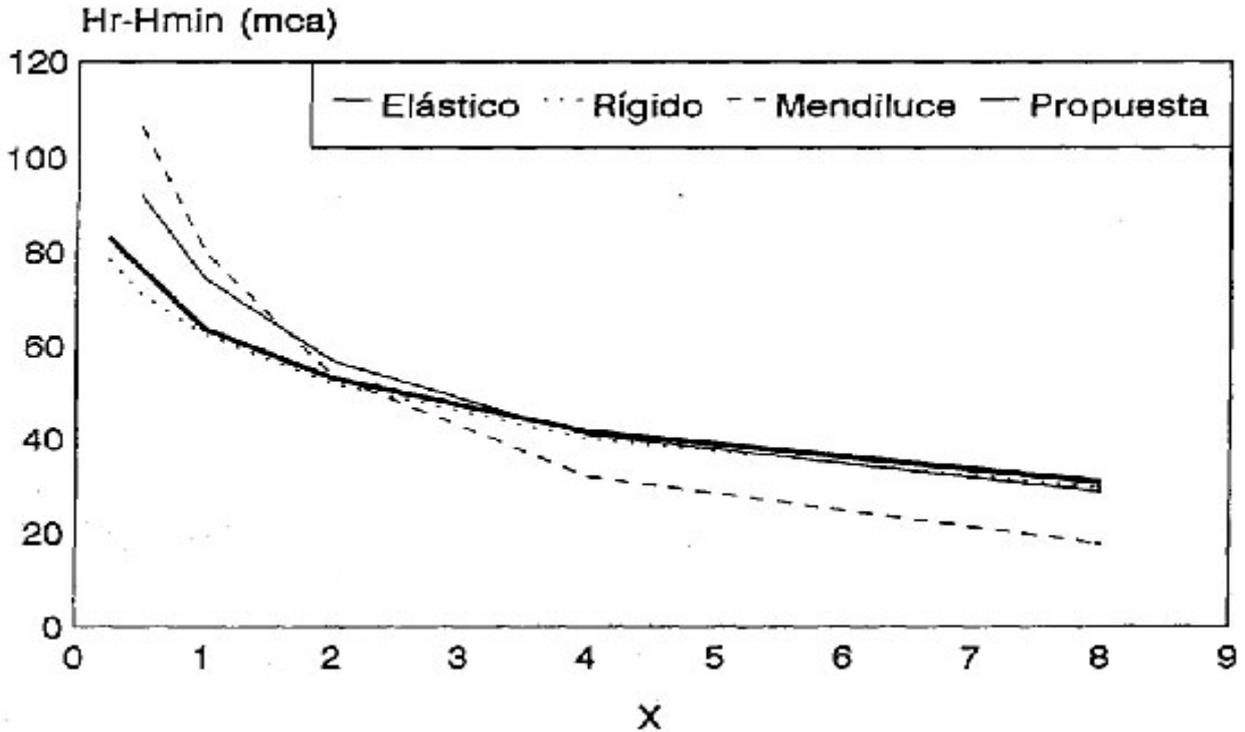


Figura 14. Comparación de la depresión mínima  $\Delta H_{min}$  obtenido por las diferentes metodologías empleadas.

## ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

El análisis comparativo de los tres casos estudiados sobre el ejemplo de aplicación (Figura 14) muestra los rangos de validez y los errores que introduce cada una de las metodologías de análisis de golpe de ariete en impulsiones. Todas las metodologías empleadas ofrecen valores similares de la depresión mínima originada tras la parada del grupo para valores del parámetro de inercia  $\chi$  próximos a 2. Para valores de  $\chi$  mayores de 2 las metodologías de análisis empleadas, a excepción de la de Mendiluce ofrecen resultados similares. Este hecho se basa en que al aumentar el valor de  $\chi$  aumenta la inercia del sistema, por lo que se entra dentro del rango de validez del modelo rígido. Así, las metodologías que calculan la depresión adecuadamente (el modelo elástico y el rígido) y la metodología propuesta como alternativa a Mendiluce ofrecen resultados muy próximos. Por el contrario, Mendiluce ofrece resultados superiores en cuanto al valor de la depresión mínima alcanzada, por cuanto el tiempo de parada calculado, al no tener en cuenta la corrección de De Martino es muy superior al del resto de metodologías. Por tanto existe una fuerte discrepancia respecto de las alternativas anteriores. Dicha discrepancia puede generar consecuencias importantes por cuanto la depresión obtenida mediante la metodología de Mendiluce es claramente inferior a la que se obtiene en la realidad. Esto puede generar un diseño inadecuado del sistema con el consiguiente riesgo de fallo por rotura de la conducción al sobrevenir el fallo del suministro eléctrico en la estación de bombeo.

Por el contrario, para valores de  $x$  inferiores a 2 también aparecen ciertas discrepancias entre las diferentes metodologías. Así, tanto la metodología de Mendiluce como la propuesta como alternativa ofrecen valores de la depresión mínima superiores a los ofrecidos por las metodologías del modelo elástico y del modelo rígido. No obstante, esta mayoración de la depresión mínima originada por las metodologías de Mendiluce y la propuesta, se encuentra del lado de la seguridad, por cuanto mayor la depresión alcanzada. En estas condiciones la aplicación de estas metodologías conducirá a un sobredimensionado de la conducción, en cuanto a timbrajes de la misma se refiere.

Únicamente aparecen discrepancias entre los valores de depresión mínima entre el modelo rígido y el elástico para valores muy bajos del parámetro  $x$ . Cuando el parámetro  $x$  toma valores pequeños se entra en la zona en la cual los valores de la depresión mínima no dependen tan solo de dicho parámetro, sino

que también dependen del parámetro elástico  $p$ . Es decir, conforme se entra en la zona en que se pierde la validez del modelo rígido (valores de  $p$  y  $\chi$  que sitúan el punto a la izquierda de la curva de error del 2% en las gráficas de las figuras 2, 3 y 4), las discrepancias entre los valores ofrecidos por los modelos elástico y rígido serán cada vez mayores. No obstante, una gran mayoría de aplicaciones prácticas ingenieriles se sitúan en la zona de validez del modelo rígido, por lo que la metodología de análisis en base a la utilización de las Figuras 2, 3 y 4 resulta sumamente útil.

En definitiva, se han presentado cuatro metodologías alternativas de modelización del golpe de ariete en impulsiones, cada una de ellas con una complejidad diferente de trabajo. Sin duda cualquiera sea la instalación considerada, lo correcto es emplear el modelo elástico, si bien requiere disponer del adecuado soporte informático de modelización. La utilización del modelo rígido (figuras 2, 3 y 4) puede ser de gran utilidad en numerosas aplicaciones, y resulta sumamente sencilla de utilizar. Las metodologías de Mendiluce y la propuesta como alternativa a ésta son de carácter más sencillo en cuanto a fundamento, pero en determinadas instalaciones pueden originar dimensionados excesivos de las instalaciones. Asimismo se ha visto como para determinados valores del parámetro  $\chi$  la metodología de Mendiluce ofrece valores de depresiones inferiores a los reales.

De cuanto se ha expuesto puede entreverse la facilidad de empleo de la metodología basada en el modelo rígido, si bien hay que tener en cuenta que este proceder ofrece únicamente depresiones mínimas en la conducción, por cuanto al no considerar el almacenamiento de energía elástica es incapaz de generar las sobrepresiones máximas que se producen tras la parada del grupo motor bomba.

Finalmente insistir en el hecho de que todas las metodologías empleadas son válidas en tanto las depresiones mínimas originadas tras la parada del grupo no originen la aparición de fenómenos de cavitación en ningún punto de la conducción.

## CONCLUSIÓN

Se ha presentado en este artículo el modelo rígido de cálculo de transitorios, conocido como modelo de parámetros concentrados u oscilación en masa, como un caso particular del modelo elástico cuando el transitorio no es excesivamente rápido y nos

encontramos en zonas en que los parámetros elásticos de Allievi  $p$  y  $\theta$  pierden influencia.

Asimismo se ha tratado de clarificar, situándola en su adecuado contexto, la metodología de cálculo de impulsiones propuesta por Mendiluce. El predicamento y grado de utilización del que ha gozado la expresión en España durante las dos últimas décadas merece, creemos, se le dedicara esta atención.

Finalmente, y con la presentación de una aplicación concreta, se han reforzado las ideas vertidas en el presente trabajo.

### NOMECLATURA

- a: Celeridad de la onda de presión.
- A: Sección de la conducción.
- e: Espesor de la conducción.
- E: Módulo de Young del material.
- f: Factor de fricción de Darcy.
- g: Aceleración de la gravedad.
- $h_f$ : Parámetro de fricción.
- $H_f$ : Pérdidas por fricción en la conducción.
- $H_r$ : Altura de bombeo en régimen permanente.
- $H_x$ : Altura de un punto genérico.
- $H_0$ : Altura de un punto del instante anterior.
- $H^*$ : Altura suministrada por la bomba a válvula cerrada.
- I: Inercia del grupo motor-bomba.
- K: Módulo de compresibilidad del agua.
- L: Longitud de la conducción.
- N: Velocidad de giro del grupo motor-bomba (rpm).
- p: Presión.
- Q: Caudal genérico.
- t: Tiempo.
- $T_c$ : Tiempo de parada del grupo.
- $T_w$ : Tiempo de inercia de la columna rígida.
- V: Velocidad genérica de circulación del fluido.
- w: Velocidad de giro del grupo motor-bomba (rad/seg).
- x: variable espacial.
- y: Peso específico del fluido.
- $\Delta E_C$ : Variación de la energía cinética.
- p: Densidad del fluido.
- $\phi$ : Pendiente de la conducción.
- x: Parámetro de inercia.
- H: Rendimiento del grupo motor-bomba en régimen.
- r: Tiempo de parada adimensional.

### Subíndices

- $r$ : Valores de régimen permanente.
- $c$ : Valores residuales en el grupo motor-bomba tras el cierre de la válvula de retención.

### REFERENCIAS

- Abreu, J.M.; Cabrera, E.; Izquierdo, J.; García-Serra, J., (1995a), "Flow Modelling in pressurized systems. From water hammer to steady state. I: Fundamentals", Remitido al Journal of Hydraulics Engineering, ASCE.
- Abreu, J.M.; Cabrera, E.; Izquierdo, J.; García-Serra, J., (1995b), "Flow Modelling in pressurized systems. From water hammer to steady state. II: Examples", Remitido al Journal of Hydraulics Engineering, ASCE.
- Abreu, J.M.; Guarga, R.; Izquierdo, J. Editores, (1995c), Transitorios y oscilaciones en sistemas hidráulicos a presión. Ed. U.D. Mecánica de Fluidos. Universidad Politécnica de Valencia.
- Allievi, L., (1903), "Teoría générale del moto perturbato dell'acqua nei tubi in pressione". Ann. Soc. Ing. Arch. Italiana.
- Bergeron. L., (1950), Du coup de belier en hydraulique an coup du foudre en electricite. Ed. Dunod, Paris.
- Betamio de Almeida, A., (1981), O golpe de ariete en condutas elevatorias. Sintese dos conhecimentos actuáis. Memorias do L.N.E.C. n° 550, Lisboa.
- Betamio de Almeida, A., (1989), Transientes hidráulicos en conductos forzados. Congreso Internacional sobre casos e accidentes em sistemas fluidos, Sao Paulo.
- Betamio de Almeida, A., (1990), Protecção contra o golpe de ariete. Publicación interna del Instituto Superior Técnico, Lisboa.
- Betamio de Almeida, A.; Koelle, E., (1992), Fluid transients in pipe networks. Ed Computational Mechanics Publications, Southampton.
- Cabrera, E.; Martínez, F., (1978), Cálculo del diámetro más económico en tuberías de presión. Ingeniería Química. Marzo. 1978, pp. 71-78.
- Cabrera, E.; García-Serra, J.; Iglesias, P.L., (1995), Flow Modelling in water distribution networks. From water hammer to steady-state. Primera lección del Curso Internacional "Improving efficiency and reliability in water distribution systems". Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.

- Chaudhry, H., (1987), Applied hydraulic transients. Van Nostrand Reinhold Company Inc, New York.
- De Martino, G., (1973), Sul calcolo del  $GD^2$  negli impianti di sollevamento. L'Energia Elettrica, n° 8, pp. 487-500.
- Donsky, B., (1961), Complete pump characteristics and the effect of specific speeds in hydraulic transients. Journal Basic Engineering. ASME. Diciembre, pp. 685-699.
- Donsky, B.; Byrne, R.; Barlett, P., (1979), Upsurge and speed-rise charts due to pump shut-down. journal of the Hydraulics Division. ASCE. Junio, pp. 661-674.
- Joukowski. N.E., (1898), Mem. Imperial Academy Soc. of St. Petersburg. Vol 9, n°5.
- Kinno, H.; Kennedy, J.F., (1965), Water-hammer charts for centrifugal pump systems. Journal of the Hydraulic Division. ASCE. Mayo, pp. 247-270.
- Knapp, R.T., (1937), Complete characteristics of centrifugal pumps and their use in the prediction of transient behaviour. Transactions ASME, vol 59, Noviembre.
- Marchal, M.; Flesh, G.; Suter, P., (1965), The calculation of waterhammer problems by means of digital computer. Proc. International Symposium on Waterhammer in pumped storage projects. ASME, pp. 168-188.
- Mendiluce, E. a), (1965), Investigación teórico-práctica de los valores reales del golpe de ariete por parada brusca del grupo motor bomba en impulsiones. Dyna, 1965, n° 3, pp. 155-170 y n° 4, pp. 205-215.
- Mendiluce, E., (1987), El golpe de ariete en impulsiones. Librería Editorial Bellisco. Madrid.
- Michaud, J., (1878), Coups de bélier dans les conduites. Etude des moyens employés pour en atténuer les effets. Bulletin de la Société Vandoise des Ingénieurs et des Architectes. Laussane, 4<sup>e</sup> année. n°s 3 y 4, septembre y octobre, pp. 56-64 y 65-77.
- Parmakian, J., (1955), Waterhammer analysis. Prentice Hall Inc. New York.
- Streeter, V.L.; Wylie, E.B., (1967), Hydraulic Transients. Mc Graw Hill Book Co. Inc. New York.
- Symposium on Waterhammer, (1933), ASME y ASCE. New York.
- Thorley, A.R.D., (1991), Fluid Transients in pipeline systems. D&L George LTD. Herts. England.
- U.D. Mecánica de Fluidos, (1993), DYAGATS. Diseño y análisis de golpe de ariete en tuberías simples. Manual del usuario. Universidad Politécnica de Valencia.
- Wylie, E.B.; Streeter, V.L., (1993), Fluid transients in systems. Prentice Hall. Englewood Cliffs. New York