



**INSTITUTO UNIVERSITARIO  
DE LA EMPRESA**

**LA UTILIDAD DEL MODELO DE RASCH EN LA ESTIMACIÓN DE LA  
EFICIENCIA EMPRESARIAL**

**FELIPE M. ROSA-GONZÁLEZ  
JUAN RAMÓN OREJA-RODRÍGUEZ  
ENRIQUE GONZÁLEZ-DÁVILA  
ANTONIO ARBELO-ÁLVAREZ**

**SERIE ESTUDIOS 2007/ 67**

**SANTA CRUZ DE TENERIFE, DICIEMBRE 2007**



**UNIVERSIDAD DE  
LA LAGUNA**

Resumen:

A partir de datos de panel disponibles de un grupo de empresas y utilizando técnicas de *distribution free approach* para la estimación de la eficiencia, se realiza una clasificación de empresas en relación de aquella que presenta la mejor práctica. La introducción del modelo de Rasch para filtrar los datos iniciales nos permite la detección de aquellas empresas de la muestra que presentan comportamientos anómalos respecto al conjunto de datos. Una vez filtrados los datos se realiza una nueva medición de la eficiencia según el modelo y la técnica de estimación elegida inicialmente lo que nos permitirá la comparación de los resultados obtenidos antes y después de la aplicación del modelo de Rasch.

Palabras clave: Eficiencia; *distribution free approach*; Modelo de Rasch; Datos de panel.

Abstract:

In order to estimate the efficiency of the companies and to create their classification both free distribution methods and a data panel concerning those companies are used. Furthermore, the Rasch's model is introduced to identify and in result exclude those companies which do not correspond to the set conditions. Finally, the obtained data enables to create a new measurement of efficiency which can be compared to the initial efficiency level.

Keywords: Efficiency; *distribution free approach*; Rasch Model; Panel Data.

## **LA UTILIDAD DEL MODELO DE RASCH EN LA ESTIMACIÓN DE LA EFICIENCIA EMPRESARIAL**

**FELIPE M. ROSA-GONZÁLEZ**  
**JUAN RAMÓN OREJA-RODRÍGUEZ**  
**ENRIQUE GONZÁLEZ-DÁVILA**  
**ANTONIO ARBELO-ÁLVAREZ**

**SERIE ESTUDIOS 2007/ 67**

**SANTA CRUZ DE TENERIFE, DICIEMBRE 2007**

(1) [frosag@ull.es](mailto:frosag@ull.es), [egonzale@ull.es](mailto:egonzale@ull.es), Departamento de Estadística, Investigación Operativa y Computación. Facultad de Matemáticas, Campus de Anchieta. Universidad de La Laguna. Avenida Astrofísico Francisco Sánchez, s/n 38206. La Laguna, Tenerife, Islas Canarias.

(2) [joreja@ull.es](mailto:joreja@ull.es), [arbelo@ull.es](mailto:arbelo@ull.es), Departamento de Economía y Dirección de Empresas e Instituto Universitario de la Empresa. Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales. Campus de Guajara. Universidad de La Laguna. Camino de La Hornera s/n 38071 La Laguna Tenerife Islas Canarias (España). Fax:+ 34 922 31 70 77

## 1.- INTRODUCCIÓN.

Es posible detectar como en diferentes campos de la actividad humana actual conceptos como eficiencia, eficacia, rendimiento, calidad, etc. se hacen cada día más frecuentes. Centrándonos en el campo empresarial y económico la búsqueda de la optimización de estos conceptos se hace fundamental, la competencia entre empresas cada vez es más agresiva y fuerte lo que obliga a los dirigentes de éstas a buscar nuevos indicadores que les permitan comparar y mejorar sus resultados frente a la competencia e incluso entre sus departamentos internos.

La *Eficiencia* es uno de los conceptos más revisados y estudiados en la literatura empresarial (Bos y Kool, 2006; Kwan, 2006; Maudos, Pastor, Pérez y Quesada, 2002, Pérez, Arbelo, González-Dávila y Rosa-González, 2006, Pérez, Arbelo y Rosa-González, 2007 y Arbelo y Pérez, 2007). La medida de ésta se propone usualmente como un posible indicador de cuan bien se está haciendo las cosas en un determinado aspecto productivo o frente al resto de las empresas del sector. Una medida válida y fiable de la eficiencia permitirá al gestor analizar y tomar diferentes opciones de dirección encaminadas a la mejora de su gestión.

En la literatura revisada se proponen diferentes modelos y técnicas para su estimación, a la vez que se constata cierta discrepancia entre los autores respecto a la medida de la eficiencia en función de los modelos y técnicas utilizados para esta estimación (Berger y Humphrey, 1997 y Berger y Mester, 1997).

En este trabajo se propone realizar un estudio de las posibles causas que afectan al resultado de medir la eficiencia de un grupo de empresas, usando la técnica basada en la aproximación de *distribution free*. En el análisis previo de los datos se ha aplicado el modelo de Rasch (Rasch, 1960/ 1980) con objeto de determinar qué datos nos permiten obtener mediciones válidas y fiables. Para ello se ha partido de datos de panel donde se tiene información de nueve variables durante cinco años de 462 empresas.

En una primera etapa, con los datos de panel se realiza una ordenación de las empresas respecto de su eficiencia, calculada mediante la técnica de *distribution free approach*. En una segunda etapa se aplica el modelo de Rasch (Rasch 1960/1980) al panel de datos utilizados en la primera etapa, con objeto de depurar los datos que presentan desajustes, condicionando la validez de contenido del concepto analizado. A la muestra de datos resultantes se vuelve a aplicar la técnica *distribution free approach*, realizando una clasificación de las empresas en función de la eficiencia calculada para ellas.

Finalmente, en una tercera etapa, se efectúa un estudio comparativo de los resultados obtenidos.

## 2.- TEORÍA DE LA EFICIENCIA.

Una de las definiciones de eficiencia de costes más aceptadas en el ámbito empresarial viene expresada en función de la medida relativa de cómo de cerca está una empresa de aquella otra que presenta el menor coste de producción manteniéndose las condiciones de producción. Se trata de una clasificación de las empresas en función de su capacidad de producir la misma cantidad de producto, manteniendo constantes las condiciones de producción. Se podrá deducir, entonces, una función de costes que dependerá de los precios de las variables (inputs), de las cantidades de las variables (outputs), de inputs u outputs fijos, la ineficiencia y un error. Esto se corresponde a una función que se puede expresar como sigue:

$$C = C(p, y, u, \varepsilon)$$

siendo  $C$  la variable respuesta que medirá los costes en función de los inputs,  $p$ , de los outputs,  $y$ , de un factor de ineficiencia,  $u$ , y del error aleatorio  $\varepsilon$ . Cuando se dispone de datos de panel se asume que hay una eficiencia latente o una eficiencia media para cada empresa a lo largo del tiempo. Esta ineficiencia es discriminada del error aleatorio, o cualquier fluctuación temporal en la eficiencia, si se asume que la eficiencia latente será persistente en el tiempo, mientras que el error aleatorio tenderá a desaparecer en el tiempo (Berger y Mester, 1997).

Para realizar una medida de eficiencia con datos de panel será necesario decidir qué modelo y qué técnica de estimación se utilizará. A partir de la revisión de la literatura existente se ha optado por trabajar con técnicas de *distribution free* para la estimación (Coello, Rao, O'Donnell y Battese, 2005; Greene, 2005 y 1991, Kumbhakar y Novell, 2000). Fijada la técnica de estimación, habrá que precisar la forma funcional. La más común en la literatura revisada para la estimación de eficiencias de costes y beneficios es la Translog (Maudos, Pastor, Pérez y Quesada, 2002; Bos y Kool, 2006, Dietsch y Lozano-Vivas, 2000, Pérez, Arbelo, González y Rosa, 2006). Esta forma funcional nos garantiza una estabilización de la varianza de la medida.

### 3.- FORMAS FUNCIONALES.

Se usará un modelo Translog con efectos principales y sin interacciones para la medida de la eficiencia, ya que la aplicación a los datos del modelo Translog completo y sin interacciones, no produce diferencias significativas (Rosa-González, González-Dávila y Arbelo, 2007). La expresión utilizada será:

$$\ln C = \alpha + \sum_{i=1}^m \beta_i \ln y_i + \sum_{j=1}^n \gamma_j \ln p_j + \ln u + \ln \varepsilon \quad (1)$$

Una vez se aplique este modelo sobre los datos disponibles se obtendrá una ordenación de las empresas en función de las eficiencias calculadas.

### 4.- DISTRIBUTION FREE APPROACH.

Esta técnica considera que la eficiencia se calcula de forma separada del error aleatorio. A lo largo del tiempo, el error aleatorio se asume tiende a compensarse, mientras que la eficiencia se mantiene estable.

Para estimar la eficiencia seguimos diferentes pasos, primeramente estimamos  $\ln(C)$  para cada uno de los diferentes períodos en estudio. Una vez obtenidos los residuales para cada uno de estos períodos y cada una de las empresas de la muestra, se calcula el residuo medio por empresa. Siguiendo las indicaciones de Berger y Mester (1997), si fuese necesario se procedería a truncar estos residuos un 5% tanto para sus valores más altos, como para sus valores más bajos. Cabe destacar que en este trabajo no se observa variaciones en la medida de la eficiencia al realizar este corte. Se obtendrá así un valor de ineficiencia mínima que corresponderá a la mejor empresa. Teniendo en cuenta la expresión

$$\text{Eficiencia de coste}^i = \frac{\hat{C}^{\min}}{\hat{C}^i}$$

y expresando la ecuación (1) como:

$$\ln C = f(p, y) + \ln u + \ln \varepsilon$$

se obtiene de ambas, la expresión de la eficiencia de la empresa i:

$$\text{Eficiencia de coste}^i = \frac{\exp(\hat{f}(p^i, y^i)) \exp(\ln \hat{u}^{\min})}{\exp(\hat{f}(p^i, y^i)) \exp(\ln \hat{u}^i)} = \frac{\hat{u}^{\min}}{\hat{u}^i}$$

Una vez hayamos dividido la ineficiencia mínima por la ineficiencia calculada para cada una de las empresas se obtendrá la clasificación de éstas en relación a la mejor empresa de la muestra.

## 5.- EL MODELO DE RASCH.

El Modelo de Rasch (1960/1980) parte de un paradigma de medición en el que se consideran que los datos se deben ajustar a un modelo teórico que representa la población de datos. Aquellos datos que presenten desajustes significativos deben ser analizados para determinar las causas que determinan esta situación y, en su caso, eliminarlos de la muestra utilizada, dado que no representan la población a medir (Oreja-Rodríguez, 2005).

En este trabajo se ha utilizado un modelo de Rasch politómico (Andrich, 1978, 1988) en el que se analiza la probabilidad de que un sujeto elija una determinada categoría en una escala de puntuación, por lo que se trataría de especificar la probabilidad  $P_{nij}$  de que una empresa  $n$  de capacidad  $\beta_n$  seleccione la categoría  $j$  de una escala de puntuación común aplicada a la variable  $i$  de dificultad  $\delta_i$ . Su opuesta sería la probabilidad  $P_{ni(j-1)}$  de seleccionar la categoría  $(j-1)$ , por lo que el logaritmo neperiano del ratio odds definido sería:

$$\ln \frac{P_{nij}}{1 - P_{ni(j-1)}} = \beta_n - \delta_i - \tau_{ij}$$

Donde los parámetros  $\beta_n$  y  $\delta_i$  representan las mediciones ya indicadas y  $\tau_{ij}$  es el umbral Rasch-Andrich o calibración de la etapa. Sería el punto en la variable latente donde la probabilidad de seleccionar la categoría  $j$  es igual a seleccionar la categoría  $(j-1)$ , considerando la dificultad de la variable  $i$ .

La expresión de su probabilidad sería:

$$P_{nij} = \frac{1}{\gamma} \exp \left[ j(\beta_n - \delta_i) - \sum_{k=1}^j \tau_k \right]$$

donde  $\tau_l$  es 0 y  $\gamma$  un factor normalizado que recoge la suma de todos los posibles numeradores.

La introducción del modelo de Rasch como herramienta auxiliar de análisis de nuestros datos, nos proporciona un indicador de posibles anomalías en los datos recogidos por

las variables del modelo y/o comportamientos no ajustados a la muestra de alguna de las empresas de ella. Esto permitiría un análisis previo de las razones de estos comportamientos o deficiencias para adoptar posibles medidas correctoras si fuese necesario. Realizadas las depuraciones pertinentes se puede proceder a realizar el cálculo de la eficiencia de las empresas de la nueva muestra que será el resultado de no considerar en la inicial aquellas empresas detectadas con comportamiento anómalo.

Los datos de panel disponibles han sido medidos sobre las variables anteriormente citadas con un rango continuo. Para su análisis mediante el modelo de Rasch será necesario su categorización. En la revisión de la literatura existente se observa una clara tendencia a la creación de clases con igual amplitud (Álvarez, 2006). Esto se obtendría de forma sencilla calculando para cada una de las variables su rango y dividiendo éste entre las clases que se desea. En este trabajo se consideran nueve categorías. En futuros trabajos propondremos otras formas de categorizar las variables, criterio de la media, de la mediana y similares, pues entendemos que este método, aunque es el más frecuente, puede presentar ciertos problemas de índole estadístico debido a que no garantiza que los datos de las variables de las que disponemos sigan a priori una distribución uniforme. De hecho, con los datos con los que hemos trabajado esto no ocurre así. Hemos observado que para muchas de las variables del modelo esta categorización asigna altos porcentajes a los primeros valores de ella, quedando el resto de las categorías vacías o con muy pocos valores.

## **6.- TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN.**

### *6.1.- PRIMERA ETAPA:*

Modelo utilizado.

Sobre los datos de panel iniciales se procedió a aplicar el modelo dado en la ecuación (2). Una vez calculadas las eficiencias de cada una de las empresas de la muestra para cada uno de los períodos, se promedian éstas, para así obtener el valor de eficiencia media para cada una de las empresas dadas. Usando la expresión (3) se obtendrá la relación de las empresas con respecto a la de mejor práctica.

Descripción de los datos.

Se parte de datos de panel de 462 empresas textiles sin actividad exportadora de ámbito nacional sobre las que se han medido 5 períodos anuales comprendidos entre 2001 y 2005 las siguientes variables:

- Importe neto de cifra de ventas
- Otros ingresos de explotación
- Gastos de personal
- Número de empleados
- Coste de materiales
- Otros costes de explotación
- Costes del capital físico:
  - Amortización
  - Inmovilizado material
  - Inmovilizado inmaterial

Se definen las variables que se introducen en el modelo de como:

- $y_1$ : Importe neto de cifra de ventas
- $y_2$ : Otros ingresos de explotación
- $p_1$ : Gastos de personal/Número de empleados
- $p_2$ : Coste de materiales/Otros ingresos de explotación
- $p_3$ : Otros costes de explotación/Otros ingresos de explotación
- $p_4$ : Amortización/(Inmovil. material + Inmovil. inmaterial)
- *Coste total (C)*: Gasto de personal + Coste de materiales + Otros costes de explotación + Amortización

Resultados de la medida de eficiencia antes del filtrado mediante el modelo de Rasch.

Se obtienen los resultados recogidos en el cuadro 1.

Cuadro 1:  
Estadística descriptiva de los datos disponibles antes de aplicar el modelo de Rasch.

Parámetro Muestral	Valor	Parámetro Muestral	Valor
Media.	.7853	Rango.	.5553
Mediana.	.7852	Mínimo.	.4496
Moda.	.7852	Máximo.	1.000
Desviación típica.	.0321	1er. Cuartil.	.7783
Asimetría.	-1.444	2do. Cuartil.	.7851
Error típ. de asimetría.	.114	3er. Cuartil.	.7893
Curtosis.	34.716	Rango Intercuartílico.	0.011
Error típ. de curtosis.	.227		

Aunque los valores de las medidas de centralización son muy próximos, lo que indica una robustez en la elección de la media como representativa de los datos, el coeficiente de asimetría, junto con el error típico de la asimetría, indica la existencia de colas a la

izquierda. El valor medio de la eficiencia relativa calculada para las empresas es de un 78.53 % y el 50% de la muestra presenta valores por encima de un 78.52 %. El estudio de los cuartiles arroja una muestra con altos valores de eficiencia, el 75% de los valores de la muestra presentan valores de eficiencia por encima del 77.83%.

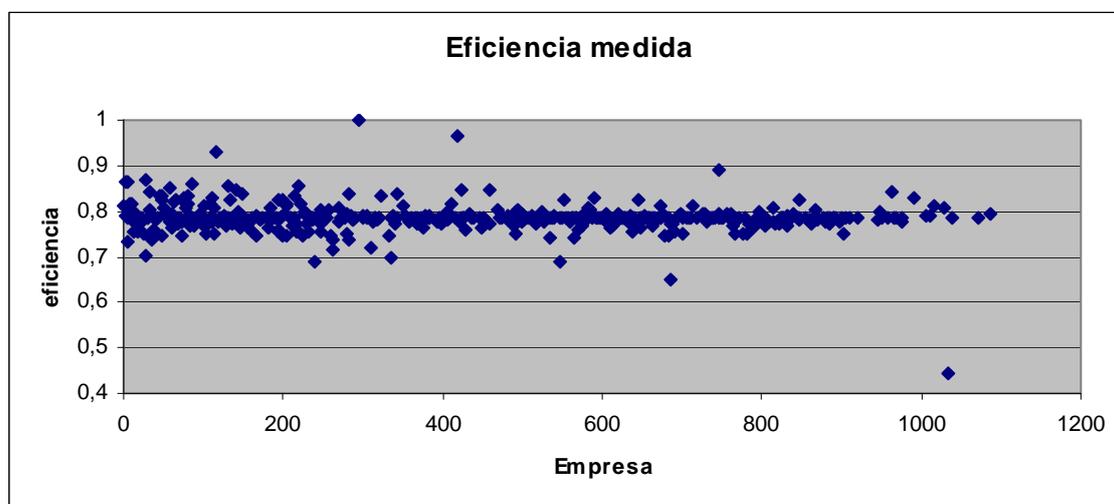
En la Tabla 1A presentamos la clasificación obtenida para las empresas en función de la eficiencia calculada. En la Figura 1 se representa las empresas frente a las eficiencias calculadas para cada una de ellas.

**Tabla 1A:**  
**Clasificación de las empresas una vez aplicado el modelo de Rasch.**

Empresa	Eficiencia(%)										
295	100,00%	228	79,61%	124	78,52%	627	78,52%	405	78,33%	686	77,15%
418	96,44%	95	79,61%	132	78,52%	637	78,52%	561	78,33%	99	77,14%
115	92,78%	434	79,61%	137	78,52%	640	78,52%	171	78,32%	829	77,11%
746	89,11%	61	79,58%	151	78,52%	647	78,52%	10	78,32%	607	77,10%
27	86,72%	757	79,58%	173	78,52%	654	78,52%	18	78,31%	229	77,08%
2	86,60%	1087	79,52%	180	78,52%	655	78,52%	318	78,21%	367	77,03%
5	86,36%	578	79,52%	181	78,52%	657	78,52%	156	78,18%	862	77,02%
86	85,84%	726	79,44%	190	78,52%	659	78,52%	646	78,17%	614	77,01%
131	85,61%	498	79,43%	192	78,52%	661	78,52%	847	78,17%	688	77,01%
220	85,42%	747	79,42%	196	78,52%	664	78,52%	392	78,16%	612	76,96%
57	85,11%	699	79,42%	210	78,52%	665	78,52%	406	78,14%	576	76,92%
141	84,83%	762	79,40%	215	78,52%	670	78,52%	362	78,14%	211	76,86%
423	84,55%	620	79,39%	233	78,52%	672	78,52%	863	78,12%	765	76,81%
459	84,50%	280	79,38%	237	78,52%	674	78,52%	631	78,11%	82	76,79%
34	84,33%	230	79,31%	241	78,52%	684	78,52%	859	78,11%	662	76,75%
964	84,19%	54	79,30%	242	78,52%	694	78,52%	900	78,11%	89	76,72%
148	83,87%	729	79,30%	243	78,52%	700	78,52%	71	78,10%	832	76,72%
343	83,79%	840	79,30%	244	78,52%	705	78,52%	287	78,09%	488	76,71%
283	83,59%	202	79,29%	249	78,52%	708	78,52%	454	78,07%	805	76,65%
48	83,48%	831	79,19%	252	78,52%	711	78,52%	92	78,05%	128	76,62%
322	83,47%	677	79,18%	253	78,52%	718	78,52%	126	78,00%	145	76,47%
80	83,36%	481	79,16%	273	78,52%	734	78,52%	183	77,98%	182	76,46%
46	83,22%	83	79,13%	291	78,52%	735	78,52%	860	77,98%	648	76,45%
214	83,19%	144	79,11%	301	78,52%	738	78,52%	769	77,97%	60	76,39%
589	83,06%	1006	79,11%	315	78,52%	739	78,52%	288	77,97%	448	76,34%
110	82,88%	127	79,09%	319	78,52%	742	78,52%	238	77,97%	611	76,33%
990	82,85%	701	79,08%	335	78,52%	745	78,52%	41	77,97%	789	76,24%
76	82,71%	653	79,05%	342	78,52%	749	78,52%	422	77,96%	376	76,16%
133	82,68%	353	79,02%	356	78,52%	750	78,52%	482	77,94%	157	76,14%
645	82,64%	278	79,02%	361	78,52%	758	78,52%	869	77,94%	218	76,06%
553	82,61%	382	79,00%	365	78,52%	771	78,52%	768	77,92%	428	75,89%
848	82,56%	305	78,96%	368	78,52%	780	78,52%	945	77,91%	37	75,86%
49	82,53%	501	78,96%	381	78,52%	793	78,52%	502	77,91%	570	75,85%
66	82,53%	167	78,96%	383	78,52%	794	78,52%	374	77,90%	193	75,73%
194	82,43%	112	78,95%	384	78,52%	798	78,52%	87	77,87%	13	75,61%

199	82,35%	635	78,94%	397	78,52%	801	78,52%	159	77,85%	195	75,60%
64	82,05%	1012	78,93%	403	78,52%	803	78,52%	810	77,83%	231	75,59%
75	82,01%	521	78,93%	408	78,52%	824	78,52%	90	77,83%	17	75,51%
108	81,74%	300	78,93%	424	78,52%	825	78,52%	393	77,83%	216	75,50%
410	81,66%	149	78,85%	425	78,52%	826	78,52%	271	77,83%	691	75,40%
7	81,54%	379	78,81%	437	78,52%	828	78,52%	59	77,81%	161	75,30%
223	81,51%	3	78,80%	438	78,52%	836	78,52%	732	77,77%	248	75,29%
203	81,45%	584	78,78%	445	78,52%	844	78,52%	15	77,75%	639	75,26%
81	81,42%	540	78,78%	452	78,52%	845	78,52%	641	77,75%	702	75,19%
11	81,40%	676	78,78%	471	78,52%	846	78,52%	359	77,74%	767	75,15%
350	81,36%	512	78,77%	487	78,52%	855	78,52%	118	77,69%	114	75,15%
1017	81,35%	338	78,77%	489	78,52%	870	78,52%	632	77,69%	492	75,14%
102	81,27%	697	78,77%	507	78,52%	877	78,52%	23	77,69%	782	75,02%
205	81,20%	474	78,77%	515	78,52%	883	78,52%	815	77,68%	104	75,02%
713	81,16%	284	78,77%	518	78,52%	885	78,52%	499	77,66%	279	74,97%
1	81,05%	245	78,76%	522	78,52%	890	78,52%	879	77,65%	25	74,90%
673	81,02%	170	78,74%	523	78,52%	891	78,52%	72	77,64%	903	74,88%
1029	80,91%	373	78,73%	529	78,52%	893	78,52%	800	77,58%	777	74,82%
583	80,91%	906	78,73%	535	78,52%	901	78,52%	14	77,57%	73	74,76%
78	80,86%	277	78,71%	538	78,52%	920	78,52%	312	77,56%	224	74,73%
51	80,69%	146	78,71%	539	78,52%	951	78,52%	369	77,55%	47	74,69%
270	80,63%	650	78,70%	550	78,52%	958	78,52%	420	77,54%	260	74,63%
814	80,63%	236	78,69%	554	78,52%	966	78,52%	527	77,53%	166	74,61%
113	80,58%	314	78,68%	556	78,52%	967	78,52%	898	77,51%	204	74,58%
185	80,54%	70	78,65%	562	78,52%	975	78,52%	610	77,50%	679	74,45%
867	80,46%	628	78,65%	564	78,52%	1038	78,52%	111	77,49%	200	74,43%
246	80,38%	629	78,62%	566	78,52%	1071	78,52%	976	77,49%	334	74,43%
468	80,36%	162	78,62%	567	78,52%	804	78,51%	560	77,47%	683	74,41%
494	80,29%	43	78,60%	573	78,52%	475	78,50%	217	77,40%	534	74,11%
33	80,22%	306	78,59%	574	78,52%	911	78,49%	822	77,38%	565	73,99%
585	80,14%	6	78,52%	577	78,52%	197	78,48%	517	77,29%	282	73,81%
258	80,13%	19	78,52%	582	78,52%	129	78,47%	340	77,28%	261	73,60%
407	80,01%	22	78,52%	587	78,52%	320	78,46%	98	77,28%	35	73,58%
797	79,97%	29	78,52%	592	78,52%	209	78,44%	135	77,25%	4	73,39%
9	79,97%	30	78,52%	594	78,52%	547	78,43%	783	77,24%	310	71,96%
947	79,93%	39	78,52%	597	78,52%	355	78,43%	105	77,24%	262	71,65%
491	79,81%	55	78,52%	601	78,52%	378	78,41%	884	77,24%	28	70,24%
525	79,80%	67	78,52%	602	78,52%	186	78,39%	68	77,21%	336	69,71%
227	79,76%	79	78,52%	618	78,52%	254	78,39%	398	77,20%	548	69,02%
12	79,75%	96	78,52%	621	78,52%	416	78,37%	460	77,20%	239	68,70%
143	79,66%	101	78,52%	624	78,52%	427	78,36%	247	77,19%	685	64,93%
604	79,63%	121	78,52%	625	78,52%	235	78,33%	817	77,15%	1034	44,47%

Figura 1:  
Eficiencias calculadas para las empresas sin aplicar el modelo de Rasch.



## 6.2.- SEGUNDA ETAPA

Obtención de la medida de eficiencia después del filtrado a través del modelo de Rasch. Se someten los datos de panel originales a un análisis mediante el programa de computación WINSTEPS del modelo de Rasch (Linacre, 2007), observándose ciertas anomalías en las medidas obtenidas. Son detectadas así 72 empresas que presentan bajo este modelo unos desajustes no adecuados para nuestro trabajo. Una vez detectados son eliminadas de la muestra. Con los datos finales se procede, por una parte, a calcular la eficiencia de las empresas resultantes.

En un primer lugar analizamos los resultados obtenidos al calcular la eficiencia de las empresas de la muestra. En el cuadro 2 adjunto se muestra un resumen de los parámetros muestrales más interesantes.

Cuadro 2:  
Estadística descriptiva después de aplicar el modelo de Rasch a los datos disponibles.

Parámetro Muestral	Valor	Parámetro Muestral	Valor
Media.	.7916	Rango.	.5504
Mediana.	.7915	Mínimo.	.4496
Moda.	.7915	Máximo.	1.000
Desviación típica.	.0324	1er. Cuartil.	.7843
Asimetría.	-1.717	2do. Cuartil.	.7915
Error típ. de asimetría.	.134	3er. Cuartil.	.7943
Curtosis.	39.315	Rango Intercuartílico.	0.01
Error típ. de curtosis.	.247		

Los valores similares de las medidas de centralización nos indican de nuevo la robustez de la media como representativa. Aunque los nuevos valores de las medidas de centralización son ahora ligeramente más altos que en el caso de no haber aplicado el modelo de Rasch a los datos disponibles, las diferencias entre los valores son de, en los tres casos, 0.6 %. Atendiendo al coeficiente de asimetría y su error típico, se vuelve a detectar colas a la izquierda de la distribución. El coeficiente de curtosis nos indica un apuntamiento mayor que una Normal estándar, situación que también coincide cuando los datos no han sido filtrados. La eficiencia media de las empresas de la muestra una vez aplicado el filtrado es de un 79.16%. Así mismo, la mediana nos indica que el 50% de la muestra estudiada está por encima del 79.15%. Analizando los valores de los cuartiles se tiene que un 25% de la muestra presenta valores de eficiencia mayores de 79.43%, así como que un 25% de la muestra presentará valores de eficiencia entre un 44.96% y 78.43%.

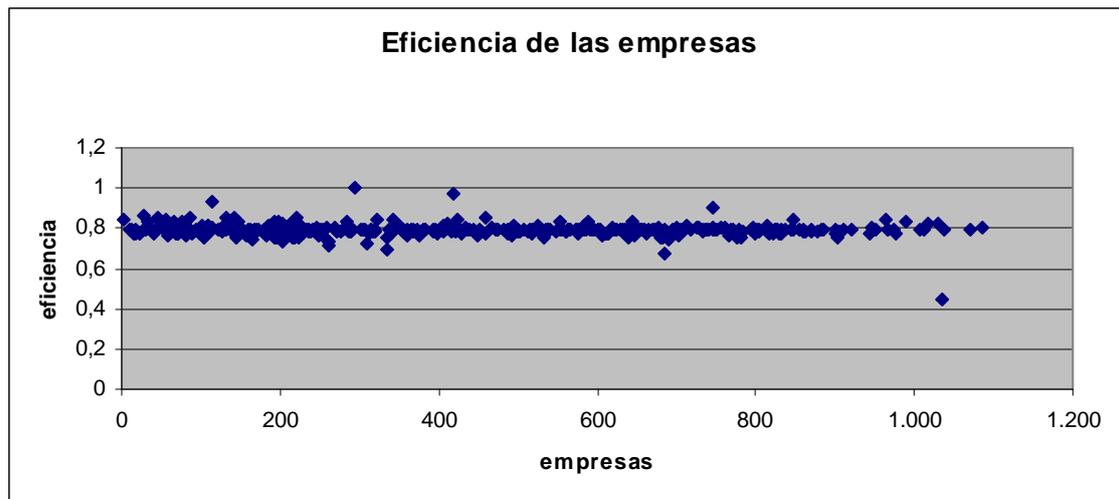
En la Tabla 2A se presenta la clasificación obtenida para las empresas una vez aplicado el modelo de Rasch, mientras que en la Figura 2, se representa la eficiencia calculada frente a las empresas, una vez filtrados los datos iniciales. En dicha gráfica cabe destacar como hay 4 empresas que presenta una medida de eficiencia que podemos considerar más alta que el resto y 2 empresas que podríamos considerar con valores de eficiencia sensiblemente más bajos.

Tabla 2A:  
Clasificación de las empresas una vez aplicado el modelo de Rasch.

Empresa	Eficiencia(%)										
295	100,00%	258	80,40%	244	79,15%	684	79,15%	420	78,89%	612	77,55%
418	97,11%	270	80,39%	249	79,15%	694	79,15%	186	78,89%	14	77,52%
115	93,04%	51	80,22%	252	79,15%	700	79,15%	197	78,83%	18	77,51%
746	90,24%	677	80,18%	253	79,15%	705	79,15%	320	78,83%	614	77,48%
27	86,22%	729	80,13%	291	79,15%	708	79,15%	378	78,82%	229	77,46%
131	85,75%	149	80,11%	301	79,15%	711	79,15%	92	78,80%	976	77,43%
86	85,71%	726	80,08%	315	79,15%	718	79,15%	277	78,80%	68	77,42%
220	85,47%	54	80,08%	319	79,15%	734	79,15%	416	78,78%	217	77,37%
459	85,20%	434	80,00%	342	79,15%	735	79,15%	906	78,76%	945	77,35%
46	85,10%	762	79,92%	356	79,15%	738	79,15%	769	78,75%	800	77,31%
141	84,87%	701	79,91%	361	79,15%	739	79,15%	804	78,74%	822	77,30%
423	84,72%	747	79,84%	365	79,15%	742	79,15%	641	78,74%	488	77,30%
2	84,49%	202	79,82%	368	79,15%	745	79,15%	879	78,73%	89	77,29%
57	84,28%	280	79,78%	381	79,15%	749	79,15%	236	78,72%	662	77,29%
322	84,28%	230	79,77%	383	79,15%	750	79,15%	355	78,70%	340	77,28%
964	84,17%	699	79,75%	397	79,15%	771	79,15%	209	78,68%	817	77,24%
848	84,04%	228	79,74%	408	79,15%	780	79,15%	815	78,67%	765	77,24%
343	83,95%	628	79,74%	424	79,15%	793	79,15%	406	78,66%	71	77,23%
589	83,79%	11	79,73%	425	79,15%	794	79,15%	454	78,66%	611	77,21%
283	83,75%	353	79,73%	437	79,15%	798	79,15%	512	78,66%	23	77,01%
148	83,73%	653	79,73%	438	79,15%	801	79,15%	863	78,65%	428	76,97%
76	83,57%	144	79,72%	445	79,15%	803	79,15%	860	78,63%	829	76,94%
553	83,45%	498	79,72%	452	79,15%	824	79,15%	547	78,63%	576	76,91%
80	83,26%	1006	79,61%	471	79,15%	825	79,15%	650	78,61%	359	76,85%
34	83,21%	474	79,58%	487	79,15%	826	79,15%	126	78,61%	607	76,84%
199	83,19%	1012	79,58%	489	79,15%	828	79,15%	869	78,57%	182	76,62%
49	83,18%	521	79,56%	507	79,15%	836	79,15%	632	78,52%	82	76,58%
645	83,16%	382	79,50%	515	79,15%	844	79,15%	732	78,49%	59	76,57%
194	82,97%	162	79,49%	518	79,15%	846	79,15%	422	78,48%	648	76,56%
990	82,91%	43	79,47%	522	79,15%	855	79,15%	499	78,44%	376	76,54%
66	82,84%	501	79,46%	523	79,15%	870	79,15%	393	78,43%	448	76,49%
133	82,75%	584	79,43%	529	79,15%	883	79,15%	362	78,43%	105	76,35%
1029	82,39%	604	79,41%	535	79,15%	885	79,15%	156	78,42%	702	76,29%
64	82,28%	305	79,38%	538	79,15%	901	79,15%	146	78,41%	492	76,26%
214	82,20%	127	79,37%	539	79,15%	920	79,15%	183	78,41%	248	76,12%
410	82,19%	676	79,36%	550	79,15%	951	79,15%	560	78,40%	767	76,02%
203	82,17%	768	79,32%	554	79,15%	966	79,15%	254	78,33%	157	75,87%
223	82,11%	392	79,30%	556	79,15%	967	79,15%	318	78,31%	193	75,83%
1017	81,89%	338	79,26%	562	79,15%	975	79,15%	502	78,29%	216	75,68%
407	81,70%	631	79,26%	564	79,15%	1038	79,15%	288	78,26%	218	75,63%
350	81,66%	12	79,19%	566	79,15%	1071	79,15%	271	78,25%	639	75,50%
108	81,55%	284	79,18%	567	79,15%	697	79,14%	561	78,17%	195	75,46%
110	81,52%	475	79,17%	573	79,15%	635	79,14%	527	78,16%	224	75,45%
814	81,43%	245	79,16%	574	79,15%	373	79,13%	374	78,09%	683	75,40%
583	81,41%	19	79,15%	577	79,15%	831	79,13%	87	78,04%	145	75,39%
713	81,39%	29	79,15%	582	79,15%	235	79,13%	111	78,03%	104	75,36%
75	81,36%	30	79,15%	587	79,15%	314	79,12%	783	78,03%	679	75,03%

585	81,32%	39	79,15%	592	79,15%	61	79,12%	367	78,00%	777	75,01%
78	81,25%	67	79,15%	594	79,15%	629	79,12%	238	78,00%	782	74,94%
102	81,10%	79	79,15%	597	79,15%	427	79,10%	171	77,99%	903	74,92%
205	81,01%	96	79,15%	601	79,15%	646	79,10%	90	77,99%	534	74,89%
185	80,96%	101	79,15%	602	79,15%	482	79,09%	287	77,93%	334	74,88%
494	80,93%	121	79,15%	618	79,15%	95	79,09%	688	77,91%	166	74,79%
81	80,87%	124	79,15%	621	79,15%	83	79,08%	72	77,83%	260	74,43%
525	80,85%	132	79,15%	624	79,15%	540	79,06%	99	77,79%	691	74,41%
757	80,72%	137	79,15%	625	79,15%	306	79,05%	312	77,77%	204	73,57%
246	80,70%	151	79,15%	637	79,15%	859	79,05%	686	77,75%	261	73,39%
468	80,69%	173	79,15%	647	79,15%	911	79,02%	398	77,71%	310	72,41%
1087	80,64%	180	79,15%	654	79,15%	167	79,02%	70	77,70%	262	71,14%
797	80,59%	181	79,15%	655	79,15%	170	78,99%	460	77,68%	336	69,76%
947	80,55%	196	79,15%	657	79,15%	405	78,96%	41	77,64%	685	67,12%
491	80,49%	210	79,15%	659	79,15%	159	78,94%	98	77,63%	1034	44,96%
620	80,49%	233	79,15%	665	79,15%	129	78,94%	900	77,62%		
113	80,49%	237	79,15%	670	79,15%	847	78,93%	832	77,59%		
143	80,42%	241	79,15%	672	79,15%	578	78,90%	517	77,58%		

Figura 2:  
Eficiencias calculadas para las empresas una vez aplicado el modelo de Rasch.



### 6.3.- TERCERA ETAPA

#### Comparación de indicadores

Las medidas de eficiencia obtenidas tienen valores similares de las medidas de centralización y un comportamiento distribucional similar. Estos valores están en cualquiera de los casos por encima del 75%. El test de hipótesis realizado nos indica que para un nivel de significancia de 0.05 ( $p$ -valor = 0.005) podemos aceptar que existen diferencias significativas entre las medias. Los coeficientes de correlación de Pearson y de Spearman son  $r = 0.988$  y  $r_s = 0.922$  respectivamente, lo que nos indica que la

estructura de la medición de la eficiencia no se ve afectada por la aplicación del modelo de Rasch. El filtrado realizado y los resultados obtenidos nos indican la robustez del modelo elegido.

## **7. CONCLUSIONES.**

El uso del modelo de Rasch a la hora de depurar datos va a permitir el filtrar de una forma más eficiente la información que se dispone inicialmente para así manejar un conjunto de datos más reducido sin por ello perder fiabilidad y/o validez en la medida.

Una vez realizado un análisis pormenorizado e individualizado para conocer las causas del comportamiento anómalo de las empresas eliminadas en el estudio con el modelo de Rasch, es de destacar la apertura de nuevos caminos de investigación en la incorporación de eficiencias para este grupo de empresas. Esta situación también es extensible cómo una empresa de la población en estudio, pero no de la muestra inicial, sería medida respecto a éstas.

Las medidas de eficiencia obtenidas, utilizando ambas alternativas, tienen valores similares de las medidas de centralización y un comportamiento distribucional similar. El efecto del tipo de categorización utilizada en la aplicación del modelo de Rasch, criterio de la media, de la mediana, uniforme y similares, será estudiado en próximos trabajos, con la idea de analizar la influencia en los resultados finales. En particular en este trabajo, el tipo de categorización producía para muchas variables del modelo altos porcentajes de pertenencia a las primeras categorías, mientras el resto quedaban vacías o con muy pocos valores.

## **BIBLIOGRAFÍA.**

Álvarez, P. (2006): “*Ampliación del modelo de Rasch: obtención de medidas con datos no categóricos*” en Febles, J. y J. R. Oreja-Rodríguez: Modelos de rasch en Administración de Empresas. Colección de E-Book nº 1. FYDE-CajaCanarias. Santa Cruz de Tenerife, pp. 10/23

Andrich, D. (1978): “*A rating scale formulation for ordered response categories*”. *Psychometrika*, 43, 561-573

Andrich, D. (1988): “*Rasch models for measurement*”. Newbury Park, California: Sage.

- Arbelo A. y Pérez P. 2007. "*Eficiencia empresarial y entornos insulares*". Global Conference on Business and Finance, The Institute for Business and Finance Research, Junio, San José, Costa Rica.
- Arbelo, A., Pérez, P., González-Dávila, E. y Rosa-González, F. 2006. "*Eficiencia de costes vs. Eficiencia de beneficios: el caso el pequeño comercio*". Global Conference on Business and Finance, The Institute for Business and Finance Research, Junio, San José, Costa Rica.
- Berger, A.N., DeYoung, R. 1997. "*Problem loans and cost efficiency in commercial banks*". *Journal of Banking and Finance*, 21, 849-870.
- Berger, A.N., Humphrey, D.B. 1997. "*Efficiency of financial institutions: International survey and directions for future research*". *European Journal of Operational Research* 98, 175-212.
- Berger, A.N., Mester, L.J. 1997. "*Inside the black box: What explains differences in the efficiencies of financial institutions?*". *Journal of Banking and Finance*, 21, 895-947.
- Bos, J.W. y Kool, C.J. 2006. "*Bank efficiency: the role of bank strategy and local market conditions*". *Journal Banking and Finance* 30 , 1953 -1974.
- Coelli, T., Rao, P., O'Donnell, C. y Battese, G. 2005. "*An Introduction to Efficiency and Productivity Analysis*". 2ª edition, Springer, New York.
- Dietsch, M. y Lozano-Vivas, A. 2000. "*How the environment determines banking efficiency: A comparison between French and Spanish industries*". *Journal Banking and Finance*, 24, 985-1004.
- Greene, W. 2005. "*Fixed and Random Effects in Stochastic Frontier Models*". *Journal of Productivity Analysis*, 23, 7-32.
- Greene, W. 1991. "*The econometric approach to efficiency measurement*". Mimeo, Stern School of Business, New York University.
- Kumbhakar, S. y Lovell, C. 2000. "*Stochastic Frontier Analysis*". Cambridge University Press, Cambridge.
- Linacre, J. M. 2007. "*Winsteps. Rasch measurement computer program*". Chicago: Winsteps.com.
- Maudos, J., Pastor, J.M., Pérez, F. y Quesada, J. 2002. "*Cost and profit efficiency in European banks*". *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 12, 33-58.

- McAllister, P.H, McManus, D. 1993. “*Resolving the scale efficiency puzzle in banking*”. Journal of Banking and Finance, 17, 389-405.
- Mitchell, K., Onvural, N.M. 1996. “*Economies of scale and scope at large commercial banks: Evidence from the Fourier flexible functional form*”. Journal of Money, Credit and Banking, 28, 178-199.
- Oreja-Rodríguez, J. R. 2005. “*Introducción a la medición objetiva en Economía, Administración y Dirección de Empresas. El modelo de Rasch*”. Documento de Trabajo del IUDE n° 0547. La Laguna: IUDE de la Universidad de La Laguna.
- Perez, P., Arbelo, A. y Rosa-González, F. 2007. “*Orientación exportadora y eficiencia empresarial en la industria manufacturera*”. Global Conference on Business and Finance, The Institute for Business and Finance Research, Junio, San José, Costa Rica.
- Rasch, G. 1960. “*Probabilistic models for some intelligence and attainment tests*”. Copenhagen: Danish Institute for Educational Research
- Rasch, G. 1980. “*Probabilistic models for some intelligence and attainment tests. Expanded Edition with foreword and afterword by B.D. Wright*”. Chicago: The University of Chicago Press.
- Rosa-González, F., González-Dávila, E. y Arbelo, A., 2007. “*Análisis de Eficiencia en pequeñas empresas, bajo el enfoque de distribución libre usando datos de panel*”. XXX Congreso Nacional de Estadística, SEIO 2007, Libro de Actas, trabajo n° 263.