

## **Unha experiencia docente na materia: "Resolución de problemas en matemáticas"**

**Carlos Soneira Calvo**

**Depto. de Pedagogía e Didáctica, Univ. da Coruña**

### **Abstract:**

Neste traballo recóllese unha experiencia sobre resolución de problemas con profesores de primaria en formación, cunha actividade orientada pola teoría das situacións didácticas. Recóllense as condicións iniciais observadas, o desenvolvemento e os principais resultados observados ao final da experiencia para tratar de amosar os cambios que o feito de cursar a materia "Resolución de problemas en matemáticas" semella producir na capacitación profesional do estudante.

### **1. Introducción.**

Neste traballo descríbese unha experiencia docente levada a cabo na materia "Resolución de problemas en Matemáticas", optativa do 3º curso do Grao en Educación Primaria na Universidade da Coruña durante o 1º cuatrimestre do curso 2011-2012. A materia está prantexada para cumprir dous obxectivos fundamentais, por unha parte trabállase a resolución de problemas como contido e metodoloxía, e por outra preténdese introducir aos estudantes na Aprendizaxe Baseada en Problemas (ABP), para que experimenten en si mesmos as virtudes e carencias deste enfoque, coa intención de que esa experiencia persoal lles aporte unha base sólida que os capacite para aplicar a ABP durante a súa traxectoria profesional futura, xa que distintos estudos apuntan a que os docentes tenden a reproducir nas súas clases as prácticas didácticas empregadas cando eles eran os estudantes. En canto á resolución de problemas matemáticos como fin en si mesmo, fíxose máis fincapé, segundo a distinción sinalada por Charnay (1988) no Obxectivo Metodolóxico, en canto ao estudo de estratexias de resolución e habilidade para a súa posta en práctica con flexibilidade, perante o Obxectivo Cognitivo, en canto a medio para aprender contidos matemáticos.

Describiremos as condicións da experiencia, a metodoloxía seguida e os resultados observados. Finalmente interpretaremos estes últimos para tentar de extraer conclusións que nos permitan mellorar a nosa praxe docente futura en novas propostas didácticas.

### **2. Antecedentes e Marco Teórico.**

No deseño desta experiencia tivéronse especialmente en conta as propostas de Brousseau (Sadovsky, 2008) e a súa teoría das situacións didácticas. No deseño das actividades de aula usáronse as ideas do “modelo aproximativo” (Charnay, 1988) centrado na construción do saber por parte do alumno.

Posto que os estudantes eran estudantes de profesores de primaria (EPP), prestouse gran atención ás crenzas, ás actitudes cara as matemáticas e ás actitudes matemáticas (Callejo, 1994). Estes aspectos poden constituír dende un obstáculo ata unha axuda á hora adquirir coñecemento matemático, pero ademais no caso de profesores en formación poden ser transmitidas aos futuros estudantes. Dado que no exercicio da súa carreira educarán a varias xeracións consideramos este punto de especial relevancia.

A metodoloxía utilizada vira en torno á resolución de problemas (RP) e seguindo o principio de Brown (1985), segundo o cal un elemento esencial das clases de resolución de problemas para EPP é que os estudantes poidan ter unha experiencia de resolución semellante á que se espere que van ter os seus futuros alumnos, o que implica prantexar aos EPP non os problemas que eles terán que propoñer aos seus estudantes, senón problemas cuxa dificultade para eles sexa similar á dificultade que terán os seus futuros estudantes á hora de resolver os problemas que lles prantexen. De cara a xénese de coñecemento, as teses de Brown concordan coa idea de “resistencia suficiente” de Charnay (1988).

### **A función da resolución de problemas.**

As respostas á preguntas sobre o papel da resolución de problemas como metodoloxía básica son practicamente coincidentes. Lembramos algunhas a modo de exemplo:

O NCTM (1989) afirma que “a resolución de problemas é o proceso polo que os estudantes experimentan a potencia e a utilidade das matemáticas no mundo que os rodea. É tamén un método de indagación e aplicación integrado a través dos estándares co obxecto de ofrecer un contexto sólido para a aprendizaxe e a aplicación das matemáticas. As situacións-problema poden establecer a necesidade de saber e fomentar a motivación para o desenvolvemento dos conceptos.”

Resnick e Ford (1991) afirman que a resolución de problemas contribúe a “descubrir conexións e relacións entre diferentes áreas do coñecemento”, a “aplicar o coñecemento nas situacións de resolución de problemas”, e á “elaboración propia do coñecemento matemático en lugar de recibilo pasivamente de outras persoas”.

García Jiménez (2002) defende que “por medio da resolución de problemas poden desenvolverse boa parte das capacidades que debería ter un matemático, provoca o gusto polas matemáticas e estimula a dispoñibilidade a aplicar as matemáticas a situacións da vida

real.”

### **O traballo en grupos**

Nesta experiencia os estudantes traballaron a maior parte do tempo por grupos. Escolleuse esta opción ao considerar, seguindo a Brousseau e Charnay (Charnay 1988, Sadovsky 2005) a interacción social como un dos factores que interveñen na aprendizaxe, ao intervir nas actividades de comunicación, tanto á hora de formular como de probar ou cuestionar.

Varios autores avalan este xeito de distribuír a clase. Schoenfield (1985,1992) sinala varias vantaxes da organización da clase en pequenos grupos. Resolver problemas en grupo provoca discusións sobre as diferentes posibilidades; fai xurdir varias maneiras de enfocar o problema e obriga a discutir sobre as vantaxes de cada unha e a tomar decisións conxuntas. O traballo en grupo proporciona seguridade e confianza debido a que permite constatar as dificultades que teñen os demais compañeiros e que estes teñen que se esforzar igualmente para atopar a solución. Traballar en pequenos grupos leva a tomar conciencia de que atopar a solución dun problema non é sempre asunto dun so.”

Bosch Saldaña e Frías Zorrilla (1999) consideran que o traballo en equipo favorece o apoio mutuo, o aproveitamento das mellores calidades de cada estudante e obriga aos estudantes a adquiriren responsabilidade perante os demais.

## **3. Metodoloxía**

### **Condicións iniciais do alumnado e primeiras observacións**

Desenvolvemos a actividade nun grupo de 29 estudantes do 3º curso do Grao en Educación Primaria impartido na Facultade de Ciencias da Educación da Universidade da Coruña, na materia optativa Resolución de Problemas en Matemáticas, que debido á implantación dos novos planos de estudo era o primeira vez que se impartía. Unha alumna simultaneaba estes estudos de grao coas poucas materias que lle quedaban para obter a Licenciatura en Económicas.

Dado o carácter optativo, os motivos que manifestaron os estudantes para escolleren a materia foron moi variados. Algúns matricularonse porque lles gustaban as matemáticas en xeral e a resolución de problemas en particular, outros porque consideraban que o seu nivel en matemáticas era baixo e buscaban un reforzo, outros atraídos polo horario das clases.

Os coñecementos e capacidades dos estudantes en canto á resolución de problemas variaba moito dun suxeito a outro, se ben eran maioritariamente escasas. Parécenos destacable o feito de que moitos deles non eran conscientes das súas propias aptitudes,

observándose un certo receo cara as matemáticas por consideraren que non estaban suficientemente dotados, sen reflexionar sobre os motivos desa situación.

### **Declaracións dos estudantes sobre etapas educativas anteriores**

Ao longo do curso os estudantes manifestaron que a praxe docente recibida nas etapas educativas anteriores orientábase principalmente cara procedementos mecánicos e automatizados, concibindo as matemáticas escolares coma unha serie de fórmulas e propiedades a memorizar, aceptando que eran verdadeiras mais sen comprender o porqué, nin a utilidade das matemáticas máis aló da práctica escolar, non sendo eles quen de aplicalas noutros contextos de forma consciente. Según os estudantes, as devanditas fórmulas e propiedades formais, despois de seren explicadas na clase eran aplicadas na realización de exercicios e na resolución de problemas, entendida esta maioritariamente como resolución de problemas tipo, polo que unha vez que se realizaba o mesmo tipo algunhas veces pasaba a ser un exercicio mecánico de consolidación dos algoritmos, aínda que os docentes e estudantes seguían a referirse a eles como problemas. En ningún caso manifestaron ter empregado a ABP, só a motivación física dalgúns conceptos matemáticos, pero sendo o concepto transmitido polo docente xa construído por este, e non prantexada a súa introdución, polo menos a nivel intuitivo, por medio dunha situación adidáctica.

### **Comportamento inicial**

Na súa praxe inicial, cando comezaban a resolución dun problema mostrábanse desorientados, incapaces de planificar unha tentativa non inmediata de resolución. Procedían de xeito desorganizado, moitas veces por tanteos cegos. Non dispoñían das estratexias e habilidades básicas para afrontar unha situación nova para cuxa solución as técnicas automatizadas non eran suficientes. Tentaban aplicar técnicas ou destrezas sobreaprendidas mostrándose incapaces de asumir que a solución a un problema adoita atoparse por un procedemento indirecto, desanimándose e abandonando definitivamente se aos poucos minutos non atopaban a solución.

Parécenos especialmente relevante o feito de que esta incapacidade víase moi agravada por non teren desenvolvida a capacidade de lectura comprensiva nin o hábito dunha lectura pausada. Atopaban dificultades para comprender o enunciado do problema. Facían unha lectura superficial, tentando inmediatamente dar cunha solución sen antes ler con calma o enunciado e reflexionar sobre os datos, relacións e incógnitas. Como resultado, non captaban a estrutura do enunciado, dando respostas ao chou e preguntándolle inmediatamente ao docente se eran correctas.

Observábase nunha parte significativa dos estudantes pouca confianza en si mesmos e

inseguridade á hora da resolución, e a adopción dunha actitude pasiva, desentendéndose totalmente do problema e agardando a que o profesor lles explicase a solución. Neses casos non se percibía o compromiso do alumno coa resolución, co risco de desfiguración da situación didáctica que isto implica.

Outros, en cambio, reflexionaban sobre o enunciado e daban unha resposta despois de realizaren razoamentos, pero en canto atopaban unha posible resposta escribíana e deixaban inmediatamente de pensar no problema, dando por rematada a tarefa e preguntándolle ao docente se a solución que acababan de escribir era correcta. Non contemplaban en ningún caso a fase de revisión. Non establecían conexións entre procedementos matemáticos nin trasladaban conceptos a contextos distintos a aqueles nos que o concepto fora introducido ou usado previamente. No grupo predominaba o pensamento reprodutivo (segundo a terminoloxía de Wertheimer) que non permite realizar xeneralizacións, senón só aplicar de xeito automatizado un procedemento xa coñecido a problemas idénticos ou similares.

Observouse tamén falta de capacidade para comunicar aos demais os argumentos propios, de explicar e xustificar os procesos seguidos e os resultados acadados.

### **Desenvolvemento da experiencia**

A docencia distribuíase nunha sesión de 1,5 horas semanais en grupo grande e 1 hora semanal e grupo reducido, habendo 2 destes grupos con 13 e 16 estudantes respectivamente.

Na sesión en grupo grande alternábanse as exposicións por parte do docente coa resolución de problemas por parte dos estudantes, tanto para observar a operatividade dos modelos de resolución como para dar lugar a situacións adidácticas para construír heurísticos e detectar dificultades comúns.

Os contidos teóricos distribuíanse en 3 bloques fundamentais:

- Modelos xerais de resolución
- Estratexias e recursos para a resolución
- Dificultades máis frecuentes

As sesións en grupos reducidos adicábanse integramente á resolución de problemas. Pretendíase que a experiencia persoal chegara a ser un criterio razoable para que os estudantes se decantaran por un ou outro modelo de aprendizaxe (terminoloxía de Callejo, 1994).

Os estudantes foron distribuídos en grupos permanentes de traballo, tanto para as actividades da aula como para unha parte das realizadas como traballo autónomo. Era habitual que algún grupo expuxera no encerado a súa proposta de resolución, e os outros facíanlle preguntas sobre os razoamentos empregados en caso de que eles usaran outros,

incidindo no proceso de validación do coñecemento.

Cada semana propúñase na aula ou ben colgábanse na plataforma Moodle, diversos problemas para corrixir e poñer en común na semana ou semanas seguintes, co gallo de acadar unha distribución sostida e moderada do esforzo.

Durante as partes da clase adicadas á resolución de problemas, o docente ía dun grupo a outro observando a etapa de resolución na que se atopaba cada un deles, sen intervir na discusión interna do grupo.

Era moi frecuente, sobre todo ao comezo do cuadrimestre, que ao achegarse a un grupo, algún dos membros preguntara ao docente como enfocar o problema, ou se unha posible resposta era correcta. Nesta circunstancia, o profesor adoitaba contestar mediante unha pregunta, ao estilo da malléutica socrática, para non impedir que os estudantes pensasen por si mesmos. Neste senso adoptouse unha postura semellante á de adestrador na toma de decisións intelixentes ao longo do proceso de resolución, inspirándose nas propostas de Schoenfeld.

Introducíronse os modelos de forma explícita para proporcionarlles uns coñecementos e espertar unhas habilidades básicas co gallo de que ensaiaran, puxeran a proba e discutiran entre eles as posibles vías de solución. De partida non se explicaban contidos matemáticos, senón habilidades entendidas como xeitos eficaces de proceder, se ben poderíamos tamén cualificar estas habilidades como “contidos matemáticos” ao seren inherentes á produción de coñecemento matemático. Buscábase con iso provocar un troco nas actitudes matemáticas dos estudantes. Non se trataba de que aprenderan os modelos e os aplicaran, senón de que adquiriran unhas habilidades xerais aplicables a diferentes situacións-problema, e que comprenderan o sentido do modelo e a importancia de dispoñer desas habilidades, a través da súa aplicación práctica.

Unha vez consolidadas minimamente as novas actitudes matemáticas introducíronse algúns heurísticos básicos, como a división en subproblemas ou as analoxías. Para introducir un heurístico prantexábase un problema para o que ese heurístico concreto era especialmente útil. Para transmitirlles que os heurísticos abren posibilidades, mais que deben ser usados con flexibilidade, nunca de forma mecánica, despois de consolidar un heurístico e ver que funcionaba ben nalgúns exemplos, propúñase un problema onde o heurístico anterior non era operativo. Non se trataba de desarmar ao estudante fronte ao problema senón de que este ofrecera, na terminoloxía de Charnay (1988), una “resistencia suficiente” para impulsalo a facer avanzar os coñecementos adquiridos, ao percibir necesidade de incluír outros heurísticos no seu repertorio e ser rigoroso no seu uso.

Aínda que ao longo de todo o cuadrimestre se fixo explícita e implicitamente fincapé na importancia da adaptabilidade do resolutor e na necesidade de estar en todo momento disposto a trocar de estratexia ou modificala sobre a marcha, observouse que agás os mellores resolutores do grupo, o heurístico preferido con moito polos demais era o das matrices lóxicas, porque ata certo punto podían aplicalo de xeito mecánico e tiñan a seguridade de que ían atopar a solución antes incluso de comezar a executar o plan.

Observouse tamén que os estudantes non sabían usar procedementos introducidos nun contexto distinto: ao seren prantexados posteriormente problemas onde se poderían empregar estratexias semellantes non eran capaces de percibir esta relación en problemas non idénticos. Ocorría o mesmo con moitas nocións matemáticas estudadas na etapa da educación secundaria ou incluso en cursos anteriores do Grao en Primaria.

Un caso elocuente a este respecto era o dunha estudante á que só lle quedaban unhas poucas materias para acabar a Licenciatura en Económicas, mais non era quen de relacionar nocións moi básicas das matemáticas financeiras, como o cálculo do interese composto, con problemas propostos na clase sobre reprodución de bacterias. Tan só recoñecía a relación cando, unha vez resolto o problema das bacterias, o docente sinalaba a relación. Tampouco lle axudaba o feito de que o docente lle comentase varias veces, mentres ela tentaba a resolución, que ela mesma dominaba moito mellor có propio docente as técnicas necesarias. Posteriormente manifestou que nos seus estudos de económicas se centraba en aplicar algoritmos de xeito mecánico a problemas tipo sen ser consciente do significado dos conceptos usados nin das estratexias subxacentes.

Cando un problema lles recordaba a outro visto en cursos inmediatamente anteriores eran frecuentes entre os estudantes comentarios do tipo “ Isto facíase por ... ”. Lembraban que había unha ferramenta que se aplicaba en situacións que evocaban a presente, se ben ás veces á hora de aplicala facíano de forma cega, tentando forzar a situación aínda que o recurso matemático lembrado non se adaptase ao problema novo. Aínda así, o feito de lembrar o que sabían e tentar relacionalo co problema actual pódese considerar como moi positivo.

En canto á parte adicada ás dificultades comúns na resolución de problemas, os estudantes manifestaban que en efecto eles mesmos as experimentaban na realización das actividades da materia.

Sobre a posta en práctica de actividades de resolución de problemas ou o uso da ABP durante a súa futura carreira profesional como mestres de primaria, en xeral o modelo proposto por Schoenfield tivo unha gran aceptación e os estudantes amosáronse inclinados a utilizala.

Ao seren preguntados, cara o final do cuadrimestre, sobre o tipo de docencia recibida nas clases de matemáticas en etapas anteriores, manifestaron maioritariamente que o prantexamento das clases da materia “Resolución de problemas en matemáticas” era moi diferente, pois anteriormente a estrutura máis habitual consistía na exposición en primeiro lugar dos contidos teóricos por parte do docente, explicando os distintos resultados formais, e posteriormente unha fase de realización de exercicios de consolidación e de aplicación á resolución de problemas. Neste sentido, o problema concibíase como un xeito de ilustrar un coñecemento formal e amosar a súa utilidade, máis ca como un medio para a produción dese coñecemento. A situación que máis lle recordaba á das clases da materia era a motivación física dalgún concepto matemático como a derivada.

Coa metodoloxía proposta preténdese impulsar o desenvolvemento e mellora das competencias matemáticas dos EPP en dúas dimensións: mellorar a súa capacidade como resolutores de problemas, mais tamén xerar un cambio nas súas concepcións e crenzas co gallo de que poidan transferir a súa formación como discentes ao seu futuro papel docente.

#### **4. Resultados**

Segundo avanzaba a materia e sobre todo cara o final do cuadrimestre apreciouse, na terminoloxía de Callejo (1988), unha evolución na base de coñecementos do alumnado (sobre todo heurísticos), pero fundamentalmente nos metacoñecementos, ao coñecer mellor as estratexias cognitivas xerais á hora de se enfrontaren a un problema e ser máis flexibles no seu uso.

Con respecto ás condicións iniciais, os estudantes pareceron tomar unha maior conciencia das súas propias capacidades e aproveitaban mellor os seus coñecementos.

O simple feito de proceder de forma organizada e non impulsiva, e particularmente ler máis dunha vez e de xeito comprensivo o enunciado do problema, dou lugar a unha mellora moi substancial e rápida na capacidade de resolución sobre todo naqueles estudantes que nas primeiras clases amosaban máis dificultades.

Observouse que cara o final do cuadrimestre os grupos eran máis autónomos na resolución e preguntaban moito menos ao docente durante as clases, asumindo que o buscar unha estratexia axeitada pode levar tempo.

A impresión subxectiva do docente foi a de que os estudantes melloraran significativamente a súa capacidade para resolver problemas e incluso para construír novo coñecemento matemático por si mesmos, sendo maior a melloría naqueles estudantes que partían dunha peor situación inicial.



## 5. Conclusións

As observacións realizadas suxiren que as capacidades do estudantado ao comezo da materia eran deficientes, pero o motivo subxacente non eran tanto as limitacións do propio individuo senón as actitudes tanto matemáticas como cara as matemáticas. A súa orixe podería estar en que con anterioridade e durante varios cursos a formación recibida aproximábase máis ao modelo normativo e nalgúns casos iniciativo (Charnay, 1988).

Parecían non ter adquirido en etapas educativas anteriores estratexias xerais, habilidades comúns aplicables a situacións novas ou en contextos diferentes dos que xa aprenderan e exercitaran.

Sobre as dificultades para comunicaren a terceiros os argumentos empregados na resolución dun problema, un posible motivo pode atoparse na necesidade que impón o proceso de comunicación de modificar a linguaxe habitual, non podendo aludir a termos vagos usados a nivel persoal. Cómpre usar unha linguaxe precisa e máis técnica para facerse entender. Noutros casos, as respostas a preguntas do docente suxiren que as dificultades de comunicación se debían en ocasións a unha comprensión aínda non consolidada do propio procedemento seguido, froito dun proceso deficiente de revisión, o que obstaculiza o feedback do problema.

A raíz destas consideracións pensamos que podería ser moi proveitoso para mellorar a calidade da formación, que polo menos a partires do segundo ou terceiro ciclo de primaria os estudantes fosen habituados a ler con calma calquera enunciado, facendo fincapé na lectura comprensiva, e tamén na costume de revisar unha actividade antes de sometela á valoración de terceiros. Nos casos concretos dos estudantes que participaron nesta experiencia, o cambio de hábitos neste sentido produciu un gran aumento nas capacidades de resolución e de forma moi rápida, sen ter que investir o docente excesivo tempo en transmitir de forma explícita esta conveniencia, senón sendo suficiente a súa aseveración implícita pero reiterada mediante xestos ou silencios. Consideramos incluso que estes hábitos de lectura e revisión poderían ser tamén proveitosos noutras áreas de coñecemento.

## 6. Bibliografía

Brown, I. Problem-solving and Teacher Education: The Humnaism twxit Models an Muddles.

En Studies in Mathematics Education, Paris: UNESCO, 1985.

Callejo de la Vega, M<sup>a</sup> J., Un club matemático para la diversidad, Madrid: Narcea Ediciones, 1994.

- Carrillo Yáñez, J. Resolución de problemas. En Epsilon 69, vol 25, 2008, Páx. 59-76
- Chamorro, M<sup>a</sup> C., Didáctica de las matemáticas para primaria. Madrid: Pearson Prentice Hall, 2003.
- Charnay, R., Aprender por medio de la resolución de problemas. En Grand N, 42, 1988.
- García Jiménez, J. E. Resolución de problemas y desarrollo de capacidades. En Uno, 29, 2002, pp. 21-22.
- Oakley B., Felder R.M., Brent R., Elhajj, I. Turning Student Groups into effective Teams. En Journal of Student Centered learning 2, 2004.
- SOCIEDAD ANDALUZA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA THALES, Principios y estándares para la educación matemática. Sevilla, 2003. Traducción de Principles and standards for school mathematics. Reston: NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS 2000.
- Resnick, L.; Ford, W., La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos. Madrid: Paidós, 1991.
- Sadovsky, P., Teoría de las situaciones didácticas, un marco para pensar y actuar la enseñanza de la Matemática. Buenos Aires: Libros del Zorzal, 2005.
- Schoenfield, A. H., Sugerencias para la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. En La enseñanza de la matemática a debate, ESPAÑA: MINISTERIO DE EDUCACIÓN Y CULTURA, 1985.
- Schoenfield, A. H., Learning to think Mathematically: Problem solving, metacognition and sense-making in Mathematics, Grouws, D.A (Ed) Hand Book of Research on Mathematics Teaching and Learning, New York: McMillan, 1992.

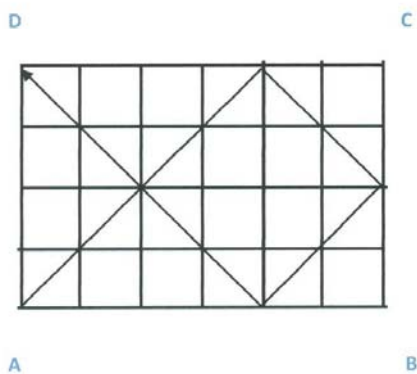
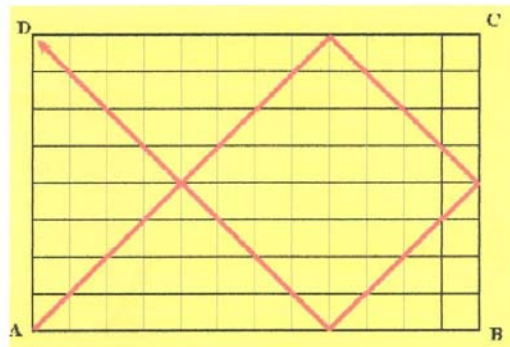
## **7. Anexo. Exemplo de actividades realizadas polos estudantes**

Inclúense neste apartado algúns problemas resoltos en grupo polos estudantes, para ilustrar o tipo de argumentos que utilizaban.

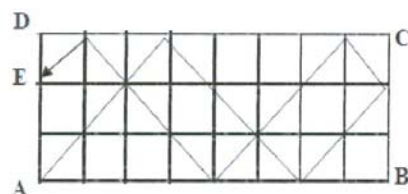
1) Unha bóla perfectamente elástica sae do vértice A formando un ángulo de  $45^\circ$  coa horizontal. Cando colide cunha das catro paredes do rectángulo rebota, formando sempre un ángulo de  $45^\circ$  coas bandas.

- A que esquina chegará e cantos tramos percorrerá?

- Responde a esta cuestión para taboleiros doutras dimensións. (Pon dous exemplos)



Este taboeiro é proporcional ao outro, polo tanto a esquina a que chegará é a mesma e fará catro tramos.



Este taboeiro non é proporcional ao primeiro taboeiro polo tanto non percorre os mesmos tramos nin chega ao mesmo punto. Percorre sete tramos e chega ao punto E.

2) Na clase de matemáticas hai 99 rapazas e un rapaz.



Cantas rapazas deben saír da clase para que a porcentaxe de rapazas sexa do 98%?

$$\begin{array}{lcl}
 1 \text{-----} & 2 \% & \\
 x \text{-----} & 98 \% & 
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{lcl}
 98 \times 1 & & 98 \\
 x = \frac{\text{-----}}{2} = \frac{\text{-----}}{2}; & x = 49 & 
 \end{array}$$

1 chico na clase.

Vanse 50 chicas.

49 chicas na clase.

3) Un oso camiña 10 quilómetros cara o sul, despois 10 cara o leste e finalmente outros 10 cara o norte, volvendo ao punto de onde partiu.

De que cor é o oso?

O oso é de cor branco xa que é un oso polar. Para que parta dun punto e volva ao mesmo punto si sae do polo norte, debido a situación dos meridianos (xúntanse nos extremos e ensáñchanse no ecuador) queda unha especie de triángulos nos polos e será o único lugar no que o oso polar facendo os datos dados chegue ao mesmo punto. No polo sur non sería posible porque para que isto se cumprise o oso ~~se~~ podería subir, non baixar.

Cada hora, dende as 6 da mañá ata as 10 da noite sae un tren da Coruña a Bilbao, viaxa 410 quilómetros a 80 km/h e sen paradas intermedias. Ademais, cada hora sae tamén un tren de Bilbao á Coruña nas mesmas condicións. O tren que sae da Coruña ás 14 h, con cantos trens se cruza?

|        |       |          |
|--------|-------|----------|
|        | 410km |          |
| Coruña | →     | Bilbao   |
| 6      | →     | 11:07:30 |
| 7      | →     | 12:07:30 |
| 8      | →     | 13:07:30 |
| 9      | →     | 14:07:30 |
| 10     | →     | 15:07:30 |
| 11     | →     | 16:07:30 |
| 12     | →     | 17:07:30 |
| 13     | →     | 18:07:30 |
| 14     | →     | 19:07:30 |
| 15     | →     | 20:07:30 |
| 16     | →     | 21:07:30 |
| 17     | →     | 22:07:30 |
| 18     | →     | 23:07:30 |
| 19     | →     | 24:07:30 |
| 20     | →     | 1:07:30  |
| 21     | →     | 2:07:30  |
| 22     | →     | 3:07:30  |

O tren que sae da Coruña ás 14:00 chega a Bilbao ás 19:07:30, polo tanto cruza-se con 11 trens que son os que están de camiño entre ás 14:00 e ás 19:07:30. O primeiro co que se cruza é co que sae de Bilbao ás 9:00 e o último o que sae ás 19:00.

$$\begin{array}{lcl}
 80\text{km} & \xrightarrow{1\text{h}} & \\
 410\text{km} & \xrightarrow{x} & \\
 \hline
 & X=5,125 & 
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{lcl}
 1\text{h} & \xrightarrow{60\text{min}} & \\
 0,125 & \xrightarrow{x} & \\
 \hline
 & X=7,5 & 
 \end{array}$$

5 horas 7 minutos 30 segundos

**Cantos quilómetros percorre ata cruzarse co segundo tren?**

Cando sae da Coruña, o primeiro tren co que se atopa e co que saíu de Bilbao ás 9:00 e faltanlle 7 minutos e 30 segundos para chegar. Este tempo tradúcese en 10 quilómetros.

$$\begin{array}{lcl} 80\text{km} & \text{-----} & 60 \text{ min} \\ x & \text{-----} & 7,5 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 80\text{km} \\ x \end{array}} \right\} X = 10 \text{ km}$$

Como os dous van a mesma velocidade, percorrera 5 km ata cruzarse.

Co 2º tren → Cando sae da Coruña o 2º tren faltanlle 1:07:30, é dicir 90km. Como no caso anterior, o tren a mesma velocidade, percorrera 45 km. ✓

$$\begin{array}{lcl} 80\text{km} & \text{-----} & 60\text{min} \\ x & \text{-----} & 67,5 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 80\text{km} \\ x \end{array}} \right\} X = 90\text{km}$$

**E co tren "n"?**

Co tren n → O n varía entre 1 e 11 que son os trens cos que se cruza. Para saber o número de quilómetros temos:  $k=5+40(n-1)$ , onde 5 é o número mínimo de quilómetros que ten que percorrer ata cruzarse cun tren e 40 os quilómetros medio onde se cruzaría nunha hora.