

Fraccións largas e ecuacións en salsa LOXSE

Francisco Manuel Rodríguez Mayo
IES Miguel Ángel González (Vilagarcía de Arousa)

Ingredientes

1. **Álgebra:** a adquisición dunha certa soltura no manexo da linguaxe alxébrica é, ao meu xuízo, o factor principal que determina a maior ou menor facilidade e éxito nas Matemáticas na educación secundaria.
 - a. Utilización da linguaxe alxébrica para desenvolver, simplificar e transformar expresións matemáticas, en especial ecuacións polinómicas.
 - b. Formulación e resolución de ecuacións e sistemas de ecuacións en situacións relativamente simples.

2. Salsa LOXSE

- a. **Marco normativo:** a LOXSE introduciu un novo *contrato didáctico*¹ no que as “armas” tradicionais do profesorado perdían totalmente a súa eficacia. A posibilidade de promoción automática e de promoción con materias sen aprobar facía que a ameaza do suspenso non tivese senso.
- b. **Profesores frustrados:** na miña opinión, a maioría dos profesores de secundaria, en especial de 2º ciclo (licenciados), adoptaron unha posición de “rexeitamento pasivo” dese novo contrato, continuando a súa labor docente como se a LOXSE non existise.

Sen embargo, os posteriores cambios lexislativos² volveron a unha situación moi próxima ao modelo BUP facendo que o modelo LOXSE quedase practicamente sen contido. Pola contra, a sensación de frustración e impotencia permanece na maioría do profesorado.

¹ Introducido por Brousseau. As relacións que se establecen no proceso de aprendizaxe son semellantes a un contrato no que a maior parte das súas cláusulas son implícitas.

Eses acordos tácitos abarcan desde as relación profesor-alumno ata o xeito de contestar a unha pregunta (cando o profesor pregunta “atopar x” dase por suposto que se debe calcular o seu valor e non atopar onde se escribiu unha x).

En moitas ocasións, o fracaso pode producirse pola ruptura unilateral do contrato didáctico.

² En especial a obriga de aprobar todas as materias pendentes de cursos anteriores e a de non promocionar con máis de dúas materias sen aprobar.

Incluso vai máis lonxe en algúns aspectos: a aqueles alumnos que se considera que non poden acadar o título de secundaria, é posible poñerlles moi difícil a renovación da matrícula no centro.

As únicas diferenzas significativas na actualidade co modelo BUP son, na miña opinión, a posibilidade de acadar o título de secundaria con dúas materias suspensas e, marxinalmente, os programas de diversificación que supoñen unha porta traseira para obter ese título pero que só afecta a unha minoría.

- c. **Alumnos desmotivados:** na miña opinión, a motivación do alumnado de Matemáticas non é na actualidade moi diferente ao que sucedía en outros períodos. Sen embargo, o feito de que a unha gran maioría de alumnos non lles gusten as Matemáticas debería considerarse un *fenómeno didáctico*³ e ser estudiado en profundidade.

Cando as solucións dadas por un alumno son rexeitadas por incorrectas, inevitablemente acaba producíndose un sentimento de frustración e, desafortunadamente, en Matemáticas é doado equivocarse ...

Por outra parte, cando o principal método de “motivación” son os reforzos negativos (suspensos) é inevitable a aversión ás Matemáticas pola maioría do alumnado.

Preparación: salsa LOXSE.

Nun intento de redefinir a relación dos alumnos coas Matemáticas, nos dous últimos cursos levo adiante unha experiencia consistente en evitar os “suspensos” substituíndos por actividades de reforzo e recuperación fóra do horario lectivo dos alumnos:

- Antes de cada proba hai unha sesión de “entrenamento” pola tarde, fóra de horas lectivas, na que o alumno fai unha serie de problemas e exercicios baixo a supervisión do profesor. Para favorecer a asistencia garántese que polo menos un dos problemas entrará na proba.
- Despois das e probas, faise unha ou varias sesións de tarde de “recuperación”, segundo as necesidades dos alumnos.
- Asistir as sesións de recuperación supón o aprobado na proba.
- A asistencia é voluntaria, pero en caso de non asistir, avalíase polos métodos habituais (non se realizan outras actividades de recuperación).

As sesións de tarde figuran dentro do meu horario lectivo a todos os efectos. Realmente, o único que fago é cumprir a normativa actual que obriga a que todo profesor imparta un mínimo de 18 horas lectivas semanais, non podendo substituírse por gardas nin outras actividades complementarias.

Debo confesar que para min foi unha agradable sorpresa comprobar que o nivel de estudio para as probas normais de clase foi similar ou superior ao habitual e que a case totalidade dos alumnos puxeron realmente interese na aprendizaxe.

³ Seguindo a definición de Kuhn, unha ciencia ocúpase de estudar “fenómenos” específicos. Os especialistas en Didáctica das Matemáticas descubriron moitos fenómenos específicos da ensinanza das Matemáticas.

Un exemplo notable é a “irresponsabilidade matemática”, os alumnos non se sinten comprometidos coas respostas que dan. Non importa o absurdo deses valores, o único importante é que se efectuasen unha serie de “cálculos” para atopalas.

O número de asistentes as clases extras foi moi elevado: case un 70% de media as de preparación e o 100% dos suspensos ás de recuperación.

No meu caso, fun eu o único profesor implicado do seminario (somos 5), pero coido que a experiencia pode ser moito máis interesante cando o profesor que imparte as clases de reforzo é diferente do normal da materia.

Preparación: Álgebra.

A pesar de que a Álgebra non é unha das miñas partes favoritas das Matemáticas, como xa dixen, entendo que é fundamental para os alumnos dominar minimamente os algoritmos de cálculo simbólico.

En consecuencia, empezo os cursos cun pequeno reforzo, unhas dúas semanas, nos ámbitos da manipulación simbólica e a resolución de ecuacións.

As sesións da tarde permítenme abordar dun xeito sistemático os problemas que detecto na resolución da proba. Posiblemente poda facerse nas clases normais, pero dispoñer dun tempo específico para dedicarlle aos alumnos con máis dificultades permite centrarse nesas dificultades e elaborar estratexias específicas.

Despois duns días de realización de exercicios e problemas na clase, propuxen a seguinte proba de avaliación:

1) **Resolve as seguintes ecuacións:**

$$a) \quad \frac{1}{3}(x+2) - \frac{1}{5}(2x-3) = 4 - \frac{x}{15} \qquad b) \quad 2x - \frac{1}{2}(2+3x) = 4 - \frac{x+4}{6}$$

2) **Resolve o seguinte sistema de ecuacións:**
$$\begin{cases} 3x - 4y = -11 \\ 7x + 3y = -1 \end{cases}$$

3) **Resolve a seguinte ecuación:** $-x^2 + 8 = 2x$

4) **Resolve as seguintes ecuacións:**

$$a) \quad 2x^3 + 8x = 0$$

$$b) \quad 32 - 2x^4 = 0$$

$$c) \quad \sqrt{x-1} = 4$$

$$d) \quad \frac{2x+8}{x+1} = 2x$$

5) **No proceso de resolución dunha ecuación que aparece a continuación cometéronse diversos erros. Explica, EN CADA PASO, cal ou cales son os erros cometidos:**

I. Resolución da ecuación:
$$\frac{1}{3}(x+2) - \frac{1}{5}(2x-3) = 2 - \frac{3x+3}{15}$$

II. Sacanse as paréntesis:
$$\frac{x}{3} + \frac{2}{3} - \frac{2x}{5} - \frac{3}{5} = 2 - \frac{3x+3}{15}$$

III. Multiplícase por 15 para facer desaparecer os denominadores:
$$5x + 10 - 6x - 9 = 2 - 3x + 3$$

IV. Trasládanse os termos con x ao 1º membro e os termos sen x ao 2º:
$$5x - 6x - 3x = 2 + 3 + 10$$

V. Agrúpanse os termos semellantes: $-4x = 15$

VI. E despéxase a x : $x = \frac{15}{4} \rightarrow x = 3.75$

- 6) **(Só plantexar)** Nunha tenda, ao principio das rebaixas, baixáronlle 20 € ao prezo duns pantalóns. Como tampouco así os venderon, rebaxáronlle un 30% ao prezo xa rebaxado resultando un prezo igual á metade do prezo orixinal. ¿Cal era ese prezo orixinal?
- 7) **(Só plantexar)** Atopa dous números sabendo que o dobre da súa suma é 28 e que a un deles fáltnlle 6 para ser o dobre do outro.

A proba consta de dúas partes:

- I. De resolución obrigatoria, formada polos exercicios 1, 2 e 3. Estes exercicios só foron valorados se estaban totalmente correctos. Durante a proba indicábase toda ou unha parte da resposta correcta.
- II. A segunda parte, formada polos demais exercicios, só era valorada se os exercicios da primeira estaban correctos.

Os alumnos aos que se lles pasou pertencen ao IES Miguel Ángel González Estévez, un dos catro centros de secundaria de Vilagarcía de Arousa.

Está situado en Carril, a dous quilómetros do centro de Vilagarcía. Nútrese de alumnos dese núcleo, de pequenos núcleos rurais próximos e do concello limítrofe de Catoira.

Os nosos resultados en selectividade están na media galega. Curiosamente son mellores que os do centro situado no casco urbano de Vilagarcía pero por detrás dos obtidos polo antigo centro de FP, aínda que este último presenta ao exame moi poucos alumnos.

Esta é a distribución dos alumnos por curso e grupo:

- 7 alumnos dun grupo de reforzo (tratamento da diversidade) formado por alumnos con dificultades en Matemáticas e/ou en Galego. Tres alumnos deste grupo conseguiron aprobala.
- 27 dos 29 alumnos de 4º ESO C (grupo coa optativa de Física). 20 conseguiron aprobar a proba.
- A proba tamén foi proposta, con só lixeiras variacións, a un grupo de 17 alumnos de Matemáticas I aplicadas ás CCSS de 1º de bacharelato. Aprobaron 9. Neste grupo non se realizan as actividades de reforzo e recuperación antes indicadas.

Debe aclararse que, en varios casos de 4º da ESO, o profesor fixo indicacións tipo “comproba os signos”, sobre algúns dos problemas a algúns alumnos.

Non é obxectivo deste traballo valorar os resultados da proba. Só nos referiremos aos exercicios 1, en especial o apartado b), e ao exercicio 6.

Problema 1.-b): $2x - \frac{1}{2}(2 + 3x) = 4 - \frac{x + 4}{6}$

Que fixeron ben:

- A maioría dos alumnos non tiveron, dificultades co paréntese do primeiro membro.
- Non tiveron dificultades cos denominadores.

Que fixeron mal:

- Algúns dos que optaron por separar os termos da suma da fracción larga conservaron o signo + diante de $\frac{4}{6}$
- Case todos os que optaron por multiplicar por 6 escribiron +4.

Quero destacar que non hai diferenza formal entre o paréntese do primeiro membro e a fracción larga do segundo.

É claro que, para os alumnos, o manexo correcto das fraccións largas precedidas dun signo – presenta moitas dificultades.

- Podemos conxecturar a existencia dun *obstáculo*⁴

“Divídese o MCM polo denominador, multiplícase o resultado polo numerador e escríbese” (cando a fracción non vai precedida dun signo menos).

É unha regra sinxela e moi eficaz que ao alumno lle reportou éxitos en moitas ocasións e, sobre todo, que fai desaparecer aos odiosos denominadores en un chisco. ¿Por que vai ter que cambiala? ¿Que importa a letra pequena?

- Por outra parte, é unha expresión demasiado “concentrada”. Engloba tres operacións e un criterio de preferencia que debe aplicarse a dúas desas operacións.

Podemos valorar diferentes suxerencias para facilitar que os alumnos podan evitar o erro na manipulación:

- Destacar a diferenza cando hai un – diante e cando non.

⁴ A noción de obstáculo débese a Brousseau: “Un obstáculo é unha concepción que ha sido en principio eficiente para resolver algún tipo de problemas pero que falla cando se aplica a outro. Debido a su éxito previo se resiste a ser modificado o a ser rechazado: viene a ser una barrera para un aprendizaje posterior. Se revela por medio de los errores específicos que son constantes y resistentes. Para superar tales obstáculos se precisan situaciones didácticas diseñadas para hacer a los alumnos conscientes de la necesidad de cambiar sus concepciones y para ayudarles en conseguirlo”. Godino (Perspectiva De La Didáctica De Las Matemáticas Como Disciplina Científica)

- Intentar que o alumno descubra por si mesmo o xeito correcto de manipular a expresión.
- Repetir varios exercicios similares.
- Escribir os parénteses e verificar resultado.
- Escribir a expresión de “xeito lineal” e comparala coa orixinal.
- Etc.

Problema 6: “Nunha tenda, ao principio das rebaixas, baixáronlle 20 € ao prezo duns pantalóns. Como tampouco así os venderon, rebaixáronlle un 30% ao prezo xa rebaixado resultando un prezo igual á metade do prezo orixinal. ¿Cal era ese prezo orixinal?”

Na formulación da ecuación, só uns poucos alumnos construíron correctamente o termo correspondente ao 30% do prezo xa rebaixado: $\frac{30(x - 20)}{100}$

Novamente temos que conxecturar a existencia dun obstáculo. Trátase dun fenómeno didáctico xa coñecido: “o alumno rexeita que unha operación non teña un resultado, polo que non é capaz de entender que $x - 20$ describe ese resultado”.

Poden emprenderse distintas liñas de actuación:

- Suxerir a conveniencia de supoñer un valor concreto para a cantidade descoñecida e seguir os pasos do enunciado.
- Empregar unha variable auxiliar para ese valor intermedio.
- Repetir varios exercicios similares ata que xurda a luz.
- Etc.

Presentación do prato

O obxectivo deste traballo é reflexionar sobre a práctica docente da maioría dos ensinantes de Matemáticas, entre os que me atopo, e non estudar os problemas concretos que se mencionan.

Nos últimos anos, coa *Didáctica Fundamental*⁵, son moitos e moi importantes os avances en didáctica das Matemáticas. Pero é necesario destacar que, moitos deses

⁵ A Didáctica Fundamental xurde como alternativa a didáctica ao integrar o propio coñecemento matemático nos aspectos a considerar dentro da didáctica. Segundo a definición de Godino: “la D. F. como la disciplina científica que se interesa por elaborar modelos teóricos (descriptivos, explicativos) de

logros só son coñecidos entre os investigadores e especialistas en didáctica pero non entre os ensinantes de Matemáticas.

A pesar deses avances, a demanda fundamental dos ensinantes non se viu satisfeita: hoxe en día seguimos lonxe de dispoñer de pautas e protocolos concretos que transformen a ensinanza das Matemáticas en algo técnico.

A ensinanza das Matemáticas segue sendo, en gran medida, unha arte. O bo funcionamento das receitas para a ensinanza das Matemáticas segue dependendo do cociñeiro.

Sen embargo, espero que as páxinas anteriores demostrasen que, a pesar de non existir manuais que podamos seguir ao pé da letra, si é posible abordar dun xeito científico e profesional os problemas que aparecen na nosa práctica docente.

Estou seguro que cometín erros importantes na utilización dos conceptos didácticos. É inevitable, só coa discusión e a práctica seremos capaces de elaborar un discurso coherente. Pero é necesario empezar algunha vez. Non podemos limitarnos a dicir que “os alumnos non están motivados” ou “non teñen espírito de sacrificio” para xustificar uns malos resultados.

Na miña opinión, é necesario que os profesores de secundaria fagamos unha autocrítica seria e en profundidade da nosa práctica profesional.

Creo que é necesario elaborar un discurso “operativo”, que permita detectar os problemas e, cando menos, intentar solucionarlos.

E creo que ese discurso só pode elaborarse en base á didáctica.

Bibliografía:

Escriba o amable lector “didáctica das Matemáticas”, ou “contrato didáctico”, ou ... na véntana do Google e pulse “enter”.

Estes son algúns dos artigos que poden atoparse:

Godino, J. (2002). *Perspectivas de la Didáctica de las Matemáticas como Disciplina Científica*
<http://www.ugr.es/local/jgodino/>.

¿Qué pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la Didáctica de las Matemáticas? Brousseau, G. IREM, Université de Bordeaux, Francia.
Versión castellana de Luis Puig.

El Maestro y el Contrato en la Teoría Brousseauiana. (Artículo publicado en *Educación Matemática*. Vol. 13. Núm 3. Dic. 2001. Ed. Iberoamérica)
Alicia Avila Univ. Pedagógica Nacional México

La Didáctica de las Matemáticas: una visión general.

D. Juan Antonio García Cruz

<http://nti.educa.rcanaria.es/rtee/didmat.htm>