

Qüestió

Quaderns d'Estadística
i Investigació Operativa

Any 2000, volum 24, núm. 2
Segona època

Entitats patrocinadores:

Universitat Politècnica de Catalunya
Universitat de Barcelona
Universitat de Girona
Universitat Autònoma de Barcelona
Institut d'Estadística de Catalunya

Entitat col·laboradora:

International Biometric Society



Generalitat de Catalunya
**Institut d'Estadística
de Catalunya**

Any 2000, volum 24, núm. 2

SUMARI

Editorial

Estadística

A note on the scalar Haffian 243

H. Neudecker

Comparación de curvas de supervivencia gamma estocásticamente ordenadas 251

J.D. Bermúdez y E. Beamonte

Selección de la ventana en suavización tipo núcleo de la parte no paramétrica de un modelo parcialmente lineal con errores autorregresivos 267

G. Aneiros

Contrastación de hipótesis en diseños multivariados split-plot con matrices de dispersión arbitrarias 293

G. Vallejo, J.R. Escudero, A.M. Fidalgo y M.P. Fernández

Investigació Operativa

Graphs, topologies and simple games 317

J.M. Bilbao

Estadística Oficial

L'estadística oficial i l'impacte de l'economia digital emergent 335

V. Meléndez

Winsorització de la despesa turística a Catalunya 367

M. Sàez, M.A. Barceló, C. Saurina i G. Coenders

Secció docent i problemes 391

Ressenyes d'activitats institucionals

Informació per als autors i lectors



EDITORIAL

Aquest segon número del volum 24 (2000) recull set articles, repartits en les tres primeres seccions de la revista. Cal tenir en compte que, tal com s'havia anunciat a primers d'any, els originals publicats en el present número adopten de forma efectiva els dígitos descriptius de la nova classificació temàtica de l'*American Mathematical Society* (2000 Mathematics Subject Classification), la consulta electrònica de la qual pot fer-se mitjançant enllaç que disposa el web de *Qüestió*. Igualment, s'ofereix una recopilació de les principals novetats editorials en matèria estadística que la Generalitat de Catalunya ha publicat enguany, apartat que va iniciar-se en el primer número d'aquest volum.

D'altra banda, el lector constatarà l'absència de la tradicional recensió de les accions formatives del *Training for European Statisticians Institute* —que *Qüestió* redifon des del 1997— deguda a la suspensió de les seves activitats fins a completar-se el procés reorganitzatiu de l'administració estadística de la Unió Europea en el decurs d'aquest any. Tot i així, es preveu reprendre aquesta via de col·laboració editorial amb les entitats corresponents tan bon punt sigui possible. Per la seva banda, el volum de la difusió electrònica dels continguts de *Qüestió* segueix un ritme molt satisfactori: en els primers cinc mesos de l'any 2000, els accessos (nombre de peticions http) han superat les 18.300 consultes enregistrades al web de la revista en el decurs de tot l'any 1999.

Finalment, l'impuls editorial més destacable que *Qüestió* enregistrarà aquest any és, sens dubte, la incorporació de la Universitat Autònoma de Barcelona (UAB) com a entitat patrocinadora, mitjançant l'acord signat amb l'Idescat l'11 de juliol d'enguany, en virtut del qual se suma als patrocinis de la Universitat Politècnica de Catalunya (des del 1994), la Universitat de Barcelona (1995) i la Universitat de Girona (1999). En aquest sentit, la celebració d'aquest nou conveni evidencia una complicitat creixent del sistema universitari català, envers el conreu i la difusió de l'estadística i la investigació operativa. D'altra banda, es formalitza un suport institucional que la UAB ja havia prestat a la revista des de l'inici de la primera època de *Qüestió* (1977-91) mitjançant el seu Departament d'Informàtica. La col·laboració del Dr. Joan del Castillo i del Dr. Frederic Utzet en qualitat d'editors associats de *Qüestió* representa, doncs, el relleu dels recursos científics que la UAB en la promoció i la millora de la qualitat de la recerca en el nostre país.

C.M. Cuadras i E. Ripoll, editors executius

Comentari de les seccions
«Estadística» i «Investigació Operativa»

La secció «Estadística» conté un total de quatre originals. El primer article, *A note on the scalar Haffian*, de H. Neudecker, és un estudi d'una funció escalar basada en les derivades d'una funció d'una matriu quadrada, obtenint una representació uniforme més adient, que millora altres plantejaments, al temps que es proposen algunes generalitzacions d'interès. L'article *Comparación de curvas de supervivencia gamma estocásticamente ordenadas*, de J. Bermúdez i E. Beamonte, és una modelització i comparació de curves de supervivència amb distribució Gamma, des d'una perspectiva Bayesiana, quan se sap que estan estocàsticament ordenades. El tercer article, *Selección de la ventana en suavización tipo núcleo de la parte no paramétrica de un modelo parcialmente lineal con errores autoregresivos*, de G. Aneiros, estudia la selecció del paràmetre finestra d'una funció additiva en un model lineal amb errors seguint un procés AR(1) estacionari, i que generalitza alguns resultats d'altres autors. El darrer article, *Contrastación de hipótesis en diseños multivariados split-plot con matrices de dispersión arbitrarias*, de G. Vallejo, J.R. Escudero, A.M. Fidalgo i M.P. Fernández, discuteix la validesa d'alguns dissenys de mesures repetides, tot estudiant l'efecte de l'heterogeneïtat de les matrius de covariàncies sobre determinats contrastos lineals, i analitzant les taxes d'error del tipus I, malgrat concloure que cap contrast és uniformement més potent.

L'únic article publicat a la secció «Investigació Operativa», titulat *Graphs, topologies and simple games*, de J.M. Bilbao, és un estudi teòric sobre la topologia de les connexions entre coalicions de jugadors i les condicions d'existència de guanyadors, quan hi ha restriccions d'ordre parcial entre les preferències dels jugadors.

Carles M. Cuadras, editor executiu

Comentari de la secció
«Estadística Oficial» i altres apartats

En el present número, la secció «Estadística Oficial» publica dos articles propers a avenços recents en l'activitat estadística oficial a Catalunya. D'una banda, *L'estadística oficial i l'impacte de l'economia digital emergent*, de V. Meléndez, posa de relleu els múltiples efectes de les noves TIC en l'estadística oficial, tant en la delimitació conceptual de l'activitat productiva tradicional com en la mesura del grau d'utilització d'aquelles, i avança els reptes metodològics que s'han abordat en la definició d'indicadors en el cas català. En segon lloc, l'article *Winsorització de la despesa turística a Catalunya*, de M. Sáez, M.A. Barceló, C. Saurina i G. Coenders, exposa les presta-

cions de la winsorització, basada en l'algorisme EM, en els processos d'imputació, a partir d'una aplicació pionera en el tractament d'errors sistemàtics per omissió en les enquestes oficials.

A continuació, la «Secció docent i problemes» incorpora, com és costum, la presentació d'enunciats de problemes i la resolució dels problemes publicats en el número immediatament anterior.

Per últim, l'apartat dedicat a «Ressenyes d'activitats institucionals» inclou, com ja és habitual, una referència actualitzada de la *Sociedad Española de Biometría*, amb informació sobre la VIII Conferència Espanyola de Biometria (Pamplona, 28-30 de març 2001). Seguidament, es reproduïx el darrer anunci del «Tercer Congrés Europeu de Matemàtiques» (Barcelona, 10-14 de juliol 2000) que organitza la Societat Catalana de Matemàtiques-IEC i que, sota els auspicis de la European Mathematical Society i en el marc de l'Any Internacional de la Matemàtica, hi col·laboren quatre entitats patrocinadores de *Qüestió*, entre d'altres. En aquest número també s'inclou un anunci del workshop sobre Data Mining (Barcelona, 14-15 desembre 2000) que organitza la Xarxa Temàtica «Enquestes i Qualitat de la Informació Estadística», sota el format de les segones jornades internacionals que promouen els equips de recerca aplegats a la Xarxa. Finalment, tal com s'advertia a l'inici de l'editorial, les darreres pàgines es dediquen a les novetats editorials en l'àmbit de l'estadística per part de la Generalitat de Catalunya.

Enric Ripoll, editor executiu

Estadística

A NOTE ON THE SCALAR HAFFIAN

HEINZ NEUDECKER

Cesaro, Schagen

Department of Economics

University of Amsterdam*

In this note a uniform transparent presentation of the scalar Haffian will be given. Some well-known results will be generalized.

A link will be established between the scalar Haffian and the derivative matrix as developed by Magnus and Neudecker.

Keywords: Magnus-Neudecker derivative matrix, matrix vectorization, Kronecker product, duplication matrix, commutation matrix

AMS Classification (MSC 2000): primary 62F10, secondary 62C99

* Roetersstraat 11, 1018 WB Amsterdam, The Netherlands, e-mail: heinz@fee.uva.nl

– Received July 1999.

– Accepted June 2000.

1. INTRODUCTION

Haff (1977, 1979a, 1979b, 1980) introduced a scalar function based on the derivatives of the elements of a **square** matrix function $F(X)$ with respect to the elements of a **symmetric** argument matrix X . We shall name it the scalar Haffian. It was used by Haff in various applications in multivariate statistical analysis. Several authors, among others Konno (1988, 1991), Leung (1994) and Leung & Ng (1998) made use of it later. The exposition and notation vary over authors and time, the derivations tend to be obscure and sometimes unnecessarily complicated.

In this note we shall attempt to give a uniform transparent presentation of the scalar Haffian, and generalize some of the well-known results.

Basic is a differentiable **square** matrix function $F(X)$, shortly F , which depends on a **symmetric** matrix X . Both matrices are of the same dimension. A strategic rôle is being played by a square matrix $\nabla = (d_{ij})$ of differential operators $d_{ij} := \frac{1}{2}(1 + \delta_{ij}) \frac{\partial}{\partial x_{ij}}$, where δ_{ij} is the Kronecker delta ($\delta_{ii} = 1, \delta_{ij} = 0$ for $i \neq j$).

In the work mentioned earlier the symbol D is used instead of ∇ . We prefer ∇ , because D will denote the so-called duplication matrix which will be extensively used. The matrix ∇ is being applied to F and ultimately produces the scalar Haffian $\text{tr} \nabla F$, where «tr» stands for the trace operator. Haff uses $D^* F_{(1/2)}$ to denote this function, with $F_{(1/2)} := 1/2(F - F_d)$, F_d being the diagonal matrix obtained from the diagonal of F . The scalar Haffian $\text{tr} \nabla F$ will be studied in this note. It will be related to the derivative matrix $\frac{\partial f}{\partial x}$ as developed by Magnus and Neudecker (1999).

In the exposition frequent use will be made of matrix vectorization, Kronecker products, the duplication matrix D and the commutation matrix K . For these concepts and some of their properties see Magnus and Neudecker (1979, 1980, 1999).

2. THE SCALAR HAFFIAN

Consider a differentiable **square** matrix function $F(X)$ with **symmetric** matrix argument X , both of dimension m . The application of $\nabla = (d_{ij})$, a (square) matrix of differential operators $d_{ij} := 1/2(1 + \delta_{ij}) \frac{\partial}{\partial x_{ij}}$ to F yields ∇F from which follows $\text{tr} \nabla F$, the scalar Haffian.

$$\begin{aligned} \text{Clearly } \text{tr} \nabla F &= \sum_{ij} d_{ij} f_{ji} = \sum_i d_{ii} f_{ii} + \sum_{j \neq i} d_{ij} f_{ji} \\ &= \sum_i \frac{\partial f_{ii}}{\partial x_{ii}} + \frac{1}{2} \sum_{j \neq i} \frac{\partial f_{ji}}{\partial x_{ij}} = \sum_i \frac{\partial f_{ii}}{\partial x_{ii}} + \frac{1}{2} \sum_{j < i} \frac{\partial (f_{ij} + f_{ji})}{\partial x_{ij}} \end{aligned}$$

$$= \sum_i \frac{\partial g_{ii}}{\partial x_{ii}} + \sum_{j < i} \frac{\partial g_{ij}}{\partial x_{ij}} = \text{tr} \frac{\partial g}{\partial x'} \quad \text{where}$$

$$g_{ii} := f_{ii}, \quad g_{ij} := 1/2(f_{ij} + f_{ji})$$

$$g := (g_{11} \cdots g_{m1} g_{22} \cdots g_{m2} \cdots g_{mm})' \quad (j < i)$$

$$x := (x_{11} \cdots x_{m1} x_{22} \cdots x_{m2} \cdots x_{mm})'.$$

The expression $\frac{\partial g}{\partial x'}$ is the Magnus-Neudecker derivative for the vector function $g(x)$, with $x := v(X)$, $g := v(G)$ and $G := 1/2(F + F')$.

We have thus established the identity

$$(1) \quad \text{tr} \nabla F = \text{tr} \frac{\partial g}{\partial x'}$$

for the scalar Haffian $\text{tr} \nabla F$ and the Magnus-Neudecker derivative matrix $\frac{\partial g}{\partial x'}$.

Mind that $\nabla F \neq \frac{\partial g}{\partial x'}$! In fact ∇F is another useful concept also developed and applied by Haff.

See Haff (1981, 1982). Obviously the scalar Haffian can then also be obtained from ∇F . We shall name ∇F the matrix Haffian. It will be examined in another paper.

An attractive alternative expression for the scalar Haffian is $\text{tr} \frac{\partial v(F+F')}{\partial v(X)}$ which shows immediately that

$$(2) \quad \text{tr} \nabla F' = \text{tr} \nabla F.$$

When F is **symmetric**

$$(3) \quad \text{tr} \nabla F = \text{tr} \frac{\partial f}{\partial x'}$$

where $f := (f_{11} \cdots f_{m1} f_{22} \cdots f_{m2} \cdots f_{mm})' = v(F)$.

Proof

In the creation of (1) we now have $f_{ij} = f_{ji}$, , hence $g = f$.

□

3. A GENERAL RESULT

Instead of deriving umpteen specific scalar Haffians we shall establish a general result from which other specific results can be derived.

Theorem

For symmetric X and square constant matrices P and Q

$$\text{tr} \nabla P X Q' = 1/2(\text{tr} P) \text{tr} Q + 1/2 \text{tr} P Q.$$

Proof

Take $F := P X Q'$. Again $G := 1/2(F + F')$. Then

$$\text{dvec} G = 1/2(\text{dvec} F + \text{dvec} F') = 1/2(I_{m^2} + K_{mm}) \text{dvec} F,$$

and

$$\begin{aligned} dg &= 1/2 D_m^+(I_{m^2} + K_{mm}) \text{dvec} F = D_m^+ \text{dvec} F \\ &= D_m^+ \text{vec} P (dX) Q' = D_m^+(Q \otimes P) \text{dvec} X \\ &= D_m^+(Q \otimes P) D_m dx. \end{aligned}$$

Hence

$$\frac{\partial g}{\partial x'} = D_m^+(Q \otimes P) D_m.$$

Therefrom

$$\begin{aligned} \text{tr} \nabla F &= \text{tr} D_m^+(Q \otimes P) D_m = \text{tr} D_m D_m^+(Q \otimes P) \\ &= 1/2 \text{tr}(I_{m^2} + K_{mm})(Q \otimes P) = 1/2 \text{tr}(Q \otimes P) + 1/2 \text{tr} K_{mm}(Q \otimes P) \\ &= 1/2(\text{tr} P) \text{tr} Q + 1/2 \text{tr} P Q = 1/2(\text{tr} P) \text{tr} Q + 1/2 \text{tr} P Q. \end{aligned}$$

We used various results from Magnus and Neudecker (1999, pp. 30, 47 and 49) and Magnus and Neudecker (1979, Theorem 3.1, xiv).

□

Corollary

For any function $F = F(X)$ such that $dF = P(dX)Q'$, the scalar Haffian is

$$\text{tr} \nabla F = 1/2(\text{tr} P) \text{tr} Q + 1/2 \text{tr} P Q.$$

With the help of this corollary we can now derive scalar Haffians in practice.

4. VARIOUS SCALAR HAFFIANS

$$(i) \quad \text{tr} \nabla P X^{-1} Q' = -1/2(\text{tr} P X^{-1}) \text{tr} Q X^{-1} - 1/2 \text{tr} P X^{-1} Q X^{-1}.$$

Proof

$$\text{Now } F := P X^{-1} Q' \text{ and } dF = P(dX^{-1})Q' = -P X^{-1}(dX)X^{-1}Q'.$$

Replacing then P by $-P X^{-1}$ and Q' by $X^{-1}Q'$ in the Corollary, one immediately obtains

$$\text{tr} \nabla P X^{-1} Q' = -1/2(\text{tr} P X^{-1}) \text{tr} Q X^{-1} - 1/2 \text{tr} P X^{-1} Q X^{-1}.$$

□

$$(ii) \quad \text{tr} \nabla P X Q X R' = 1/2(\text{tr} P) \text{tr} R X Q' + 1/2 \text{tr} P R X Q' + 1/2 \text{tr} P X Q R + 1/2(\text{tr} R) \text{tr} P X Q.$$

Proof

As $F := P X Q X R'$ and $dF = P(dX)Q X R' + P X Q(dX)R'$ we have to make the following substitutions:

$$\begin{cases} P \rightarrow P \\ Q' \rightarrow Q X R' \end{cases} \quad \text{and} \quad \begin{cases} P \rightarrow P X Q \\ Q' \rightarrow R' \end{cases}$$

This then leads to the scalar Haffian

$$\text{tr} \nabla P X Q R' = 1/2(\text{tr} P) \text{tr} R X Q' + 1/2 \text{tr} P R X Q' + 1/2(\text{tr} R) \text{tr} P X Q + 1/2 \text{tr} P X Q R.$$

□

$$(iii) \quad \text{tr} \nabla P X^{-2} Q' = -1/2(\text{tr} P X^{-1}) \text{tr} Q X^{-2} - 1/2(\text{tr} P X^{-2}) \text{tr} Q X^{-1} \\ - 1/2 \text{tr} P X^{-1} Q X^{-2} - 1/2 \text{tr} P X^{-2} Q X^{-1}.$$

Proof

In this case $F := P X^{-2} Q'$ and

$$\begin{aligned} dF &= P(dX^{-2})Q' = P(dX^{-1})X^{-1}Q' + P X^{-1}(dX^{-1})Q' \\ &= -P X^{-1}(dX)X^{-2}Q' - P X^{-2}(dX)X^{-1}Q'. \end{aligned}$$

We shall make the following substitutions

$$\begin{cases} P \rightarrow -P X^{-1} \\ Q' \rightarrow X^{-2} Q' \end{cases} \quad \text{and} \quad \begin{cases} P \rightarrow -P X^{-2} \\ Q' \rightarrow X^{-1} Q' \end{cases}$$

and get the above given result.

□

$$(iv) \quad \text{tr} \nabla P X^3 Q' = 1/2(\text{tr} P) \text{tr} Q X^2 + 1/2 \text{tr} P Q X^2 + 1/2(\text{tr} P X) \text{tr} Q X \\ + 1/2 \text{tr} P X Q X + 1/2 \text{tr} P X^2 Q + 1/2(\text{tr} Q) \text{tr} P X^2.$$

Proof

Now $F := P X^3 Q'$, hence

$$dF = P(dX)X^2 Q' + P X(dX)X Q' + P X^2(dX)Q',$$

which leads to the substitutions

$$\left\{ \begin{array}{l} P \rightarrow P \\ Q' \rightarrow X^2 Q' \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} P \rightarrow P X \\ Q' \rightarrow X Q' \end{array} \right\} \quad \text{and} \quad \left\{ \begin{array}{l} P \rightarrow P X^2 \\ Q' \rightarrow Q' \end{array} \right\}$$

Hence the scalar Haffian obtains. □

NOTES

1. Haff (1979a, 1980), Konno (1988) and Leung (1994) considered $\text{tr} \nabla X Q'$ and $\text{tr} \nabla P X$, with occasionally positive definite Q and X .
2. Clearly the Theorem also holds for symmetric P, Q and $P X Q'$.
3. $\text{tr} \nabla X^{-1} Q'$ was derived by Haff (1979a), $\text{tr} \nabla X^{-1}$ was given by Haff (1980) for positive definite X .
4. $\text{tr} \nabla X^2 Q'$ was derived by Haff (1979a), the identical $\text{tr} \nabla Q X^2$ was found by Konno (1991). In fact these are special cases of (ii).
5. Konno (1988) gave $\text{tr} \nabla X Q X$, with positive definite X . Leung (1994) and Leung & Ng (1998) considered $\text{tr} \nabla X Q X$ with symmetric, even positive definite Q .
6. Haff (1980) presented $\text{tr} \nabla X^{-2}$ for positive definite X .
7. Konno (1991), gave $\text{tr} \nabla X^3$ for positive definite X .

ACKNOWLEDGMENT

Thanks to the advice of the referee several improvements in the exposition could be realized.

REFERENCES

- Haff, L.R. (1977). «Minimax estimators for a multinormal precision matrix». *J. Multivar. Anal.*, 7, 374-85.
- Haff, L.R. (1979a). «An identity for the Wishart distribution with applications». *J. Multivar. Anal.*, 9, 531-44.
- Haff, L.R. (1979b). «Estimation of the inverse covariance matrix: random mixtures of the inverse Wishart matrix and the identity». *Ann. Statist.*, 7, 1264-76.
- Haff, L.R. (1980). «Empirical Bayes estimation of the multivariate normal covariance matrix». *Ann. Statist.*, 8, 586-97.
- Haff, L.R. (1981). «Further identities for the Wishart distribution with applications in regression». *Canad. J. Statist.*, 9, 215-24.
- Haff, L.R. (1982). «Identities for the inverse Wishart distribution with computational results in linear and quadratic discrimination». *Sankhyā B*, 44, 245-58.
- Konno, Y. (1988). «Exact moments of the multivariate F and beta distributions». *J. Japan Statist. Soc.*, 18, 123-30.
- Konno, Y. (1991). «A note on estimating eigenvalues of (the) scale matrix of the multivariate F-distribution». *Ann. Inst. Statist. Math.*, 43, 157-65.
- Leung, P.L. (1994). «An identity for the noncentral Wishart distribution with application». *J. Multivar. Anal.*, 48, 107-14.
- Leung, P.L. and Ng, F.Y. (1998). *Improved estimation of parameter matrices in a one-sample and two-sample problem*. Department of Statistics, The Chinese University of Hong Kong.
- Magnus, J.R. and Neudecker, H. (1979). «The commutation matrix: some properties and applications». *Ann. Statist.*, 7, 381-94.
- Magnus, J.R. and Neudecker, H. (1980). «The elimination matrix: some lemmas and applications». *SIAM J. Alg. and Discr. Meth.*, 1, 422-49.
- Magnus, J.R. and Neudecker, H. (1999). *Matrix Differential Calculus with Applications in Statistics and Econometrics*, revised edition. John Wiley, Chichester.

COMPARACIÓN DE CURVAS DE SUPERVIVENCIA GAMMA ESTOCÁSTICAMENTE ORDENADAS

JOSÉ D. BERMÚDEZ EDO*
EDUARDO BEAMONTE CÓRDOBA**
Universitat de València

En este trabajo se propone un análisis de supervivencia basado en un modelo Gamma. Se obtienen las condiciones teóricas bajo las cuales dos funciones de supervivencia Gamma están estocásticamente ordenadas. Estos resultados se utilizan para proponer un método sencillo que permite comparar dos poblaciones cuando, a priori, se conoce que sus curvas de supervivencia están estocásticamente ordenadas. Los resultados se ejemplifican con el análisis de un banco de datos reales sobre tiempos de desempleo.

Comparison of stochastically ordered gamma survival curves

Palabras clave: supervivencia bayesiana, información inicial, métodos de Monte Carlo, predicción

Clasificación AMS (MSC 2000): 62E25, 62F15, 62N05

* Departamento de Estadística e Investigación Operativa. Universitat de València.

** Departamento de Economía Aplicada. Universitat de València.

Dirección para correspondencia: Departamento de Economía Aplicada. Bloque departamental oriental.
Av. Los Naranjos s/n. 46022 Valencia. Tfno.: 963828618/963828428. E-mail: beamonte@uv.es.

– Recibido en julio de 1999.

– Aceptado en abril de 2000.

1. INTRODUCCIÓN

En el análisis de datos de supervivencia provenientes de dos poblaciones es habitual que se conozca, a priori, que una de ellas debe presentar tiempos de vida estocásticamente más pequeños que los de la otra población (grupo control frente a grupo tratamiento). En este trabajo modelizamos el tiempo de vida de cada individuo mediante una distribución Gamma, cuyos parámetros —que dependen de ciertas covariables entre las que incluimos un indicador de la población de pertenencia— son modelizados como una realización de una superpoblación; así, nuestro modelo tiene en cuenta que no existen dos individuos iguales, pero todos ellos se «parecen». La información inicial de tiempos de vida estocásticamente ordenados la traducimos a restricciones sobre los hiperparámetros del modelo jerárquico, restricciones que incluimos en la distribución inicial por lo que también se cumplen en la distribución final.

La mayor parte de las investigaciones en este sentido se dirigen a la obtención de estimadores máximo verosímiles restringidos a la condición de orden para modelos no paramétricos. Utilizando la metodología bayesiana, un importante estudio es el llevado a cabo por Arjas y Gasbarra (1996) que también proporcionan una completa bibliografía. En este trabajo realizamos el análisis de la distribución final mediante una muestra obtenida a partir de la misma, utilizando métodos de Monte Carlo basados en cadenas de Markov.

2. EL MODELO Y LA INFORMACIÓN INICIAL

El modelo que se considera en este trabajo para el análisis de tiempos de supervivencia progresivamente censurados por la derecha es:

$$t \sim \text{Ga}(t|\alpha, \beta) \\ (\log \alpha, \log \beta)' \sim N_2((\log \alpha, \log \beta)'|Bx, H),$$

modelo jerárquico en el que cada individuo tiene un tiempo de supervivencia Gamma de parámetros α y β que dependen a su vez de los hiperparámetros B y H y del vector x de covariables del individuo. De este modo, podemos incluir modelos de poblaciones en los que a pesar de la ordenación estocástica de las curvas de supervivencia es posible el solapamiento de las mismas para individuos concretos. Este modelo supone una generalización de uno anterior (Bermúdez y Beamonte, 1993) para permitir la inclusión de covariables en el estudio y también está relacionado con un modelo semiparamétrico aditivo propuesto en Beamonte (1998).

Utilizamos las siguientes definiciones de orden estocástico para funciones de riesgo y de supervivencia genéricas (Arjas y Gasbarra, 1996).

Definición 1

Dos funciones de riesgo, $h_1(t)$ y $h_2(t)$, se dicen estocásticamente ordenadas si $h_1(t) < h_2(t) \forall t > 0$, ó $h_1(t) > h_2(t) \forall t > 0$.

Definición 2

Dos funciones de supervivencia, $S_1(t)$ y $S_2(t)$, se dicen estocásticamente ordenadas cuando $S_1(t) < S_2(t) \forall t > 0$, ó $S_1(t) > S_2(t), \forall t > 0$.

Dada la relación que liga a las funciones de supervivencia y riesgo:

$$S(t) = \exp \left\{ - \int_0^t h(x) dx \right\},$$

se tiene que si $h_1(t) < h_2(t) \forall t > 0$, entonces $S_1(t) > S_2(t) \forall t > 0$, no siendo cierto, en general, el recíproco. La equivalencia de ordenaciones estocásticas sí que se da entre funciones de supervivencia y funciones de riesgo acumulado, $H(t) = \int_0^t h(x) dx$.

Las funciones de riesgo y de supervivencia del modelo Gamma pueden ser expresadas en función de los parámetros α y β , de modo que las condiciones acerca de la ordenación estocástica de las mismas se traducen a restricciones sobre una columna de la matriz de hiperparámetros B. A continuación, establecemos dichos resultados cuyas demostraciones pueden ser consultadas en el apéndice.

Proposición 1

Si $(a, b)'$ es la columna de B asociada a la covariable que indica la población de pertenencia, entonces las respectivas funciones de supervivencia del modelo jerárquico Gamma están estocásticamente ordenadas si, y sólo si, $\text{sig}(a) \neq \text{sig}(b)$.

En el caso particular del modelo considerado en este trabajo resultan coincidentes las restricciones sobre los hiperparámetros en las ordenaciones de las funciones de riesgo y en las de las supervivencias.

Proposición 2

En el modelo jerárquico Gamma se tiene la equivalencia de ordenaciones estocásticas entre funciones de supervivencia y funciones de riesgo.

Para el análisis bayesiano del modelo utilizamos una distribución inicial sobre los hiperparámetros Normal-Wishart truncada para cumplir las condiciones de ordenación

estocástica, esto es, $a < 0$ y $b > 0$ (ó $a > 0$ y $b < 0$, según el orden), para $(a, b)'$ la columna de B asociada a la covariable que indica la población de pertenencia. De este modo, al cumplirse las restricciones de signo sobre las componentes de la correspondiente columna de hiperparámetros de la distribución inicial, también se cumplirán las mismas restricciones en la distribución final con probabilidad uno.

Obtenemos una muestra de la distribución final utilizando el muestreo de Gibbs (ver, por ejemplo, Casella, 1996 y referencias allí citadas). Para ello, es necesario realizar una adecuada descomposición del vector paramétrico completo de modo que sea sencillo simular a partir de las distribuciones condicionales completas. Para una consulta detallada del procedimiento ver Beamonte y Bermúdez (1995).

El cálculo de cualquier parámetro de interés —supervivencias medias o distribuciones predictivas, por ejemplo— lo aproximamos por Monte Carlo utilizando la muestra de la distribución final obtenida con anterioridad.

Un análisis alternativo, sin utilizar restricciones de orden en las funciones de riesgo o supervivencia, permite calcular, también por Monte Carlo, la probabilidad de que exista ordenación, lo que puede ser un indicador útil de la adecuación de los datos a esa afirmación inicial.

3. ANÁLISIS DE UNOS DATOS DE DESEMPLEO

Los datos analizados en este trabajo proceden de una encuesta dirigida a los licenciados en Ciencias Matemáticas por la Universitat de València. La labor de campo con los cuestionarios cumplimentados se cerró en octubre de 1994 (Encuesta sobre la valoración de la adecuación de los estudios a la actividad profesional. Convenio de la Universitat de València con la Conselleria d'Educació i Ciència).

El banco de datos finalmente considerado consta de 559 individuos, para todos y cada uno de los cuales aparece medida una covariable indicando su tiempo de supervivencia (meses transcurridos desde la obtención de la licenciatura hasta la consecución del primer empleo), una variable indicadora de la censura (1, si ha encontrado primer empleo y 0, en caso contrario) y cinco covariables: x_1 , constante e igual a uno, x_2 , indicador de la población (1, licenciados hasta 1991, inclusive y 0, resto), x_3 , sexo (1, si es hombre y 0, si es mujer), x_4 , nota media de la licenciatura (1, aprobado, 2, notable y 3, sobresaliente) y x_5 , actitud ante el hipotético hecho de volver a cursar la licenciatura (1, sí y 0, no). La covariable x_2 es una dicotomización de una covariable original igual al año de licenciatura. Realizamos la misma en ese sentido dada la información inicial disponible: en 1992 se produjo la congelación de plazas de oposición en enseñanza secundaria y siendo ésta la principal salida laboral de estos licenciados son de prever supervivencias mayores para el grupo en el que $x_2 = 0$.

Analizamos estos datos utilizando el modelo comentado en el apartado anterior, incorporando la información inicial acerca de la ordenación de las supervivencias en ambas poblaciones vía la correspondiente restricción paramétrica en la distribución inicial y obteniendo una muestra de la distribución final mediante el algoritmo de Gibbs.

Realizamos 200.000 pasos en la cadena de Markov obtenida a partir de la distribución final y monitorizamos la evolución de las medias (calculadas cada 50 pasos) de los hiperparámetros de la matriz B. Obtuvimos una rápida convergencia, además de muy poca variabilidad en todos ellos. En la figura 1 se muestra la evolución de las medias de las columnas de hiperparámetros $(b_{12}, b_{22})'$ y $(b_{15}, b_{25})'$.

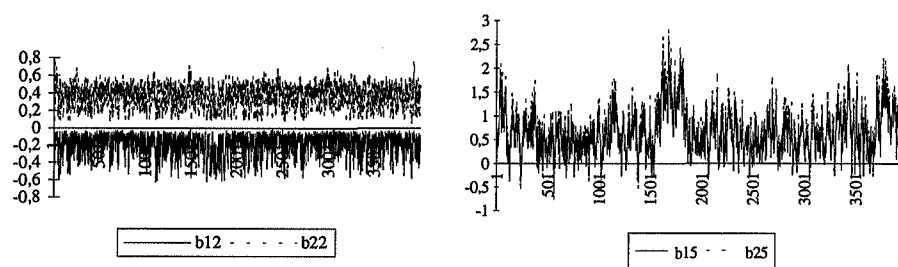


Figura 1. Evolución de las medias de los parámetros $(b_{12}, b_{22})'$ y $(b_{15}, b_{25})'$.

Obtuvimos una muestra de la distribución final desechando los 5.000 primeros pasos de la cadena de Markov, para así alcanzar la convergencia y, posteriormente, registrando uno de cada 50, a fin de tener independencia entre las observaciones muestrales, hasta un tamaño muestral igual a 500.

A continuación, realizamos una selección de variables influyentes en el modelo combinando la obtención de regiones de confianza de cada una de las columnas de hiperparámetros de B (Wei y Tanner, 1990), con el cálculo de las distancias de Mahalanobis de las muestras de cada una de ellas al vector origen.

En la figura 2 se representan las regiones de confianza 0.95 de algunas de dichas columnas y en la tabla 1 aparecen las comentadas distancias de Mahalanobis.

Tabla 1. Distancias de Mahalanobis del $(0,0)'$ a las muestras de $(b_{1j}, b_{2j})'$.

	x_2	x_3	x_4	x_5
D^2	19.8631	1.0039	20.3579	2.2249

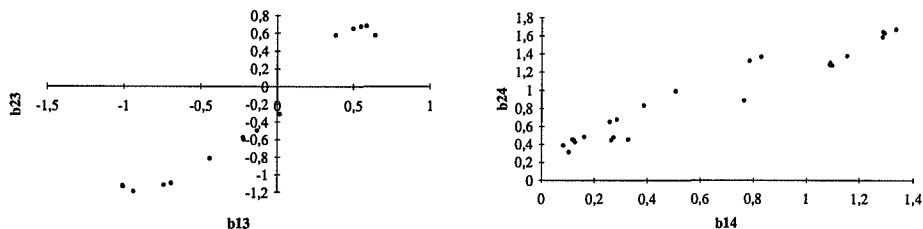


Figura 2. Región de confianza 0.95 de los hiperparámetros $(b_{13}, b_{23})'$ y $(b_{14}, b_{24})'$.

Las distancias de Mahalanobis correspondientes a las covariables x_3 y x_5 están asociadas a los cuantiles 0.6328 y 0.8907 de una distribución F con 2 y 498 grados de libertad. A su vez, las regiones de confianza 0.95 de los hiperparámetros correspondientes incluyen claramente al vector origen, por lo que ambas pueden ser eliminadas del estudio.

El cálculo de funciones de supervivencia predictivas lo realizamos considerando tan sólo las covariables x_1 , x_2 y x_4 en el modelo.

En la figura 3 se comparan las supervivencias predictivas de ambas poblaciones para distintos valores de la covariable nota media.

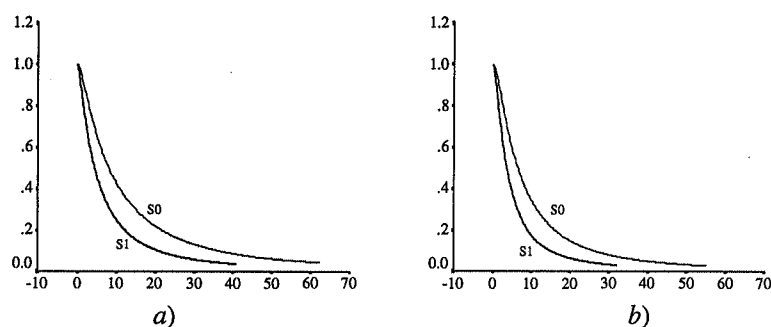


Figura 3. Funciones de supervivencia para a) $x_2 = 0, 1$ y $x_4 = 1$ y b) $x_2 = 0, 1$ y $x_4 = 2$.

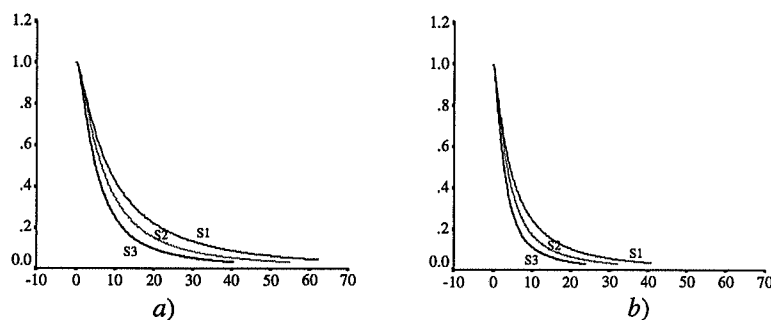


Figura 4. Funciones de supervivencia para a) $x_2 = 0$ y $x_4 = 1, 2, 3$ y b) $x_2 = 1$ y $x_4 = 1, 2, 3$.

La figura 4 recoge las diferencias existentes en las funciones de supervivencia según la nota media de la licenciatura para ambas poblaciones.

En la tabla 2 aparecen reflejadas la media y varianza de las densidades predictivas de nuevos individuos.

Tabla 2. Media y varianza de las densidades predictivas.

	$x_4 = 1$	$x_4 = 2$	$x_4 = 3$
$x_2 = 0$	$m = 16.9848$ $v = 1142.9119$	$m = 12.4307$ $v = 457.0186$	$m = 9.1554$ $v = 208.2967$
$x_2 = 1$	$m = 9.8468$ $v = 462.8604$	$m = 7.2001$ $v = 181.6949$	$m = 5.2976$ $v = 81.1224$

Observamos un decrecimiento en la media de la densidad predictiva conforme aumenta la nota media y, evidentemente, mayores medias en la población de licenciados después del año 1991. Por otra parte, en la figura 1 puede apreciarse claramente que $b_{12} < 0$ y $b_{22} > 0$, restricción paramétrica sobre la distribución final que indica la esperada ordenación de las supervivencias de las dos poblaciones.

4. CONSIDERACIONES FINALES

En primer lugar cabe destacar la aplicabilidad y adecuación de este modelo a diferentes estudios de supervivencia. También resalta la sencillez del método de análisis propuesto para la comparación de supervivencias estocásticamente ordenadas.

En el ejemplo analizado destaca la coherencia de los resultados obtenidos con los esperados. Parece lógico que las dos covariables finalmente consideradas sean las únicas influyentes en el modelo y que los individuos con mejor nota media tengan supervivencias menores.

Si se pretende comparar tres poblaciones —la generalización a cualquier número de poblaciones es inmediata—, pueden definirse dos variables indicadoras de la pertenencia a la población. Si, por ejemplo, codificamos con (0, 0) a la población con mayor supervivencia, con (0, 1) a la población con una supervivencia media y con (1, 0) a la población con menor supervivencia, entonces las restricciones que deben cumplir las columnas de la matriz B asociadas a estas covariables, $(a, b)'$ y $(c, d)'$, son:

$$c < 0, \quad d > 0, \quad c - a > 0 \quad y \quad d - b < 0.$$

Obtenida una muestra aleatoria de la distribución final de B y H con inicial irrestricta, resulta sencillo transformarla en una muestra aleatoria proveniente de nuevas distribuciones finales utilizando diferentes iniciales. Para ello bastaría con utilizar el método de aceptación-rechazo con la primera distribución como función importante.

5. REFERENCIAS

- Arjas, E. y Gasbarra, D. (1996). «Bayesian inference of survival probabilities, under stochastic ordering constraints». *J. Amer. Statist. Assoc.*, 91, 1101-1109.
- Beamonte, E. y Bermúdez, J.D. (1995). «Comparación de curvas de supervivencia Gamma». *Qüestió*, 19, 171-186.
- Beamonte, E. (1998). *Aportaciones al análisis bayesiano semiparamétrico de datos de supervivencia*. Tesis doctoral. Universitat de València.
- Bermúdez, J.D. y Beamonte, E. (1993). «Análisis bayesiano de datos de supervivencia Gamma utilizando muestreo de Gibbs». *Estadística Española*, 35, 629-644.
- Casella, G. (1996). «Statistical inference and Monte Carlo algorithms (with comments)». *Test*, 5, 249-344.
- Wei, G.C.G. y Tanner, M.A. (1990). «Calculating the content and the boundary of the highest posterior density region via data augmentation». *Biometrika*, 77, 649-652.

APÉNDICE

Incluimos en este apéndice las demostraciones de las proposiciones del punto 2. Para ello, utilizamos unos resultados previos de modo que a partir de ellos ambas demostraciones resultan inmediatas.

Lema 1

Si $(a, b)'$ es la columna de B asociada a la covariable que indica la población de pertenencia, entonces las respectivas funciones de riesgo del modelo Gamma están estocásticamente ordenadas si, y sólo si, $\text{sig}(a) \neq \text{sig}(b)$.

Demostración

Dado $(\alpha_0, \beta_0) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+$, definimos $R(\alpha_0, \beta_0) = \{(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \text{ tales que } h(t|\alpha_0, \beta_0) < h(t|\alpha, \beta) \forall t > 0\}$, donde $h(t|\alpha, \beta) = \frac{t^{\alpha-1} \exp(-\beta t)}{\int_t^\infty x^{\alpha-1} \exp(-\beta x) dx}$, es la función de riesgo del modelo Gamma.

$$\log h(t|\alpha, \beta) = (\alpha - 1) \log t - \beta t - \log \int_t^\infty x^{\alpha-1} \exp(-\beta x) dx$$

$$\frac{d}{d\alpha} \log h(t|\alpha, \beta) = \log t - \frac{\int_t^\infty x^{\alpha-1} \log x \exp(-\beta x) dx}{\int_t^\infty x^{\alpha-1} \exp(-\beta x) dx} < 0,$$

pues $\log x > \log t \forall x > t$, luego $h(t|\alpha, \beta)$ es estrictamente decreciente en $\alpha, \forall \beta > 0$ y $\forall t > 0$.

$$\frac{d}{d\beta} \log h(t|\alpha, \beta) = -t + \frac{\int_t^\infty x^{\alpha-1} x \exp(-\beta x) dx}{\int_t^\infty x^{\alpha-1} \exp(-\beta x) dx} > 0,$$

por lo tanto $h(t|\alpha, \beta)$ es estrictamente creciente en $\beta, \forall \alpha > 0$ y $\forall t > 0$.

Definimos $R_1 = \{(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \text{ tales que } \alpha < \alpha_0 \text{ y } \beta > \beta_0\}$ y $R_2 = \{(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \text{ tales que } \alpha > \alpha_0 \text{ y } \beta < \beta_0\}$.

$$(\alpha, \beta) \in R_1 \Rightarrow h(t|\alpha_0, \beta_0) < h(t|\alpha, \beta) < h(t|\alpha, \beta), \forall t > 0 \Rightarrow (\alpha, \beta) \in R(\alpha_0, \beta_0)$$

$$(\alpha, \beta) \in R_2 \Rightarrow h(t|\alpha_0, \beta_0) > h(t|\alpha, \beta) > h(t|\alpha, \beta), \forall t > 0 \Rightarrow (\alpha, \beta) \in R^C(\alpha_0, \beta_0).$$

Estudiamos ahora lo que ocurre fuera de esos dos rectángulos.

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} h(t|\alpha, \beta) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{(\alpha - 1)t^{\alpha-2} \exp(-\beta t) - \beta t^{\alpha-1} \exp(-\beta t)}{-t^{\alpha-1} \exp(-\beta t)} = \beta, \forall \alpha > 0,$$

luego si $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+$ con $\alpha < \alpha_0$ y $\beta < \beta_0$, $\lim_{t \rightarrow +\infty} h(t|\alpha, \beta) = \beta < \beta_0 = \lim_{t \rightarrow +\infty} h(t|\alpha_0, \beta_0)$ y, por continuidad, $\exists t^* > 0$ tal que $h(t|\alpha, \beta) < h(t|\alpha_0, \beta_0) \forall t > t^*$.

Por otra parte, utilizando el teorema del valor medio, $\exists(\alpha^*, \beta^*)$ perteneciente al segmento que une (α, β) con (α_0, β_0) , de modo que:

$$\begin{aligned} h(t|\alpha_0, \beta_0) - h(t|\alpha, \beta) &= (\alpha_0 - \alpha) \frac{d}{d\alpha} h(t|\alpha, \beta)|_{(\alpha^*, \beta^*)} + (\beta_0 - \beta) \frac{d}{d\beta} h(t|\alpha, \beta)|_{(\alpha^*, \beta^*)} = \\ &= h(t|\alpha^*, \beta^*) \left[(\alpha_0 - \alpha) \frac{d}{d\alpha} \log h(t|\alpha, \beta)|_{(\alpha^*, \beta^*)} + (\beta_0 - \beta) \frac{d}{d\beta} \log h(t|\alpha, \beta)|_{(\alpha^*, \beta^*)} \right]. \end{aligned}$$

Y teniendo en cuenta que:

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow 0} \frac{d}{d\alpha} \log h(t|\alpha, \beta) &= \lim_{t \rightarrow 0} \log t - \frac{\int_0^\infty x^{\alpha-1} \log x \exp(-\beta x) dx}{\int_0^\infty x^{\alpha-1} \exp(-\beta x) dx} = \\ &= \lim_{t \rightarrow 0} \log t - \Psi(\alpha) + \log \beta, \end{aligned}$$

donde $\Psi(x) = \frac{d}{dx} \log \Gamma(x)$ y $\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} \exp(-t) dt$, son las funciones digamma y gamma de Euler, respectivamente, y que:

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{d}{d\beta} \log h(t|\alpha, \beta) = \lim_{t \rightarrow 0} -t + \frac{\int_0^\infty x^{\alpha-1} x \exp(-\beta x) dx}{\int_0^\infty x^{\alpha-1} \exp(-\beta x) dx} = \frac{\alpha}{\beta},$$

se tiene que:

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow 0} [h(t|\alpha_0, \beta_0) - h(t|\alpha, \beta)] &= \\ &= \lim_{t \rightarrow 0} h(t|\alpha^*, \beta^*) \left[(\alpha_0 - \alpha) \frac{d}{d\alpha} \log h(t|\alpha, \beta)|_{(\alpha^*, \beta^*)} + (\beta_0 - \beta) \frac{\alpha^*}{\beta^*} \right] = \\ &= \lim_{t \rightarrow 0} t^{\alpha-1} \log t < 0, \end{aligned}$$

luego $\exists t^{**} > 0$ tal que $h(t|\alpha_0, \beta_0) < h(t|\alpha, \beta) \forall t < t^{**}$.

Por consiguiente, si $\alpha < \alpha_0$ y $\beta < \beta_0$, los riesgos $h(t|\alpha, \beta)$ y $h(t|\alpha_0, \beta_0)$ se cruzan y por lo tanto no están estocásticamente ordenados. Idéntica conclusión se tiene si $\alpha > \alpha_0$ y $\beta > \beta_0$, por lo que $R(\alpha_0, \beta_0) = R_1$.

Si la ordenación de las funciones de riesgo es la recíproca, razonando de un modo totalmente análogo concluiríamos que $R^*(\alpha_0, \beta_0) = \{(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \text{ tales que } h(t|\alpha_0, \beta_0) > h(t|\alpha, \beta) \forall t > 0\} = R_2$.

Consecuentemente, las restricciones para los hiperparámetros son, respectivamente, $a < 0, b > 0$ y $a > 0, b < 0$, o equivalentemente, $\text{sig}(a) \neq \text{sig}(b)$. □

Lema 2

Dadas dos funciones de densidad, $f_1(t)$ y $f_2(t)$, si ambas intersectan en un único punto, entonces las respectivas funciones de supervivencia, $S_1(t)$ y $S_2(t)$, están estocásticamente ordenadas. Si $f_1(t)$ y $f_2(t)$ intersectan en dos puntos, entonces $S_1(t)$ y $S_2(t)$ no están estocásticamente ordenadas.

Demostración

Sea t_0 el único punto de intersección de las funciones $f_1(t)$ y $f_2(t)$. Supongamos que $f_1(t) > f_2(t) \forall t < t_0$ y que $f_1(t) < f_2(t) \forall t > t_0$, entonces $S_1(t) = 1 - F_1(t) < S_2(t) = 1 - F_2(t) \forall t < t_0$ y $S_1(t) < S_2(t) \forall t > t_0$, luego $S_1(t)$ y $S_2(t)$ están estocásticamente ordenadas.

Si $f_1(t)$ y $f_2(t)$ intersectan en dos puntos, t_1 y t_2 , supongamos que $f_1(t) > f_2(t) \forall t < t_1$ y que $f_1(t) > f_2(t) \forall t > t_2$, entonces $S_1(t) < S_2(t) \forall t < t_1$ y $S_1(t) > S_2(t) \forall t > t_2$, luego $S_1(t)$ y $S_2(t)$ no están estocásticamente ordenadas. □

Lema 3

Si $f(t|\alpha_0, \beta_0)$ y $f(t|\alpha_1, \beta_1)$ son funciones de densidad Gamma distintas, entonces intersectan en un único punto o en dos puntos.

Demostración

Al menos ha de existir un punto de intersección de las dos densidades para que ambas integren uno.

Consideramos el cociente de las funciones de densidad Gamma:

$$\frac{f(t|\alpha_0, \beta_0)}{f(t|\alpha_1, \beta_1)} = \frac{\frac{\beta_0^{\alpha_0}}{\Gamma(\alpha_0)} t^{\alpha_0-1} \exp(-\beta_0 t)}{\frac{\beta_1^{\alpha_1}}{\Gamma(\alpha_1)} t^{\alpha_1-1} \exp(-\beta_1 t)} = C t^{\alpha_0-\alpha_1} \exp\{-(\beta_0 - \beta_1)t\},$$

$$\text{con } C = \frac{\beta_0^{\alpha_0} \Gamma(\alpha_1)}{\beta_1^{\alpha_1} \Gamma(\alpha_0)}.$$

El comportamiento de esta función en ambas colas es:

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(t|\alpha_0, \beta_0)}{f(t|\alpha_1, \beta_1)} = C \lim_{t \rightarrow 0} t^{\alpha_0-\alpha_1} = \begin{cases} 0, & \text{si } \alpha_0 > \alpha_1 \\ \infty, & \text{si } \alpha_0 < \alpha_1 \end{cases}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{f(t|\alpha_0, \beta_0)}{f(t|\alpha_1, \beta_1)} = C \lim_{t \rightarrow \infty} t^{\alpha_0-\alpha_1} \exp\{-(\beta_0 - \beta_1)t\} = \begin{cases} 0, & \text{si } \beta_0 > \beta_1 \\ \infty, & \text{si } \beta_0 < \beta_1 \end{cases}$$

De este modo se tiene que:

- (i) si $\alpha_0 > \alpha_1$ y $\beta_0 > \beta_1$, entonces $\frac{f(t|\alpha_0, \beta_0)}{f(t|\alpha_1, \beta_1)}$ tiene un único máximo en el punto $\frac{\alpha_0 - \alpha_1}{\beta_0 - \beta_1}$ y, por lo tanto, interseca a uno en dos puntos.
- (ii) si $\alpha_0 < \alpha_1$ y $\beta_0 < \beta_1$, entonces $\frac{f(t|\alpha_0, \beta_0)}{f(t|\alpha_1, \beta_1)}$ tiene un único mínimo en el punto $\frac{\alpha_0 - \alpha_1}{\beta_0 - \beta_1}$ e interseca a uno en dos puntos.
- (iii) si $\alpha_0 \geq \alpha_1$ y $\beta_0 \leq \beta_1$, entonces $\frac{f(t|\alpha_0, \beta_0)}{f(t|\alpha_1, \beta_1)}$ es estrictamente creciente, luego interseca a uno en un único punto.
- (iv) si $\alpha_0 \leq \alpha_1$ y $\beta_0 \geq \beta_1$, entonces $\frac{f(t|\alpha_0, \beta_0)}{f(t|\alpha_1, \beta_1)}$ es estrictamente decreciente y también interseca a uno en un único punto.

□

Proposición 1

Si $(a, b)'$ es la columna de B asociada a la covariable que indica la población de pertenencia, entonces las respectivas funciones de supervivencia del modelo jerárquico Gamma están estocásticamente ordenadas si, y sólo si, $\text{sig}(a) \neq \text{sig}(b)$.

Demostración

Por el lema 3, las respectivas funciones de densidad Gamma, $f(t|\alpha_0, \beta_0)$ y $f(t|\alpha_1, \beta_1)$, intersectan en uno o dos puntos. Si las supervivencias están estocásticamente ordenadas entonces, por el lema 2, las densidades intersectan en un único punto y se cumple, por el lema 3, que $\alpha_0 \geq \alpha_1$ y $\beta_0 \leq \beta_1$, ó $\alpha_0 \leq \alpha_1$ y $\beta_0 \geq \beta_1$, es decir $\text{sig}(a) \neq \text{sig}(b)$.

Recíprocamente, si $\text{sig}(a) \neq \text{sig}(b)$ se tiene, por el lema 1, la ordenación estocástica de las funciones de riesgo y ésta siempre implica la ordenación de las funciones de supervivencia.

□

Proposición 2

En el modelo jerárquico Gamma se tiene la equivalencia de ordenaciones estocásticas entre funciones de supervivencia y funciones de riesgo.

Demostración

Es inmediata a partir de la proposición anterior y el lema 1.

□

ENGLISH SUMMARY

COMPARISON OF STOCHASTICALLY ORDERED GAMMA SURVIVAL CURVES

JOSÉ D. BERMÚDEZ EDO*
EDUARDO BEAMONTE CÓRDOBA**
Universitat de València

In this paper a survival analysis using a Gamma model is proposed. The theoretical conditions for two survival Gamma functions to be stochastically ordered are obtained. These results are used to propose a simple method that allows the comparison of two populations when it is known that they are stochastically ordered. The paper concludes with the analysis of a unemployment data bank.

Keywords: bayesian survival, prior information, Monte Carlo method, prediction

AMS Classification (MSC 2000): 62E25, 62F15, 62N05

* Departamento de Estadística e Investigación Operativa. Universitat de València.

** Departamento de Economía Aplicada. Universitat de València.

Dirección para correspondencia: Departamento de Economía Aplicada. Bloque departamental oriental.
Av. Los Naranjos s/n. 46022 Valencia. Tfno.: 963828618/963828428. E-mail: beamonte@uv.es.

– Received July 1999.

– Accepted April 2000.

In this paper we propose a Gamma hierarchical model for the Bayesian analysis of right-censored survival data,

$$t \sim \text{Ga}(t|\alpha, \beta)$$

$$(\log \alpha, \log \beta)' \sim N_2(\log \alpha, \log \beta)' | Bx, H).$$

The survival time of each individual is modelled through a Gamma distribution with parameter α and β . These parameters are specific for each individual in the population, but related to the vector of covariates x through a second level of the hierarchical model, allowing certain heterogeneity in the population.

In the survival data analysis of two populations is habitual to know that the waiting time of one of them are uniformly lower than those of the other one. This initial information of stochastically ordered survival times is translated to restrictions on the hyperparameters of the hierarchical model. The theoretical conditions for two survival Gamma functions to be stochastically ordered are obtained. These results are used to propose a simple method that allows for comparison of two populations when it is known that they are stochastically ordered.

Following the Bayesian paradigm, we propose a truncated Normal-Wishart prior distribution for the hyperparameters B and H that includes the stochastic order restrictions. In this way, these restrictions will be verified by the posterior distribution with probability one.

The posterior distribution becomes so complicated that no analytical study seems possible, although the prior has been chosen to be as simple as possible. This problem is common to almost every model in populations. However, a simulation study using Gibbs sampling or another Markov Chain Monte Carlo technique is possible. In fact, having in mind that any conditional distribution has a simpler form than the joint distribution and is easier to simulate from it, we propose the Gibbs algorithm to obtain a sample from the posterior distribution.

The paper concludes with the analysis of an unemployment data bank. A survey on the adequacy of undergraduate studies in Mathematics to professional activity was carried out in 1994, through an agreement between the Valencia Education and Science Council and Valencia University. One thousand questionnaires were sent to graduates in Mathematics from Valencia University during the years 1978 to 1993. Finally, 559 answers were considered.

One of the items of the surveys was the time, in months, from graduation until the first employment. That is the variable we are going to analyse in this paper, using a few more items from the survey as covariates, (possibly) related to the unemployment time: population indicator, sex, mean grade and attitude to the hypothetical possibility of whether they would have studied the same subject.

The population indicator is related to the year of graduation and we have considered two populations: graduates in and before 1991, and graduates in and after 1992. The year 1992 should be a change-point in unemployment rates of mathematicians in the state of Valencia because no new teaching position in public high schools was created since 1991 to the end of our study, and these teaching positions were the common labor exit for graduates in Mathematics.

We analyse the data using the hierarchical Gamma model proposed and we incorporate the initial information about the ordered survival times through the adequate restrictions on the hyperparameters of the prior distribution. We obtain the estimates of some characteristics of interest of the posterior distribution using a sample from it, obtained with a Gibbs simulation process.

SELECCIÓN DE LA VENTANA EN SUAVIZACIÓN TIPO NÚCLEO DE LA PARTE NO PARAMÉTRICA DE UN MODELO PARCIALMENTE LINEAL CON ERRORES AUTORREGRESIVOS*

GERMÁN ANEIRO-PÉREZ*

Universidad de La Coruña

Supongamos que $y_i = \zeta_i^T \beta + m(t_i) + \varepsilon_i$, $i = 1, \dots, n$, donde el vector $(p \times 1)$ β y la función $m(\cdot)$ son desconocidos, y los errores ε_i provienen de un proceso autorregresivo de orden uno (AR(1)) estacionario. Discutimos aquí el problema de la selección del parámetro ventana de un estimador tipo núcleo de la función $m(\cdot)$ basado en un estimador Generalizado de Mínimos Cuadrados de β . Obtenemos la expresión asintótica de una ventana óptima y proponemos un método para estimarla, de modo que dé lugar a un estimador óptimo de $m(\cdot)$. Los resultados obtenidos generalizan aquellos obtenidos por Quintela (1994b) en regresión no paramétrica.

Bandwidth selection in kernel smoothing of the nonparametric part in a partial linear model with autoregressive errors

Palabras clave: modelos parcialmente lineales, suavización núcleo, selección de la ventana, series de tiempo

Clasificación AMS (MSC 2000): 62G07, 62G20, 62M10

* Investigación financiada por la Xunta de Galicia (España) bajo el Proyecto de investigación XUGA 10503A98.

* Departamento de Matemáticas, Facultad de Informática, Universidad de La Coruña. Campus de Elviña, s/n, La Coruña, Spain. E-mail: ganeiros@udc.es

—Recibido en octubre de 1999.

—Aceptado en marzo de 2000.

1. INTRODUCCIÓN

Supondremos que tenemos un conjunto de datos observados $\{(y_i, \zeta_i^T, t_i)^T\}_{i=1}^n$ de acuerdo al modelo

$$(1) \quad y_i = \zeta_i^T \beta + m(t_i) + \varepsilon_i \quad i = 1, \dots, n,$$

donde $(\zeta_i^T, t_i) = ((x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip}), t_i) \in A \times [0, 1] \subset \mathbb{R}^p \times \mathbb{R}$ son puntos del diseño fijos, β es un vector $(p \times 1)$ de parámetros desconocidos, $m(\cdot)$ es una función real desconocida definida en $[0, 1]$ (sin pérdida de generalidad) y $\{\varepsilon_i\}_{i=1}^n$ es una muestra de errores idénticamente distribuidos.

El anterior modelo es un modelo semiparamétrico conocido como un modelo «parcialmente lineal». Es a la vez una generalización de un modelo de regresión lineal múltiple y una restricción de un modelo no paramétrico puro (ambos con $p + 1$ variables regresoras), con lo que combinará la flexibilidad de los modelos no paramétricos con la sencillez y buena interpretación de los modelos paramétricos. Fue propuesto por Engle y otros (1986) para tratar de explicar la relación entre el tiempo y el consumo de electricidad. A partir de aquí, diversos estudios de distintos estimadores de β y $m(\cdot)$ fueron hechos, entre los que cabe citar los trabajos de Heckman (1986) y Rice (1986) referentes a suavización spline, así como el trabajo de Speckman (1988) referente a suavización núcleo. Si nos centramos en estimadores del parámetro β , destacaríamos el trabajo de Linton (1995) quien, basándose en suavización por medio de polinomios locales, propone un estimador de Mínimos Cuadrados para β . Una vez estandarizado, obtiene aproximaciones de segundo orden para sus dos primeros momentos, las cuales son posteriormente utilizadas para obtener la expresión de una ventana asintóticamente óptima. Además, propone un método para estimar dicha ventana.

En todos los trabajos anteriormente citados se supone que los errores ε_i son i.i.d.. En muchos casos, esta suposición no es realista pues, por ejemplo, es muy posible que las observaciones sean obtenidas secuencialmente en el tiempo. Es por tanto interesante el disponer de estudios en los que los errores verifiquen alguna condición de dependencia. En este campo podemos citar el trabajo de Gao (1995), que presupone que los errores provienen de un proceso lineal, así como el de Schick (1996), que trabaja con un modelo AR(1) en los errores. Ambos estudios se centran en estimadores de β . Aneiros y Quintela (1998, 1999a), bajo condiciones α -mixing (Doukhan (1994)) en la estructura de los errores, proponen y estudian estimadores para β y $m(\cdot)$, obteniendo propiedades de consistencia para ambos y de normalidad asintótica para el estimador de β . Además, proponen un método de validación cruzada modificada para la elección de la ventana común a utilizar por ambos estimadores, demostrando que da lugar a una ventana asintóticamente óptima. Posteriormente, Aneiros y Quintela (1999b), centrándose en el estimador de β y suponiendo para los errores un modelo AR(1), generalizan resultados de Linton (1995), obteniendo la expresión de una ventana asintóticamente óptima para dicho estimador.

El objetivo del presente trabajo es generalizar resultados de normalidad asintótica y expresiones de ventanas óptimas existentes en estimación no paramétrica pura tanto en el caso de errores independientes (Gasser y Müller (1984)) como en el caso de errores dependientes (Hart (1991), Quintela (1994a,b)) al caso de la estimación de $m(\cdot)$ en un modelo parcialmente lineal con errores dependientes. Concretamente, el estudio se hará con errores que provengan de un modelo AR(1), si bien es generalizable a distintos procesos lineales.

Nuestro trabajo está organizado de la siguiente manera: en la sección 2 presentamos el estimador, junto con las hipótesis empleadas y los resultados obtenidos. En la sección 3 probamos dichos resultados.

Unas palabras sobre notación. C denotará una constante genérica mayor que cero, que puede tomar diferentes valores de línea a línea e incluso de fórmula a fórmula. Para $\mathbf{u} = (u_1, \dots, u_n)^T \in \mathbb{R}^n$, $\|\mathbf{u}\|^2$ significa $\sum u_i^2$. Acerca de la notación $o(\cdot)$, $O(\cdot)$, $o_p(\cdot)$ y $O_p(\cdot)$, véase Fuller (1976).

2. EL ESTIMADOR Y LOS RESULTADOS

En forma matricial, el modelo (1) puede expresarse como:

$$(2) \quad \mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{m} + \boldsymbol{\varepsilon},$$

donde $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T$, $\mathbf{X} = (\zeta_1, \dots, \zeta_n)^T$ (siendo $\zeta_i^T = (x_{i1}, \dots, x_{ip})$, $i = 1, \dots, n$), $\mathbf{m} = (m(t_1), \dots, m(t_n))^T$, $\boldsymbol{\varepsilon} = (\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n)^T$. Además, supondremos que existe una relación entre las variables regresoras del tipo:

$$(3) \quad x_{ij} = g_j(t_i) + \eta_{ij} \quad i = 1, \dots, n \quad j = 1, \dots, p,$$

con lo que a su vez tenemos que:

$$(4) \quad \mathbf{X} = \mathbf{G} + \boldsymbol{\eta},$$

donde $\mathbf{G} = (\mathbf{g}_1, \dots, \mathbf{g}_p)$ (siendo $\mathbf{g}_j = (g_j(t_1), \dots, g_j(t_n))^T$, $j = 1, \dots, p$) y $\boldsymbol{\eta} = (\boldsymbol{\eta}_1, \dots, \boldsymbol{\eta}_n)^T$ (donde $\boldsymbol{\eta}_i = (\eta_{i1}, \dots, \eta_{ip})^T$, $i = 1, \dots, n$). Relaciones como (3) junto con hipótesis acerca de η_{ij} pueden verse en Speckman (1988), Linton (1995) o Gao (1995), entre otros. Como hemos hecho notar en la introducción, consideraremos que la matriz $\mathbf{X}$ es fija, con lo que también lo será la matriz $\boldsymbol{\eta}$. No obstante, si consideramos que η_{ij} son observaciones de variables aleatorias i.i.d. de media cero e independientes de ε_i , los resultados que obtendremos seguirán siendo válidos, entendiendo en este caso que las esperanzas se consideran respecto de la distribución de $\boldsymbol{\varepsilon}$ y condicionadas por $\boldsymbol{\eta}$. En este caso, las hipótesis en las que intervenga $\boldsymbol{\eta}$ deben verificarse en probabilidad con respecto a $\boldsymbol{\eta}$.

A lo largo de este trabajo, nos basaremos en estimadores tipo núcleo. Si consideramos el modelo (1) sin la componente lineal,

$$(5) \quad y_i = m(t_i) + \varepsilon_i,$$

un estimador tipo núcleo puede ser escrito de la forma:

$$(6) \quad m_{n,h}(t) = \sum_{i=1}^n w_{n,h}(t, t_i) y_i,$$

donde $w_{n,h}(\cdot, t_i)$ es una función de ponderación (que se escribe a través de una función $K(\cdot)$, el núcleo), y dependiente de un parámetro de escala (el parámetro ventana h). Es de sobras conocida la importancia que tiene la elección de dicho parámetro ventana a la hora de obtener buenas propiedades para el estimador (ver, por ejemplo, Quintela (1996) para una revisión de distintos métodos de selección del parámetro ventana, y una comparación de los mismos bajo condiciones de dependencia).

En este trabajo, nos centraremos en el estimador de Gasser y Müller (1979), y además consideraremos que los puntos t_i están igualmente separados. Por tanto, trabajaremos con pesos de la forma $w_{n,h}(t, t_i) = h^{-1} \int_{(i-1)/n}^{i/n} K(\frac{t-u}{h}) du$, siendo $h > 0$, $t_i = (i - 1/2)/n$ y K una función cuyo soporte es $[-1, 1]$. En el caso de querer obtener estimaciones en puntos de la frontera (entiéndase como frontera el conjunto $[0, h) \cup (1 - h, 1]$), el estimador de Gasser y Müller se verá afectado (su sesgo tiene orden distinto (superior) cuando estima en puntos de la frontera que cuando estima en el interior). Esto puede evitarse si, en estos casos, se trabaja con los llamados núcleos frontera. En concreto, si $t = qh \in [0, h)$ o $t = 1 - qh \in (1 - h, 1]$, donde $h < 1/2$, entonces en lugar de utilizar $K(\cdot)$ utilizaremos un núcleo frontera $K_q(\cdot)$ (ver Gasser y Müller (1979, 1984)). Las suposiciones acerca de estos núcleos serán especificadas después.

Supondremos que

$$(7) \quad E(\varepsilon) = 0, \text{Var}(\varepsilon) = E[\varepsilon \varepsilon^T] = \sigma_\varepsilon^2 \Psi, \Psi \neq \mathbf{I} \text{ y definida positiva.}$$

Debido a que Ψ es definida positiva, existe una matriz $n \times n$ $\mathbf{P}$ tal que $\mathbf{P}\Psi\mathbf{P}^T = \mathbf{I}$. Por tanto, $\mathbf{P}^T\mathbf{P} = \Psi^{-1}$. $\mathbf{P}$ no es única (Judge y otros (1985)).

Comentario 2.1

Para errores estacionarios autorregresivos de orden uno (AR(1)) ($\varepsilon_i = \rho\varepsilon_{i-1} + e_i$, donde $|\rho| < 1$ y los e_i son variables aleatorias i.i.d. con $E[e_i] = 0$ y $E[e_i^2] = \sigma_e^2$), tenemos que

la matriz de correlaciones Ψ tiene la forma:

$$(8) \quad \Psi = \begin{pmatrix} 1 & \rho & \rho^2 & \dots & \rho^{n-1} \\ \rho & 1 & \rho & \dots & \rho^{n-2} \\ \rho^2 & \rho & 1 & \dots & \rho^{n-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho^{n-1} & \rho^{n-2} & \rho^{n-3} & \dots & 1 \end{pmatrix},$$

y por lo tanto, su inversa:

$$(9) \quad \Psi^{-1} = \frac{1}{1-\rho^2} \begin{pmatrix} 1 & -\rho & 0 & \dots & 0 \\ -\rho & 1+\rho^2 & -\rho & \ddots & 0 \\ 0 & -\rho & 1+\rho^2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & -\rho \\ 0 & 0 & \dots & -\rho & 1 \end{pmatrix}.$$

Elegimos (Judge y otros (1985)):

$$(10) \quad \mathbf{P} = \frac{1}{\sqrt{1-\rho^2}} \begin{pmatrix} \sqrt{1-\rho^2} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -\rho & 1 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & -\rho & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & -\rho & 1 \end{pmatrix}.$$

Si suponemos que Ψ es conocida y que $\mathbf{P}\tilde{\mathbf{X}}$ tiene rango máximo, usando Mínimos Cuadrados Generalizados, podemos estimar β por (Aneiros y Quintela (1999a)):

$$(11) \quad \hat{\beta}_h = (\tilde{\mathbf{X}}^T \Psi^{-1} \tilde{\mathbf{X}})^{-1} \tilde{\mathbf{X}}^T \Psi^{-1} \tilde{\mathbf{y}},$$

siendo

$$(12) \quad \begin{aligned} \tilde{\mathbf{y}} &= (\mathbf{I} - \mathbf{W})\mathbf{y}, \\ \tilde{\mathbf{X}} &= (\mathbf{I} - \mathbf{W})\mathbf{X}, \end{aligned}$$

y $\mathbf{W}$ una matriz de suavización con elementos $\{w_{n,h}(t_i, t_j)\} = \{w_{ij}\}$ (hemos suprimido la dependencia de W con n y h). Ahora, a partir de (1), (5) y (6), parece intuitivo el proponer como estimador de $m(t)$:

$$(13) \quad \hat{m}_h(t) = \sum_{i=1}^n w_{n,h}(t, t_i) (y_i - \zeta_i^T \hat{\beta}_h).$$

Propiedades de consistencia de este estimador pueden verse en Aneiros y Quintela (1999a). Como hemos dicho antes, lo que vamos a hacer ahora es estudiar su normalidad asintótica, así como la expresión y estimación de una ventana global asintóticamente óptima. Para ello, algunas de las hipótesis que utilizaremos son:

2.1. Hipótesis

- (K.1) a) $K(\cdot)$ es Hölder continua, simétrica en torno al cero, con soporte $[-1, 1]$.
b) $\int K(u)du = 1$, $\int u^v K(u)du \neq 0$ y $\int u^z K(u)du = 0$, $z = 1, \dots, v-1$.
- (K.2) a) Si $t = qh \in [0, h]$ ($t = 1 - qh \in (1 - h, 1]$), entonces $K_q(\cdot)$ tiene soporte $[-1, q]$ ($[-q, 1]$) y satisface (K.1.b) con momento de orden v uniformemente acotado en $q \in [0, 1]$.
b) $K_q(\cdot)$ es tal que su varianza está uniformemente acotada en $q \in [0, 1]$.
- (D.1) Los puntos del diseño $\{t_i\}_{i=1}^n$ son fijos y están igualmente separados ($t_i = (i - 1/2)/n$).
- (E.1) Los errores $\{\varepsilon_i\}_{i=1}^n$ provienen de un proceso estacionario $AR(1)$ dado por $\varepsilon_i = \rho\varepsilon_{i-1} + e_i$, ($|\rho| < 1$), donde $\{e_i\}$ es una sucesión de variables aleatorias i.i.d., absolutamente continuas, con media cero y varianza finita.
- (M.1) Las funciones $m(\cdot), g_1(\cdot), \dots, g_p(\cdot)$ tienen $v \geq 2$ derivadas continuas en $[0, 1]$.
- (G.1) $n^{-1}\eta^T \Psi^{-1} \eta \rightarrow \mathbf{V}$ donde $\mathbf{V} = \{V_{ij}\}$ es una matriz definida positiva.
- (G.2) $\|\mathbf{W}\eta_j\|^2 = \|\mathbf{W}^T \eta_j\|^2 = O(h^{-1})$, $1 \leq j \leq p$.
- (G.3) $n^{-1}\eta^T \Psi^{-1} \tilde{\mathbf{m}} = O(n^{-1/2}h^v)$.
- (G.4) $\|\mathbf{W}^T \Psi^{-1} \eta_j\| = O(ne(n))$, $1 \leq j \leq p$, donde $e(n) = c_1 h^{2v} + c_2 (nh)^{-1}$, siendo c_1 y c_2 constantes positivas.
- (W.1) $w(\cdot)$ es una función continua no negativa con soporte compacto $[w_1, w_2] \subset (0, 1)$, $w_1 < w_2$.

Otras hipótesis serán introducidas a medida que las vayamos necesitando.

Comentario 2.2

Las hipótesis (G.1)-(G.4) pueden parecer un tanto artificiales. Sin embargo, puede verse en Aneiros y Quintela (1999a) que son verificadas bajo las demás hipótesis, si

suponemos que las filas de η son vectores aleatorios i.i.d. con media cero y matriz de varianzas-covarianzas finita. Hipótesis de este tipo pueden verse en Speckman (1988), y en Gao (1995) tenemos otras alternativas. Las demás condiciones son usuales en el conjunto de suavización tipo núcleo. (K.2) es suficiente para remediar efectos frontera (ver Gasser y Müller (1979), (1984)). La existencia de tales núcleos modificados para ν arbitrario es establecida en Gasser y otros (1985). En cuanto a (E.1), el presente trabajo podría generalizarse a otras estructuras paramétricas en los errores, tales como estructuras ARMA(p,q) si bien, debido a que la matriz de correlaciones forma parte del estimador, esto aumentaría considerablemente los cálculos.

Denotemos $\bar{m}_h(t) = \sum_{i=1}^n w_{n,h}(t, t_i)(y_i - \zeta_i^T \beta)$; es decir, $\bar{m}_h(t)$ sería el estimador de $m(t)$ suponiendo que conociésemos β .

Bajo las hipótesis (D.1), (E.1), (K.1) y (M.1) se tiene que, si $nh \rightarrow \infty$ y $h \rightarrow 0$ cuando $n \rightarrow \infty$, entonces (ver Hart (1991) para la expresión de la varianza y Gasser-Müller (1984) para la del sesgo):

(14)

$$E(\bar{m}_h(t) - m(t))^2 = \frac{1}{nh} \sigma_\varepsilon^2 \frac{1+\rho}{1-\rho} \int K^2(u) du + \frac{h^{2\nu} \alpha_\nu^2}{(\nu!)^2} (m^{(\nu)}(t))^2 + o((nh)^{-1} + h^{2\nu}),$$

uniformemente en $t \in [h, 1-h]$, donde $\alpha_\nu = \int u^\nu K(u) du$.

Por tanto, junto con las hipótesis (K.2), (G.1)-(G.4), si además $nh^{4\nu} \rightarrow 0$ y $nh^2 \rightarrow \infty$, se tiene que (Aneiros y Quintela (1999a)):

(15)

$$E(\hat{m}_h(t) - m(t))^2 = \frac{1}{nh} \sigma_\varepsilon^2 \frac{1+\rho}{1-\rho} \int K^2(u) du + \frac{h^{2\nu} \alpha_\nu^2}{(\nu!)^2} (m^{(\nu)}(t))^2 + o((nh)^{-1} + h^{2\nu}),$$

uniformemente en $t \in [h, 1-h]$.

Si consideramos como una medida global del error de estimación el Error Cuadrático Medio Integrado, a saber:

$$MISE(\hat{m}_h) = E \left[\int (\hat{m}_h(t) - m(t))^2 w(t) dt \right],$$

es fácil obtener, por medio de (15) y de la hipótesis (W.1), que:

$$(16) \quad MISE(\hat{m}_h) = \frac{1}{nh} \sigma_\varepsilon^2 \frac{1+\rho}{1-\rho} \int K^2(u) du \int w(u) du + \frac{h^{2\nu} \alpha_\nu^2}{(\nu!)^2} \times \\ \times \int (m^{(\nu)}(u))^2 w(u) du + o((nh)^{-1} + h^{2\nu}).$$

Por tanto, suponiendo que

$$(17) \quad \int (m^{(v)}(u))^2 w(u) du \neq 0,$$

una ventana global asintóticamente óptima para el estimador $\hat{m}_h(\cdot)$ es

$$(18) \quad h_0 = C_0 n^{-\frac{1}{2v+1}} = \left[\frac{C_K \sigma_\varepsilon^2 \frac{1+p}{1-p}}{\int (m^{(v)}(u))^2 w(u) du} \right]^{\frac{1}{2v+1}} n^{-\frac{1}{2v+1}},$$

donde $C_K = \frac{(v!)^2 \int K^2(u) du \int w(u) du}{2v\alpha_2^2}$. Como vemos, la expresión (18) coincide con la que se obtendría en el caso de conocer el valor de β , es decir, en el caso de trabajar con un modelo no paramétrico puro, lo cual era de esperar una vez conocido el trabajo de Aneiros y Quintela (1999a).

Supongamos ahora que además se verifica la hipótesis:

(E.2) Existe algún $\delta > 0$ tal que $E[|\varepsilon_i|^{2+\delta}] < \infty$.

Teniendo presente (14) y la normalidad asintótica de $\bar{m}_{h_0}(t)$ (Quintela (1994a)), se obtiene que, si $t \in (0, 1)$, entonces:

$$(19) \quad n^{v/(2v+1)} (\bar{m}_{h_0}(t) - m(t)) \xrightarrow{D} N(B, V),$$

siendo

$$(20) \quad \begin{aligned} B &= \frac{(-1)^v}{v!} C_0^v \alpha_v m^{(v)}(t), \\ V &= \sigma_\varepsilon^2 \frac{1+p}{1-p} C_0^{-1} \int K^2(u) du. \end{aligned}$$

Quintela (1994b) demuestra que, bajo ciertas hipótesis, si consideramos una sucesión de ventanas $\{\hat{h}_n\}$ verificando:

$$(21) \quad \frac{\hat{h}_n}{h_0} \xrightarrow{P} 1,$$

entonces, si $t \in (0, 1)$ y $v = 2$, se tiene que:

$$(22) \quad n^{v/(2v+1)} (\bar{m}_{\hat{h}_n}(t) - m(t)) \xrightarrow{D} N(B, V).$$

Utilizando (19), sin más que cambiar $v = 2$ por un $v > 2$ genérico en dicha demostración de Quintela (1994b), se obtiene que (22) se mantiene. Basándonos en (19) y (22), demostraremos el siguiente resultado:

2.2. Resultados

Teorema 2.1

Bajo las hipótesis (D.1), (E.1), (E.2), (G.1)-(G.4), (K.1), (K.2), (M.1), (W.1), junto con (17) y (21), si además se verifica:

(D.2) las componentes de $\mathbf{X}$ están uniformemente acotadas

o

(D.2*) se verifica el modelo (3) con $E\eta_{ij} = 0$ y $E|\eta_{ij}|^{2(2v+1)+\delta'} < C < \infty$ para algún $\delta' > 0$ ($1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq p$),

se tiene que:

$$a) n^{v/(2v+1)}(\hat{m}_{h_0}(t) - m(t)) \xrightarrow{D} N(B, V).$$

$$b) n^{v/(2v+1)}(\hat{m}_{\hat{h}_n}(t) - m(t)) \xrightarrow{D} N(B, V).$$

Por tanto, si somos capaces de obtener una sucesión $\{\hat{h}_n\}$ verificando (21), tendremos una forma de construir un estimador asintóticamente equivalente a un estimador óptimo (ambos tienen la misma distribución asintótica).

Suponiendo que conocemos ρ , y considerando una sucesión de estimadores del tipo $\hat{h}_n = \hat{C}_0 n^{-\frac{1}{2v+1}}$, todo lo que necesitamos para verificar (21) es que $\hat{C}_0$ sea un estimador consistente para estimar C_0 . Para ello basta, debido a su expresión, con estimar de forma consistente $\int (m^{(v)}(t))^2 w(t) dt$ y σ_e^2 . Para estimar la integral, parece intuitivo construir un estimador de $m^{(v)}$, llamémosle $\hat{m}_{h,b,v}$ (siendo b un nuevo parámetro ventana), y después estimar $\int (m^{(v)}(t))^2 w(t) dt$ por medio de $\int (\hat{m}_{h,b,v}(t))^2 w(t) dt$. De esta forma, aparece un nuevo problema debido a que nuevamente deberíamos buscar métodos para seleccionar sus parámetros ventana. Sin embargo, esta elección es de menor importancia, de la misma forma que ocurre en la estimación de la densidad (Scott, Tapia y Thompson (1977), Scott y Factor (1981), Sheather (1986)).

Estudiaremos ahora condiciones que nos permitan estimar C_0 de forma consistente.

Sea:

$$(23) \quad \hat{m}_{h,b,v}(t) = \frac{1}{b^{v+1}} \sum_{i=1}^n \int_{(i-1)/n}^{i/n} \bar{K}^{(v)}\left(\frac{t-u}{b}\right) du (y_i - \zeta_i^T \hat{\beta}_h),$$

donde:

(K.3) $\bar{K}^{(v)}$ es la derivada de orden v de una función v veces derivable $\bar{K}$ que verifica:

- a) soporte de $\bar{K} \subset [-1, 1]$
b) $\int \bar{K}(x) dx = 1$
c) $\bar{K}^{(j)}(-1) = \bar{K}^{(j)}(1) = 0, j = 0, \dots, \nu - 1$ y $\bar{K}^{(\nu)}$ está acotada.

Teorema 2.2

Supongamos que se verifican (D.1), (D.2) (en cuyo caso además exigimos $nb^{\nu+1/2} \rightarrow \infty$) o (D.2*) (en cuyo caso además $nb^{\nu+3\nu/(4\nu-1)} > C > 0$), (E.1), (K.1)-(K.3), (M.1), (G.1)-(G.3), y $m^{(\nu)}$ verifica una condición de Lipschitz. Entonces, si $h \in [a_1 n^{-1/(2\nu+1)}, a_2 n^{-1/(2\nu+1)}]$, $0 < a_1 < a_2 < \infty$ constantes, y suponiendo que $b \rightarrow 0$ cuando $n \rightarrow \infty$, se tiene que:

$$\sup_{t \in [w_1, w_2]} \left| E[\hat{m}_{h,b,\nu}(t)] - m^{(\nu)}(t) \right| \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$$

Teorema 2.3

Bajo las suposiciones del Teorema 2.2, si además se verifica (E.2) y $nb^{2\nu+1} \rightarrow \infty$, se tiene:

$$\sup_{t \in [w_1, w_2]} \left| \hat{m}_{h,b,\nu}(t) - m^{(\nu)}(t) \right| \xrightarrow{P} 0.$$

Comentario 2.3

En el Teorema 2.2 es posible dar un mayor margen a la elección de h , permitiendo que h pertenezca a un intervalo del tipo $[a_1 n^{-1/(2\nu+1)-\gamma}, a_2 n^{-1/(2\nu+1)+\gamma}]$, siendo γ un número real no negativo verificando ciertas condiciones. Sin embargo esto conllevará a complicar las condiciones que deberá verificar b . Es por ello que hemos preferido fijar $\gamma = 0$ en el anterior intervalo.

Comentario 2.4

Las hipótesis hechas acerca del parámetro b en el Teorema 2.2 son satisfechas si consideramos $b = cn^{-\theta}$, siendo $0 < \theta \leq (4\nu - 1)/(2\nu(2\nu + 1))$ y c una constante positiva. Por tanto podemos considerar el caso $b = h$. En cuanto a las del Teorema 2.3, se verifican si $0 < \theta < 1/(2\nu + 1)$. Por tanto, en este caso, no cabe la posibilidad de considerar parámetros iguales.

Comentario 2.5

Del Teorema 2.3 se deduce que $\int (\hat{m}_{h,b,v}(t))^2 w(t) dt$ es un estimador consistente de $\int (m^{(v)}(t))^2 w(t) dt$. En cuanto a σ_ε^2 , puede verse en Gao (1995) un método para estimarlo consistentemente basado en un estimador de Mínimos Cuadrados de β . Por tanto, junto con el Teorema 2.1, si ρ es conocido, tenemos ya una forma de construir un estimador de $m(t)$ asintóticamente equivalente a un estimador óptimo (ambos tienen la misma distribución asintótica).

Supongamos ahora que ρ es desconocido. En este caso, puesto que nuestro estimador $\hat{m}_h(t)$ depende de ρ a través de $\hat{\beta}_h$, no podemos trabajar con él. Sea $\hat{\rho}$ un estimador de ρ , y consideremos el estimador:

$$(24) \quad \hat{\hat{m}}_h(t) = \sum_{i=1}^n w_{n,h}(t, t_i) (y_i - \zeta_i^T \hat{\beta}_h),$$

donde

$$(25) \quad \hat{\beta}_h = (\tilde{\mathbf{X}}^T \Psi_*^{-1}(\hat{\rho}) \tilde{\mathbf{X}})^{-1} \tilde{\mathbf{X}}^T \Psi_*^{-1}(\hat{\rho}) \tilde{\mathbf{y}},$$

siendo

$$\Psi_*^{-1}(\rho) = \begin{pmatrix} 1 & -\rho & 0 & \dots & 0 \\ -\rho & 1+\rho^2 & -\rho & \ddots & 0 \\ 0 & -\rho & 1+\rho^2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & -\rho \\ 0 & 0 & \dots & -\rho & 1 \end{pmatrix}.$$

Como puede observarse, hemos hecho una pequeña modificación de la matriz Ψ^{-1} (9), motivada por el carácter aleatorio que tendrá a partir de ahora. De esta forma, nos evitamos problemas con el denominador cuando introducimos $\hat{\rho}$. En el caso de conocer ρ , el estimador no varía.

Ahora imponemos las siguientes condiciones, que son una extensión de las condiciones de regularidad de Fuller y Battese (1973). Hemos introducido subíndices para hacer notar la dependencia con n .

(G.5) La sucesión de matrices $\{\tilde{\mathbf{X}}_n\}$ es tal que

$$(26) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \tilde{\mathbf{X}}_n^T \mathbf{S}_n(\rho) \tilde{\mathbf{X}}_n = \mathbf{H}(\rho)$$

y

$$(27) \quad \frac{1}{n} \tilde{\mathbf{X}}_n^T \mathbf{S}_n(\rho) (\tilde{\mathbf{m}}_n + \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_n) = O_p(n^{-\frac{1}{2}}),$$

donde $\mathbf{S}_n(\rho) = \frac{\partial}{\partial \rho} \Psi_{*n}^{-1}(\rho)$ y $\mathbf{H}(\rho)$ es una matriz cuyos elementos son funciones continuas de ρ .

(R.1) Disponemos de un estimador $\hat{\rho}$ de ρ que satisface la condición:

$$(28) \quad \hat{\rho} = \rho + O_p(n^{-\omega}), \quad \omega > 0.$$

Teorema 2.4

Bajo las hipótesis del Teorema 2.1, junto con (G.5) y (R.1), se verifica:

$$a) n^{\nu/(2\nu+1)} (\hat{m}_{h_0}(t) - m(t)) \xrightarrow{D} N(B, V).$$

$$b) n^{\nu/(2\nu+1)} (\hat{m}_{\hat{h}_n}(t) - m(t)) \xrightarrow{D} N(B, V).$$

Comentario 2.6

Es fácil ver que, bajo nuestras hipótesis acerca de los pesos w_{ij} , las funciones g_j y los errores ε_i , si las filas de η son vectores aleatorios i.i.d. con media cero y matriz de varianzas-covarianzas finita, entonces se verifica (G.5) (ver Aneiros y Quintela (1999a)).

Comentario 2.7

Acerca de la condición (R.1), puede verse en Schick (1994) un ejemplo de un estimador $\hat{\rho}_*$ de ρ que, bajo ciertas condiciones, verifica que $n^{1/2}(\hat{\rho}_* - \rho)$ es asintóticamente normal con media cero y varianza $1 - \rho^2$.

Puesto que ahora desconocemos ρ , no podemos utilizar $\hat{m}_{h,b,\nu}(t)$ como estimador consistente de $m^{(\nu)}(t)$ para ser luego utilizado en la expresión de $\hat{h}_n$. Proponemos en su lugar el estimador

$$(29) \quad \hat{m}_{h,b,\nu}^*(t) = \frac{1}{b^{\nu+1}} \sum_{i=1}^n \int_{(i-1)/n}^{i/n} \bar{K}^{(\nu)}\left(\frac{t-u}{b}\right) du (y_i - \zeta_i^T \hat{\beta}_h^*),$$

siendo

$$(30) \quad \hat{\beta}_h^* = (\tilde{\mathbf{X}}^T \tilde{\mathbf{X}})^{-1} \tilde{\mathbf{X}}^T \tilde{\mathbf{y}}.$$

Es decir, a la hora de estimar el vector de parámetros β para posteriormente obtener un estimador consistente de $m^{(v)}(t)$, lo hacemos basándonos en residuos de estimación por Mínimos Cuadrados Ordinarios. Debemos introducir dos nuevas hipótesis:

(G.1*) $n^{-1}\eta^T\eta \rightarrow V^*$ donde $V^* = \{V_{ij}^*\}$ es una matriz definida positiva.

(G.3*) $n^{-1}\eta^T\tilde{m} = O(n^{-1/2}h^v)$.

Comentario 2.8

Estas hipótesis son utilizadas por Speckman (1988). En su artículo puede verse un caso en el que se verifican.

Teorema 2.5

Supongamos que se verifican (D.1), (D.2) (en cuyo caso además exigimos $nb^{v+1/2} \rightarrow \infty$) o (D.2*) (en cuyo caso además exigimos $nb^{v+3v/(4v-1)} > C > 0$), (E.1), (K.1)-(K.3), (M.1), (G.1*), (G.2), (G.3*), y $m^{(v)}$ verifica una condición de Lipschitz. Entonces, si $h \in [a_1n^{-1/(2v+1)}, a_2n^{-1/(2v+1)}]$, $0 < a_1 < a_2 < \infty$ constantes, y suponiendo que $b \rightarrow 0$ cuando $n \rightarrow \infty$, se tiene que:

$$\sup_{t \in [w_1, w_2]} \left| E [\hat{m}_{h,b,v}^*(t)] - m^{(v)}(t) \right| \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$$

Teorema 2.6

Bajo las suposiciones del Teorema 2.5, si además se verifica (E.2) y $nb^{2v+1} \rightarrow \infty$, se tiene:

$$\sup_{t \in [w_1, w_2]} \left| \hat{m}_{h,b,v}^*(t) - m^{(v)}(t) \right| \xrightarrow{P} 0.$$

Comentario 2.9

Por tanto, en el caso de no conocer ρ , tenemos también un método para estimar de forma consistente $\int (m^{(v)}(t))^2 w(t) dt$ con lo que, como ya sabemos estimar consistentemente σ_ε^2 (ver el Comentario 2.5) y ρ (ver el Comentario 2.7), tenemos un método para obtener una sucesión de ventanas $\{\hat{h}_n\}$ verificando (21).

3. DEMOSTRACIONES

A lo largo de las demostraciones, será utilizado el siguiente Lema.

Lema 3.1

Sean $g_j : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ funciones acotadas, $j = 1, \dots, p$, y supongamos que se verifica (D.2*). Entonces:

$$\max_{ij} |x_{ij}| = o_p(n^{1/(2(2\nu+1))}).$$

Demostración

Sea $M_n = n^{1/(2(2\nu+1))}/\log n$. Utilizando (D.2*) y la desigualdad de Markov, se tiene que:

$$P(\max_{i,j} |\eta_{ij}| \geq M_n) \leq CnM_n^{-2(2\nu+1)-\delta'}.$$

Por tanto, se verifica que $\max_{i,j} |x_{ij}| = o_p(n^{1/(2(2\nu+1))})$. Ahora, utilizando la acotación de g_j , $j = 1, \dots, p$, junto con la relación (3), se obtiene directamente la tesis de este Lema. $\square$

También se utilizará que $\max_{i,j} \#\{j / w_{ij} \neq 0\} = O(nh)$, como consecuencia del tipo de pesos utilizados y de que el núcleo $K(\cdot)$ tiene soporte compacto.

Demostración del Teorema 2.1

Parte a)

Debido a (19), es suficiente demostrar que $n^{\nu/(2\nu+1)}(\hat{m}_{h_0}(t) - m(t))$ y $n^{\nu/(2\nu+1)}(\bar{m}_{h_0}(t) - m(t))$ tienen la misma distribución asintótica, para lo cual basta con probar que la diferencia de ambos tiende a cero en probabilidad.

Supongamos que se verifica (D.2). Escribamos

$$\begin{aligned} \left| n^{\nu/(2\nu+1)}(\hat{m}_{h_0}(t) - \bar{m}_{h_0}(t)) \right| &= \left| n^{\nu/(2\nu+1)} \left(\sum_{i=1}^n w_{n,h_0}(t, t_i) \zeta_i^T (\hat{\beta}_{h_0} - \beta) \right) \right| = \\ &= O_p \left(n^{\nu/(2\nu+1)} nh_0 (nh_0)^{-1} n^{-1/2} \right) = O_p(n^{-1/(2(2\nu+1))}). \end{aligned}$$

Si la que se verifica es **(D.2*)**, razonando como en el caso anterior y utilizando el Lema 3.1, obtendríamos

$$\left| n^{v/(2v+1)}(\hat{m}_{h_0}(t) - \bar{m}_{h_0}(t)) \right| = o_p(1).$$

Hemos utilizado que $\|\hat{\beta}_{h_0} - \beta\| = O_p(n^{-1/2})$, lo cual es consecuencia del Teorema 2.1 de Aneiros y Quintela (1999a).

Parte b)

De la misma forma, ahora como consecuencia de (22), es suficiente demostrar que $n^{v/(2v+1)}(\hat{m}_{\hat{h}_n}(t) - m(t))$ y $n^{v/(2v+1)}(\bar{m}_{\hat{h}_n}(t) - m(t))$ tienen la misma distribución asintótica.

Escribamos:

$$n^{v/(2v+1)}(\hat{m}_{\hat{h}_n}(t) - \bar{m}_{\hat{h}_n}(t)) = -n^{v/(2v+1)}\left(\sum_{i=1}^n w_{n,\hat{h}_n}(t, t_i) \zeta_i^T (\hat{\beta}_{\hat{h}_n} - \beta)\right).$$

Sean $\varepsilon > 0$ y $\lambda > 0$. Se tiene que

$$\begin{aligned} & P\left\{\left|n^{v/(2v+1)}(\hat{m}_{\hat{h}_n}(t) - \bar{m}_{\hat{h}_n}(t))\right| \geq \varepsilon\right\} \leq \\ & \leq P\left\{\left(\left|n^{v/(2v+1)}(\hat{m}_{\hat{h}_n}(t) - \bar{m}_{\hat{h}_n}(t))\right| \geq \varepsilon\right) \cap \left(\left|\frac{\hat{h}_n}{h_0} - 1\right| \leq \lambda\right)\right\} + P\left\{\left|\frac{\hat{h}_n}{h_0} - 1\right| > \lambda\right\} \leq \\ & \leq P\left\{\sup_{|z| \leq \lambda} \left|n^{v/(2v+1)}\left(\sum_{i=1}^n w_{n,h_0(1+z)}(t, t_i) \zeta_i^T (\hat{\beta}_{h_0(1+z)} - \beta)\right)\right| \geq \varepsilon\right\} + P\left\{\left|\frac{\hat{h}_n}{h_0} - 1\right| > \lambda\right\} \end{aligned}$$

Por hipótesis, se tiene que el segundo sumando converge a cero. En cuanto al primero, se tiene que

$$\begin{aligned} & \left|n^{v/(2v+1)}\left(\sum_{i=1}^n w_{n,h_0(1+z)}(t, t_i) \zeta_i^T (\hat{\beta}_{h_0(1+z)} - \beta)\right)\right| = \\ & = O_p\left(n^{v/(2v+1)} n h_0 (1+z) (n h_0 (1+z))^{-1} n^{-1/2}\right) = O_p(n^{-1/2(2v+1)}), \end{aligned}$$

uniformemente en $|z| \leq \lambda$. Por tanto,

$$\sup_{|z| \leq \lambda} \left|n^{v/(2v+1)}\left(\sum_{i=1}^n w_{n,h_0(1+z)}(t, t_i) \zeta_i^T (\hat{\beta}_{h_0(1+z)} - \beta)\right)\right| = O_p(n^{-1/2(2v+1)}).$$

Si la que se verifica es (D.2*), razonando como en el caso anterior y utilizando el Lema 3.1, obtendríamos

$$\sup_{|z| \leq \lambda} \left| n^{v/(2v+1)} \left(\sum_{i=1}^n w_{n, h_0(1+z)}(t, t_i) \zeta_i^T (\hat{\beta}_{h_0(1+z)} - \beta) \right) \right| = o_p(1).$$

Por tanto, en cualquiera de los dos casos, tenemos que el primer sumando también converge a cero. En los anteriores razonamientos hemos utilizado que $\|\hat{\beta}_{h_0(1+z)} - \beta\| = O_p(n^{-1/2})$ uniformemente en $|z| \leq \lambda$ (ver Aneiros y Quintela (1999a)). $\square$

Demostración del Teorema 2.2

Utilizando que $m^{(v)}$ verifica una condición de Lipschitz y que los errores tienen media cero, junto con (D.1), (K.3) y que $b \rightarrow 0$ y $nb^v \rightarrow \infty$, se obtiene, por medio de una demostración similar a la del Teorema 2.1 de Gasser y Müller (1984), que:

$$\sup_{t \in [w_1, w_2]} \left| E[\bar{m}_{b,v}(t)] - m^{(v)}(t) \right| \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0,$$

siendo $\bar{m}_{b,v}(t)$ el estimador (23) cambiando $\hat{\beta}_h$ por β , es decir:

$$\bar{m}_{b,v}(t) = \frac{1}{b^{v+1}} \sum_{i=1}^n \int_{(i-1)/n}^{i/n} \bar{K}^{(v)}\left(\frac{t-u}{b}\right) du (y_i - \zeta_i^T \beta).$$

Resta por tanto demostrar que:

$$(31) \quad \sup_{t \in [w_1, w_2]} \left| E[\hat{m}_{h,b,v}(t) - \bar{m}_{b,v}(t)] \right| \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0.$$

Supongamos en primer lugar que se verifica (D.2). Entonces:

$$\begin{aligned} \left| E[\hat{m}_{h,b,v}(t) - \bar{m}_{b,v}(t)] \right| &= \left| \frac{1}{b^{v+1}} \sum_{i=1}^n \int_{(i-1)/n}^{i/n} \bar{K}^{(v)}\left(\frac{t-u}{b}\right) du \zeta_i^T \text{Sesgo}(\hat{\beta}_h) \right| = \\ &= O\left(\frac{1}{b^{v+1}} nb n^{-1} (h^{2v} + h^v (nh)^{-1/2})\right) = O\left(\frac{1}{b^v} (h^{2v} + h^v (nh)^{-1/2})\right), \end{aligned}$$

donde se ha utilizado que $\bar{K}^{(v)}$ está acotada y tiene soporte acotado, y que se verifica que $\text{Sesgo}(\hat{\beta}_h) = O(h^{2v}) + O(h^v (nh)^{-1/2})$ (como puede verse en Aneiros y Quintela (1999a)).

En caso de verificarse **(D.2*)**, siguiendo el mismo razonamiento y utilizando el Lema 3.1, se obtendría:

$$|E[\hat{m}_{h,b,v}(t) - \bar{m}_{b,v}(t)]| = o_p(n^{1/(2(2v+1))}) \frac{1}{b^v} (h^{2v} + h^v(nh)^{-1/2}).$$

En cualquiera de los dos casos, como consecuencia de las hipótesis hechas acerca de b y h , se obtiene (31). □

Demostración del Teorema 2.3

Debido al Teorema 2.2, basta demostrar que:

$$\sup_{t \in [w_1, w_2]} |\hat{m}_{h,b,v}(t) - E[\hat{m}_{h,b,v}(t)]| \xrightarrow{P} 0.$$

Se tiene que:

$$\begin{aligned} \sup_{t \in [w_1, w_2]} |\hat{m}_{h,b,v}(t) - E[\hat{m}_{h,b,v}(t)]| &\leq \sup_{t \in [w_1, w_2]} \left| \frac{1}{b^{v+1}} \sum_{i=1}^n \int_{(i-1)/n}^{i/n} \bar{K}^{(v)}\left(\frac{t-u}{b}\right) du \epsilon_i \right| + \\ &+ \sup_{t \in [w_1, w_2]} \left| \frac{1}{b^{v+1}} \sum_{i=1}^n \int_{(i-1)/n}^{i/n} \bar{K}^{(v)}\left(\frac{t-u}{b}\right) du \epsilon_i^T (\hat{\beta}_h - E(\hat{\beta}_h)) \right|. \end{aligned}$$

Estudiemos cada sumando por separado.

Por **(E.1)**, **(E.2)** y **(K.3)**, aplicando la modificación de la desigualdad de Whittle (1960) hecha por Chu (1989) (expresión (3.6.3) de Chu) se obtiene:

$$(32) \quad E \left[\left(\sum_{i=1}^n \int_{(i-1)/n}^{i/n} \bar{K}^{(v)}\left(\frac{t-u}{b}\right) du \epsilon_i \right)^2 \right] \leq C \sum_{i=1}^n \left(\int_{(i-1)/n}^{i/n} \bar{K}^{(v)}\left(\frac{t-u}{b}\right) \right)^2 =$$

$$(33) \quad = O(nbn^{-2}) = O(n^{-1}b)$$

uniformemente en t . Por tanto,

$$\sup_{t \in [w_1, w_2]} \left| \sum_{i=1}^n \int_{(i-1)/n}^{i/n} \bar{K}^{(v)}\left(\frac{t-u}{b}\right) du \epsilon_i \right| = O_p((n^{-1}b)^{1/2})$$

y

$$\sup_{t \in [w_1, w_2]} \left| \frac{1}{b^{v+1}} \sum_{i=1}^n \int_{(i-1)/n}^{i/n} \bar{K}^{(v)}\left(\frac{t-u}{b}\right) du \epsilon_i \right| = O_p((nb^{2v+1})^{-1/2}) = o_p(1).$$

Estudiemos el segundo sumando, suponiendo en primer lugar que se verifica **(D.2)**.

$$\begin{aligned} & \sup_{t \in [w_1, w_2]} \left| \frac{1}{b^{v+1}} \sum_{i=1}^n \int_{(i-1)/n}^{i/n} K_v\left(\frac{t-u}{b}\right) du \zeta_i^T (\hat{\beta}_h - E(\hat{\beta}_h)) \right| = \\ & = O_p\left(\frac{1}{b^{v+1}} n b n^{-1} n^{-1/2}\right) = O_p((n b^{2v})^{-1/2}). \end{aligned}$$

En caso de verificarse **(D.2*)**, siguiendo el mismo razonamiento y utilizando el Lema 3.1, se obtendría:

$$\sup_{t \in [w_1, w_2]} \left| \frac{1}{b^{v+1}} \sum_{i=1}^n \int_{(i-1)/n}^{i/n} K_v\left(\frac{t-u}{b}\right) du \zeta_i^T (\hat{\beta}_h - E(\hat{\beta}_h)) \right| = o_p(n^{1/(2(2v+1))} (n b^{2v})^{-1/2}).$$

En cualquiera de los dos casos, como consecuencia de las hipótesis hechas acerca de b y h , se obtiene que la anterior expresión converge a cero en probabilidad. $\square$

Demostración del Teorema 2.4

Parte a)

Utilizando el Teorema 2.1.a, basta demostrar que $n^{v/(2v+1)}(\hat{m}_{h_0}(t) - m(t))$ y $n^{v/(2v+1)} \times (\hat{m}_{h_0}(t) - m(t))$ tienen la misma distribución asintótica.

Supongamos que se verifica **(D.2)**. Escribamos

$$\begin{aligned} & \left| n^{v/(2v+1)}(\hat{m}_{h_0}(t) - \hat{m}_{h_0}(t)) \right| = \left| n^{v/(2v+1)} \left(\sum_{i=1}^n w_{n,h_0}(t, t_i) \zeta_i^T (\hat{\beta}_{h_0} - \hat{\beta}_{h_0}) \right) \right| = \\ & = O_p(n^{v/(2v+1)} n h_0 (n h_0)^{-1} n^{-1/2}) = O_p(n^{-1/(2(2v+1))}). \end{aligned}$$

Hemos utilizado que $\left\| \hat{\beta}_{h_0} - \hat{\beta}_{h_0} \right\| = O_p(n^{-1/2})$ (lo cual es obtenido en la demostración del Teorema 2.6 de Aneiros y Quintela (1999a)).

Si la que se verifica es **(D.2*)**, razonando como en el caso anterior y utilizando el Lema 3.1, obtendríamos

$$\left| n^{v/(2v+1)}(\hat{m}_{h_0}(t) - \hat{m}_{h_0}(t)) \right| = o_p(1).$$

Parte b)

Utilizando el Teorema 2.1.b, es suficiente demostrar que $n^{v/(2v+1)}(\widehat{m}_{\widehat{h}_n}(t) - \widehat{m}_{\widehat{h}_n}(t)) \xrightarrow{P} 0$. El siguiente razonamiento es similar al hecho para demostrar el Teorema 2.1.b.

Sean $\varepsilon > 0$ y $\lambda > 0$. Se tiene que:

$$\begin{aligned} & P \left\{ \left| n^{v/(2v+1)}(\widehat{m}_{\widehat{h}_n}(t) - \widehat{m}_{\widehat{h}_n}(t)) \right| \geq \varepsilon \right\} \leq \\ & \leq P \left\{ \left(\left| n^{v/(2v+1)}(\widehat{m}_{\widehat{h}_n}(t) - \widehat{m}_{\widehat{h}_n}(t)) \right| \geq \varepsilon \right) \cap \left(\left| \frac{\widehat{h}_n}{h_0} - 1 \right| \leq \lambda \right) \right\} + P \left\{ \left| \frac{\widehat{h}_n}{h_0} - 1 \right| > \lambda \right\} \leq \\ & \leq P \left\{ \sup_{|z| \leq \lambda} \left| n^{v/(2v+1)} \sum_{i=1}^n w_{n,h_0(1+z)}(t, t_i) \zeta_i^T (\widehat{\beta}_{h_0(1+z)} - \widehat{\beta}_{h_0(1+z)}) \right| \geq \varepsilon \right\} + P \left\{ \left| \frac{\widehat{h}_n}{h_0} - 1 \right| > \lambda \right\}. \end{aligned}$$

Por hipótesis, se tiene que el segundo sumando converge a cero.

En cuanto al primero, siguiendo el mismo razonamiento que el hecho en la demostración del Teorema 2.1.b, y utilizando que $\left\| \widehat{\beta}_{h_0(1+z)} - \widehat{\beta}_{h_0(1+z)} \right\| = O_p(n^{-1/2})$ uniformemente en $|z| \leq \lambda$ (lo cual es obtenido en la demostración del Teorema 2.6 de Aneiros y Quintela (1999a)), se obtiene su convergencia a cero en probabilidad. $\square$

Demostración del Teorema 2.5

Como consecuencia de nuestras hipótesis, se puede utilizar el Lema 1 de Speckman (1988). Por medio de dicho Lema, junto con (E.1) y (G.3*) se obtiene, sin más que seguir la demostración del Teorema 2.1.a de Aneiros y Quintela (1999a), que $Sesgo(\widehat{\beta}_h^*) = O(h^{2v}) + O(h^v(nh)^{-1/2})$. Ahora, utilizando lo anterior, el resto de la demostración es similar a la del Teorema 2.2. $\square$

Demostración del Teorema 2.6

Siguiendo la demostración del Teorema 2.2.b de Speckman (1988), se tiene que $\widehat{\beta}_h^* - E(\widehat{\beta}_h^*) = O_p(n^{-1/2})$. Utilizando este resultado, el resto de la demostración es similar a la del Teorema 2.3. $\square$

4. REFERENCIAS

- Aneiros-Pérez, G. and Quintela del Río, A. (1998). «Selección de la ventana en modelos parcialmente lineales». *Proc. XXIV Congreso Nacional de Estadística e I.O.* (Almería, Spain), 353-354.
- Aneiros, G. and Quintela, A. (1999a). «Asymptotic properties in partial linear models under dependence». *En revisión*.
- Aneiros, G. and Quintela, A. (1999b). «Bandwidth choice for a GLS estimator of the parametric part in a partial linear model with autoregressive errors». *En revisión*.
- Chu, C. K. (1989). *Some results in nonparametric regression*. Ph. D. dissertation, Dept. Statistics, Univ. North Carolina, Chapel Hill.
- Doukhan, P. (1994). *Mixing: properties and examples*. Lecture Notes in Statistics, 85. Springer-Verlag.
- Engle, R., Granger, C., Rice, J. and Weiss, A. (1986). «Nonparametric estimates of the relation between weather and electricity sales». *J. Amer. Statist. Assoc.*, 81, 310-320.
- Fuller, W. A. and Battese, G. E. (1973). «Transformations for estimation of linear models with nested-error structure». *J. Amer. Statist. Assoc.*, 68, 626-632.
- Fuller, W. A. (1976). *Introduction to Statistical Time Series*. Wiley.
- Gao, J. (1995). «Asymptotic theory for partly linear models». *Commun. Statist.-Theory Meth.*, 24, 1985-2009.
- Gasser, T. and Müller, H. G. (1979). *Kernel estimation of regression functions*. Smoothing techniques for curve estimation (eds Th. Gasser and M. Rosenblatt), Springer-Verlag.
- Gasser, T. and Müller, H. G. (1984). «Estimating regression functions and their derivatives by the kernel method». *Scandinavian Journal of Statistics*, 11, 171-185.
- Gasser, T., Müller, H. G. and Mammitzsch, V. (1985). «Kernels for nonparametric curve estimation». *J. R. Statist. Soc. B*, 238-252.
- Härdle, W. and Vieu, P. (1992). «Kernel regression smoothing of time series». *J. Time Ser. Anal.*, 13, 209-232.
- Hart, J. (1991). «Kernel Regression Estimation with Time Series Errors». *J. R. Statist. Soc.*, B, 53, 173-187.
- Hart, J. and Vieu, P. (1990). «Data-driven bandwidth choice for density estimation based on dependent data». *Ann. Statist.*, 18, 873-890.
- Heckman, N. (1986). «Spline smoothing in partly linear model». *J. R. Statist. Soc.*, B, 48, 244-248.

- Judge, G., Griffiths, W., Carter, R., Lütkepohl, H. and Lee, T. C. (1985). *The theory and practice of econometrics*. Wiley.
- Linton, O. (1995). «Second order approximation in the partially linear regression model». *Econometrica*, 63, 1079-1112.
- Quintela del Río, A. (1994a). «Nonparametric estimation of regression functions based on dependent data». *New Progress in Probability and Statistics*, (International Science Publishers, Zeits, Holland), 139-154.
- Quintela del Río, A. (1994b). «A plug-in technique in nonparametric regression with dependence». *Comm. Statist. Theory Methods*, 23, 2581-2603.
- Quintela del Río, A. (1996). «Comparison of bandwidth selectors in nonparametric regression under dependence». *Comp. Statist. Data Anal.*, 21, 563-580.
- Rice, J. (1984b). «Boundary modification for kernel regression». *Communications in Statistics, Series A*, 13, 893-900.
- Rice, J. (1986). «Convergence rates for partially splined models». *Statist. Probabil. Lett.*, 4, 203-208.
- Schick, A. (1994). «Estimation of the autocorrelation coefficient in the presence of a regression trend». *Statist. Probabil. Lett.*, 21, 371-380.
- Speckman, P. (1988). «Kernel smoothing in partial linear models». *J. R. Statist. Soc., B*, 50, 413-436.
- Vieu, P. (1991). «Quadratic errors for nonparametric estimates under dependence». *Journal of Multivariate Analysis*, 2, 324-347.
- Whittle, P. (1960). «Bounds for the moments of linear and quadratic forms in independent variables». *Theory of Probability and Applications*, 5, 302-305.

ENGLISH SUMMARY

BANDWIDTH SELECTION IN KERNEL SMOOTHING OF THE NONPARAMETRIC PART IN A PARTIAL LINEAR MODEL WITH AUTOREGRESSIVE ERRORS

GERMÁN ANEIRO-S-PÉREZ*

Universidad de La Coruña

Suppose that $y_i = \zeta_i^T \beta + m(t_i) + \varepsilon_i$, $i = 1, \dots, n$, where the $(p \times 1)$ -vector β and the function $m(\cdot)$ are unknown, and the errors ε_i pertain to a stationary AR(1) process. The problem of bandwidth selection for a kernel estimator for $m(\cdot)$, based on a Generalized Least Squares estimator for β , is addressed here. We obtain an asymptotic expression of an optimal bandwidth, and we propose to use a plug-in methodology in order to obtain an optimum estimation of $m(\cdot)$. The obtained results are a generalization of those obtained by Quintela (1994) in nonparametric regression.

Keywords: partial linear models, kernel smoothing, bandwidth selection, time series

AMS Classification (MSC 2000): 62G07, 62G20, 62M10

*Research supported by the Xunta de Galicia (Spain) under research project XUGA 10503A98.

*Departamento de Matemáticas. Facultad de Informática. Universidad de La Coruña. Campus de Elviña, s/n. La Coruña. Spain. E-mail: ganeiros@udc.es

– Received October 1999.

– Accepted March 2000.

1. INTRODUCTION

We consider that we have an observed data set $\{(y_i, \zeta_i^T, t_i)^T\}_{i=1}^n$ generated by the semi-parametric model

$$(1) \quad y_i = \zeta_i^T \beta + m(t_i) + \varepsilon_i \quad i = 1, \dots, n,$$

where $(\zeta_i^T, t_i) = ((x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip}), t_i) \in A \times [0, 1] \subset \mathbb{R}^p \times \mathbb{R}$ are fixed design points, β is a $(p \times 1)$ -vector of unknown parameters, $m(\cdot)$ is an unknown real-valued function defined on $[0, 1]$ (without loss of generality) and $\{\varepsilon_i\}_{i=1}^n$ a sample of errors identically distributed. This semiparametric model is called a "partial linear model". In this paper we suppose that the errors are generated by an AR(1) process, i. e., $\varepsilon_i = \rho \varepsilon_{i-1} + e_i$, where the e_i are i.i.d. and $|\rho| < 1$.

If we suppose that ρ is known, we propose to estimate $m(\cdot)$ by $\hat{m}_h(t) = \sum_{i=1}^n w_{n,h}(t, t_i) \times (y_i - \zeta_i^T \hat{\beta}_h)$, where $\{w_{n,h}(t, t_i)\}$ are the weights of Gasser and Müller (1979), $\hat{\beta}_h = \left(\tilde{\mathbf{X}}^T \Psi^{-1} \tilde{\mathbf{X}} \right)^{-1} \tilde{\mathbf{X}}^T \Psi^{-1} \tilde{\mathbf{y}}$, Ψ is the correlation matrix of the errors, $\tilde{\mathbf{y}} = (\mathbf{I} - \mathbf{W})\mathbf{y}$, $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T$, $\tilde{\mathbf{X}} = (\mathbf{I} - \mathbf{W})\mathbf{X}$, $\mathbf{X} = (\zeta_1^T, \dots, \zeta_n^T)$ and $\mathbf{W} = \{w_{n,h}(t_i, t_j)\}$. Under suitable conditions, Aneiros and Quintela (1999) show that

$$h_0 = C_0 n^{-\frac{1}{2v+1}} = \left[\frac{C_K \sigma_\varepsilon^2 \frac{1+\rho}{1-\rho}}{\int (m^{(v)}(u))^2 w(u) du} \right]^{\frac{1}{2v+1}} n^{-\frac{1}{2v+1}}$$

is an optimal bandwidth for the estimator $\hat{m}_h(\cdot)$, where

$$C_K = \frac{(v!)^2 \int K^2(u) du \int w(u) du}{2v \alpha_v^2}, \quad \alpha_v = \int u^v K(u) du$$

and $w(\cdot)$ is a continuous function defined on $[w_1, w_2] \subset (0, 1)$.

2. THE RESULTS

Under suitable conditions, we obtain:

Theorem 2.1

$$a) \quad n^{v/(2v+1)} (\hat{m}_{h_0}(t) - m(t)) \xrightarrow{D} N(B, V).$$

$$b) \quad n^{v/(2v+1)} (\hat{m}_{\hat{h}_n}(t) - m(t)) \xrightarrow{D} N(B, V).$$

Here we denote $B = \frac{(-1)^v}{v!} C_0^v \alpha_v m^{(v)}(t)$, $V = \sigma_\varepsilon^2 \frac{1+\rho}{1-\rho} C_0^{-1} \int K^2(u) du$, and $\hat{h}_n$ is a consistent estimator of h_0 . A way of constructing an asymptotically equivalent estimate to an optimum estimate (they have the same asymptotic distribution) is obtained by means of this theorem. In order to achieve this, the following expression must be used: $\hat{h}_n = \hat{C}_0 n^{-\frac{1}{2v+1}}$, being $\hat{C}_0$ a consistent estimation of C_0 . Gao (1995) proposes a consistent estimation of σ_ε^2 . Furthermore, we propose to estimate $m^{(v)}(\cdot)$ by $\hat{m}_{h,b,v}(t) = \frac{1}{b^{v+1}} \sum_{i=1}^n \int_{(i-1)/n}^{i/n} \bar{K}^{(v)}\left(\frac{t-u}{b}\right) du (y_i - \zeta_i^T \hat{\beta}_h)$, and we obtain:

Theorem 2.2

$$\sup_{t \in [w_1, w_2]} \left| E[\hat{m}_{h,b,v}(t)] - m^{(v)}(t) \right| \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$$

Theorem 2.3

$$\sup_{t \in [w_1, w_2]} \left| \hat{m}_{h,b,v}(t) - m^{(v)}(t) \right| \xrightarrow{P} 0.$$

If ρ is unknown, we propose to estimate $m(\cdot)$ by $\hat{\hat{m}}_h(t) = \sum_{i=1}^n w_{n,h}(t, t_i) (y_i - \zeta_i^T \hat{\hat{\beta}}_h)$, where $\hat{\hat{\beta}}_h = \left(\tilde{\mathbf{X}}^T \Psi_*^{-1}(\hat{\rho}) \tilde{\mathbf{X}} \right)^{-1} \tilde{\mathbf{X}}^T \Psi_*^{-1}(\hat{\rho}) \tilde{\mathbf{y}}$, $\hat{\rho}$ is a consistent estimator of ρ and $\Psi_*^{-1}(\rho) = (1 - \rho^2) \Psi^{-1}(\rho)$. We obtain:

Theorem 2.4

$$\begin{aligned} \text{a) } n^{v/(2v+1)} (\hat{\hat{m}}_{h_0}(t) - m(t)) &\xrightarrow{D} N(B, V). \\ \text{b) } n^{v/(2v+1)} (\hat{\hat{m}}_{\hat{h}_n}(t) - m(t)) &\xrightarrow{D} N(B, V). \end{aligned}$$

In this case (ρ unknown), we propose to estimate $m^{(v)}(\cdot)$ by $\hat{m}_{h,b,v}^*(t) = \frac{1}{b^{v+1}} \sum_{i=1}^n \int_{(i-1)/n}^{i/n} \bar{K}^{(v)}\left(\frac{t-u}{b}\right) du (y_i - \zeta_i^T \hat{\beta}_h^*)$, where $\hat{\beta}_h^* = \left(\tilde{\mathbf{X}}^T \tilde{\mathbf{X}} \right)^{-1} \tilde{\mathbf{X}}^T \tilde{\mathbf{y}}$, and we obtain:

Theorem 2.5

$$\sup_{t \in [w_1, w_2]} \left| E[\hat{m}_{h,b,v}^*(t)] - m^{(v)}(t) \right| \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$$

Theorem 2.6

$$\sup_{t \in [w_1, w_2]} \left| \widehat{m}_{h,b,v}^*(t) - m^{(v)}(t) \right| \xrightarrow{P} 0.$$

CONTRASTACIÓN DE HIPÓTESIS EN DISEÑOS MULTIVARIADOS SPLIT-PLOT CON MATRICES DE DISPERSIÓN ARBITRARIAS*

G. VALLEJO SECO
J. R. ESCUDERO GARCÍA
A. M. FIDALGO ALISTE
M. P. FERNÁNDEZ GARCÍA
Universidad de Oviedo*

El presente trabajo examina diversos procedimientos para contrastar hipótesis nulas globales, correspondientes a datos obtenidos mediante diseños multivariados split-plot cuando se incumple el supuesto de homogeneidad de las matrices de dispersión. Un examen de estos procedimientos para un amplio número de variables confirma, por un lado, la robustez del procedimiento multivariado de Welch-James dado por Johansen (1980) para probar el efecto principal de los ensayos y, por otro, la robustez de la generalización multivariada del procedimiento de Brown-Forsythe (1974) para probar la interacción de los grupos $\times$ los ensayos. Nuestros resultados también ponen de relieve que las diferencias de potencia eran pequeñas en aquellas condiciones en que tanto el procedimiento de Welch-James como de Brown-Forsythe controlaban las tasas de error de Tipo I.

Testing of hypotheses in multivariate split-plot designs with arbitrary dispersion matrices

Palabras clave: diseños multivariados split-plot, matrices de dispersión arbitrarias, procedimientos robustos y potentes

Clasificación AMS (MSC 2000): 62K10, 62J1

*Este trabajo ha sido realizado con la ayuda de la DGICYT (PS95-0228).

*Departamento de Psicología. Universidad de Oviedo. Plaza Feijoo, s/n. 33003 Oviedo.
gvallejo@sci.cpd.uniovi.es.

—Recibido en marzo de 1999.

—Aceptado en marzo de 2000.

1. INTRODUCCIÓN

Los diseños de medidas repetidas constituyen un esquema de acción que se utiliza con mucha frecuencia en las investigaciones sociales y de la salud. La naturaleza de estos diseños es típicamente multivariada, sin embargo, cuando se cumplen los supuestos de normalidad conjunta multivariada, homogeneidad de las matrices de dispersión, independencia de las puntuaciones e igualdad de las varianzas correspondientes a las diferencias entre las ocasiones de medida (esfericidad), tales diseños suelen ser analizados mediante el modelo mixto de Scheffé (1956). Cuando el supuesto de esfericidad no es satisfecho, el análisis puede abordarse utilizando el enfoque univariado con los grados de libertad corregidos y/o el enfoque multivariado. De cumplirse con los supuestos exigidos por el modelo mixto, el enfoque univariado debería ser el preferido de los investigadores, pues es más potente que el enfoque multivariado (Davidson, 1972) y exige un menor número de réplicas.

Cuando los diseños de medidas repetidas contengan dos o más variables dependientes que presenten relación estadística, podemos extender los enfoques anteriores y emplear la versión multivariada de los mismos, esto es, utilizar el modelo mixto multivariado (MMM) y el modelo doblemente multivariado (MDM). Para su correcta aplicación ambos enfoques requieren que se satisfagan los supuestos de normalidad, homogeneidad e independencia, además el enfoque *MMM* requiere satisfacer el supuesto de esfericidad multivariada.

En diversos trabajos de investigación (Boik, 1991; Vallejo y Menéndez, 1997; Vallejo, Fidalgo y Fernández, 1998), se ha puesto de manifiesto que el enfoque *MMM* sin ajustar no es recomendable, a menos que el supuesto de esfericidad multivariada sea satisfecho. Cuando se cumplía dicho supuesto y el tamaño de muestra era reducido, el enfoque *MMM* ajustado mediante algún corrector tipo Box era más potente que el enfoque *MDM*. Los resultados obtenidos en estos trabajos también permiten afirmar que de los correctores tipo Box examinados, únicamente el propuesto por Boik (1991) tenía un comportamiento robusto cuando se violaba el supuesto de esfericidad, aunque tan sólo si la matriz de dispersión presentaba estructura de Kronecker. Sin embargo, conforme la matriz de dispersión se desviaba de la estructura descrita, el enfoque *MMM* ajustado mediante el corrector propuesto por Boik se volvía conservador. Por su parte, el enfoque *MDM* mantenía la tasa de error controlada al nivel nominal estipulado con independencia de la forma de la matriz de dispersión. Por consiguiente, salvo que la matriz de dispersión sea esférica y el tamaño de muestra excesivamente reducido, el enfoque *MDM* debería constituir la opción preferida por los investigadores.

Recientemente, Vallejo, Fernández, Fidalgo y Escudero (1999) evaluaron la robustez de los enfoques *MDM* y *MMM* ajustado mediante el corrector propuesto por Boik cuando las matrices de dispersión diferían entre sí y los datos carecían de normalidad. Los autores encontraron que ambos enfoques dejaban de controlar las tasas de error de Tipo

I, particularmente el enfoque *MDM*, y perdían sensibilidad estadística a medida que se incrementaba el grado de heterogeneidad de las matrices de dispersión. Si bien, cuando el diseño estaba equilibrado, la liberalidad de ambos enfoques disminuía conforme aumentaba el tamaño de muestra. El trabajo también puso de relieve el escaso efecto que la ausencia de normalidad de las puntuaciones tenía en la potencia de las pruebas y sobre el control que éstas ejercían de las tasas de error. En concreto, se encontró que el enfoque *MDM* tenía un comportamiento ligeramente liberal cuando el modelo era aditivo y conservador cuando era no aditivo; mientras que el enfoque *MMM* ajustado apenas se vio afectado.

De las investigaciones previas se desprende que cuando un investigador se encuentre inmerso en alguna situación en la cual las matrices de dispersión difieran entre sí, los datos carezcan de la normalidad requerida y los grupos estén desequilibrados, lo mejor que puede hacer es modificar el nivel de significación del enfoque *MDM* o utilizar algún procedimiento que sea robusto al incumplimiento de los supuestos del modelo, en especial, a la falta de homogeneidad de las matrices de dispersión. Por ejemplo, Keselman, Carriere y Lix (1993) sobre la base de los resultados presentados por Johansen (1980), desarrollaron una prueba multivariada Welch-James (*WJ*) que proporciona un buen control de la tasa de error de Tipo I para los efectos principales de un diseño univariado split-plot. Resultados similares han sido encontrados por Keselman y Lix (1997) en la perspectiva multivariada. Sin embargo, ambos estudios, cuestionan seriamente la robustez de la prueba cuando el interés se centra en los efectos de la interacción, sobre manera, cuando existe una relación inversa entre el tamaño de los grupos y el tamaño de las matrices de dispersión. En orden a solucionar los problemas reseñados, una alternativa que puede resultar prometedora, si nos atenemos a los resultados obtenidos por Algina (1994) en el contexto de los diseños univariados split-plot, es la generalización de la prueba de Brown y Forsythe (*BF*; 1974) al ámbito de los diseños multivariados split-plot.

En consecuencia, el objetivo fundamental del presente trabajo radica en examinar, tanto bajo hipótesis nula como bajo hipótesis alternativa, el comportamiento de los procedimientos *WJ* y *BF* cuando se contraviene el supuesto de homogeneidad de las matrices de dispersión en un diseño multivariado split-plot. De manera especial, nos interesa comprobar el funcionamiento del enfoque *BF* a la hora de contrastar los efectos de la interacción. Como ya se ha señalado, la robustez del enfoque *WJ* ha sido examinada recientemente por Keselman y Lix (1997), aunque sólo bajo hipótesis nula. Por tanto, de proporcionar ambos procedimientos un control similar de las tasas de error de Tipo I, el examen de la robustez de la potencia puede resultar decisivo. Otro objetivo del trabajo reside en investigar la posibilidad de obtener estimaciones robustas mediante el enfoque *MDM*, sabiendo cuando y cómo modificar los niveles de significación.

2. DEFINICIÓN DE LOS PROCEDIMIENTOS ESTADÍSTICOS

Considérese una situación en la cual N unidades muestrales independientes estén repartidas en p grupos, posiblemente no equilibrados, n_j , $j = 1, \dots, p$, y $\sum_{j=1}^p n_j = N$.

Asumamos también que para cada unidad, se registren r características diferentes bajo cada una de las q ocasiones de medida. El resultado para cada una de las unidades que configuran el diseño es una respuesta r -dimensional en q ocasiones que puede ser descrita dentro del contexto del modelo lineal general como sigue:

$$(1) \quad Y = XB + U,$$

donde Y es la matriz de respuestas de orden $N \times t$, $t = qr$, X es la matriz de diseño de orden $N \times p$ con rango $(X) = p$, B es la matriz de parámetros no aleatorios (p.e., medias de la población) de orden $p \times t$ y U es la matriz de errores de orden $N \times t$. Las respuestas son ordenadas por columnas conforme a las variables dependientes y dentro de éstas conforme a las ocasiones de medida. Si denotamos por u'_i el vector de errores aleatorios correspondiente al sujeto i -ésimo, es asumido que

$$(2) \quad u'_i \sim N(0, \Sigma),$$

donde la matriz de covarianzas Σ es una matriz definida positiva de orden $t \times t$. El hecho de que la forma Σ no dependa de i supone que todos los vectores de errores aleatorios u tienen la misma matriz Σ y, por ende, que dichas matrices son homogéneas. Sin embargo, puede ocurrir que no todos los vectores de errores tengan la misma matriz Σ , en estos casos, puede resultar más adecuado usar pruebas que no requieran satisfacer el supuesto de igualdad de las matrices de dispersión. Por tal motivo, en los apartados que siguen se describen tres enfoques diferentes. El primero es pertinente cuando se cumple que la forma de Σ no depende de la población de la que se extraen las n_j unidades experimentales, mientras que los dos restantes lo son cuando el supuesto no se satisface.

2.1. Enfoque del modelo doblemente multivariado

Para probar que h funciones estimables tienen un valor especificado, la hipótesis nula, H_0 , es expresada como sigue:

$$(3) \quad H_0 : C'BA = 0,$$

donde la matriz C' , de dimensión $h \times p$ con rango $(C) = h$, es usada para definir un conjunto de h contrastes entre los grupos de tratamiento y la matriz A , de dimensión $t \times k$ con rango $(A) = k$, es usada para definir un conjunto de k contrastes entre las diferentes ocasiones de medida para cada una de las r variables dependientes. La matriz B ya ha sido definida con anterioridad.

Los estadísticos usados para comprobar las hipótesis de interés son función de las raíces características de HE^{-1} , donde las matrices sumas de cuadrados y productos cruzados (SCPC) correspondientes a la hipótesis y al error son obtenidas como sigue:

$$(4) \quad H = (C' \hat{B} A)' [C' (X' X)^{-1} C]^{-1} (C' \hat{B} A) \quad y \quad E = A' Y' [I - X(X' X)^{-1} X'] Y A.$$

Denotando por $W_t = (v, A' \Sigma A, \Xi)$ la distribución Wishart no central de dimensión t con v grados de libertad, matriz de covarianza $A' \Sigma A$ y matriz de no centralidad $\Xi [\Xi = (A' \Sigma A)^{-1} \Phi]$, Boik (1988) muestra que H y E se distribuyen independientemente como sigue:

$$(5) \quad H \sim W_t[v_h, A' \Sigma A, (A' \Sigma A)^{-1} \Phi] \quad y \quad E \sim W_t[v_e, A' \Sigma A, 0],$$

donde $v_h = h = \text{rango de } C$ y $v_e = N - p$ son, respectivamente, los grados de libertad de matrices H y E , $\Phi = (C' B A)' [C' (X' X)^{-1} C]^{-1} (C' B A)$ y $\Sigma = (N - p)^{-1} \{Y' [I - X(X' X)^{-1} X'] Y\}$.

Habiendo computado las matrices SCPC correspondientes a la hipótesis H y al error E cualquiera de los criterios estadísticos existentes (p.e, la traza generalizada de Hotelling o lambda de Wilks) puede ser utilizado para comprobar la veracidad de la hipótesis nula.

La hipótesis de ausencia de interacción entre los grupos y las ocasiones de medida del diseño multivariado split-plot se prueba definiendo las matrices de contrastes C' y A como

$$(6) \quad \begin{matrix} C' & = [I_{p-1} : -1] & y & A & = I_r \otimes \begin{bmatrix} I_{q-1} \\ \vdots \\ -1 \end{bmatrix}, \\ (p-1) \times p & & & t \times (q-1)r & \end{matrix}$$

donde $\otimes$ denota el producto de Kronecker. A su vez, para probar la hipótesis nula multivariada de igualdad de las ocasiones de medida (modelo noaditivo y medias no ponderadas), la matriz A se define como en la ecuación (6) y C es una matriz de identidad de orden $p \times p$.

Ambas hipótesis fueron probadas usando la aproximación F de Rao (1951) a la lambda de Wilks (1932) que sigue:

$$(7) \quad F = \frac{1 - \Lambda^{1/s}}{\Lambda^{1/s}} \left(\frac{v_2}{v_1} \right),$$

donde $s = [(m^2 v_h^2 - 4)/(m^2 + v_h^2 - 5)]^{1/2}$, $v_1 = m v_h$, $v_2 = \{[v_e - (m - v_h + 1)/2]s - (m v_h - 2)/2\}$, y $\Lambda = |E|/|E + H|$, con m igual a la dimensión de E y H . Cada una de estas hipótesis fue rechazada al nivel α si $F > F_{(1-\alpha); v_1, v_2}$, donde $F_{(1-\alpha); v_1, v_2}$ es el 100(1 - α)ésimo percentil de la distribución F con v_1 y v_2 y grados de libertad.

2.2. El procedimiento de Brown-Forsythe

Para probar la hipótesis de igualdad de p medias cuando las varianzas de la población son heterogéneas, Brown y Forsythe (1974) propusieron el estadístico

$$(8) \quad F^* = \frac{(C'\hat{\beta})'[C(X'X)^{-1}C'(C'\hat{\beta})]/(p-1)}{\left[\sum_{j=1}^p c_j \hat{\sigma}_j^2 \right]},$$

donde $\hat{\sigma}_j^2 = y_j'[I - X(X'X)^{-1}X']y_j$ y $c_j = (1 - n_j/N)$. El estadístico F^* se distribuye aproximadamente como F con $p-1$ y f^* grados de libertad, donde

$$(9) \quad f^* = \left[\sum_{j=1}^p c_j \sigma_j^2 \right]^2 \cdot \left[\sum_{j=1}^p \frac{c_j^2 \sigma_j^4}{(n_j - 1)} \right]^{-1}$$

es determinado usando el método de Satterthwaite (1941).

Coombs y Algina (1992, 1996) han extendido el enfoque de Brown y Forsythe al ámbito multivariado, reemplazando medias y varianzas por las matrices *SCPC* correspondientes a la hipótesis y al error. Para el diseño propuesto, los estadísticos usados para contrastar las hipótesis de interés son función de las raíces características de $H\tilde{E}^{-1}$. Donde

$$(10) \quad H = (C'\hat{B}A)'[C'X'X)^{-1}C]^{-1}(C'\hat{B}A) \quad \text{y} \quad \tilde{E} = \left(\frac{v_e^*}{p-1} \right) \sum_{j=1}^p c_j A' \Sigma_j A.$$

Aplicando los resultados de Nel y van der Merwe (1986), la matriz $\sum_{j=1}^p c_j A' \Sigma_j A$ puede ser aproximada como una suma de distribuciones Wishart

$$(11) \quad \sum_{j=1}^p (c_j A' \Sigma_j A) \sim SW_{qr} \left(v_1^*, \dots, v_p^*, \frac{c_1}{v_1^*} A' \Sigma_1 A, \dots, \frac{c_p}{v_p^*} A' \Sigma_p A \right),$$

con grados de libertad

$$(12) \quad v_e^* = \frac{tr \left[\sum_{j=1}^p (c_j A' \Sigma_j A) \right]^2 + \left[tr \sum_{j=1}^p (c_j A' \Sigma_j A) \right]^2}{\sum_{j=1}^p \frac{1}{n_j - 1} \left\{ tr (c_j A' \Sigma_j A)^2 + [tr (c_j A' \Sigma_j A)]^2 \right\}},$$

donde tr denota el operador traza.

Las dos hipótesis de interés del diseño se prueban definiendo las matrices C' y A en los mismos términos que bajo el enfoque MDM y utilizando, con las modificaciones oportunas, la aproximación F a la lambda de Wilk propuesta por Rao que sigue:

$$(13) \quad F = \frac{1 - \Lambda^{1/s}}{\Lambda^{1/s}} \left(\frac{v_2^*}{v_1} \right),$$

donde $s = [(m^2 v_h^2 - 4)/(m^2 + v_h^2 - 5)]^{1/2}$, $v_1 = mv_h$ y $v_2^* = \{[v_e^* - (m - v_h + 1)/2]s - (mv_h - 2)/2\}$, con m igual a la dimensión de $\tilde{E}$ y H . Cada una de estas hipótesis se rechaza al nivel α si $F > F_{(1-\alpha); v_1, v_2^*}$, donde $F_{(1-\alpha); v_1, v_2^*}$ es el $100(1 - \alpha)$ ésimo percentil de la distribución F con v_1 y v_2^* grados de libertad.

2.3. El procedimiento de Welch-James

La otra solución propuesta para probar la igualdad de vectores de medias cuando las matrices de dispersión difieren entre sí, es la versión multivariada del enfoque Welch-James desarrollada por Keselman *et al.* (1993) sobre la base del trabajo de Johansen (1980). La hipótesis lineal general para esta solución es

$$(14) \quad H_0 : R\mu = 0$$

donde $R = [C' \otimes (I_r \otimes A')]$ es una matriz de contrastes cuyo orden depende de la hipótesis que estemos probando y $\mu = \text{vec}(\mu') = (\mu_1 \dots \mu_p)'$, con $\mu_j = [\mu_{j1} \dots \mu_{jt}]$. Así pues, μ es un vector columna con los pt elementos obtenidos tras concatenar verticalmente los vectores de medias μ_j . La prueba estadística viene dada por

$$(15) \quad T_{W-J} = (R\hat{\mu})'(RPR')^{-1}(R\hat{\mu}),$$

donde P es una matriz diagonal a bloques de orden $pt \times pt$ con cada una de las matrices de dispersión muestrales ponderadas por n_j a lo largo de la diagonal principal. El estadístico T_{WJ} dividido por una constante, c , es convenientemente aproximado mediante la distribución F con grados de libertad v_1 (rango de la matriz R) y $v_2 = v_1(v_1 + 2)/3A$. La constante $c = v_1 + 2A - 6A/(v_1 + 2)$, con

$$(16) \quad A = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^p \left[\text{tr} \{ PR'(RPR')^{-1} RQ_j \}^2 + \{ \text{tr} (PR'(RPR')^{-1} RQ_j) \}^2 \right] / (n_j - 1),$$

donde Q_j es una matriz diagonal de bloques de orden $pt \times pt$ con el j -ésimo bloque igual a una matriz de identidad de orden $t \times t$ y el resto ceros.

Como muestran Vallejo y Escudero (1998), la forma de R para probar la hipótesis lineal general $H_0 : R\mu = 0$ depende del efecto que se desee contrastar. Para el caso concreto de la interacción, $R = [C' \otimes (I_r \otimes A')]$ es una matriz de orden $(p-1)(q-1)r \times pt$, donde

C' es una matriz de coeficientes de orden $(p-1) \times p$ que determina los elementos de B a incluir en H_0 , A es una matriz de coeficientes de orden $q \times (q-1)$ que nos permite generar hipótesis entre los diferentes niveles de la variable ocasiones de medida e I_r es una matriz de identidad de orden $r \times r$. Mientras que para la hipótesis multivariada de igualdad de las ocasiones de medida (modelo no aditivo y medias no ponderadas), $R = [C' \otimes (I_r \otimes A')]$ es una matriz de orden $p(q-1)r \times pt$, donde C' es una matriz de identidad de orden $p \times p$, A es una matriz de contrastes de orden $q \times (q-1)$ e I_r es una matriz de identidad de orden $r \times r$.

Para ambos efectos la $H_0 : R\mu = 0$ se rechaza al nivel α si $T_{WJ}/c > F_{(1-\alpha);v_1,v_2}$, donde $F_{(1-\alpha);v_1,v_2}$ es el $100(1-\alpha)$ ésimo percentil de la distribución F con grados de libertad v_1 y v_2 .

3. MÉTODO

Para investigar el desempeño de las diferentes estrategias analíticas realizamos un estudio de simulación Monte Carlo con datos muestreados desde distribuciones normales multivariadas en el que estimamos las tasas de error de Tipo I y la potencia estadística de las pruebas (bajo hipótesis alternativa el patrón de configuración de las medias fue el de rango mínimo). Para ello manipulamos el tamaño de muestra, el equilibrio de los grupos, la relación entre el tamaño de los grupos y el de las matrices de dispersión y el tipo de matrices de dispersión. Con respecto al primer criterio, las hipótesis a comparar son las referidas a diseños de medidas parcialmente repetidas (tres grupos de tratamiento, $p = 3$, tres medidas repetidas, $q = 3$ y tres variables dependientes, $r = 3$) con vectores de observaciones del mismo tamaño ($n_1 = n_2 = n_3 = 12$ y $n_1 = n_2 = n_3 = 18$) y vectores de observaciones de tamaño distinto. Estos valores muestrales no se fijaron arbitrariamente, sino que a la vista de los resultados encontrados por Tang y Algina (1993), se seleccionaron los valores de N de modo que la razón entre éstos y el número de variables dependientes se encontrase comprendida entre diez y veinte. Además, también se tuvo en cuenta que dichos valores muestrales fueran representativos de los hallados con relativa frecuencia en las investigaciones psicológicas y educacionales.

En lo que se refiere al segundo criterio, se manipularon condiciones con iguales tamaños de muestra ($n_1 = n_2 = n_3 = 12$ y $n_1 = n_2 = n_3 = 18$) y con distinto tamaño de muestra ($n_1 = 9, n_2 = 12, n_3 = 15$ y $n_1 = 12, n_2 = 18, n_3 = 24$). Para cada valor de N manipulamos la desigualdad del tamaño de los grupos de una manera leve y moderada, en concreto, los coeficientes de variación de los tamaños muestrales oscilaron en torno a 0.20 y 0.28. A su vez, las razones entre los grupos con menor tamaño de muestra ($n_{\min}$) y el número de variables dependientes multiplicado por el de medidas repetidas menos uno se fijaron en 1.5 y 2. Dichos valores resultan habituales en los trabajos de experimentación de muchos investigadores.

Por lo que respecta al tercer criterio, investigamos el comportamiento de los enfoques cuando la naturaleza de la relación entre el tamaño de los grupos y el tamaño de las matrices de dispersión era, tanto positiva como negativa. Una relación positiva implica que el grupo de menor tamaño se asocia con la matriz de dispersión más pequeña, mientras que una relación negativa implica que el grupo de menor tamaño se asocia con la matriz de dispersión más grande. El grado de heterogeneidad de las matrices de dispersión incluido en el presente trabajo fue $\Sigma_3 = 5\Sigma_1$ y $\Sigma_2 = 3\Sigma_1$.

A su vez, por lo que respecta al cuarto criterio, las matrices de dispersión $A'\Sigma A$ fueron seleccionadas sobre la base de las características que siguen:

- A: Estructura de Kronecker [$A'\Sigma A = \Psi \otimes I$] y el valor de $\varepsilon_1 = 1.00$ y el de $\varepsilon_2 = 1.00$
- B: Estructura de Kronecker [$A'\Sigma A = \Psi \otimes I$] y el valor de $\varepsilon_1 = 0.50$ y el de $\varepsilon_2 = 1.00$
- C: Estructura de Kronecker [$A'\Sigma A = \Psi \otimes \Omega$] y el valor de $\varepsilon_1 = 0.50$ y el de $\varepsilon_2 = 0.75$
- D: Estructura de Kronecker [$A'\Sigma A \neq \Psi \otimes \Omega$] y el valor de $\varepsilon_1 = 0.50$ y el de $\varepsilon_2 = 0.75$
- E: Estructura de Kronecker [$A'\Sigma A \neq \Psi \otimes \Omega$] y el valor de $\varepsilon_1 = 0.33$ y el de $\varepsilon_2 = 0.57$

Las tres primeras matrices tienen estructura de Kronecker, además las matrices correspondientes a los casos A y B presentan esfericidad multivariada, mientras que la matriz correspondiente al caso C tiene estructura de Kronecker, pero carece de esfericidad. Las dos últimas fueron seleccionadas de manera tal que el grado de desviación de la estructura de Kronecker (δ) fuese leve, como sucede con la matriz correspondiente al caso D ($\delta = 0.014$), o bien severo, como ocurre con la matriz correspondiente al caso E ($\delta = 0.678$). Donde ε_1 se refiere al factor de corrección de Greenhouse y Geisser (1959) y ε_2 al factor de corrección de Boik (1991). Las matrices de dispersión con los valores especificados de epsilon se lograron mediante el algoritmo desarrollado por Cornell, Young y Bratcher (1991).

Las simulaciones fueron ejecutadas generando observaciones desde distribuciones normales. Para ello, en un principio, vectores de observaciones pseudoaleatorios $y'_{ij1}, y'_{ij2}, \dots, y'_{ijr}$, con vector de medias $\mu'_j = [\mu_{j1}, \mu_{j2}, \dots, \mu_{jk1}, \dots, \mu_{jkr}]$ y matriz de varianzas-covarianzas Σ , fueron obtenidos desde distribuciones normales con $\mu = 0$ y $\sigma^2 = 1$ utilizando el programa GAUSS (v.3.2.32). A continuación, las pertinentes observaciones multivariadas se consiguieron siguiendo el método de Schauer y Stoller (1966); esto es,

$$(17) \quad y'_{ij} = Tz_{ij} + \mu_{ij}$$

donde T es la factorización Cholesky de Σ_j y z_{ij} es un vector de variables normales generado de acuerdo al algoritmo propuesto por Kinderman y Ramage (1976).

Por último, mediante un programa escrito en GAUSS (1997) se efectuó el análisis del conjunto de datos simulados con cada uno de los enfoques expuestos; esta operación permite comparar el comportamiento de las técnicas en relación con cada una de las

variables manipuladas. Las comparaciones fueron efectuadas examinando las tasas de error de Tipo I y la potencia de las pruebas. Bajo H_0 la proporción empírica de errores de Tipo I se obtuvo dividiendo el número de veces que cada estadístico excedía su valor crítico por el de réplicas efectuadas. A su vez, la potencia de prueba correspondiente a las ocasiones de medida e interacción grupos $\times$ ocasiones se obtuvo dividiendo el número de veces que la H_0 era correctamente rechazada por el número de réplicas practicadas. Para cada condición manipulada se han efectuado 10.000 replicaciones adoptando los niveles de significación $\alpha = 0.01$ y $\alpha = 0.05$.

4. RESULTADOS

Las tasas empíricas de error de Tipo I consideradas aceptables en el presente trabajo han sido aquellas que se encuentran comprendidas dentro del intervalo más/menos dos errores estándar (SE). Los errores estándar mostrados para las estimaciones empíricas de los niveles de significación se obtuvieron mediante la expresión $[\alpha(1 - \alpha)/g]^{1/2}$, donde g denota el número de réplicas efectuadas. Las estimaciones empíricas que en la Tablas 1 y 2 aparecen resaltadas en negrita, son aquellas que han sido declaradas significativas por encontrarse fuera de las bandas de $\pm 2SE$ y, por ende, representan situaciones en las que los diferentes enfoques dejan de comportarse de una manera robusta. Con 10.000 replicaciones para $\alpha = 0.05$, el intervalo criterio fue $(0.0456 \leq \hat{\alpha} \leq 0.0543)$, mientras que para $\alpha = 0.01$ el intervalo criterio fue $(0.00801 \leq \hat{\alpha} \leq 0.00119)$. A su vez, para evaluar la robustez de la potencia, se compararon los distintos procedimientos entre sí y se comprobó cual resultaba más potente cuando el supuesto de homogeneidad de las matrices no se satisfacía.

4.1. Tasas empíricas de error de Tipo I y de potencia para las ocasiones de medida

La Tabla 1 contiene las tasas empíricas de error y de potencia correspondientes a las ocasiones de medida para los tres procedimientos analíticos de interés, bajo cada una de las diferentes condiciones manipuladas. Por lo que se refiere a las tasas de error de Tipo I asociadas con el enfoque *MDM*, los datos presentados en la Tabla 1 ponen de relieve los aspectos siguientes: En primer lugar, cuando el diseño estaba equilibrado el enfoque *MDM* siempre se comportaba de un modo ligeramente liberal; por ejemplo, cuando $n_1 = n_2 = n_3 = 12$, las tasas de error empíricas promediadas a lo largo de las diferentes estructuras de covarianza fueron $\hat{\alpha} = 0.071$ y $\hat{\alpha} = 0.0159$, para cada uno de los niveles de significación nominal utilizados. Si se mantenía el equilibrio entre los grupos, la liberalidad disminuía conforme se incrementaba el tamaño de muestra. En segundo lugar, cuando el diseño estaba desequilibrado y existía una relación positiva entre el tamaño de los grupos y el de las matrices de dispersión, el enfoque *MDM* siempre se volvía conservador; por ejemplo, cuando $n_1 = 9, n_2 = 12$ y $n_3 = 15$, las tasas de error

Tabla 1. Tasas empíricas de error y de potencia para las ocasiones de medida bajo el modelo no aditivo.

Σ	n_1	n_2	n_3	MDM		BF		WJ		MDM		BF		WJ	
				$\alpha = .05$	$\alpha = .01$	$\alpha = .05$	$\alpha = .01$	$\alpha = .05$	$\alpha = .01$	$\alpha = .05$	$\alpha = .01$	$\alpha = .05$	$\alpha = .01$	$\alpha = .05$	$\alpha = .01$
A	12	12	12	0.0708	0.0147	0.0471	0.0087	0.0518	0.0096	0.5448	0.2940	0.4656	0.2103	0.5055	0.2386
	09	12	15	0.0282	0.0049	0.0424	0.0068	0.0543	0.0118	0.4083	0.1715	0.4907	0.2347	0.5588	0.2885
	15	12	09	0.1453	0.0443	0.0426	0.0071	0.0535	0.0090	0.6432	0.3978	0.3670	0.1286	0.3983	0.1454
	18	18	18	0.0659	0.0153	0.0507	0.0100	0.0534	0.0098	0.7787	0.5373	0.7404	0.4768	0.7471	0.4720
	12	18	24	0.0128	0.0020	0.0342	0.0061	0.0469	0.0085	0.6014	0.3212	0.7477	0.4789	0.8002	0.5522
B	24	18	12	0.1684	0.0589	0.0543	0.0091	0.0505	0.0082	0.8425	0.6580	0.6043	0.3180	0.5762	0.2730
	12	12	12	0.0704	0.0160	0.0475	0.0093	0.0542	0.0113	0.6451	0.3828	0.5695	0.2805	0.5966	0.3109
	09	12	15	0.0267	0.0052	0.0399	0.0073	0.0527	0.0120	0.5156	0.2486	0.6021	0.3196	0.6691	0.3871
	15	12	09	0.1402	0.0455	0.0442	0.0648	0.0543	0.0089	0.7179	0.4808	0.4492	0.1731	0.4774	0.1972
	18	18	18	0.0627	0.0158	0.0488	0.0104	0.0501	0.0094	0.8758	0.6576	0.8256	0.5933	0.8359	0.6022
C	12	18	24	0.0135	0.0024	0.0351	0.0054	0.0462	0.0089	0.7236	0.4437	0.8460	0.6271	0.8861	0.6933
	24	18	12	0.1777	0.0649	0.0538	0.0099	0.0482	0.0081	0.8998	0.7611	0.7166	0.4242	0.6753	0.3814
	12	12	12	0.0693	0.0166	0.0465	0.0089	0.0522	0.0106	0.5424	0.2909	0.4690	0.2045	0.5086	0.2416
	09	12	15	0.0284	0.0043	0.0398	0.0073	0.0549	0.0107	0.4022	0.1828	0.4877	0.2349	0.5561	0.2882
	15	12	09	0.1407	0.0429	0.0407	0.0061	0.0527	0.0082	0.6432	0.3990	0.3712	0.1313	0.3995	0.1495
D	18	18	18	0.0625	0.0147	0.0482	0.0101	0.0512	0.0098	0.7740	0.5332	0.7413	0.4774	0.7478	0.4740
	12	18	24	0.0143	0.0018	0.0355	0.0070	0.0495	0.0101	0.5955	0.3177	0.7491	0.4835	0.7991	0.5649
	24	18	12	0.1712	0.0561	0.0543	0.0111	0.0513	0.0093	0.8444	0.6563	0.6154	0.3159	0.5723	0.2814
	12	12	12	0.0717	0.0155	0.0466	0.0092	0.0547	0.0099	0.5519	0.3144	0.4737	0.2125	0.5002	0.2303
	09	12	15	0.0241	0.0046	0.0373	0.0063	0.0549	0.0103	0.4053	0.1642	0.4886	0.2228	0.5597	0.2786
E	15	12	09	0.1438	0.0482	0.0448	0.0067	0.0539	0.0094	0.6445	0.4011	0.3693	0.1312	0.4054	0.1495
	18	18	18	0.0661	0.0156	0.0507	0.0098	0.0489	0.0103	0.7728	0.5442	0.7413	0.4774	0.7363	0.4671
	12	18	24	0.0147	0.0020	0.0378	0.0069	0.0518	0.0084	0.6002	0.3140	0.7426	0.4799	0.8042	0.5623
	24	18	12	0.1698	0.0605	0.0536	0.0105	0.0498	0.0083	0.8369	0.6608	0.6052	0.3167	0.5830	0.2804
	12	12	12	0.0728	0.0171	0.0496	0.0094	0.0539	0.0104	0.5239	0.2750	0.4451	0.1985	0.4817	0.2180
	09	12	15	0.0270	0.0049	0.0398	0.0071	0.0555	0.0113	0.3723	0.1533	0.4559	0.2013	0.5272	0.2539
	15	12	09	0.1409	0.0440	0.0432	0.0067	0.0503	0.0089	0.6207	0.3748	0.3478	0.1158	0.3777	0.1368
	18	18	18	0.0652	0.0142	0.0496	0.0102	0.0517	0.0100	0.7424	0.5039	0.7039	0.4355	0.7097	0.4358
	12	18	24	0.0149	0.0023	0.0345	0.0065	0.0508	0.0095	0.5578	0.2817	0.7314	0.4407	0.7742	0.5228
	24	18	12	0.1729	0.0593	0.0544	0.0097	0.0506	0.0084	0.8151	0.6253	0.5743	0.2912	0.5523	0.2619

MDM = Modelo doblemente multivariado; BF = Procedimiento de Brown-Forsythe; WJ = Procedimiento de Welch-James.

empíricas promediadas a través de las cinco matrices de dispersión fueron $\hat{\alpha} = 0.0268$ y $\hat{\alpha} = 0.0048$, para cada uno de los niveles de significación utilizados. El grado de conservadurismo se incrementaba conforme lo hacía el coeficiente de variación muestral. En tercer lugar, cuando el tamaño de los grupos era desigual y existía una relación negativa entre el tamaño de los grupos y el tamaño de las matrices de dispersión, el enfoque *MDM* siempre se volvía liberal; por ejemplo, cuando $n_1 = 15$, $n_2 = 12$ y $n_3 = 9$, las tasas de error empíricas promediadas a lo largo de las distintas matrices de dispersión fueron $\hat{\alpha} = 0.1421$ y $\hat{\alpha} = 0.0449$, para cada uno de los niveles de significación utilizados. En esta situación, a diferencia de lo que sucedía cuando el diseño estaba equilibrado, el enfoque se tornaba más liberal conforme se incrementaba el valor de N .

Con respecto a las tasas de error de Tipo I asociadas con el procedimiento *BF*, los datos de la Tabla 1 muestran dos cosas: por un lado, que cuando el diseño estaba equilibrado el procedimiento mantenía siempre las tasas de error controladas dentro del intervalo definido y, por otro lado, que el procedimiento se volvía ligeramente conservador para el resto de las condiciones investigadas. Si bien el grado de conservadurismo no permanecía estable, pues cuando la relación entre el tamaño de los grupos y el de las matrices de dispersión era positiva el grado de conservadurismo se incrementaba conforme lo hacía el coeficiente de variación muestral, mientras que cuando la relación era negativa el valor empírico de α se aproximaba estrechamente a su valor nominal al incrementarse el coeficiente de variación muestral.

A su vez, por lo que respecta a las tasas de error de Tipo I asociadas con el procedimiento de *WJ*, los resultados que aparecen recogidos en la Tabla 1 evidencian la honradez del enfoque de *WJ*, pues en cincuenta y nueve de las sesenta condiciones investigadas las tasas de error se encontraban dentro del criterio de $\pm 2SE$. Apuntar si acaso, que cuando $n_{\min}/r(q-1)$ se fijó en 1.5 las tasas de error tendían a ser mayores.

En lo referido a la potencia de las pruebas, de los resultados esquematizados en la Tabla 1, conviene destacar, sobre manera, que ningún enfoque es uniformemente más potente que sus competidores. Sin embargo, por lo que respecta a los dos que arrojan resultados más parecidos, en concreto los de *BF* y *WJ*, el procedimiento de *WJ* resultó ser siempre más potente que el *BF*, excepción hecha de la condición en que la relación entre el tamaño de los grupos y el de las matrices de dispersión era negativa y el valor de $N = 54$. El enfoque *MDM*, que como se ha resaltado, no controlaba bajo ninguna de las condiciones examinadas las tasas de error de Tipo I, resultaba más potente que sus rivales cuando se comportaba de una manera liberal, esto es, cuando el diseño estaba equilibrado o cuando la relación entre el tamaño de los grupos y el tamaño de las matrices de dispersión era negativa, mientras que cuando dicha relación era positiva resultaba bastante menos potente que los otros enfoques considerados.

Tabla 2. Tasas empíricas de error y de potencia para la interacción grupos de tratamiento $\times$ ocasiones de medida.

Σ	n_1	n_2	n_3	MDM		BF		WJ		MDM		BF		WJ	
				$\alpha = .05$	$\alpha = .01$	$\alpha = .05$	$\alpha = .01$	$\alpha = .05$	$\alpha = .01$	$\alpha = .05$	$\alpha = .01$	$\alpha = .05$	$\alpha = .01$	$\alpha = .05$	$\alpha = .01$
A	12	12	12	0.0783	0.0181	0.0455	0.0091	0.1059	0.0292	0.5812	0.3180	0.4718	0.2095	0.5643	0.3044
	09	12	15	0.0309	0.0051	0.0499	0.0106	0.0942	0.0246	0.4287	0.1823	0.5555	0.2788	0.7415	0.4661
	15	12	09	0.1512	0.0494	0.0246	0.0030	0.1476	0.0517	0.7633	0.5199	0.3663	0.1110	0.7180	0.4281
	18	18	18	0.0718	0.0197	0.0517	0.0118	0.0692	0.0152	0.8587	0.6476	0.8104	0.5576	0.9207	0.7432
	12	18	24	0.0079	0.0007	0.0496	0.0106	0.0651	0.0155	0.6416	0.3220	0.8659	0.6609	0.9172	0.7467
B	24	18	12	0.1770	0.0627	0.0366	0.0067	0.0963	0.0271	0.9385	0.8176	0.6990	0.3871	0.8782	0.6482
	12	12	12	0.0708	0.0161	0.0463	0.0099	0.1049	0.0280	0.6234	0.3540	0.5206	0.2366	0.7348	0.4503
	09	12	15	0.0310	0.0076	0.0514	0.0110	0.0980	0.0271	0.4161	0.1832	0.5468	0.2718	0.7433	0.4705
	15	12	09	0.1496	0.0515	0.0278	0.0031	0.1439	0.0498	0.7605	0.5166	0.3569	0.1168	0.7136	0.4290
	18	18	18	0.0719	0.0175	0.0532	0.0101	0.0709	0.0169	0.8560	0.6412	0.8113	0.5559	0.9237	0.7447
C	12	18	24	0.0074	0.0010	0.0525	0.0109	0.0634	0.0154	0.6407	0.3257	0.8155	0.5620	0.9241	0.7452
	24	18	12	0.1826	0.0660	0.0396	0.0056	0.0943	0.0259	0.9384	0.8229	0.7006	0.3897	0.8771	0.6503
	12	12	12	0.0751	0.0194	0.0464	0.0085	0.1050	0.0274	0.6221	0.3602	0.5229	0.2415	0.7375	0.4567
	09	12	15	0.0316	0.0079	0.0490	0.0111	0.1012	0.0264	0.4351	0.1900	0.5585	0.2892	0.7440	0.4703
	15	12	09	0.1526	0.0501	0.0257	0.0031	0.1503	0.0472	0.7644	0.5227	0.3702	0.1123	0.7179	0.4135
D	18	18	18	0.0700	0.0184	0.0505	0.0114	0.0711	0.0137	0.8584	0.6517	0.8155	0.5620	0.9241	0.7490
	12	18	24	0.0094	0.0012	0.0512	0.0119	0.0664	0.0142	0.6438	0.3275	0.8734	0.6593	0.9190	0.7575
	24	18	12	0.1826	0.0662	0.0433	0.0067	0.0972	0.0283	0.9468	0.8253	0.7060	0.3897	0.8848	0.6545
	12	12	12	0.0728	0.0185	0.0452	0.0087	0.1020	0.0279	0.6223	0.3523	0.5160	0.2384	0.7381	0.4537
	09	12	15	0.0326	0.0043	0.0531	0.0096	0.0989	0.0263	0.4287	0.1815	0.5587	0.2778	0.7463	0.4760
E	15	12	09	0.1515	0.0500	0.0263	0.0036	0.1429	0.0478	0.7589	0.5112	0.3692	0.1127	0.7188	0.2444
	18	18	18	0.0650	0.0173	0.0481	0.0083	0.0693	0.0151	0.8622	0.6480	0.8134	0.5591	0.9227	0.7434
	12	18	24	0.0087	0.0027	0.0498	0.0110	0.0678	0.0143	0.6455	0.3264	0.8754	0.6600	0.9204	0.7470
	24	18	12	0.1854	0.0690	0.0423	0.0067	0.1030	0.0294	0.9467	0.8265	0.7014	0.3903	0.8838	0.6579
	12	12	12	0.0722	0.0182	0.0454	0.0091	0.1080	0.0289	0.6380	0.3708	0.5366	0.2588	0.7525	0.4761
	09	12	15	0.0321	0.0062	0.0518	0.0112	0.0966	0.0261	0.4573	0.2087	0.5841	0.3054	0.7643	0.4922
	15	12	09	0.1659	0.0559	0.0285	0.0027	0.1492	0.0506	0.7797	0.5446	0.3860	0.1182	0.7258	0.4432
	18	18	18	0.0700	0.0175	0.0487	0.0103	0.0681	0.0131	0.8735	0.6779	0.8350	0.5890	0.9352	0.7725
	12	18	24	0.0090	0.0010	0.0502	0.0115	0.0632	0.0163	0.6965	0.3765	0.8995	0.7113	0.9371	0.7904
	24	18	12	0.1845	0.0662	0.0397	0.0061	0.0959	0.0311	0.9470	0.8413	0.7171	0.4151	0.8900	0.6703

MDM = Modelo doblemente multivariado; BF = Procedimiento de Brown-Forsythe; WJ = Procedimiento de Welch-James.

4.2. Tasas empíricas de error de Tipo I y de potencia para la interacción grupos $\times$ ocasiones

La Tabla 2 contiene las tasas empíricas de error y de potencia correspondientes a la interacción para los tres procedimientos analíticos, bajo cada una de las diferentes condiciones manipuladas. Por lo que se refiere a las tasas de error de Tipo I asociadas con el enfoque *MDM*, los resultados obtenidos para la interacción son muy similares a los presentados en la Tabla 1 para el efecto principal correspondiente a las ocasiones de medida bajo el mismo procedimiento; por tanto, evitaremos volver a hacer hincapié en lo ya dicho.

A su vez, los resultados de la Tabla 2 asociados con el enfoque *BF* revelan, que si bien dicho enfoque controla adecuadamente la tasa de error en la mayoría de las situaciones estudiadas, existen algunos casos donde esto no sucede. Como se puede apreciar en la Tabla 2, siempre que la relación entre el tamaño de los grupos y el tamaño de las matrices de dispersión era negativa el procedimiento de *BF* se comportaba de una manera conservadora; no obstante, dicha conducta no permanecía estable, ya que el grado de conservadurismo tendía a disminuir al incrementarse el tamaño de muestra. Por ejemplo, para $\alpha = 0.05$ el valor de $\hat{\alpha}$ promediado a lo largo de las distintas matrices de varianzas-covarianzas fue de 0.0265 cuando $n_1 = 15$, $n_2 = 12$ y $n_3 = 9$, mientras que para el mismo nivel de significación el valor de $\hat{\alpha}$ fue 0.0403 cuando $n_1 = 24$, $n_2 = 18$ y $n_3 = 12$. A pesar de lo dicho, en lo referido a la interacción, el enfoque *BF* exhibe un comportamiento muy superior al resto procedimientos evaluados en este trabajo.

Con respecto al comportamiento del enfoque *WJ*, es notorio que los datos recogidos en la Tabla 2 realzan la excesiva liberalidad exhibida por el enfoque *WJ* a lo largo de todas las condiciones analizadas, de manera especial, cuando la relación entre el tamaño de los grupos y el tamaño de las matrices de dispersión era negativa. La incapacidad del enfoque *WJ* para controlar las tasas de error cuando el interés se centra en los efectos de la interacción no deja de ser chocante, al menos, si se tiene presente su robustez para controlar las tasas de error de Tipo I referidas a las ocasiones de medida.

Por último, en lo que a la potencia de las pruebas se refiere, los resultados recogidos en la Tabla 2 ponen de relieve varios aspectos. En primer lugar, que los diferentes procedimientos examinados tenían una mayor sensibilidad para captar la interacción entre los grupos de tratamiento y las ocasiones de medida que para captar las diferencias entre estas últimas. En segundo lugar, que ningún enfoque resultó uniformemente más potente que sus competidores, aunque, en líneas generales, el procedimiento de *WJ* fue el que mostró una mayor sensibilidad estadística y el de *BF* el que menor. Sin embargo, como se resaltó en el párrafo anterior, no conviene perder de vista que bajo H_0 el enfoque *WJ*, al revés de lo que ocurría con el de *BF*, no fue robusto para ninguna de las condiciones manipuladas. En tercer lugar, el enfoque *MDM*, que como también se ha resaltado tampoco controlaba las tasas de error de Tipo I bajo ninguna de las

condiciones examinadas, resultaba más potente que el de *BF* cuando el diseño estaba equilibrado o cuando la relación entre los tamaños de los grupos y el tamaño de las matrices de dispersión era negativa, mientras que cuando dicha relación era positiva la sensibilidad estadística era sustancialmente menor que la del procedimiento *BF*.

5. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

El propósito de este trabajo fue examinar el comportamiento de los procedimientos *MDM*, el *WJ* y *BF* cuando se incumplía el supuesto de homogeneidad de las matrices de dispersión en un diseño multivariado de medidas parcialmente repetidas.

Con independencia de la fuente de variación implicada, los resultados de nuestro estudio indican la falta de robustez del enfoque *MDM* a la violación del supuesto de homogeneidad de las matrices de dispersión; en particular, cuando el diseño no estaba equilibrado. El descubrimiento de que el enfoque *MDM* no es viable cuando las matrices de dispersión difieren entre sí, no hace más que confirmar y generalizar los descubrimientos hallados por numerosos investigadores (Keselman y Keselman, 1990; Keselman y Lix, 1997; Vallejo *et al.* 1999), tanto cuando las medidas repetidas eran obtenidas en la perspectiva univariada como multivariada. Al hilo de lo dicho, tenemos que concluir que el enfoque *MDM* no es robusto, lo cual contraviene la afirmación de Keselman y Lix (1997, p.333) de que, en muchos casos, el procedimiento controla adecuadamente las tasas de error. Pues bien, la razón de esta aparente discrepancia es más de forma que de fondo y no hay que buscarla en el distinto grado de heterogeneidad de las matrices (en ambos estudios la razón entre los elementos de las matrices fue de 1:3:5), sino más bien en los distintos tamaños de *N* utilizados en ambos estudios y, sobre todo, en la distinta medida utilizada para cuantificar la robustez; de haberse empleado el mismo criterio en ambos estudios las conclusiones serían muy parecidas. Cuando el diseño no es equilibrado, carece de sentido discutir si el enfoque controla o no la tasa de error escudándonos en utilizar un criterio liberal o conservador para medir la robustez. En esta situación el enfoque carece, claramente, de robustez y lo único que le cabe al investigador es decidir si opta por su abandono o por modificar los niveles de significación. Nosotros, a la luz de los resultados obtenidos recomendamos la primera solución, pues se nos antoja muy complicado sugerir una cantidad por la cual el investigador debería de multiplicar o dividir su nivel de significación nominal en función de la naturaleza de la relación existente entre el tamaño de los grupos y el tamaño de las matrices de dispersión.

Afortunadamente, a la hora de probar las hipótesis referidas a las fuentes de variación del diseño multivariado de medidas parcialmente repetidas, otras soluciones están disponibles (Wolfinger, 1996) y dos de ellas fueron aplicadas por nosotros. En lo tocante al efecto principal de las ocasiones de medida, los resultados ofrecidos en este trabajo

indican que el procedimiento de *WJ* proporciona un excelente control de las tasas de error de Tipo I bajo las diferentes condiciones manipuladas. Así pues, aunque Keselman *et al.* (1993) recomienden que el enfoque no debería utilizarse cuando el tamaño de muestra sea pequeño, los datos de nuestro estudio ponen de relieve que, al menos en lo referido a los efectos principales, tal vez sólo sea necesario cumplir con el requisito matemático de que el tamaño de los grupos exceda al de variables dependientes multiplicado por el número de medidas repetidas menos uno; esto es, que n sea mayor que $r(q - 1)$ cuando el diseño esté equilibrado y que $n_{\min}$ sea mayor que $r(q - 1)$ cuando no lo esté. Por su parte el procedimiento *BF* también ejercía un aceptable control de las tasas de error cuando el diseño estaba equilibrado o la relación entre el tamaño de los grupos y el tamaño de las matrices de dispersión era negativo; sin embargo, el procedimiento *BF* tenía un comportamiento conservador cuando la relación entre el tamaño de los grupos y el tamaño de las matrices de dispersión era positiva. Además, el grado de conservadurismo en vez de disminuir al incrementar la razón $n_{\min}/r(q - 1)$ de 1.5 a 2 se acrecentaba. Este último aspecto, unido a la mayor potencia mostrada por el enfoque *WJ*, nos lleva a que recomendamos utilizar el procedimiento *WJ* en orden a probar el efecto principal de las ocasiones de medida.

Finalmente, en lo que a los efectos de la interacción se refiere conviene destacar que, para condiciones similares a las manipuladas en nuestro estudio, el procedimiento *BF* proporciona un control de la tasa de error de Tipo I, sustancialmente mejor que el procedimiento *WJ*. Así pues, a la hora de probar hipótesis referidas a la interacción, nuestros resultados sugieren claramente que el procedimiento de *WJ* no debería ser utilizado, al menos, para tamaños de muestra similares a los empleados en este trabajo. Por consiguiente, dada la robustez del procedimiento *BF* a la falta de homogeneidad de las matrices de covarianza, todo indica que en estos casos el procedimiento a elegir debería ser el de *BF*. Con todo, en base a los recientes descubrimientos de Keselman y Lix (1997), conviene no olvidar que es posible obtener pruebas robustas del efecto de la interacción mediante el procedimiento *WJ* siempre y cuando la razón entre el tamaño de los grupos y el número de variables dependientes multiplicado por el de medidas repetidas menos una sea igual a 4 ó 5, dependiendo de si el diseño está o no equilibrado. En este caso, se plantea una nueva cuestión que, obviamente, dejaremos sin resolver, como es la referida a la sensibilidad estadística de las pruebas, pues cabe esperar que ambos procedimientos se comporten de una manera robusta cuando $n/r(q - 1) \geq 4$ y $n_{\min}/r(q - 1) \geq 5$. Otra cuestión sin resolver en el presente trabajo, y que sin duda puede afectar al alcance de las conclusiones actuales, tiene que ver con la estabilidad de los resultados obtenidos de utilizarse matrices de dispersión que no fuesen múltiplos unas de otras. No obstante, estamos seguros que futuras investigaciones se encargarán de esclarecerlo.

6. REFERENCIAS

- Algina, J. (1994). «Some alternative approximate tests for a split-plot design». *Multivariate Behavioral Research*, 29, 365-384.
- Boik, R.J. (1988). «The mixed model for multivariate repeated measures: Validity conditions and an approximate test». *Psychometrika*, 53, 469-486.
- Boik, R.J. (1991). «Scheffé's mixed model for multivariate repeated measures: A relative efficiency evaluation». *Communication Statistics-Theory and Methods*, 20, 1233-1255.
- Brown, M.B. and Forsythe, A.B. (1974). «The small sample behavior of some statistics which test the equality of several means». *Technometrics*, 16, 129-132.
- Coombs, W.T. and Algina, J. (1992). *Four news solutions to the multivariate G-sample Behrens-Fisher problem*. Paper presented at the meeting of the Psychometric Society, Columbus, Ohio.
- Coombs, W.T. and Algina, J. (1996). «New test statistics for MANOVA/descriptive discriminant analysis». *Educational and Psychological Measurement*, 58, 382-402.
- Cornell, J.E., Young, D.M. and Bratcher, T.L. (1991). «An algorithm for generating covariance matrices with specified departures from sphericity». *Journal of Computation and Simulation*, 34, 240-243.
- Davidson, M.L. (1972). «Univariate versus multivariate test in repeated measures experiments». *Psychological Bulletin*, 77, 446-452.
- GAUSS (1997). *The Gauss System* (Vers. 3.2.32). Washington: Aptech Systems, Inc.
- Greenhouse, S.W. and Geisser, S. (1959). «On methods in the analysis of profile data». *Psychometrika*, 24, 95-112.
- Johansen, S. (1980). «The Welch-James approximation of the distribution of the residual sum of squares in weighted linear regression». *Biometrika*, 67, 85-92.
- Keselman, H.J., Carriere, M.C. and Lix, L.M. (1993). «Testing repeated measures hypotheses when covariance matrices are heterogeneous». *Journal of Educational Statistics*, 18, 305-319.
- Keselman, J.C. and Keselman, H.J. (1990). «Analysing unbalanced repeated measures designs». *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, 43, 265-282.
- Keselman, H.J. and Lix, L.M. (1997). «Analysing multivariate repeated measures designs when covariance matrices are heterogeneous». *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, 50, 319-338.
- Kinderman, A.J. and Ramage, J.G. (1976). «Computer generation of normal random numbers». *Journal of the American Statistical Association*, 77, 893-896.
- Nel, D.G. and van der Merwe, C.A. (1986). «A solution to the multivariate Behrens-Fisher problem». *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 15, 3719-3735.
- Rao, C.R. (1951). «An asymptotic expansion of the distribution of Wilks's criterion». *Bulletin of the International Statistical Institute*, 33, Part 2, 177-180.
- Satterthwaite, F.E. (1941). «Synthesis of variance». *Psychometrika*, 6, 309-316.

- Scheffé, H. (1956). «A mixed model for the analysis of variance». *Annals of Mathematical Statistics*, 27, 23-36.
- Schauer, E.M. and Stoller, D.S. (1966). «On the generation of normal random vectors». *Technometrics*, 4, 278-280.
- Tang K.L. and Algina, J. (1993). «Performance of four multivariate tests under variance covariance heteroscedasticity». *Multivariate Behavioral Research*, 28, 391-405.
- Vallejo, G. y Escudero, J.R. (1998). «Algunas soluciones aproximadas para diseños split plot con matrices de dispersión arbitrarias». *Qüestió: Quaderns d'Estadística i Investigació Operativa*, 22(3), 443-468.
- Vallejo, G., Fernández, P., Fidalgo, A.M. y Escudero, J.R. (1999). «Comparación de la robustez de cuatro pruebas en un diseño multivariado split-plot». *Metodología de las Ciencias del Comportamiento*, 1, 1-23.
- Vallejo, G., Fidalgo, A.M. y Fernández, P. (1998). «Efectos de la no esfericidad en el análisis de diseños multivariados de medidas repetidas». *Anales de Psicología*, 14, 249-268.
- Vallejo, G. y Menéndez, I.A. (1997). «Una comparación de enfoques alternativos para el análisis de diseños multivariados de medidas repetidas». *Psicothema*, 9, 647-656.
- Wilks, S.S. (1932). «Certain generalizations in the analysis of variance». *Biometrika*, 24, 471-494.
- Wolfinger, R.D. (1996). «Heterogeneous variance-covariance structures for repeated measures». *Journal of Agricultural, Biological, and Environmental Statistics*, 1(2), 205-230.

ENGLISH SUMMARY

TESTING OF HYPOTHESES IN MULTIVARIATE SPLIT-PLOT DESIGNS WITH ARBITRARY DISPERSION MATRICES*

G. VALLEJO SECO
J. R. ESCUDERO GARCÍA
A. M. FIDALGO ALISTE
M. P. FERNÁNDEZ GARCÍA
Universidad de Oviedo*

The aim of this paper is to evaluate several multivariate procedures for testing omnibus null hypotheses for data gathered from multivariate split plot designs when the assumption of homogeneity of dispersion matrices is violated. An examination of these procedures for a wide number of variables confirms, on the one hand, the robustness of the Welch-James multivariate solution given by Johansen (1980) for testing the trials main effect hypothesis and, on the other hand, the robustness of the multivariate generalization of the Brown-Forsythe (1974) procedure for testing the groups x trial interaction. Our results also show that the power advantage was small in conditions in which the Welch-James and Brown-Forsythe tests control the Type I error rates.

Keywords: multivariate split-plot designs, arbitrary dispersion matrices, robust and powerful procedures

AMS Classification (MSC 2000): 62K10, 62J1

*This work has been supported by DGICYT (PS95-0228).

*Departamento de Psicología. Universidad de Oviedo. Plaza Feijoo, s/n. 33003 Oviedo.
gvallejo@sci.cpd.uniovi.es.

—Received March 1999.

—Accepted March 2000.

In analyzing data from repeated measures designs with multiple dependent variables, either a multivariate mixed model (MMM; the Scheffé's mixed model generalized for application to multivariate case) or doubly multivariate model (DMM) perspective may be used. Both analyses require multivariate normality and variance homogeneity. Besides that, Boik (1988) showed that, given the two previous conditions, a condition called multivariate sphericity of the covariance matrix is both necessary and sufficient for the validity of the MMM analysis. Simulation studies showed that the unadjusted *MMM* test cannot be recommended except when multivariate sphericity is known to hold (e.g., Boik, 1991; Vallejo & Menéndez, 1997). One situation in which the adjusted *MMM* test is more powerful than the *DMM* test occurs when sample size is very small; however, if sample size is large, the *DMM* test must be preferred (Boik, 1991; Vallejo & Menéndez, 1997; Vallejo, Fidalgo, & Fernández, 1998).

Vallejo, Fernández, Fidalgo, and Escudero (1999) evaluated the power and robustness for the *DMM* test and the ϵ_2 -corrected *MMM* test suggested by Boik (1991) in the presence of heteroscedasticity of the variance-covariance matrices and when data were non-normal in form under null and non-null hypothesis. Their results revealed that these tests were extremely sensitive to departures from covariance homogeneity when the design was unbalanced and the sample size was small. When the design was balanced both adjusted degrees of freedom univariate or multivariate approaches were generally robust to covariance heterogeneity. Data distribution had small effects on the Type I error rates and power for both procedures: the *DMM* test was slightly liberal when the model was additive and conservative when the model was nonadditive; its effect for ϵ -corrected *MMM* tests was small.

Keselman, Carriere, and Lix (1993) used results in Johansen (1980) to develop a Welch-James (WJ) multivariate test for testing the main and interaction effects in unbalanced repeated measures designs without assuming covariance homogeneity. Results in Keselman and Keselman (1993) showed that, when the main effect is tested, the WJ test controls the Type I error rate. However, for testing the interaction effect, the WJ test does not control the Type I error rate. The problem was most extreme when the largest group size was associated with the covariance matrix containing the smallest element values. Keselman presented similar results and Lix (1997) did so for the multivariate repeated measures designs.

In summary, the literature indicates that the WJ test for assessing the repeated measures interaction effect cannot be recommended when the design is unbalanced and the covariance matrices are heterogeneous if sample size is small. In order to circumvent such problems, the multivariate Brown and Forsythe (BF; 1974) test of the interaction effect, proposed by Coombs and Algina (1992), is a promising alternative to the WJ test, according to the results obtained by Algina (1994). Accordingly, the major purposes of this study were to compare the Type I error and power rates of the *DMM*, WJ and modified BF statistics for testing the between $\times$ within interaction and the within-subjects

main effect in multivariate repeated measures designs when covariance matrices were heterogeneous and the nonadditive model.

The study findings indicate that the *DMM* statistic cannot be recommended to test main and interaction effect hypothesis because it was not able to control the rate of Type I errors across all of the investigated conditions, especially when the design was unbalanced. These results are consistent with Keselman and Keselman's (1990), Keselman and Lix's (1997), and Vallejo et al's (1998) findings.

Fortunately, researchers have alternative analytic strategies: the *BF* and the *WJ* tests. The results indicate that, for testing the repeated measures main effect hypothesis, the *W-J* test can control the Type I error rate. As well, this control can be obtained even with small sample sizes whenever $n > r(q - 1)$ for balanced design or $n_{min} > r(q - 1)$ for unbalanced designs. Likewise, the *BF* test was robust when the design was balanced or the pairing pattern was negative. However, the *BF* test was always conservative for positive pairings. Moreover, the degree of conservativeness increased when the ratio $n_{min}/r(q - 1)$ increased from 1.5 to 2. Because the *WJ* procedure was more robust and displayed significant power advantage over the *BF* test, we recommended that for testing the repeated measures main effect the *WJ* test be used.

Investigació Operativa

GRAPHS, TOPOLOGIES AND SIMPLE GAMES^{*}

JESÚS MARIO BILBAO^{*}

Universidad de Sevilla

We study the existence of connected coalitions in a simple game restricted by a partial order. First, we define a topology compatible with the partial order in the set of players. Second, we prove some properties of the covering and comparability graphs of a finite poset. Finally, we analyze the core and obtain sufficient conditions for the existence of winning coalitions such that contains dominant players in simple games restricted by the connected subspaces of a finite topological space.

Keywords: Finite poset, covering and comparability graphs, simple games

AMS Classification (MSC 2000): MSC 1991: Primary: 90D12;
Secondary: 05C40

^{*} This work was supported by the project USE 97-191 of the University of Seville.

^{*} Matemática Aplicada II, Escuela Superior de Ingenieros. Camino de los Descubrimientos s/n, 41092 Sevilla. <http://www.esi.us.es/~mbilbao/> E-mail: mbilbao@cica.es.

—Received June 1999.

—Accepted June 2000.

1. INTRODUCTION

A simple game is a cooperative game in which every coalition is either winning or losing, with nothing in between. These games covers direct majority rule, weighted voting, bicameral or multicameral legislatures, committees and veto situations. For simple games it is generally assumed that there are no restrictions on cooperation and hence, every subset of players is a feasible coalition. However, in many social and economic situations, this model does not work. Axelrod (1970) defines a linear order relation, *policy order*, in the set of players and introduces the axiom of formation of connected coalitions, which are really convexes with respect to the order. Faigle and Kern (1992) proposed a model in which cooperation among players is restricted to some family of subsets of players, the *feasible* coalitions of the game. Their idea is to restrict the allowable coalitions by using underlying partially ordered sets. The purpose of this paper is to study the existence of winning and connected coalitions in situations where the preferences for communication among the players are modeled by a partial order. Furthermore, we study in a finite topological space, the *domination* situations given by Peleg (1981) and Einy (1985).

2. TOPOLOGY AND ORDER

Alexandroff (1937), has studied spaces endowed with the finest topology compatible with an order. In a poset $(P, \leq)$, the *topology of Alexandroff* $A(P, \leq)$ is the set of all upper sets of P . That is, $U \subseteq P$ is open if and only if $U = \uparrow U$, where $\uparrow U := \{y \in P : \exists x \in U, x \leq y\}$. Then, $A(P, \leq)$ is the finest topology where the sets $\downarrow(x) := \{y \in P : y \leq x\}$, are closed.

Moreover, there exists the lowest topology such that the down sets $\downarrow(x)$ are closed, and it is the upper interval topology $\Phi(P, \leq)$ (see Johnstone (1982)).

The *specialization ordering* on a topological space X is defined by $x \leq y$ if and only if $x \in \overline{\{y\}}$, i.e., $\overline{\{x\}} \subseteq \overline{\{y\}}$. This relation is a partial order if and only if the space X satisfies the axiom T_0 , that is, $\{x\} = \overline{\{x\}}$ implies $x = y$.

Definition 2.1.

A topology in the poset $(P, \leq)$ is compatible with the order if the specialization ordering induced by the topology coincides with the partial order of the poset.

A topology Ω in $(P, \leq)$ is compatible if and only if $\Phi(P, \leq) \subseteq \Omega \subseteq A(P, \leq)$. If the poset $(P, \leq)$ is finite, then $A(P, \leq) = \Phi(P, \leq)$ and is the unique T_0 topology compatible with

the order (see Johnstone, p. 248). In what follows, we assume that every finite poset is endowed with this T_0 topology and we denote this topological space by *FTS*.

A subspace S of a topological space is *connected* if there do not exist a partition of S into two disjoint nonempty open sets in S .

Let $(P, \leq)$ be a poset and let $x, y \in P$, with $x \leq y$. We consider the interval $[x, y] := \{z \in P : x \leq z \leq y\}$. The *cover relation* is defined by: $y \succ x$ if and only if the interval $[x, y] = \{x, y\}$.

For a poset $(P, \leq)$ we denote by $C(P)$ its *covering graph*, that is, the graph whose vertices are the elements of P and whose edges are those pairs $\{x, y\}$ for which $x \succ y$ or $y \succ x$. Then, the covering graph is the undirected Hasse diagram of $(P, \leq)$.

The *comparability graph* of the poset $(P, \leq)$ is the graph $G = (P, E)$ with $\{x, y\}$ in E whenever $x < y$ or $y < x$. Note that the transitive closure of the covering graph of P is its comparability graph. We consider the following subsets:

$$\Gamma^+(x) = \{y \in P : y \succ x\}, \quad \Gamma^-(x) = \{y \in P : y \prec x\}, \quad \Gamma(x) = \Gamma^+(x) \cup \Gamma^-(x).$$

Proposition 2.1.

Let $(P, \leq)$ be an *FTS*. Then:

1. $A \subseteq P$ is open if and only if $\Gamma^+(x) \subseteq A$, for all $x \in A$.
2. $B \subseteq P$ is closed if and only if $\Gamma^-(x) \subseteq B$, for all $x \in B$.
3. $C \subseteq P$ is closed and open (clopen) if and only if $\Gamma(x) \subseteq C$, for all $x \in C$.

Proof

(1) Let $x \in A$ be any element. Since A is open we have $\uparrow(A) = A$ hence $\uparrow(x) \subseteq A$. Then $\Gamma^+(x) \subseteq \uparrow(x) \subseteq A$.

Conversely, we only need to show that $\uparrow A \subseteq A$. If $y \in \uparrow A$ then there exists $x \in A$ with $x \leq y$. Assume that $x < y$, we can obtain a path from x to y ,

$$x \prec z_1 \prec \cdots \prec z_p \prec y.$$

Thus $z_1 \in \Gamma^+(x)$ and so $z_1 \in A$ and by induction $y \in \Gamma^+(z_p) \subseteq A$.

The proofs of properties (2) and (3) are similar. □

Some notable elements in a poset can be characterized using their topological properties.

- $x \in P$ is maximal $\Leftrightarrow \Gamma^+(x) = \emptyset \Leftrightarrow \{x\}$ is open.
- $x \in P$ is minimal $\Leftrightarrow \Gamma^-(x) = \emptyset \Leftrightarrow \{x\}$ is closed.
- $x \in P$ is maximal and minimal $\Leftrightarrow \Gamma(x) = \emptyset \Leftrightarrow \{x\}$ is clopen.

A subset C of a poset is a *chain* if $\{x, y\} \subseteq C, x \neq y$ imply $x < y$ or $y < x$. Then, the subset $C \subseteq P$ is a chain if and only if for every pair $x, y \in C$, the subspace $\{x, y\}$ is connected.

A subset A of a poset is an *antichain* if $\{x, y\} \subseteq A, x \leq y$ if and only if $x = y$. Then, the subset $A \subseteq P$ is an antichain if and only if the only connected subspaces are the sets $\{x\}, x \in A$.

The following theorem summarizes the properties of the connected subspaces in a finite topological space. This result was showed for the comparability graph of a poset by Khalimsky et al. (1990) and by Pr  a (1992).

Theorem 2.2.

Let $(P, \leq)$ be an FTS. Then:

1. P is a connected topological space if and only if the covering graph $C(P)$ is connected.
2. S is a connected subspace of P if and only if the covering graph $C(S)$ of the induced subposet S is connected.
3. The components of the finite topological space P coincides with the components of the covering graph.

Proof

(1) Given $x \in P$, we consider the set

$$C(x) := \{y \in P : \text{there is a path } x - y\}.$$

Let us show that $A = C(x) \cup \{x\}$ is a clopen set. First, by the definition

$$\Gamma(x) \subseteq C(x) \subseteq A.$$

Next, given $y \in A$ with $x \neq y$, there is a path from x to y . Moreover, there is a path from x to any of the elements of $\Gamma(y)$ obtained by adding the vertex of $\Gamma(y)$ or deleting y . Finally,

$$\Gamma(y) \subseteq C(x) \subseteq A.$$

Therefore $A \neq \emptyset$ is clopen and P is a connected topological space, and so $A = P$.

Conversely, suppose that P is not connected and $|P| > 1$. Then $P = P_1 \cup P_2$, where P_1 and P_2 are nonempty clopen disjoint sets. Take $x_1 \in P_1$ and $x_2 \in P_2$, since the covering graph is connected, there is a path from x_1 to x_2 . This path must contain two adjacent vertices

$$y_1 \in P_1, y_2 \in P_2, \text{ such that } y_1 \prec y_2 \text{ or } y_2 \prec y_1.$$

Then, we have

$$y_1 \in \overline{\{y_2\}} \subseteq \overline{P_2} = P_2 \text{ or } y_2 \in \overline{\{y_1\}} \subseteq \overline{P_1} = P_1.$$

It follows that $y_1 \in P_1 \cap P_2$ or $y_2 \in P_1 \cap P_2$, which is a contradiction.

Equivalences (2) and (3) follows from (1). □

A graph is a *rooted tree* (see Aigner, (1988)) if it is connected, there is a vertex x_r such that $\Gamma^-(x_r) = \emptyset$ and for each vertex $x \neq x_r$ we have $|\Gamma^-(x)| = 1$.

A bijective map $f : (P, \leq) \rightarrow (P', \leq')$ between finite topological spaces is a homeomorphism if and only if for all $x, y \in P$, $x \leq y \Leftrightarrow f(x) \leq' f(y)$ (see Johnstone (1982)).

A topological space X is *strongly connected* if every nonempty closed subset is connected (see Hoffmann (1981)). If X is a T_0 -space, then this definition is equivalent to the specialization ordering is down-directed. Therefore, $(P, \leq)$ is a strongly connected FTS if and only if $P = \uparrow(x_r)$, where x_r is the infimum of P .

Proposition 2.3.

Let $(P, \leq)$ be an FTS. The following assertions are equivalent:

1. The covering graph of P is a rooted tree.
2. $(P, \leq)$ is strongly connected and for every $x \in P$, the closed set $\overline{\{x\}}$ is homeomorphic to a chain.

Proof

(1) $\Rightarrow$ (2) If P is a rooted tree, there is a vertex x_r such that $x \neq x_r$ implies $x_r < x$, and so $P = \uparrow(x_r)$. Moreover, the closure of any element $x \in P$ is the unique path from x to x_r and it is homeomorphic to a chain.

(2) $\Rightarrow$ (1) If $P = \uparrow(x_r)$, then x_r is the infimum of P , so $\Gamma^-(x_r) = \emptyset$. It suffices to show $|\Gamma^-(x)| = 1$ if $x \neq x_r$. We assume that $|\Gamma^-(x)| > 1$. Then, there are two distinct elements $\{y, z\} \subseteq \Gamma^-(x)$, hence the pair

$$\{y, z\} \subseteq \downarrow(x) = \overline{\{x\}}.$$

But $\overline{\{x\}}$ is homeomorphic to a chain, thus $y \leq z$ or $z \leq y$. Both cases lead to $y = z$, so $|\Gamma^-(x)| = 1$. □

To characterize the FTS whose covering graph is a tree, we introduce the following concepts due to Khalimsky et al. (1990).

Definition 2.2.

A *finite connected ordered topological space (COTS)* is a poset, with at least three points, whose specialization ordering is a zigzag, endowed with the compatible topology.



Figure 2.1. Covering graph of a finite COTS

Definition 2.3.

A *digital arc* in a topological space is the range of a homeomorphism from a finite COTS. A topological space X is *digitally arc-connected* if for every $x, y \in X$, there is a digital arc from x to y .

Proposition 2.4.

If $(P, \leq)$ is an FTS with $|P| \geq 3$, then the following are equivalent:

1. The covering graph (P, E) is a tree.
2. $(P, \leq)$ is connected, and given $\{x, y\} \subseteq P$, there is a unique digital arc C with end-points x and y which contains the supremum and the infimum (if they exist) of their subsets of points.

Proof

(1) $\Rightarrow$ (2) Since the covering graph $C(P)$ is connected, it is also digitally arc-connected (see Khalimsky et al., Theorem 3.2). Then, there is a digital arc C from x to y , for any $\{x, y\} \subseteq P$. The definition of finite COTS implies that C contains the supremum and the infimum when they exist. Finally, the covering graph is acyclic so C is unique.

(2) $\Rightarrow$ (1) If the FTS $(P, \leq)$ is connected, then its covering graph is connected. Assume that the covering graph has a cycle C_k , $k > 3$. Then there are two different digital arcs (which are obtained deleting intermediate chains) and we obtain a contradiction. $\square$

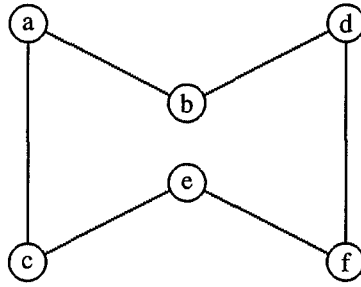


Figure 2.2. Covering graph with a cycle

3. TOPOLOGICAL SIMPLE GAMES

A simple game on a finite set N is a function $v : 2^N \rightarrow \{0, 1\}$, with $v(\emptyset) = 0$, and such that $v(S) \leq v(T)$ whenever $S \subseteq T$. The elements of N are called players and the elements of 2^N coalitions. Any coalition $S \subseteq N$ is winning if $v(S) = 1$ or losing if $v(S) = 0$. A simple game is *proper* if $v(S) = 1$ implies $v(N \setminus S) = 0$, for all $S \subseteq N$, i.e.,

$$v(S) + v(N \setminus S) \leq 1 \text{ for all } S \subseteq N.$$

Definition 3.1.

Let (N, t) be a finite topological space satisfying the axiom T_0 and let v be a simple game on N . The associated topological simple game (N, v') , denoted TSG, is

$$v'(S) := \max\{v(T) : T \text{ is a connected subspace of } (S, t)\}.$$

Note that $(v')^t = v'$, and so a simple game is a topological simple game if and only if $v' = v$.

If $G = (N, E)$ is the comparability graph of the specialization ordering of (N, t) and $S \subseteq N$, the subgraph of G induced by S is the comparability graph of the induced subposet S . Therefore, the following statements are equivalents:

1. The subspace S is connected in the topological T_0 -space (N, t) .
2. The covering graph of the induced subposet S is connected.
3. The comparability graph of the induced subposet S is connected.

We note that if v is a proper simple game the its associated topological simple game v' is proper and hence

$$v'(S) = \sum \{v(T) : T \subseteq S \text{ is a maximal connected subgraph of } G\}.$$

Remark 3.1.

Let G be the comparability graph of the specialization ordering of t . Thus, the topological simple game v' is a Γ -component additive game by Potters and Reijnierse (1995).

Example

Let $N = \{1, \dots, n\}$ and consider the collection $\mathcal{F}_n$ of all the connected subspaces of a finite COTS (N, t) , that is,

$$\mathcal{F}_n = \{[i, j] : 1 \leq i \leq j \leq n\} \cup \{\emptyset\},$$

where $[i, j] = \{i, i+1, \dots, j-1, j\}$. We introduce a special class of simple games called *weighted voting games*. The symbol $[q; w_1, \dots, w_n]$ will be used, where q is the quota needed for a coalition to win, and w_i is the number of votes of player i . Then, the above symbol represents the simple game v defined by

$$v(S) = \begin{cases} 1, & \text{if } w(S) \geq q \\ 0, & \text{if } w(S) < q, \end{cases}$$

where $w(S) = \sum_{i \in S} w_i$. Then (N, v') is a topological simple game which corresponds to a voting situation in a unidimensional policy order.

The *core* of a game (N, v) is the set

$$C(v) = \{x \in \mathbb{R}^n : x(N) = v(N), x(S) \geq v(S) \text{ for all } S \subseteq N\},$$

where $x(S) = \sum_{i \in S} x_i$ and $x(\emptyset) = 0$. A simple game has a nonempty core if and only if the set

$$\mathcal{V} = \bigcap_{\{S \subseteq N : v(S)=1\}} S \neq \emptyset.$$

First, we obtain a characterization of the core of v' by using only connected coalitions.

Proposition 3.1.

Let (N, v) be a simple game and let (N, t) be an FTS with comparability graph $G = (N, E)$. If $\mathcal{F}$ is the collection of the connected subgraphs of G , and $v(N) = v'(N)$ then

$$C(v') = \{x \in \mathbb{R}^n : x(N) = v(N), x(S) \geq v(S) \text{ for all } S \in \mathcal{F}\}.$$

Proof

If $x \in C(v')$ then $x(N) = v'(N) = v(N)$ and $x(S) \geq v'(S)$, for all $S \subseteq N$. Hence $x(S) \geq v'(S) = v(S)$, for all $S \in \mathcal{F}$.

Conversely, let $x \in \mathbb{R}^n$ such that $x(N) = v(N)$, and $x(S) \geq v(S)$, for all $S \in \mathcal{F}$. Then, for all $S \subseteq N$,

$$x(S) = \sum_{i \in S} x_i = \sum_k x(T_k) \geq \sum_k v(T_k) = \max_k v(T_k) = v'(S),$$

where $\{T_k\}$ is the partition of S in its maximal connected subgraphs. □

The vectors $\{e_i\}_{i=1}^n$ are the vectors of the canonical basis of $\mathbb{R}^n$. The *indicator function* $\mathbf{1}_S : N \rightarrow \{0, 1\}$ for the subset $S \subseteq N$ is given by

$$\mathbf{1}_S(i) = \begin{cases} 1, & \text{if } i \in S \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

In the following theorem, we will give results concerning the structure of the core for topological simple games. Let $G = (N, E)$ be the comparability graph of the specialization ordering of (N, t) and let $\mathcal{F}$ be the collection of the connected subgraphs of G . We consider now the set

$$\mathcal{V}_{\mathcal{F}} = \bigcap_{\{S \in \mathcal{F} : v(S)=1\}} S.$$

Theorem 3.2.

Let (N, v') be a TSG with $v'(N) = 1$ and let $\mathcal{F}$ be the collection of the connected subgraphs of its comparability graph. Then $\mathcal{V}_{\mathcal{F}} \neq \emptyset$ if and only if $C(v') \neq \emptyset$. Furthermore,

$$C(v') = \{x \in \mathbb{R}^n : x \geq 0, x(N) = x(\mathcal{V}_{\mathcal{F}}) = 1\}.$$

Proof

If $\mathcal{V}_{\mathcal{F}} \neq \emptyset$ we take $e_i \in \mathbb{R}^n$ such that $i \in \mathcal{V}_{\mathcal{F}}$. For all $S \in \mathcal{F}$ such that $v(S) = 1$ we have $i \in S$, and hence $e_i(S) \geq v(S)$ for all $S \in \mathcal{F}$. Moreover, since $e_i(N) = 1 = v'(N)$, Proposition 3.1 implies that $e_i \in C(v')$.

We observe now that $\{i\} \in \mathcal{F}$, and then

$$C(v') = \{x \in \mathbb{R}^n : x \geq 0, x(N) = x(S) = 1 \text{ for all } S \in \mathcal{W}_{\mathcal{F}}\},$$

where $\mathcal{W}_{\mathcal{F}} = \{S \in \mathcal{F} : v(S) = 1\}$. To obtain the converse, if $C(v')$ is nonempty we have that the linear system

$$\sum_{j=1}^n x_j = 1, Ax = 1, x_j \geq 0, j = 1, \dots, n$$

where $A = (1_S)_{S \in \mathcal{W}_{\mathcal{F}}}$ has a solution $x \neq 0$. We claim that $\mathcal{V}_{\mathcal{F}} \neq \emptyset$, because $\bigcap_{S \in \mathcal{W}_{\mathcal{F}}} S = \emptyset$ implies that every column of the matrix A has at least one entry equal to 0. We take the sum of equations $\langle 1_S, x \rangle = 1$, for all $S \in \mathcal{W}_{\mathcal{F}}$ and obtain

$$\alpha_1 x_1 + \dots + \alpha_n x_n = |\mathcal{W}_{\mathcal{F}}|, \text{ with } \alpha_j < |\mathcal{W}_{\mathcal{F}}|, 1 \leq j \leq n.$$

Therefore, $(|\mathcal{W}_{\mathcal{F}}| - \alpha_1)x_1 + \dots + (|\mathcal{W}_{\mathcal{F}}| - \alpha_n)x_n = 0$, and this is a contradiction. $\square$

Corollary 3.3.

If (N, v') is a TSG with $v'(N) = 1$, then

$$C(v') = \text{conv}\{e_i : i \in \mathcal{V}_{\mathcal{F}}\}.$$

Proof

Since $e_i \in C(v')$ for all $i \in \mathcal{V}_{\mathcal{F}}$, the convexity of the core implies that the convex hull of these vectors is a subset of the core. To prove the reverse inclusion, let x be a vector of $C(v')$. If $i \notin \mathcal{V}_{\mathcal{F}}$ then $x_i = 0$, since there is at least one $S \in \mathcal{W}_{\mathcal{F}}$ such that $i \notin S$ and $x(S) = x(N) = 1$. □

Example

Let $N = \{1, \dots, n\}$ be a set of players. Let us consider the weighted voting game $v = [q; w_1, \dots, w_n]$, given by

$$w_1 = \dots = w_n = 1 \text{ and } q = \left\lceil \frac{n+1}{2} \right\rceil,$$

where $\lceil x \rceil$ is the least integer $\geq x$. If (N, t) is a finite COTS then the collection of the connected subspaces is $\mathcal{F}_n = \{[i, j] : 1 \leq i \leq j \leq n\} \cup \{\emptyset\}$. We observe that

$$\mathcal{V}_{\mathcal{F}_n} = \left\{ \left\lfloor \frac{n+1}{2} \right\rfloor, \left\lceil \frac{n+1}{2} \right\rceil \right\},$$

and hence we may apply Corollary 3.3 and obtain

$$C(v') = \begin{cases} \{e_{k+1}\} & \text{if } n = 2k + 1, \\ \text{conv}\{e_k, e_{k+1}\} & \text{if } n = 2k. \end{cases}$$

Note the power of the central players with respect to the policy order.

Given a game (N, v) and a coalition $S \subseteq N$, the *subgame* $(S, v|_S)$ is obtained by restricting v to 2^S . Propositions 2.3 and 2.4 imply the next properties of topological simple games.

Proposition 3.4.

Let (N, v') be a TSG whose covering graph of specialization ordering of t is a rooted tree. Then:

1. Every coalition containing the root is connected.
2. For all $i \in N$, the subgame $(\overline{\{i\}}, v' \upharpoonright_{\overline{\{i\}}})$ satisfies $v' \upharpoonright_{\overline{\{i\}}} = v \upharpoonright_{\overline{\{i\}}}$.

Proposition 3.5.

Let (N, v') be a TSG whose covering graph of specialization ordering of t is a tree. Then:

1. For every $\{i, j\} \subseteq N$ with $i < j$, the subgame $([i, j], v' \upharpoonright_{[i, j]})$ satisfies $v' \upharpoonright_{[i, j]} = v \upharpoonright_{[i, j]}$.
2. If $\{i, j\} \subseteq N$ is an antichain, there is a subgame C such that it is a COTS with the induced topology.

Note that under the respective hypothesis, if $i < j$ then we obtain topological subgames which are ordinary games in the intervals $[i, j]$. For an antichain, the subgame is defined in the connected coalitions of a COTS, and these coalitions coincide with the convex coalitions for linear orderings studied by Axelrod, Peleg and Einy (see Einy, Definition 3.2).

Now, we analyze the relation between domination and connectivity. We need the following concepts by Einy and Peleg.

Definition 3.2.

Let (N, v) be a simple game and let $S \subseteq N$. A player $i \in S$ weakly dominates S if $v(B \cup (S \setminus \{i\})) = 1$ implies $v(B \cup \{i\}) = 1$, for every B such that $B \cap S = \emptyset$.

In this case, we denote $\{i\} \dashv S \setminus \{i\}$. Let (N, v') be a topological simple game and we define:

$$\mathcal{H}_i = \{S \subseteq N : i \in S, v(S) = 1, \text{ and } \{i\} \dashv S \setminus \{i\}\}.$$

$$C_i = \{S \subseteq N : i \in S, v(S) = 1, \text{ and } S \text{ is connected in } (N, t)\}.$$

Einy (Propositions 5.8 and 5.9) studied the compatibility of Axelrod's hypothesis (*only connected coalitions with respect to a linear order are formed*) with several hypothesis about winning coalitions which are dominated by a player. We obtain sufficient conditions for the existence of topological simple games with winning and connected coalitions containing a player such that this player weakly dominates these coalitions.

Theorem 3.6.

Let (N, v) be a proper simple game with $|N| \geq 3$ and let (N, t) be an FTS such that its covering graph is a tree. If there is a player $i \in N$ such that $v(\overline{\{i\}}) = 1$ and $v(\{i, j\}) = 1$ for some $j \notin \overline{\{i\}}$, then $\mathcal{H}_i \cap C_i \neq \emptyset$.

Proof

Given $\{i, j\} \subset N$, there is a unique connected coalition S' homeomorphic to a COTS with endpoints i and j . Then, $S' \setminus \{j\}$ and $\overline{\{i\}}$ are connected containing i , hence $S = (S' \setminus \{j\}) \cup \overline{\{i\}}$ is connected and $v(S) = 1$ since v is monotone. Therefore, $S \in C_i$. If we prove that i weakly dominates S , we have $S \in \mathcal{H}_i$, and $\mathcal{H}_i \cap C_i \neq \emptyset$. Thus, given $B \subseteq N$ with $B \cap S = \emptyset$ and $v(B \cup (S \setminus \{i\})) = 1$, it is enough to show that $v(B \cup \{i\}) = 1$. If we assume that $j \in B$, then $\{i, j\} \subseteq B \cup \{i\}$ and the hypothesis $v(\{i, j\}) = 1$ implies that $v(B \cup \{i\}) = 1$. Note that if $j \notin B$, then $B \cup (S \setminus \{i\}) \subseteq N \setminus \{i, j\}$. But v is proper and $v(\{i, j\}) = 1$, thus $v(B \cup (S \setminus \{i\})) = 0$, which contradicts the hypothesis. $\square$

The condition of Theorem 3.6 is not necessary, as the following example shows:

Example

Let $v = [6; 3, 2, 2, 3]$ be a voting game with four players. In the COTS with covering graph  player 1 satisfies $v(\overline{\{1\}}) = v(\{1, 2\}) = 0$. But $S = \{1, 2, 3\} \in C_1$ and $\{1\} \dashv S \setminus \{1\}$. Hence $S \in \mathcal{H}_1 \cap C_1$.

The Dilworth's chain decomposition can be interpreted as a Ramsey theorem: *Any ordered set P of size at least $ab + 1$ contains either a chain of length $a + 1$ or an antichain of size $b + 1$* (see Bogart et al.(1990)). We apply the Dilworth's theorem to a society N , with a partial ordering of its members. The minimal (by set inclusion in $N \times N$) ordering is the trivial ordering, i.e., $x \leq y$ in N implies $x = y$ and the maximal ordering is the linear ordering. We suppose that every coalition of three members has got at least one relation and obtain winning chains (coalitions with total cooperation) for majority games.

Theorem 3.7.

Let (N, v') be a TSG whose covering graph has no antichain of size three and $v(S) = 1$ if and only if $|S| \geq \lfloor n/2 \rfloor + 1$, where $n = |N|$. Then, if $n = 2k + 1$ there is a minimal winning chain and if $n = 2k$, $k \geq 2$, there is a minimal winning chain or $N = C_1 \cup C_2$, where the chains have exactly k elements.

Proof

If $n = 2k + 1$, and take $a = k$, $b = 2$, then there is a chain $S \subseteq N$ with $a + 1 = k + 1$ elements. Therefore, $|S| = k + 1 = \lfloor n/2 \rfloor + 1$, so S is a minimal winning chain. If $n = 2k$, take $a = k - 1$, $b = 2$, then $ab + 1 = 2k - 1$ and $|N| = 2k > ab + 1$. Thus, there is a chain S with $a + 1 = k$ elements. If S is not maximal, then there is a minimal winning chain with $k + 1 = \lfloor n/2 \rfloor + 1$ elements. Otherwise, N is the union of two disjoint chains of k elements.

□

ACKNOWLEDGMENTS

I would like to express my gratitude to the anonymous referees for interesting suggestions and for their careful reading of the manuscript.

REFERENCES

- Aigner, M. (1988). *Combinatorial search*, Wiley-Teubner, Stuttgart.
- Alexandroff, P.S. (1937). «Diskrete Räume», *Mat. Sbornik*, 2, 501-519.
- Axelrod, R. (1970). *Conflict of interest*, Markham, Chicago.
- Bogart, K., Greene, C. and Kung J. (1990). «The impact of the chain decomposition theorem on classical combinatorics». In: Bogart, Freese, and Kung (Eds.), *The Dilworth theorems*, Birkhäuser, Boston, pp. 19-29.
- Dilworth, R.P. (1950). «A decomposition theorem for partially ordered sets», *Annals of Math.*, 51, 161-166.
- Einy, E. (1985). «On connected coalitions in dominated simple games», *Intern. J. Game Theory*, 14, 103-125.
- Faigle, U. and Kern, W. (1992). «The Shapley value for cooperative games under precedence constraints», *Intern. J. Game Theory*, 21, 249-266.
- Hoffmann, R.E. (1981). «Continuous posets, prime spectra of completely distributive complete lattices, and Hausdorff compactifications». In: Banaschewski, Hoffmann (Eds.), *Continuous lattices*, Springer-Verlag, Berlin, pp. 159-208.
- Johnstone, P.T. (1982). *Stone spaces*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Khalimsky, E.D., Kopperman, R. and Meyer, P. (1990). «Computer graphics and connected topologies on finite ordered sets», *Topology and its Applications*, 36, 1-17.
- Peleg, B. (1981). «Coalition formation in simple games with dominant players», *Intern. J. Game Theory*, 10, 11-33.

- Potters, J. and Reijnierse, H. (1995). « Γ -component additive games», *Intern. J. Game Theory*, 24, 49-56.
- Préa, P. (1992). «Graphs and topologies on discrete sets», *Discrete Math.*, 103, 189-197.

Estadística Oficial

L'ESTADÍSTICA OFICIAL I L'IMPACTE DE L'ECONOMIA DIGITAL EMERGENT

V. MELÉNDEZ

Institut d'Estadística de Catalunya (Idescat)

La implantació de les tecnologies de la informació i les comunicacions (TIC) en totes les esferes socials, fa necessària la mesura del seu impacte econòmic i social i del grau d'assoliment de la societat de la informació. Es presenta una anàlisi de la bibliografia publicada en relació amb la incidència sobre la metodologia estadística que se'n deriva, així com de les ampliacions i millores que ja s'estan duent a terme en aquest camp en els països capdavaners. Es fa esment específic a la qüestió de l'actualització de les classificacions d'activitats econòmiques en aquesta etapa. Finalment, es descriuen els intents de constituir conjunts d'indicadors que donin compte i ajudin a comprendre aquests fenòmens, en especial els duts a terme a l'Idescat.

Official statistics and the impact of the emergent digital economy

Paraules clau: tecnologies de la informació i les comunicacions (TIC), economia digital, classificacions estadístiques, societat de la informació, indicadors econòmics i mesures.

Classificació AMS (MSC 2000): 91B82, 62P20, 62P25

— Rebut el desembre de 1999.

— Acceptat el febrer de 2000.

1. INTRODUCCIÓ

Les implicacions econòmiques i socials, producte de l'ús de les tecnologies de la informació i les comunicacions (TIC), són objecte d'estudi actualment en els països capdavaners econòmicament i capdavaners, al mateix temps, en l'aplicació d'aquestes tecnologies. La seva introducció accelerada dóna lloc a allò que s'anomena, la societat de la informació o l'era de la informació. A escala econòmica es parla d'economia digital, de nova economia, d'economia orientada pel coneixement (*knowledge-driven economy*) i d'economia de la informació.

Els darrers mesos s'han publicat diverses ponències i documents als Estats Units i algun al Regne Unit, referint-se a l'aparició d'una economia digital, en alguns dels quals es presta molta atenció als temes estadístics. També han tocat el tema persones destacades de l'estadística oficial nord-americana, tot fent una revisió de la situació amb la finalitat d'actualitzar els instruments estadístics per donar compte d'aquest fenomen.

Aquest paper presenta de forma resumida les idees principals que hi apareixen:

El gran creixement unit a baixades de preus dels sectors productors de TIC (i d'altres sectors innovadors) i la seva repercussió sobre la mesura del creixement real del PIB, el manteniment de la *paradoxa de la productivitat* (poc creixement d'aquesta, malgrat les inversions en TIC), les dificultats de mesurar les variacions de preus de béns i serveis amb variacions associades de la qualitat, les dificultats per mesurar l'*output* dels sectors de serveis, la importància creixent dels actius fixos intangibles en la mesura de l'estoc de capital i la seva ràpida depreciació, la necessitat de definir nous indicadors per avaluar la transformació econòmica i social, el canvi en les classificacions d'activitats econòmiques i d'ocupacions requerides, entre altres.

La majoria d'aquestes idees ja s'havien posat de manifest amb anterioritat en la revisió estratègica dels comptes econòmics duta a terme al Bureau of Economic Analysis (BEA) l'any 1995, *Mid-Decade Strategic Review of BEA's Economic Accounts* [2]

Podem distingir dos vessants d'estudi diferents. Un és el que s'adreça als problemes de delimitació del sector productiu de les TIC, juntament amb la seva mesura i l'impacte macroeconòmic que comporta. El segon es refereix a la mesura del grau d'assoliment de la societat de la informació a través d'indicadors, entre els quals hi ha els referents a l'ús de les tecnologies de la informació i les comunicacions en sectors socials distints.

2. REFLEXIONS SOBRE L'IMPACTE DE LES TIC EN LES ESTADÍSTIQUES OFICIALS

Les dades referents a 1999 mostren que per als Estats Units, la part del PIB corresponent als sectors TIC representarà més del 8% (el 6% el 1993). Els creixements d'aquestes

activitats són de l'ordre del 10% anual en contrast amb el conjunt de l'economia que creix el 5%. És obvi que a causa de la baixada de llurs preus, aquesta contribució es veu enfosquida, per la qual cosa és, potser, més significatiu referir-se a la contribució del sector al creixement real, que va ser del 29% l'any 98, segons estimacions. Una altra cosa que pot observar-se als EUA és que la davallada dels preus dels béns i serveis d'aquest sector, segons aquest informe, ha contribuït els anys 1996 i 1997 a una baixada del 0,4% en la inflació general.

La validesa de l'activitat estadística actual per comprendre el fenomen de l'aplicació de les TIC és qüestionada, en major o menor grau, pels autors de diferents documents publicats en els darrers mesos, un del *Department of Commerce* [3], un altre del *Progressive Policy Institute* [1] i dues ponències de la conferència *Understanding the Digital Economy*, [7] i [13], que va tenir lloc enguany.

El *Secretary of Commerce* manifesta en la introducció al *The Emerging Digital Economy II* [3]: *esperem... identificar la millor manera de mesurar l'economia digital emergent.*¹

Brent Moulton, del *Bureau of Economic Analysis* (BEA) es pregunta, en la seva comunicació a la conferència esmentada i que porta per títol *GDP and the Digital Economy: Keeping up with Changes* [13], què cal que el sistema estadístic federal faci per disposar de major informació sobre l'economia digital, a la qual s'atribueix el major desenvolupament de l'economia. En primer lloc manifesta que l'instrumental actual per mesurar les magnituds econòmiques és suficientment bo, atès l'encara reduït pes de l'economia digital. La seva incidència sobre el cicle és petita. De tota manera, fa esment que s'ha estudiat la influència dels PC sobre el PIB (es mesura el PIB comptant els ordinadors i sense comptar-los) i les darreres dades suggereixen que hi comença a haver una major incidència.

Les institucions que tenen el repte de millorar el conjunt de dades estadístiques per donar resposta a aquests nous fenòmens econòmics són: el BEA i el *Census Bureau* que estan sota l'*Economic & Statistics Administration* al *Dept. of Commerce* i el *Bureau of Labor Statistics* del *Dept. of Labor*.

Alguns d'aquests temes estadístics que avui estan d'actualitat quan s'analitza l'impacte de les TIC sobre l'economia, es van anticipar ja en l'estudi del BEA, mencionat anteriorment [2], on es fixava un calendari d'accions a dur a terme fins a l'any 1999 i la resta d'agències han estat, també, atentes als canvis esdevinguts.

Tant l'informe del *Dept. of Commerce*, *The Emerging* [3] com la comunicació de Brent Moulton [13] fan referència als punts principals d'aquesta revisió del BEA.

¹Traduït per l'autor, igual que totes les referències posteriors a textos en anglès.

2.1. L'activitat de les agències estadístiques del govern dels EUA

BEA

Com s'ha dit, la BEA és l'agència que més articuladament ha respost a la necessària adaptació de les estadístiques a la nova economia. A continuació s'assenyalen² els eixos d'actuació exposats al *Mid-Decade Strategic Review* [2] seguits dels comentaris posteriors apareguts tant a l'informe sobre l'economia digital emergent del *Dept. of Commerce* [3], com a la comunicació de B. Moulton del BEA a la conferència *Understanding the Digital Economy...* [13]

Necessitat de mesures de l'output millorades i noves

*Extensió dels preus ajustats a la qualitat per al càlcul del PIB (període 1996-1998).
Incorporar mesures ajustades a la qualitat per a un conjunt de productes d'alta tecnologia (1996).*

Moulton, sobre el tema de la mesura del preu dels ordinadors, indica que s'ha pogut resoldre mitjançant la col·laboració amb el sector privat, fent un índex de preus dels ordinadors ajustat a la seva qualitat (aquest mètode s'aplica ara a altres mercaderies de naturalesa similar i s'aplicarà també a certs tipus de *software*).

El resultat de tenir en compte el canvi en qualitat de béns i serveis, juntament amb el canvi en preus, probablement seria una elevació de la taxa de creixement real del sector TIC.

*Aprofundir el treball conceptual en relació amb els béns i serveis de difícil mesura (període 1996-1999).
Desenvolupar nous conceptes i mètodes per a la mesura dels serveis financers i bancaris (1996).*

Millorar la mesura dels *outputs* dels sectors serveis és un objectiu expressat per Moulton, el qual confirma que el BEA ha dut a terme un treball conceptual quant a la mesura del sector bancari. S'espera que enguany puguin incorporar-se ja els resultats d'aquest estudi. Les dificultats que, en general, presenten els serveis són diverses. No és fàcil determinar clarament quin és l'*output* que generen. De vegades els serveis van units amb béns. Els serveis intermedis van dirigits primordialment a solucionar problemes al client i no tant a augmentar el seu producte. Atès que els serveis són, sovint, consum intermedi d'altres sectors, la seva deficient mesura comporta una incorrecta assignació

²Distingint-los amb negreta cursiva i amb cursiva.

de l'*output* entre sectors (hi ha massa pocs *output* per als serveis —consum intermedi— i massa per a la manufactura). Addicionalment, el creixement real d'un sector no es pot calcular sense disposar d'un índex de quantitat o de preus, la qual cosa no és un fet comú en aquestes activitats econòmiques.

Sense aquest millor coneixement de determinats sectors de serveis és difícil estimar en quina mesura les TIC afecten l'*output* global.

Contràriament a les dades de què es disposa, que mostren un estancament de la productivitat en el sector serveis, el més realista —afirma Moulton— és pensar que la productivitat ha crescut en aquests sectors, que han invertit fortament en TIC, ja que, a aquesta circumstància cal afegir-hi que la manca de dades de preus obliga a utilitzar mètodes poc fiables per determinar-hi el creixement de la productivitat.

La discussió sobre la mesura de l'*output* als sectors de serveis s'uneix així, de forma natural, amb el problema del relativament escàs creixement de la productivitat³ molt discutit en *The emerging* [3] i que es comenta a continuació.

Els economistes no s'expliquen el fet que el valor afegit per ocupat, especialment en el sector serveis, hagi baixat, malgrat les grans inversions en TIC. La paradoxa de la productivitat la va posar de manifest per primer cop el nobel Solow (1987) afirmant: *Es pot veure l'era dels ordinadors a tot arreu menys a les estadístiques de productivitat*. Darrerament, però, ha suavitzat una mica la seva opinió: *costa que la gent faci servir la tecnologia de la informació i sigui veritablement eficient*.

El desglossament sectorial de les dades de productivitat dóna els següents resultats. Els sectors productors de TIC mostren un guany extraordinari en valor afegit per treballador del 10,4% anual en el període 90-97, però el total dels sectors (no agrícoles) creixen només un 1,4%. Per explicar aquestes dades que, en conjunt, són menors del que s'esperava, s'afirma que l'estoc de capital TIC és, encara, baix respecte al total i que mentre que aquest estoc total ha crescut al 2,3%, l'ocupació ho ha fet a l'1,8 la qual cosa dóna una taxa de creixement del 0,5% en la ràtio capital/treball que és relativament baixa en relació amb altres períodes en què la productivitat creixia més.

³I.P. Fellegi, en l'article *Serveis Estadístics. Preparant-se per al Futur*, publicat a Qüestió, [6] incideix en el tema de la productivitat: *Malgrat la introducció, durant els últims vint-i-cinc anys de tecnologia informàtica a gran escala, les taxes de creixement de la productivitat han declinat en alguns països més industrialitzats. Els motius d'aquesta caiguda no es coneixen en profunditat, malgrat la importància crucial que té la productivitat de cara al creixement econòmic* (pàg. 267). Referint-se a l'economia digital o nova economia, en la mateixa pàgina diu: *Som conscients que el centre de gravetat de l'economia s'està inclinant envers les indústries que ofereixen serveis i coneixements (i tecnologia)*. A la pàgina 280, torna al problema de la productivitat i manifesta: *Molts creuen que hi ha un problema de mesura, i té a veure amb la mesura del rendiment de diverses empreses de serveis amb creixement alt: banca, telecomunicacions, assessories, etc. En aquests sectors, el problema és que si definir una unitat de rendiment ja és prou difícil, encara ho és més si es tenen en compte les millores de qualitat a les quals estan constantment sotmesos*.

Quant als sectors no productors de tecnologies TIC, però considerats grans usuaris d'aquestes i que són productors de béns, han tingut en el període 90-97 un increment del 2,4%, mentre que els que se situen en sectors de serveis han tingut un descens del 0,3.

Es fa referència a un article de Triplett⁴ on aquest autor diu que: «*les inversions en TIC s'han concentrat en empreses usuàries d'aquestes tecnologies que són proveïdores de serveis. Com a resultat, encara que la productivitat hagi crescut molt ràpidament en els sectors de serveis usuaris d'aquestes tecnologies, aquest creixement pot no afectar la productivitat agregada directament perquè la contribució dels productes intermedis es cancel·la en calcular-la. ... per tant, l'impacte de les tecnologies d'informació cal examinar-lo sectorialment.*»

Introduir nous sistemes de ponderació (1996 i 1999).

Introduir ponderacions més actuals per al càlcul del PIB real.

En *The Emerging* [3] es diu que a causa de la influència d'aquests i d'altres sectors innovadors —que augmenten el seu output en major mesura i, al mateix temps, tenen uns preus relatius menors— s'han produït canvis en la mesura del PIB. La suposició que els preus relatius romanien estables en períodes de 5 anys, base de la ponderació fixa (*fixed weighting*) utilitzada per al càlcul del PIB real (a preus relatius de l'any agafat com a base) es va canviar perquè es va comprovar que tenia incidència —donant unes dades exagerades a l'alça— i fa cinc anys es va començar a fer servir un sistema de ponderació en cadena (*chain weighting*), que incorpora una ponderació amb preus del període immediatament anterior. La diferència entre un i altre sistema de mesura hauria suposat, per a l'any 1998, una sobrevaloració del PIB real del 2,7% (passant del 3,9 al 6,6%). Moulton [13] es refereix també a això, considerant un èxit l'eliminació de la desviació que suposava mantenir els preus relatius de l'any pres com a base, en la comptabilitat nacional.

Desenvolupar un nou sistema de classificació sectorial (període 1995-1997).

En aquest període s'ha desenvolupat la nova classificació NAICS (*North American Industry Classification System*)⁵.

John Haltiwanger del Bureau of the Census, agència responsable de l'establiment de les classificacions econòmiques, en la seva comunicació anomenada *Measuring the Digital Economy* [7], al·ludeix al desenvolupament d'aquesta nova classificació d'activitats econòmiques que incorpora el sector de la informació, la qual s'anirà desplegant pro-

⁴Jack E. Triplett [17], autor vinculat a la BEA.

⁵En el punt 3 es tracta amb més detall aquesta qüestió.

gressivament. Les primeres dades sectorials basades en la NAICS corresponen a l'any 1997 (de moment les obtingudes són molt agregades)

Millors mesures de la inversió, l'estalvi i la riquesa

Ampliar la cobertura de la inversió, segons les normes internacionals (període 1996-1997).

Publicar noves estimacions del software i millorar les estimacions de R+D, continuar el treball amb altres actius intangibles.

Utilitzar mètodes de valoració de la depreciació millorats (període 1995-1997).

Moulton [13] reconeix que cal millorar la comptabilització de l'estoc de capital: parts important del capital poden no ser capturades en la seva mesura com per exemple el capital intel·lectual. Quant al *soft* o programari, hi ha intenció que comenci a comptabilitzar-se enguany i la R+D duta a terme s'hauria de comptar també com a capital.

En *The Emerging*. [3] es diu que la contribució al creixement real del capital per part de les TIC era, el 1998, del 58%. Aquesta despesa continua sent la més gran de tota aquella que es realitza en capital fix.

Necessitat d'omplir els buits en la cobertura de les transaccions internacionals

El comerç exterior dels serveis, en general, ha crescut molt i es detecta una manca de detall que afecta la utilitat de les dades.

En *The Emerging* es fa una referència general al comerç exterior en TIC: tant les exportacions com les importacions de productes van créixer entre 1993 i 1998. Les exportacions ho van fer per sobre dels altres tipus de béns. Cal tenir present de tota manera, que moltes importacions i exportacions no van ser sinó transferències intraempreses. El comerç exterior pels serveis TIC també va créixer per sobre de la resta. No es consideren les vendes de serveis fetes per empreses de fora, sota control accionarial.

El Census Bureau i el Bureau of Labor Statistics

A part del *Bureau of Economic Analysis* (BEA), el *Census Bureau* que també està a sota de *The Economics & Statistics Administration* al *Dept. of Commerce* i el *Bureau of Labor Statistics* (BLS) estan estudiant també, actualment les implicacions de la nova economia o de l'economia digital sobre la seva activitat estadística.

John Haltiwanger del Bureau of the Census manifesta: «*No obstant, creiem que hi ha coses viables i pràctiques que les oficines estadístiques poden fer per millorar la mesura de l'economia digital*» [7].

El Census Bureau en concret es proposa fer el següent:

- Mesurar l'import del comerç electrònic en el seu *Annual Survey of Retail Trade*. Cap a final de l'any 2000, es publicaran dades referides als períodes 1998 i 1999.
- Reincorporar la pregunta sobre inversió en ordinadors en el *Annual Survey of Manufacturers* on també es preguntarà sobre l'adquisició de serveis de comunicacions i de *software*.
- Subdividir el capital segons el seu tipus, a l'*Annual Capital Expenditure Survey*.
- Explotar l'*Standard Statistical Establishment List* (SSEL) que ve a ser un equivalent al DIRCE, directori d'empreses de l'INE, per veure la demografia (aparició, desaparició, mida, ubicació) dels establiments vinculats a les activitats TIC.
- Modificar el *Consumer Expenditure Survey* per veure'n el consum digital.

Al *Current Population Survey* es pregunta (ja actualment) per l'ús de l'ordinador a la llar.

En opinió de Haltiwanger, cal revisar la classificació d'ocupacions.

Les activitats del BLS en relació amb els canvis metodològics relacionats d'una manera o altra amb l'economia digital s'esmenten tant a [3] com a [13]. El Bureau of Labor Statistics, treballa en l'elaboració d'un índex de preus del sector serveis i, per tant, en la definició dels *outputs*. La millora en la mesura del sector serveis és una prioritat.

També, pel que fa a l'IPC, s'han dut a terme estudis sobre canvis de preus de productes associats a la seva qualitat, i sobre nous índexs per tenir en compte el fenomen de la substitució de productes de consum dins d'una mateixa categoria i intercategories.

S'han fet experiències d'utilització de noves fonts de dades. Actualment hi ha disponibles quantitats ingents de dades en suport digital, per exemple a través dels escàners utilitzats en el comerç al detall. Això podria expandir la informació disponible sobre preus i quantitats, però comporta dificultats tècniques i pressupostàries.

2.2. Alguns indicadors proposats pel Progressive Policy Institute

Una altra publicació que, referint-se a l'economia digital o nova economia, introdueix el tema estadístic és la del *Progressive Policy Institut*, a càrrec de R. Atkinson i R.H. Court i que duu per títol: *The New Economy Index. Understanding America's Economic Transformation* (Nov 1998) [1].

En aquest document es diu: «el nostre sistema estadístic va ser establert, essencialment, per mesurar una economia estable amb la majoria del seu output provinent de la manufactura o l'agricultura. Fins i tot avui, segons el prestigiós economista Lester Thurow del MIT, es gasta tres cops més en estadístiques agrícoles que en aquelles de renda nacional.» El propòsit del l'informe és presentar un conjunt d'indicadors per examinar la

nova economia. Es divideixen en tres grans grups: canvis estructurals, impacte en rendes i mà d'obra i, per últim, fonaments per al creixement futur, on es destaca de manera especial l'actuació del govern en formació, recerca i inversió. A continuació es detallen aquests indicadors juntament amb un comentari sobre la situació nord-americana actual per a cadascun d'aquests.

El que es proposa en aquest document no és contradictori amb les modificacions i els canvis discutits en l'apartat anterior i que es refereixen a la part bàsica i fonamental de l'estadística econòmica. Més aviat es posa en relleu la necessitat de disposar les dades d'acord amb un model del que es creu que és la nova economia i de tenir dades actualitzades i abundants al respecte.

Canvi estructural: què hi ha de nou en la nova economia

Canvi sectorial i ocupacional

- Lloc i sector on treballa la gent: més gent treballa en oficines i proporciona serveis.
- Qualificació i salari dels ocupats: les feines d'alta qualificació i d'alt salari han crescut i també aquelles de baix salari i baixa qualificació.

Globalització

- Participació del comerç exterior en l'economia: el comerç és una part creixent de la nova economia.
- Importància de les inversions directes: la inversió directa exterior creix.

Dinamisme i competència

- Característiques de les noves empreses creades: l'economia genera empreses de creixement molt ràpid.
- Naturalesa de la competència: la competència s'incrementa.
- Noves formes de competència: es produeix el que s'anomena la *coopetició*, suma de competència i de col·laboració.
- Moviments d'ocupats interbranques: es genera moviment laboral d'unes activitats a altres.
- Disponibilitat de productes i marques: les opcions del consumidor augmenten (augmenten les marques).
- Rapidesa en la creació de nous productes: la velocitat de creació de nous productes augmenta.

Revolució de la tecnologia de la informació

- Grau d'extensió de la microelectrònica: els microxips s'apliquen a tot arreu i de manera creixent.
- Evolució dels costos informàtics: els costos informàtics i de comunicació disminueixen.

Resultats de la nova economia (impacte en rendes i mà d'obra)

- Variació de la productivitat: la productivitat està per sota del que s'espera.
- Variació de la desigualtat: creix menys la desigualtat.
- Variació de l'ocupació: menys treballadors estan desocupats.
- Grau de variació del salari, segons especialització: la prima per especialització laboral està augmentant.
- Manteniment de les millores socials: les millores socials decauen.
- Evolució de les formes de contractació: el canvi de treball fix a temporal no és tan gran com es diu però hi ha menys estabilitat laboral.

Fonaments per al creixement futur

Progrés cap a la transformació digital

- Evolució del comerç electrònic: el comerç electrònic augmenta molt per sobre d'allò previst.
- Evolució del nombre de *hosts* a Internet: el nombre de *hosts* d'Internet creix.
- Evolució del nombre de llars amb accés a Internet: hi ha més llars a la xarxa.
- Evolució del nombre d'empreses a Internet: hi ha més empreses a la xarxa.
- Evolució del nombre d'escoles a Internet: hi ha més escoles a la xarxa.
- Paper de la despesa en informàtica del govern: el paper del govern és insuficient en despesa en ordinadors.
- Millores en la capacitat de comunicació electrònica: l'ample de banda disponible augmenta.

Inversió en innovació

- Evolució de les empreses de capital risc: el capital risc augmenta.
- Evolució de la R+D pública i privada: la R+D tant pública com privada decau.
- Evolució del nombre de patents: les patents augmenten.
- Evolució de la inversió i de l'estoc de capital: la inversió augmenta, però l'estoc de capital disminueix.

- Incidència de la desregulació: els costos de la regulació governamental d'activitats econòmiques han caigut.

Foment de noves capacitacions

- Variació en els coneixements dels estudiants: les habilitats lectores i de matemàtiques dels estudiants s'han estabilitzat.
- Variació en el nombre de tècnics: el nombre d'enginyers i científics creix.
- Variació en el nombre de titulats: els titulats en ciència i enginyeria creixen de nou.
- Despeses en formació a l'empresa: la despesa de les empreses en formació ha baixat una mica.
- Grau de capacitat dels treballadors: tot i que els treballadors tenen un nivell de capacitat més alt que abans, hi ha una tendència a la baixa.

3. DELIMITACIÓ DEL SECTOR DE LES TIC.

CANVIS EN LES CLASSIFICACIONS D'ACTIVITATS ECONÒMIQUES

3.1. Primers treballs a Canadà

Els primers treballs per delimitar el sector de les Tecnologies de la Informació i les Comunicacions (TIC) es van fer al Canadà [10]. Els darrers anys s'han fet estadístiques anuals i retrospectives. La classificació d'activitats econòmiques utilitzada és la *Standard Industrial Classification* (SIC) 1980 de Canadà, però ja s'avança en aquests informes que la nova classificació d'activitats econòmiques, NAICS, serà més adequada. Es distingeix el sector manufacturer i el sector serveis.

Indústries manufactureres⁶

Materials electrònics

Aparells d'enregistrament i receptors de ràdio i televisió SIC 3341

Comunicacions i altres components electrònics SIC 335

Equips de telecomunicacions SIC 3351

Altres comunicacions i equips electrònics SIC 3359

Parts i components electrònics SIC 3352

Equips informàtics SIC 336

Ordinadors i equips perifèrics SIC 3361

Màquines d'oficina SIC 3368

⁶La traducció de les classificacions reproduïdes en l'article ha estat feta per l'Idescat.

Instrumentació

Instruments de senyalització, enregistrament i control SIC 3911

Altres instruments i productes similars SIC 3912

Serveis

Activitats informàtiques SIC 772

Activitats relacionades amb la informàtica SIC 772

Telecomunicacions SIC 482

Telecomunicacions SIC 482

Altres serveis de telecomunicacions (sense classificació SIC)

Radiodifusió SIC 481

Activitats de ràdio i televisió SIC 4811, 4812, 4813

Televisió per cable SIC 4814

Aquesta mateixa selecció d'activitats va ser presentada al *Committee for Information, Computer and Communications Policy* (ICCP) del *Directorate for Science, Technology and Industry* de la OCDE i va ser aprovada el juny de 1997.

3.2. Acord a l'OCDE

El setembre de 1998, en un treball conjunt de l'*Statistical Panel del ICCP* i l'*Eurostat Task Force on Information Society Statistics*, es va acordar una definició [15] lleugerament diferent, feta en aquesta ocasió amb la Classificació Industrial Internacional uniforme per a totes les activitats Econòmiques, CIIU Rev. 3 (similar a la CNAE-93).

Indústries manufactureres

3000 *Fabricació de màquines d'oficina i equips informàtics*

3130 *Fabricació de fils i cables elèctrics aïllats*

3210 *Fabricació de vàlvules, tubs i altres components electrònics*

3220 *Fabricació de transmissors de radiodifusió i televisió, i d'aparells per a la radiotelefonia i radiotelegrafia amb fils*

3230 *Fabricació d'aparells de recepció, enregistrament i reproducció de so i imatge*

3320 *Fabricació d'instruments i aparells de mesura, verificació, control, navegació i altres fins, llevat d'equips de control per a processos industrials*

3330 *Fabricació d'equips de control per a processos industrials*

5164 *Comerç a l'engròs de màquines i equips d'oficina*

7133 *Lloguer de màquines i equips d'oficina (inclosos els ordinadors)*

Serveis

6420 *Telecomunicacions*

7200 *Activitats informàtiques*

La diferència principal amb els sectors aprovats anteriorment era la no inclusió dels sectors relacionats amb les emissions de ràdio i televisió i la inclusió del comerç en el seu vessant majorista.

S'exclouen, com en el cas canadenc, els sectors que proporcionen continguts; també es decideix agafar sectors sencers i no parts de sectors incloent, per tant, en alguns casos, parts —de sectors— que no serien considerades estrictament dins de les TIC.

Es donen definicions complementàries com «*information economy*» dins la qual s'inclourien les TIC i les indústries de continguts i «*information society*» que inclouria l'impacte social de l'economia de la informació.

3.3. Cap a una revisió de la classificació d'activitats econòmiques

Els canvis accelerats que comporta la introducció de les TIC en l'esfera econòmica requereixen canvis en les classificacions utilitzades per mesurar les activitats econòmiques. Sempre una mica endavant, a Amèrica del Nord, a partir de 1997, com ja s'ha dit, s'ha començat a utilitzar la classificació NAICS [14], el desplegament de la qual es preveu en un període de set anys.

Els canvis més pronunciats es donen en aquests segments d'activitat i consisteixen, en la majoria de casos, en reagrupacions d'activitats preexistents que han convergit.

La part corresponent a *Computer & Electronic Product Manufacturing*, 334, s'eleva a subsector i reuneix els productes electrònics amb els seus components. Abans, tot això estava amb l'equip elèctric. La seva importància econòmica justifica el canvi juntament amb el fet que la producció d'aquesta indústria no és similar a la del sector en què estava enquadrat: els principis mecànics no s'hi apliquen. Queda caracteritzat també aquest subsector per un alt grau de recerca per fer front a l'obsolescència dels actius tangibles i intangibles i perquè la convergència de tecnologies és molt important, per exemple, la digitalització del so o la convergència dels equips de telecomunicacions amb els informàtics.

La publicació de *software* és a la part d'*Information 51* i la de serveis informàtics al sector *Professional, Scientific and Technical Services* subsector 54.

Annexos dels acords entre les administracions estadístiques canadenca, mexicana i dels Estats Units referents a la classificació del subsector informàtic manufacturer i de serveis informàtics dins la nova classificació NAICS

- 334 *Fabricació d'equips informàtics, comunicació, mesura i d'altres equips, components i accessoris electrònics*
- 3341 *Fabricació d'ordinadors i unitats perifèriques*

- 33411 *Fabricació d'ordinadors i unitats perifèriques*
- 3342 *Fabricació d'equips de comunicació*
- 33421 *Fabricació d'aparells per a telefonia*
- 33422 *Fabricació d'equips de transmissió i recepció de senyals de ràdio, televisió i cable*
- 33429 *Fabricació d'altres equips de comunicació*
- 3343 *Fabricació d'equip d'àudio i de vídeo*
- 33431 *Fabricació d'equip d'àudio i de vídeo*
- 3344 *Fabricació de components electrònics*
- 33441 *Fabricació de components electrònics*
- 3345 *Fabricació d'instruments de navegació, mesura, medicoquirúrgics i de control*
- 33451 *Fabricació d'instruments de navegació, mesura, medicoquirúrgics i de control*
- 3346 *Fabricació i reproducció de suports magnètics i òptics*
- 33461 *Fabricació i reproducció de suports magnètics i òptics*
(Inclou la fabricació de cintes d'àudio i de vídeo, disquets i discos compactes, i reproducció de suports d'informàtica, so i vídeo, enregistrats, i productes multimèdia)
- 541 *Serveis professionals, científics i tècnics*
- 5415 *Serveis de consultoria informàtica*
- 54151 *Serveis de consultoria informàtica*

El nou sector de la NAICS *Information 51*, és una reestructuració d'altres. Reuneix els que produeixen, manipulen i distribueixen informació i productes culturals, així com els que processen dades o transaccions. Incorpora les telecomunicacions i els mitjans de comunicació.

A diferència dels productes tradicionals, la informació té les característiques següents:

- No és tangible i pot presentar-se en diferents suports.
- El seu lliurament no requereix un contacte directe entre venedor i client.
- El seu valor no depèn de les seves qualitats tangibles sinó del seu contingut.
- És fàcilment copiable.
- Es pot afegir valor al producte informatiu.
- Els productes informatius estan protegits per *Copyright*.

L'objectiu que s'ha perseguit és el de posar de manifest aquest sector que altres classificacions obscureixen.

Annex de l'acord entre les administracions estadístiques canadenca, mexicana i dels Estats Units referent a la classificació del sector Informació dins de la nova classificació NAICS

- 51 *Informació en mitjans massius*
- 511 *Edició de publicacions impreses i software*
- 5111 *Edició de periòdics, revistes, llibres i similars*
- 51111 *Edició de periòdics*
- 51112 *Edició de revistes*
- 51113 *Edició de llibres*
- 51114 *Edició de directoris i bases de dades*
- 51119 *Edició d'altres impresos*
- 5112 *Edició de suports d'informàtica enregistrats*
- 51121 *Edició de suports d'informàtica enregistrats*
- 512 *Indústria cinematogràfica i d'enregistrament de so*
- 5121 *Indústria cinematogràfica*
- 51211 *Producció de pel·lícules cinematogràfiques i de vídeo, programes de televisió i altres materials audiovisuals*
- 51212 *Distribució de pel·lícules cinematogràfiques i de vídeo*
- 51213 *Cinemes i autocinemes*
- 51219 *Serveis de postproducció i altres serveis cinematogràfics*
- 5122 *Indústria d'enregistrament de so*
- 51221 *Productores discogràfiques*
- 51222 *Companyes discogràfiques integrades*
- 51223 *Editores de música*
- 51224 *Estudis d'enregistrament de so*
- 51229 *Altres serveis d'enregistrament de so*
- 513 *Ràdio, televisió i altres serveis de telecomunicacions*
- 5131 *Producció, transmissió i repetició de programes de ràdio i televisió*
- 51311 *Producció, transmissió i repetició de programes de ràdio*
- 51312 *Producció, transmissió i repetició de programes de televisió*
- 5132 *Producció i distribució per subscripció de programes de televisió*
- 51321 *Producció de programes de televisió distribuïts per cable*
- 51322 *Distribució per cable de programes de televisió*
- 5133 *Altres activitats de telecomunicacions*
- 51331 *Telefonia tradicional, telegrafia i altres telecomunicacions sense fils*
- 51332 *Telefonia cel i altres telecomunicacions sense fils, llevat els serveis via satèl·lit*
- 51333 *Revenda de serveis de telecomunicacions*
- 51334 *Serveis via satèl·lit*
- 51339 *Altres serveis de telecomunicacions*
- 514 *Subministrament i processament d'informació*
- 5141 *Subministrament d'informació*
- 51411 *Agències de notícies*

- 51412 *Biblioteques i arxius*
- 51419 *Altres serveis de subministrament d'informació*
- 5142 *Processament electrònic d'informació*
- 51421 *Processament electrònic d'informació*

El *Publishing* o Edició es considerava una activitat subsidiària de la impressió, una activitat manufacturera, en canvi, ara, l'activitat es classifica de forma separada.

S'inclou l'edició de *software* (el *Prepackaged Software* és tractat separatament: es considera una activitat manufacturera, però, en canvi, la seva distribució *online* és al sector de la informació). El *soft* a la mida és al sector de serveis professionals.

No s'inclou la publicitat, l'estudi dels mercats (màrqueting), la informació creditícia i d'opinió pública que romanen al sector de serveis professionals. La tasca d'artistes, escriptors, etc. és a un capítol propi: *Performing Arts, Spectator Sports, and Related Industries Subsector*.

Encara que les classificacions d'activitats econòmiques utilitzades a Europa no s'espera que experimentin uns canvis tan importants com a Amèrica del Nord, per al 2002 està prevista una revisió de la Nomenclatura Estadística d'Activitats Econòmiques a les Comunitats Europees (NACE-Rev. 1).

Un treball concordant, en línies generals amb la delimitació de sectors de l'OCDE, pot trobar-se també al document fet al Regne Unit per encàrrec de l'*Office of Science & Technology*. 21/8/97 [16].

4. INDICADORS REFERENTS A L'ASSOLIMENT DE LES TIC EN LA SOCIETAT

Un dels primers estudis sobre la utilització de les TIC a escala social és el publicat pel *Ministry of Research & Information Technology* danès i titulat: *IT in Figures 1997. 19 Pictures of the Info-society* [12].

Amb dades del propi Ministeri, es fa referència a l'esforç de recerca i desenvolupament en aquest sector que és molt alt i al grau de participació de l'administració danesa en la xarxa Internet, mesurada per si es disposa de correu, pàgina a Internet, o sistemes per efectuar gestions solucionables a través de la xarxa o a través de sistemes de resposta vocal automàtics.

S'estudia la utilització de la xarxa de dades de salut amb dades del Comitè Nacional de Salut danès.

S'analitza la participació en la xarxa educativa i el nombre d'equips informàtics instal·lats amb dades del Ministeri d'Educació.

Amb dades de l'empresa IDC, Statistics Danmark i d'altres fonts, es descriu l'equipament electrònic, informàtic i de comunicacions de les llars i l'oferta danesa a Internet que ve representada pel nombre de *home pages*.

L'informe tracta també subsectors específics com el de les biblioteques (com a via per a l'accés públic a Internet) i el dels serveis per a minusvàlids.

Es dona compte de les dades referents a l'ús d'Internet per part de l'empresa prenent també com a referència el nombre de *home pages*. Es fa una petita anàlisi del comerç electrònic i del teletreball.

Es donen alguns indicadors sobre el sector de les telecomunicacions quant a preus, digitalització de la xarxa i subscripció de línies ISDN.

4.4. L'experiència catalana

Durant l'any 1999 s'ha dut a terme, a l'Institut d'Estadística de Catalunya, una activitat experimental⁷ consistent en definir un conjunt d'indicadors per a l'any 1998 que mostrin el grau d'adaptació i assoliment de la societat de la informació en els següents sectors [9]:

Biblioteques, ensenyament primari i secundari, universitats, hospitals i administració local.

S'ha mantingut un mateix esquema bàsic per a tots els sectors.

Els apartats i algunes dades sol·licitades són:

- *Capacitat de procés instal·lada (mesurada en nombre de PC i de xarxes).*
- *Capacitat de comunicació proveïda externament (nombre de línies telefòniques, nombre circuits llogats, capacitat de connexió amb Internet).*
- *Flux d'informació entrant i sortint via Internet.*
- *Serveis remots al públic basats en la telemàtica (proveïment d'accés a Internet, proveïment d'ensenyament via Internet, serveis via correu electrònic).*
- *Ús i presència en xarxes telemàtiques (nombre de punts d'accés a Internet, nombre de webs).*
- *Formació en TIC.*
- *Despeses en maquinari, programari i aparells electrònics.*
- *Projectes telemàtics iniciats.*
- *Principal programari utilitzat.*

⁷ Activitat dins del Pla Estadístic 1997-2000

Actualment s'estan treient resultats i s'està avaluant l'operació en termes de si les preguntes donen una panoràmica ajustada i suficient de l'ús de les TIC. La qualitat d'algunes dades com les referents a formació i a despeses és inferior a la prevista. Per a l'any 1999 es treballa amb més de 100 indicadors (vegeu annex) referits als apartats anteriors més els cinc següents: *recerca, mercat de treball, empresa, sectors i indicadors macroeconòmics, comerç exterior i balança de pagaments en béns i serveis TIC i aspectes socials de les TIC*.

L'àrea que presenta més mancances és la dels indicadors referents al conjunt de la societat: es desconeix la presència catalana a Internet a nivell de continguts disponibles, nombre de servidors i les dades de fluxos d'informació canalitzats a través d'aquesta xarxa. Igualment, no hi ha gaire informació sobre la participació de l'empresa a Internet, l'accés i el comerç realitzat. Les dades d'infraestructures i inversions en telecomunicacions i les d'equipament disponible globalment (PC, línies telefòniques, circuits llogats, antenes parabòliques, etc.) són poques. En canvi, es disposa d'informació, obtinguda mitjançant enquestes a les llars, sobre el nombre de persones connectades a Internet i el nombre de PC domèstics.

Cal explorar les possibilitats d'obtenir informació de les enquestes més habituals en l'estadística oficial com són: l'enquesta de pressupostos familiars, la de salaris a la indústria i als serveis, l'índex de preus al consum, l'enquesta de població activa, les enquestes a les empreses dels sectors industrials i de serveis, la d'innovació tecnològica, i la de recerca científica i desenvolupament tecnològic, entre d'altres.

5. ESTUDIS COMPARATIUS ENTRE PAÏSOS

El DTI (Departament d'Indústria i Comerç del Regne Unit) publica amb caràcter anual, dades de l'ús de TIC en l'empresa comparatives dels països del G7 i que provenen d'un treball de camp encarregat a la consultora *Spectrum* [11]. Hi ha, també, un apartat d'enquestes d'opinió a experts.⁸

⁸En el DTI s'han elaborat, també, dos documents de reflexió sobre com s'espera que sigui l'economia del futur [4] [5]. Els conceptes sobre els quals gira la reflexió són: l'economia basada en el coneixement, competitivitat, innovació, recerca i desenvolupament, innovació, aprenentatge i capacitació constants, modernització del govern, col·laboració. A diferència del que hem vist en els documents produïts als Estats Units, on es parla de quelcom concret com l'economia digital, en els documents de reflexió elaborats pel DTI es fa referència al coneixement. L'economia s'adjectiva com *Knowledge-driven*, és a dir, economia orientada o conduïda pel coneixement o basada en el coneixement. No hi falta la cita important: *Knowledge is the most powerful engine of production* (Alfred Marshall, 1890, *Principles of Economics*). Les referències a les implicacions per a l'estadística oficial són inexistents.

Un estudi, més resumit, que s'ha emprat sovint en la comparació entre països, és el d'IDC [8] sobre els indicadors de la societat de la informació. Les dades que es fan servir són les següents:

<i>Computer Infrastructure</i>	<i>Information Infrastructure</i>	<i>Internet Infrastructure</i>	<i>Social Infrastructure</i>
PC installed/capita	Telephone lines/household	ECommerce Spending	Secondary school enrollment
Home PC shipped	Telephone fault lines	# Internet Home Users	Tertiary school enrollment
Gov't/commercial PC shipped	Radio ownership/capita	Internet Business Users	Newspaper readership
Educational PCs shipped	TV ownership/capita	# Internet Education User	Press freedom
Networked PCs %	Fax ownership/capita		Civil liberties
Software/Hardware spending	Cellular phones/capita		

Ambdós es basen en la tria d'uns pocs indicadors molt representatius amb els quals s'elabora un índex sintètic.

6. CONCLUSIONS

L'experiència de països capdavaners indica que cal que s'incrementi la reflexió sobre l'impacte de la creixent utilització de les TIC a l'estadística oficial que, com s'ha vist, té repercussions variades. Europa presenta un retard en aquest camp respecte a Amèrica del Nord. De vegades fer petites modificacions en estadístiques preexistents pot ser suficient per adaptar-les a les necessitats informatives de la societat de la informació.

Els aspectes específics que es debaten en relació a l'estadística fins al moment són:

- Millora en la mesura de l'*output* dels serveis que es veu influïda pels canvis de qualitat i varietat dels serveis, que provoquen les TIC (i a l'inrevés, la correcta mesura dels sectors de serveis influeix sobre el coneixement de l'impacte de les TIC)
- Millora en el coneixement de l'estoc de capital i, particularment, allò que es refereix als actius intangibles i a la seva depreciació.
- Millora en la mesura del creixement econòmic en termes reals utilitzant índexs que no es vegin afectats per la variació dels preus relatius.
- Accentuació de la recollida d'informació sobre l'impacte econòmic i social de l'ús d'aquestes tecnologies, preparant i seleccionant uns indicadors adequats i comparables i que segueixin un model d'anàlisi precisa.

- Estudi de la manera d'aprofitar per a l'estadística les dades existents en suport digital.
- Anàlisi de l'impacte sobre les classificacions d'ocupacions i activitats i introducció dels canvis necessaris.

REFERÈNCIES

- [1] R. Atkinson i R.H. Court. (1998). *The New Economy Index. Understanding America's Economic Transformation*. Nov. 1998. Progressive Policy Institute, Washington, USA
<http://www.neweconomyindex.org/>
- [2] Bureau of Economic Analysis (BEA). (1995). *Mid-Decade Strategic Review of BEA's Economic Accounts*, Survey of Current Business, Feb. 1995.
<http://www.bea.doc.gov/bea/aw/0295od/maintext.htm>
- [3] Department of Commerce. (1999). *The Emerging Digital Economy II*. June, 1999, Secretariat on Electronic Commerce, Washington, USA
<http://www.ecommerce.gov/ede/ede2.pdf>
- [4] Department of Trade & Industry. (1998). *Converging Technologies: Consequences for the New Knowledge-Driven Economy*, sept. 1998, UK. DTI/Pub 3692/2k/10/98/NP. URN 98/938.
<http://www.dti.gov.uk/future-unit>
- [5] Department of Trade & Industry. (1998). *Our Competitive Future. Building the Knowledge-Driven Economy*, Presented to Parliament by the Secretary of State for Trade & Industry, dec. 1998, London, UK.
- [6] I.P.Fellegi. (1999). «Serveis Estadístics. Preparant-se per al futur». *Qüestió*, vol. 23, 2, 263-296, 1999.
- [7] John Haltiwanger. (1999). *Measuring the Digital Economy. Understanding the Digital Economy*, Dep. of Commerce, Washington, Maig 1999.
<http://www.digitaleconomy.gov>
- [8] IDC. (199?). *Information Society Index*.
<http://www.worldpaper.com/ISI/intro.html>
- [9] Idescat. (199?). *Estadística de les Tecnologies d'Informació i Comunicacions (TIC). Indicadors de la Societat de la Informació*. (Revisió de l'activitat experimental 301130 -En preparació)
- [10] Industry Canada. (1999). *Information and Communication Technologies. Statistical Review 1990-1997*. Maig 1999 <http://strategis.ic.gc.ca/SSG/it00957e.html>
- [11] Information Society Initiative. (1999). *Moving into the Information Age. An International Benchmarking Study*, 1999.
<http://www.isi.gov.uk/isi/>

- [12] Ministry of Research & Information Technology. (1997). *IT in figures 1997. 19 Pictures for the Information Society. Appendix to the IT Policy White Paper.* Statens Publicationer, Copenhagen, Denmark.
- [13] Brent Moulton. (1999). «GDP and the Digital Economy: Keeping up with Changes». *Understanding the Digital Economy*, Dep. of Commerce, Washington, Maig 1999.
<http://www.digitaleconomy.gov>
- [14] NAICS (North American Industry Classification System). (199?).
<http://www.census.gov/epcd/www/naics.html>
- [15] OCDE. Information, Computer & Communications Policy Committee (ICCP). (199?). *Definition for the Information and Communication Technology Sector.*
<http://www.oecd.org/dsti/sti/it/stats/defin.htm>
- [16] Office of Science & Technology. (1997). *Green Paper: Mapping and Measuring the Information Technology, Electronics and Communications Sector in the United Kingdom.* Office of Science & Technology. 21/8/97. Preparat per: Hawkins, R.W.; Mansell, R.E.; Steinmueller, W.E
- [17] Jack E. Triplett, (1999). «Economic Statistics, The New Economy, and the Productivity Slowdown», *Business Economics*, April 1999, 13-17.

ANNEX

Model de dades per avaluar l'economia digital i l'assoliment de la societat de la informació

El model està format pels apartats següents:

1. Infraestructures. Capacitat de procés instal·lada

Nombre d'ordinadors segons grandària

Percentatge d'usuaris dels sistemes operatius de Microsoft

Nombre de llars amb PC

Nombre de PC adquirits el darrer any a les llars

Nombre de llars en les quals es pensa adquirir un PC en el termini d'un any

Nombre de PC en empreses del sector de serveis

Empreses de serveis que tenen xarxa informàtica local

PC disponibles en diversos àmbits socials

PC adquirits en els darrers dotze mesos en diversos àmbits socials

Nombre de xarxes informàtiques locals en diversos àmbits

2. Infraestructures. Capacitat de comunicació i recepció

Aspectes generals

Longitud de les xarxes de cable

Longitud de la xarxa de fibra òptica

Longitud de la xarxa de radioenllaços

Nombre de línies telefòniques instal·lades

Nombre de línies que ofereixen serveis de comunicació integrats

Nombre de circuits digitals llogats

Grau de participació de la telefonia IP

Grau de digitalització de la xarxa (commutació local)

Llars

Percentatge de llars amb servei de cable

Percentatge de llars amb antena de satèl·lit

Percentatge de llars amb televisor

Percentatge de llars amb vídeo

Percentatge de llars amb reproductor de CD

Percentatge de llars amb lector de cd-rom o ordinador multimèdia
Percentatge de llars amb accés a Internet
Percentatge de llars amb algun membre amb telefonia mòbil
Nombre de llars amb mòdem o similar
Nombre de telèfons mòbils per llar
Nombre de televisors per llar
Nombre de reproductors de CD per llar
Nombre de vídeos per llar
Nombre d'ordinadors per llar

Empreses

Nombre d'empreses serveis que tenen algun circuit de transmissió de dades

Àmbits socials

Nombre de línies telefòniques en diversos àmbits socials
Longitud de les xarxes d'àrea local en diversos àmbits socials
Longitud de la xarxa de fibra òptica en diversos àmbits socials
Nombre de circuits digitals llogats en diversos àmbits
Capacitat de comunicació amb Internet en diversos àmbits socials
Capacitat mitjana de comunicació amb Internet en diversos àmbits socials

3. Flux d'informació a través d'Internet

Ràtio de volums d'informació sortint/entrant a través d'Internet
Ràtio de volums d'informació sortint/entrant a través d'Internet en diversos àmbits socials
Minuts mensuals d'utilització dels sistemes tipus d'Infovia

4. Serveis telemàtics

Serveis remots al públic basats en la telemàtica en diversos àmbits socials
Nombre de proveïdors de serveis d'accés a Internet
Nombre d'usuaris de proveïdors de serveis d'accés a Internet
Alumnes universitaris que reben alguna mena d'ensenyament o servei associat a través d'Internet
Alumnes d'ensenyament no reglat que reben alguna mena d'ensenyament a través d'Internet
Nombre d'usuaris de proveïdors de serveis d'accés a Internet en diversos àmbits socials

5. Ús de l'ordinador i la telemàtica

Aspectes generals

Nombre de webs, pàgines i volum d'informació segons llengua a Internet
Nombre de dominis

Ús referit a l'individu

Persones que han utilitzat alguna vegada un ordinador
Persones que pensen utilitzar l'ordinador en el termini d'un any
Freqüència d'utilització de l'ordinador
Lloc primordial d'utilització de l'ordinador

Nombre de persones que utilitzen la telefonia mòbil
Nombre de persones que tenen previst utilitzar la telefonia mòbil en el termini d'un any

Nombre de persones que han accedit a Internet algun cop
Persones que pensen utilitzar Internet en el termini d'un any
Nombre de persones que utilitzen Internet setmanalment com a mínim
Nombre de persones que utilitzen Internet mensualment com a mínim
Utilització d'Internet segons lloc primordial d'accés
Nombre de persones amb accés a Internet que l'utilitzen per a formació
Nombre de persones amb accés a Internet que l'utilitzen per a teletreball
Nombre de persones que han intervingut alguna vegada en operacions de comerç electrònic
Nombre de persones amb accés a Internet que l'utilitzen per a banca electrònica

Percentatge de participació de dominis d'Internet de primer nivell a la llar
Forma de pagament d'Internet a la llar

Ús professional

Nombre d'empreses amb accés a Internet
Nombre d'empreses amb servidor web a Internet
Nombre d'empreses amb activitat comercial a Internet
Percentatge de participació de dominis d'Internet de primer nivell a l'empresa
Nombre d'empreses industrials amb correu electrònic
Nombre d'empreses que fan servir sistemes EDI

Nombre d'empreses de serveis que realitzen alguna mena de transmissió de dades via telecom.
Nombre d'empreses de serveis que accedeixen a Internet
Nombre d'empreses de serveis amb correu electrònic

Nombre d'empreses de serveis amb presència a Internet
Nombre d'empreses de serveis que compren a Internet
Nombre d'empreses de serveis que venen a Internet a Internet
Nombre de punts d'accés a Internet en empreses de serveis

Nombre d'empreses de serveis que utilitzen la telefonia mòbil

Nombre d'empreses innovadores que utilitzen Internet en processos de fabricació

Nombre de punts d'accés a Internet en diversos àmbits socials
Nombre de persones amb adreça de correu electrònic en diversos àmbits socials
Percentatge de centres amb accés a Internet en diversos àmbits socials
Percentatge de centres amb presència en webs en diversos àmbits socials

6. Formació

Variacions percentuals quinquenals en els estudis més alts realitzats
Població de 16 anys o més que està realitzant estudis
Població que està realitzant estudis de postgrau o de formació no reglada superior a 300 hores
Estudiants universitaris en TIC
Titulats universitaris en TIC
Formació ocupacional en TIC
Habilitats lectores i de matemàtiques en els alumnes que finalitzen l'ESO
Nombre de persones que han efectuat formació interna

7. Recerca

Retorns del programes de recerca europeus
Despeses d'R+D
Despeses d'R+D a l'ensenyament superior
Despeses d'R+D a l'administració pública
Despeses d'R+D a l'empresa
Despeses d'innovació
Articles científics publicats durant l'any
Sol·licitud de patents
Sol·licituds de marques
Nombre d'empreses innovadores

8. Despeses en TIC

Despeses en maquinari, programari i aparells electrònics en el sector industrial
Inversions en infraestructures de comunicacions

Despeses mitjanes en relació al nombre de PC en maquinari, programari i aparells electrònics (incloent serveis informàtics i lloguers de telecomunicacions) en diversos sectors socials

9. Mercat de treball en TIC

Ocupats en sectors TIC

Ofertes i demandes de treball en sectors TIC

Salaries en sectors TIC. Guany mitjà per treballador i mes

Salaries en sectors TIC. Guany mitjà per hora treballada

10. Empresa, sectors econòmics i indicadors macroeconòmics

Xifra de negocis en sectors TIC

Establiments i empreses en sectors TIC

Variació anual de la productivitat

Consum digital

Índex de preus de productes digitals i de serveis d'informació i comunicacions

Volum de comerç electrònic

Facturació total per comerç electrònic d'empreses de serveis

Personal ocupat en activitats de comerç electrònic en empreses de serveis

Empreses de serveis que tenen previst realitzar activitats de comerç electrònic durant el proper any

11. Comerç exterior i balança de pagaments en béns i serveis TIC

Participació del comerç exterior TIC sobre el total

Balança de pagaments pel que fa a certs serveis

Inversions directes a l'exterior

Inversions directes de l'exterior

12. Aspectes socials de les TIC

Usuaris d'ordinador segons sexe

Usuaris d'ordinador segons nivell d'ingressos

Usuaris d'ordinador segons relació amb l'activitat

Usuaris d'ordinador segons nivell d'estudis

Usuaris d'Internet segons sexe

Usuaris d'Internet segons nivell d'ingressos

Usuaris d'Internet segons relació amb l'activitat

Usuaris d'Internet segons nivell d'estudis

ENGLISH SUMMARY

OFFICIAL STATISTICS AND THE IMPACT OF THE EMERGENT DIGITAL ECONOMY

V. MELÉNDEZ

Institut d'Estadística de Catalunya (Idescat)

The current use of the information and communication technologies (ICT) in every social area demands the measure of its economic and social impact and of the degree of achievement of the information society. An analysis of the more recent reports and papers dealing with the incidence of this reality on the statistical methodology and of the improvements and changes carried out in the leading countries is conducted. As the economic activities classifications currently employed is concerned, a specific mention is made to the update that they need. Finally the attempts to create a set of indicators that present and help to understand these new phenomenon, specially those carried out at the Catalan institute of statistics (Idescat) are presented.

Keywords: information & communications technologies (ICT), digital economy, statistical classifications, information society, economic indices and measures

AMS Classification (MSC 2000): 91B82, 62P20, 62P25

– Received December 2000.

– Accepted February 2000.

Several reports and papers have been published in the last months dealing with what is called «digital economy», «new economy» or «knowledge driven economy», meaning the economy that is being affected by the production and the economic and social use of the information and communication technologies (ICT). An important part of their contents have been focused on the problems of measurement derived from this phenomenon and on the importance of developing new statistics and adjusting the existing ones.

It is also a theme of interest the development of a set of indicators in order to show and understand the economic and social impact of the ICT.

Foreseen data for the USA in 1999 shows that the GDP share of the ICT industries will account for the 8% of it (6% in 1993). The annual growth rates of this industries are about 10% in contrast with the rest of the industries that are growing at a 5% rate. Even more impressive than these data is the ICT contribution to the real growth rate: 29% in 1998 and that the ICT industries contributed to the drop of the overall inflation level by 0,4% during 1996 and 1997.

The official agencies that have responsibilities with regard to the statistics about this area are the Bureau of Economic Affairs (BEA), the Census Bureau, both under the rule of the Economic & Statistics Administration (Dept. Of Commerce) and the Bureau of Labor statistics of the Dept. of Labor.

In this respect, the Secretary of Commerce says in [3] *We look forward to...to identify ways to best measure the emerging digital economy.*

Some of the statistical issues raised in the reports and papers[1], [3], [7] and [13] that are reproduced below, were anticipated by the Mid Decade Strategic review of BEA's Economic Accounts, in 1995 [2].

With regard to the specific points of discussion mentioned in this literature, some comments are added as follows.

A quality-adjusted computer price index was introduced in 1985. Its application have resulted in significantly higher real economic growth and it will be applied to similar goods and to some kinds of software.

The assessment of the output of industries as wholesale trade, finance, banking and insurance and business services that are intensive users of ICT can not be measured adequately, and therefore it is quite difficult to determine the extend of the contribution of ICT industries. The real growth of an industry can not be measured without an accurate price index or a quantity index.

A conceptual work have been done in relation to the banking industry and its results are expected to be applied during this year.

Unlike the data available that shows a negligible growth of labor productivity, it is more realistic to assume that it has grown as these (services) industries have made great investments in ICT.

An improvement in this area will entail an increase of real growth.

The discussion about this productivity paradox —despite the investment in ICT the productivity growth is lower than in other periods— continues, since Nobel Laureate Robert Solow said: *You can see the computer age everywhere but in productivity statistics.*

Productivity across the main industry groups shows that ICT producers had an extraordinary annual increase of 10,4% from 1990-97 but the overall growth (excluding agriculture) was only 1,4%.

As the non ICT producing industries considered heavy ICT users and producers of goods, are concerned, they had a 2,4% increase while the services producers experienced a small decrease.

To explain these data it is argued that the total net capital stock has grown at a 2,3 rate while the total private employment has risen a 1,8% annually which gives a capital ratio growth of 0,5% which is lower than in other periods.

In relation with the measure of the real growth of the GDP there have been changes provided that the most dynamic industries that increase more their output are also the ones that have a trend to a relative price reduction. The assumption that the relative prices were stable for periods of 5 years is not considered valid anymore and prices from the previous period are used (since 1995) instead. The «fixed weighting» has given way to the «chain weighting». An overstatement of growth have been avoided - in 1998 the difference between this two procedures was 2,7%; a 3,9 instead of a 6,6.

The Census Bureau in collaboration with the statistical administrations of Canada and Mexico, have developed a North-American Industry Classification System (NAICS) [14] that has begun to be used with the 1997 reference period and that incorporates an Information sector (NAICS 51)

With regard to the capital stock measurement, it is recognized that, in the past, important components of capital may have not been adequately measured: intellectual property, purchase of software, etc. The ICT contribution to the real growth of the capital in 1998 was a 58% and it continues to be the main expenditure made in fixed capital.

In relation with foreign trade data, some gaps in services trade and a lack of detail are detected. Both imports and exports increased over the average between 1993-1998.

As for the work of other agencies, it is important to mention the BLS effort in relation with the prices of the services industries and therefore in the definition of the output.

The Census Bureau has introduced changes in existing surveys so as to measure the electronic commerce, the capital expenditure, the consumer expenditures, and so on.

As for the follow up of the new economy that begins to consolidate, a major criticism is being made [1]: «Our statistical system was essentially established to measure a stable economy with most of the output in agricultural and manufacture goods. Even today, The United States spends three times more on agricultural statistics than on national income statistics, according to MIT economist Lester Thurow».

In that report a set of indicators to keep up with the pace of evolution is presented. The indicators cover: structural changes that mark the transition to the new economy, its impact on income and employment and the foundations for growth (education, research and innovation).

With regard to the definition of an ICT sector, the first attempt was done in Canada and afterwards it was discussed at the OECD Committee for Information, Computer and Communications Policy (ICCP) in 1997. Eurostat worked together with OECD to further redefine the sector in September 1998.

With independence of this selection of industries, important changes in European economic activities classifications are needed taking the example of the NAICS. The analysis of the changes in relation with ICT activities shows that a subsector called Computer and Electronic Product Manufacturing (334) has been created, separated from the Electric Industry. The technology used along with the great obsolescence of its capital stock are the rationale of the change.

The other important change is the gathering under sector «Information» (51) of publishing, Broadcasting and telecommunications, Information services and Data&Transactions Processing. The rationale of this decision is based on the characteristics of the information: it is not tangible and may be presented on different supports, its transaction does not require the direct contact between seller and buyer, its value depends on its contents that can be enhanced (and it is not consumed). It can be copied a re-used and therefore it is subject to the protection of Copyrights.

During 1999 a survey was conducted in libraries, primary and secondary schools, universities, hospitals and local governments, containing a similar set of indicators to assess the economic and social impact of ICT industries in Catalonia. The questionnaire contents was: Process capacity (number of PCs, LANS, ...), Communications capacity (telephone lines, leased circuits, connection with Internet,...), Incoming/outgoing information flows, Public services based on telematic tools, Use & presence on Internet, Training and Expenditure in TIC. A wider scope set of indicators is being developed with more than 100 of them with new sections as: Research, Labor market, Business and macroeconomic indicators, Foreign trade and balance of payments and Social aspects.

The two most important problems are: the areas without enough information, i.e., firms, and the difficulty to get accurate responses on subjects as permanent training and expenditures in ICT.

The exploitation of data collected in various existing surveys: labor force, wages and salaries, R & D and consumer prices and expenditure, and the addition of new items to get more information, are a good source of data.

WINSORITZACIÓ DE LA DESPESA TURÍSTICA A CATALUNYA*

MARC SÀEZ
MARIA ANTÒNIA BARCELÓ
CARME SAURINA
GERMÀ COENDERS

Departament d'Economia, Universitat de Girona*

En el marc d'actuació de l'Institut d'Estadística de Catalunya (Idescat), el sector turístic apareix com una línia prioritària, tant des de l'àmbit de la producció estadística com des de la reflexió teòrica, i dins aquest context es pot destacar la despesa turística com a variable certament estratègica, quan es tracta d'aprofundir en temes tan determinants com poden ser el de l'impacte del turisme en el creixement econòmic o el de la comptabilitat satèl·lit del sector turístic. Això justifica abastament l'interès de l'Idescat en el desenvolupament de millores metodològiques en aquesta unitat d'anàlisi. En el present article es proposa un mètode per a imputar les dades mancants i corregir els errors sistemàtics de les enquestes destinades a mesurar la despesa dels viatges turístics. La complexitat de la despesa turística fa que aquests errors siguin sobretot per omissió. El mètode proposat consisteix en winsoritzar asimètricament els residus d'un model de regressió que inclou les principals característiques del viatge realitzat com a variables predictores de la despesa diària per persona. Per a l'estimació s'empra iterativament el mètode de mínims quadrats, cosa que es pot considerar una variant de l'algorisme EM. Els errors estàndard es calculen per remostreig amb el mètode jackknife. El procediment s'il·lustra amb dades dels viatges a Catalunya realitzats per catalans, altres ciutadans de l'Estat espanyol i estrangers durant l'any 1998.

Winsorization of tourism expenditure in Catalonia

Paraules clau: winsorització, regressió robusta, jackknife, valors atípics, dades mancants, despesa turística

Classificació AMS (MSC 2000): 62G09, 62G35, 91B82

* Aquest estudi ha estat finançat per l'Institut d'Estadística de Catalunya (Idescat), mitjançant un conveni de col·laboració signat el juliol de 1999 amb la Universitat de Girona, sota el títol *Imputació de la despesa turística a Catalunya 1997-98*.

* Departament d'Economia. Universitat de Girona. Facultat de Ciències Econòmiques i Empresarials. Campus de Montilivi. 17071 Girona. Espanya. E-mail: msaez@gnomics.udg.es

— Rebut el març de 2000.

— Acceptat el juny de 2000.

1. INTRODUCCIÓ

El fet que la renda turística se situï vora el 9% del PIB català (Pareta i Pérez, 1998) exigeix que es disposi de mesures vàlides de la despesa turística. En aquest sentit, des de l'any 1997 la D. G. de Turisme del Dept. d'Indústria, Comerç i Turisme de la Generalitat de Catalunya realitza «l'enquesta als visitants estrangers» (EVE, Pareta i Pérez, 1998) i l'Institut d'Estadística de Catalunya (Idescat) l'enquesta als visitants procedents de la mateixa Catalunya («enquesta dels viatges dels catalans», EVC) i de la resta de l'estat l'enquesta dels viatges dels espanyols a Catalunya («Enquesta dels Viatges dels Catalans», EVEC) i de la resta de l'estat («Enquesta dels Viatges dels Espanyols a Catalunya», EVEC). A nivell de tot l'Estat Espanyol, el Instituto de Estudios Turísticos elabora anualment l'enquesta «movimiento turístico de los españoles» sobre els viatges turístics dels residents a l'Estat, sigui amb destinació interior o a l'estranger. La mateixa institució té projectat realitzar en un futur l'enquesta «estimación del gasto turístico» per incloure també les visites a l'Estat fetes per estrangers.

L'EVE s'administra de forma personal i pregunta sobre la despesa realitzada durant el viatge en el moment que el viatger es disposa a creuar la frontera i deixar Catalunya. L'EVC i l'EVEC s'administren de forma telefònica i pregunten de forma retrospectiva per la despesa dels viatges realitzats durant els darrers tres mesos. La complexitat de la despesa és considerable, donat que es divideix en capítols diversos (viatge, allotjament, compres, restauració, lleure, etc.) que es paguen en moments diferents, a vegades en monedes diferents i, fins i tot, de forma individual o col·lectiva per part de totes les persones que viatgen en grup. Així, doncs, la tasca de l'enquestat de recordar i calcular es pot considerar difícil, sobretot quan l'enquesta es fa de forma retrospectiva (Schwarz i Sudman, 1996; Sudman, Bradburn i Schwarz, 1996), encara que l'EVC i l'EVEC donin a l'enquestat l'opció de facilitar la despesa de forma global, o desagregada per conceptes o individus.

És d'esperar, per tant, que els enquestats cometin errades, sobretot per omissió. D'altra banda, el percentatge de no resposta a la pregunta sobre despesa voreja el 25%, cosa que exigeix algun procediment d'imputació. L'objectiu del present article és proposar un mètode estadístic amb el triple objectiu de corregir les despeses reportades anormalment baixes, imputar les despeses mancants, i estimar els coeficients d'un model microeconòmic de determinació de la despesa segons les característiques del viatge. El mètode s'aplica a les dades de l'EVE, l'EVC i l'EVEC per a l'any 1998.

2. PLANTEJAMENT DE L'ANÀLISI

2.1. La informació primària

Les dades procedeixen de les enquestes EVE, EVC i EVEC, totes elles referides a viatges realitzats durant l'any 1998.

L'EVE es duu a terme de forma continuada al llarg del temps. La mostra és de tipus sistemàtica i estratificada pel calendari i les vies d'entrada i sortida de Catalunya a l'estranger. Les enquestes es fan de forma personal al cap de família en el cas de viatges en grups familiars i tenen lloc a les principals sortides cap a França per carretera, als aeroports i als ferrocarrils internacionals que surten de Catalunya per Port Bou i als autobusos turístics. Pel que fa a la despesa, es pregunta de forma agregada, distingint-se només entre l'efectuada des del país d'origen i l'efectuada a Catalunya. En aquest article es considera en tot cas la despesa total. Abans de preguntar per la despesa, es demana a l'enquestat que assenyali de tots els possibles conceptes quins corresponen a algun pagament en origen o en destinació, a fi d'ajudar a l'enquestat a recordar i incloure tots els conceptes al donar la resposta (vegeu Pareta i Pérez, 1998 per més detalls).

Les EVC i EVEC es duen a terme tres vegades l'any a mostres representatives de la població catalana i de la resta de l'Estat Espanyol major de 15 anys, obtingudes per mostreig aleatori estratificat geogràficament. Les enquestes es fan de forma telefònica assistida per ordinador al domicili habitual de l'enquestat, a qui es pregunta en primer lloc si ha fet algun viatge durant un mes determinat d'entre els quatre mesos anteriors. En el cas de l'EVEC es concreta a més que la destinació principal sigui Catalunya. La despesa es pregunta de forma separada per a cada un dels viatges reportats durant el mes de referència. La despesa la pot facilitar l'enquestat per conceptes —transport, allotjament i altres— o agregada, en forma de total per tot el grup, o com a estimació de la despesa mitjana per persona (vegeu Gomà i Bas, 1998 per més detalls).

Els qüestionaris i el mètode de recollida de dades de les enquestes EVC i EVEC són gairebé idèntics. Donat que no s'esperen comportaments radicalment diferents entre els visitants catalans i de la resta de l'estat, aquestes enquestes es varen combinar a fi de disposar de tots els viatges amb destinació a Catalunya amb qualsevol origen dins de l'Estat Espanyol.

Els viatges s'han segmentat en tres grups, amb l'objectiu d'estimar models de regressió separats per la despesa:

- 1) Viatges amb cost explícit de l'allotjament: viatges per motiu de lleure (excepte amb allotjament a habitatge propi, habitatge de familiars o amics o de lloguer per períodes superiors als tres mesos), i viatges per altres motius amb allotjament a

hotel, càmping o residència casa de pagès. En total hi ha 239 viatges amb despesa reportada superior a 0, realitzats per 229 enquestats per les EVC i EVEC, i 3218 enquestats i viatges per l'EVE.

- 2) Viatges sense cost explícit de l'allotjament: viatges per visita a familiars o amics (excepte si l'allotjament és a hotel, càmping o residència casa de pagès) i viatges per altres motius amb allotjament a habitatge propi, habitatge de familiars o amics o de lloguer per períodes superiors als tres mesos. En total hi ha 240 viatges amb despesa reportada superior a 0, realitzats per 214 enquestats per les EVC i EVEC, i 311 enquestats i viatges per l'EVE.
- 3) Viatges de negocis: viatges de negocis o fires, amb qualsevol tipus d'allotjament, i viatges d'estudi amb allotjament a establiments hotelers amb 441 enquestats i viatges per l'EVE. Per les EVC i EVEC els viatges de negocis i estudi són massa poc nombrosos (56 en total) per estimar-ne amb fiabilitat un model per la despesa.

2.2. Selecció de les variables

La variable depenent considerada és despesa per persona i dia. El nombre de dies s'agafa com nombre de pernотacions més una. L'enquestat podia donar la despesa total agregada, desagregada per conceptes i/o persones, o d'ambdues maneres. En cas de conflicte es prenia el valor màxim.

Entre les variables candidates a explicatives vàrem ometre les variables socioeconòmiques o demogràfiques atès que la despesa del viatge era sovint compartida entre tota una unitat familiar i és difícil de controlar quin dels membres respon l'enquesta i fins a quin punt el seu perfil descriu bé el del conjunt de la unitat familiar. Models preliminars que incloïen aquestes variables donaven estimacions no significatives i difícils d'interpretar. Per tant, les variables escollides són aquelles relacionades amb les característiques del viatge que en principi poden afectar més el cost.

Les variables explicatives es varen agrupar en classes i codificar com a binàries; les qualitatives per evitar la presència de grups amb efectius reduïts; les numèriques per a recollir possibles efectes no lineals (per exemple, una segona persona pot reduir el cost en permetre ocupar una habitació doble, en canvi, no està tan clar l'efecte de la tercera i ulteriors persones).

Després de la recodificació, la distribució de les variables explicatives es troba a les Taules 1 i 2 i es detalla tot seguit:

- 1) Comunitat autònoma o país de procedència, per recollir l'efecte de la distància recorreguda i de la distribució territorial de la renda. Existiria la possibilitat, no considerada en el present treball, d'una especificació alternativa que contemplés la variable

Taula 1. Distribució dels viatges de les enquestes EVC i EVEC.

Viatge amb cost de l'habitatge:	Amb cost explícit	Amb cost implícit
PROCEDÈNCIA		
Catalunya	24%	13%
Aragó	15%	26%
Balears	6%	7%
València	13%	10%
Madrid	17%	20%
Resta comunitats nord ^(a)	16%	11%
Resta comunitats sud ^(b)	8%	13%
DESTINACIÓ		
Pirineu-prepirineu	10%	3%
Costa Brava	22%	12%
Barcelona	19%	38%
Costa Daurada	39%	28%
Maresme/Garraf/Central/Lleida	10%	20%
DURADA VIATGE		
1 a 7 dies	41%	43%
1 a 3 dies (només cap setmana)	29%	26%
8 o més dies	31%	31%
MITJÀ DE TRANSPORT		
Cotxe	67%	62%
Autocar	15%	8%
Avió	8%	9%
Tren i altres	10%	21%
ALLOTJAMENT		
Hotel	64%	
Càmping	11%	
Apartament de lloguer	17%	
Altres de pagament	8%	
PERSONES COMPARTeixEN DESPESA		
Una	26%	35%
Dues	34%	39%
3 o més	40%	27%
MES DE SORTIDA		
Març-juny	26%	22%
Juliol-setembre	57%	48%
Octubre-febrer	17%	31%
MIDA DE MOSTRA		
Viatges	239	240
Individus	229	214

^(a) Les altres comunitats del nord inclouen Galícia, Astúries, Cantàbria, País Basc, Navarra, La Rioja i Castella-Lleó.

^(b) Les altres comunitats del sud inclouen Extremadura, Múrcia, Castella-La Manxa, Andalusia i Canàries.

Taula 2. Distribució dels viatges de l'enquesta EVE.

Tipus de viatge	Amb cost explícit	Amb cost implícit	De negocis
PROCEDÈNCIA			
Altres	11%	2%	15%
França	21%	30%	33%
Alemanya	31%	28%	11%
Holanda	9%	5%	3%
Bèlgica	4%	18%	3%
Itàlia	7%	9%	2%
Regne Unit	9%	3%	9%
Andorra	8%	4%	4%
DESTINACIÓ			
Pirineu-prepirineu/Central/Lleida	3%	5%	15%
Costa Brava	39%	27%	4%
Maresme	6%	3%	2%
Barcelona	17%	6%	70%
Costa Daurada	31%	56%	6%
Garraf	4%	4%	3%
DURADA VIATGE			
1 a 7 dies	54%	31%	91%
8 a 13 dies	13%	13%	5%
14 a 20 dies	29%	26%	2%
21 o més dies	4%	31%	2%
MITJÀ DE TRANSPORT			
Cotxe	55%	90%	61%
Autocar	28%	1%	1%
Avió	14%	8%	34%
Tren i altres	3%	1%	3%
ALLOTJAMENT			
Hotel	74%		94%
Càmping	10%		2%
Apartament de lloguer	16%		1%
Habitatge propi		100%	3%
Altres	0,2%		0,2%
PERSONES QUE COMPARTEIXEN DESPESA			
Una	4%	4%	65%
Dues	47%	53%	25%
Tres	15%	17%	4%
Quatre (o quatre o més)	21%	16%	6%
Cinc (o cinc o més)	6%	9%	
Sis o més	8%		
MES DE SORTIDA			
Març-maig	20%	34%	36%
Juny-setembre	66%	46%	29%
Octubre-febrer	14%	20%	35%
MIDA DE MOSTRA			
Individus i viatges	3218	311	441

distància a l'origen com a numèrica. La variable es podria quantificar directament o a partir d'un sistema de llindars equidistants.

- 2) Marca turística de destinació, per recollir l'efecte de la política de preus de cada zona. Les diferents distribucions han obligat a fer agrupacions diferents per a les diferents enquestes.
- 3) Durada del viatge en pernoctacions. Per als catalans i espanyols, es divideixen en estades curtes (1 a 7 pernoctacions, la majoria fora del cap de setmana) estades de cap de setmana (1 a 3 pernoctacions amb sortida un divendres o un dissabte), i estades de més d'una setmana. Per als estrangers s'observen estades més llargues i l'agrupació feta ha estat d'1 fins a 7 pernoctacions, de 8 a 13, de 14 a 20 i més de 21.
- 4) Tipus d'allotjament excepte pels viatges sense cost explícit de l'allotjament.
- 5) Mitjà de transport. La categoria «altres» inclou bàsicament ferrocarril.
- 6) Persones implicades a la despesa, per recollir l'efecte de possibles economies d'escala. En el cas dels estrangers, la mida de la mostra ha permès un tractament més desagregat.
- 7) Mes de sortida, per recollir l'efecte de la temporada. Les agrupacions s'han fet de forma diferent per als estrangers.

2.3. Mètode d'estimació i detecció de valors extremadament baixos

El procediment emprat és el de semi-winsorització asimètrica dels residus de la regressió de forma iterativa per mitjà de l'algorisme EM.

La winsorització consisteix en modificar la proporció (de la mostra que correspon a les dades més extremes abans d'estimar qualsevol paràmetre de la població. Les dades més extremes no són eliminades (que equivaldria a substituir-les per algun tipus de mitjana o mitjana condicionada) sinó que són substituïdes pel valor més allunyat entre els no extrems. S'entén així que una despesa reportada extremadament baixa correspon a un individu amb una despesa més baixa que la mitjana condicionada d'individus comparables, però no tan baixa com el valor extrem que reporta.

La winsorització formaria part, doncs, de la gran família de mètodes d'estimació de regressió resistents a valors atípics que es descriu a Chen i Dixon (1972), que pretenen reduir l'augment que es produeix en el biaix i/o la variància de les estimacions quan una part de les dades està contaminada. En aquest cas, el tipus de contaminació esperat consisteix en oblidar de reportar part de la despesa, la qual cosa ens porta a considerar la winsorització asimètrica (e.g. Kimber, 1983), tot modificant només les dades extremes de la part inferior.

Considerem la variant més operativa anomenada semi-winsorització (Guttman i Smith, 1969), en la que no es modifica una proporció prefixada d'observacions sinó totes aquelles que queden fora d'uns llindars prefixats. En aquest cas, les dades winsoritzades es fan iguals al valor d'aquest llindar.

El llindar a partir del qual una despesa es pot considerar extraordinàriament baixa depèn de les característiques del viatge i del viatger, amb la qual cosa cal considerar la winsorització a partir de la distribució condicionada de la despesa a altres variables d'interès. Per tant, semiwinsoritzem els residus d'un model de regressió que es troben per sota d'una determinat nombre negatiu z de desviacions tipus residuals $\hat{\sigma}$. Donat que els residus depenen dels paràmetres estimats que es troben distorsionats per la contaminació de les dades, cal algun procés iteratiu de re-winsorització i re-estimació.

Emprem per això una variant de l'algorisme EM¹ (Little i Rubin, 1987) que a la iteració t -èsima:

- 1) winsoritza els residus de cada observació i segons $e_{t+1,i} = \max\{e_{ti}, z\hat{\sigma}_t\}$
- 2) suma el vector de residus winsoritzats al vector de mitjanes condicionades per construir una despesa winsoritzada $y_{t+1} = X\hat{\alpha}_t + e_{t+1}$
- 3) torna a estimar els paràmetres del model de regressió per mínims quadrats ordinaris (MQO):

$$\hat{\alpha}_{t+1} = (X'X)^{-1}X'y_{t+1}, \hat{\sigma}_{t+1} = \sqrt{e'_{t+1}e_{t+1}/gl}$$

on gl són els graus de llibertat del model.

El procés s'atura quan $\hat{\sigma}_t = \hat{\sigma}_{t+1}$.

Aquest procés es va repetir per diferents valors de z . De fet, l'elecció de z és arbitrària. Un valor igual a 1 fou finalment seleccionat i portà a augments de la despesa mitjana no condicionada per persona i dia per a les EVC i EVEC de 287 ptes. (313 ptes. per la mediana) pels viatges amb cost explícit d'allotjament, amb un 11% de dades winsoritzades, i de 91 ptes. (354 ptes. per la mediana) pels viatges sense cost explícit d'allotjament, amb un 5% de dades winsoritzades. Pel que fa a l'EVE, l'augment de la despesa mitjana fou de 1060 (811 ptes. per la mediana) per als viatges amb cost explícit d'allotjament, amb un 14% de dades winsoritzades, de 572 ptes. (1743 ptes. per la mediana) pels viatges sense cost explícit d'allotjament, amb un 9% de dades winsoritzades, i de 4670 ptes. (2110 ptes. per la mediana) pels viatges de negocis amb un 8% de dades winsoritzades.

¹L'algorisme EM es sol emprar per donar valors a les dades mancants en comptes de les extremes i opera directament a partir de les mitjanes condicionades.

2.4. Càlcul dels errors estàndard

Els errors estàndard calculats pel mètode MQO no són fiables, donat que:

- 1) Les dades de la mateixa mostra s'empren per winsoritzar la variable depenent i per estimar el model de regressió.
- 2) La winsorització redueix la desviació tipus residual.
- 3) En el cas dels espanyols i catalans, les observacions no són independents (ens trobem amb múltiples viatges realitzats per un mateix individu). De fet la situació és assimilable a un mostreig per conglomerats en la que els viatgers són les unitats mostrals primàries.

La tècnica de «jackknife» desenvolupada per Quenouille (1956) permet el tractament de la incertesa en procediments estadístics complexos com ara la winsorització i permet calcular-ne errors estàndard robustos (Tukey, 1958).

La tècnica es basa en dividir la mostra en k grups exhaustius i mútuament excloents i en repetir l'estimació (que en el nostre cas inclou tot el procés iteratiu de winsorització i ajust MQO) k vegades, ometent de la mostra cada un dels k grups. Per cada grup j -èssim omès es calcula $\hat{\alpha}_j = k\hat{\alpha} - (k-1)\hat{\alpha}_{(j)}$, on $\hat{\alpha}$ és el vector de coeficients estimat per MQO amb totes les dades i $\hat{\alpha}_{(j)}$ el vector de coeficients estimat amb totes les dades excepte les del grup j -èssim. L'estimació puntual s'obté com la mitjana dels k vectors $\hat{\alpha}_j$ i el vector dels errors estàndard d'estimació s'obté com $1/\sqrt{k}$ vegades la desviació tipus dels components dels k vectors $\hat{\alpha}_j$. El quocient d'ambdós es distribueix de forma aproximadament normal per valors grans de k i permet calcular p -valors.

De fet, i seguint a Therneau i Hamilton (1997), aquest procediment és equivalent a l'estimació jackknife ponderada de Hinkley (1977). Seguint Shao i Tu (1995, plana 285), sigui $\hat{\alpha}$ l'estimador MQO, i $\hat{\alpha}_{(j)}$ el mateix estimador després d'ometre l'observació (o grup) j -èssim (y_j, x_j). El canvi en l'estimador MQO quan l'observació j -èssima s'omet de la mostra és igual a:

$$\hat{\alpha}_{(j)} - \hat{\alpha} = \frac{(X'X)^{-1} x_j e_j}{1 - h_j}$$

on e_j és el residual j -èssim MQO i $h_j = x_j \cdot (X'X)^{-1} x_j$ denota l'element j -èssim de la diagonal principal de la matriu «hat» $X(X'X)^{-1}X'$ (veure Shao i Tu, 1995 i també Rao i Toutenberg, 1995).

Per altra banda, sigui D la matriu de residuals «leverage», també coneguts com «dfbeta», el seu element jm -èssim d'aquesta matriu, d_{jm} , és aproximadament igual al canvi de l'estimador MQO associat a la variable explicativa m -èssima, quan l'observació j -èssima és omesa de la mostra. Cain i Lange (1984) demostren que D pot ser expressat

en un model lineal com $D = L(X'X)^{-1}$, on L és una matriu amb element jk -èssim. Així, la matriu $D'D$ no és més que l'estimador robust de la matriu de covariàncies proposat per White (1980 i 1982), és a dir:

$$S_0 = \frac{1}{n} \sum_i e_j^2 x_j x_j'$$

Tot i que la tècnica de «bootstrap» es considera generalment superior al jackknife per a la inferència robusta (Mooney i Duval, 1993), el jackknife és més fàcilment aplicable als dissenys mostrals complexos (Fay, 1985) i en el cas del mostreig per conglomerats cal emprar com a grups les unitats mostrals primàries (Lee et al, 1989), és a dir, els viatgers en el nostre cas.

3. RESULTATS

3.1. Determinants de la despesa turística

Les Taules 3 a 5 mostren les estimacions puntuals, errors estàndard i p-valors calculats pel mètode de jackknife. En general, els errors estàndard MQO estaven fortament esbiaixats a la baixa, tal com és d'esperar amb una variable depenent leptocúrtica, amb dades dependents i amb la desviació tipus residual reduïda pel procés de winsorització.

Pel que fa a l'EVC i a l'EVEC i pel conjunt dels paràmetres, el quocient entre l'error estàndard jackknife i el MQO es 1,29 de mitjana per als viatges amb cost explícit de l'allotjament, amb un mínim de 0,85 i un màxim de 1,68; i 1,16 de mitjana per als viatges sense cost explícit de l'allotjament, amb un mínim de 0,87 i un màxim de 1,48. Pel que fa a l'EVE, el quocient entre l'error estàndard jackknife i el MQO es 1,14 de mitjana per als viatges amb cost explícit de l'allotjament, amb un mínim de 0,63 i un màxim de 1,87; 1,23 de mitjana per als viatges sense cost explícit de l'allotjament, amb un mínim de 0,67 i un màxim de 1,84; i de 1,02 de mitjana pels viatges de negocis, amb un mínim de 0,44 i un màxim de 1,51.

Per l'EVC i l'EVEC (Taula 3), el terme constant representa la despesa mitjana per persona i dia esperada en un viatge amb origen a Catalunya, destinació a marques no incloses a la Taula 3 (Maresme, Garraf, Catalunya Central i Terres de Lleida) amb una durada inferior a una setmana majoritàriament entre setmana, realitzat en automòbil particular, passant les nits en establiments hotelers, amb una sola persona compartint la despesa i amb sortida entre els mesos de març i juny.

Els coeficients de les altres categories impliquen augment o disminució de la despesa esperada quan alguna de les característiques del viatge difereixen de les recollides en el terme constant:

Taula 3. Estimacions pel mètode de jackknife. EVC i EVEC.

	Viatges amb cost explícit de l'allotjament			Viatges sense cost explícit de l'allotjament		
	Coef.	error est.	p-valor	coef.	error est.	p-valor
CONSTANT	3327	1603	0.037	1168	1326	0.378
Aragó	119	1362	0.930	2720	877	0.001
Balears	2444	2747	0.373	6492	2014	0.001
València	2215	1489	0.136	3624	984	<0.001
Madrid	2071	970	0.032	5209	1096	<0.001
Resta comunitats nord	1405	1030	0.172	3934	963	<0.001
Resta comunitats sud	3209	1892	0.089	3515	1012	<0.001
Pirineu-prepirineu	3806	1367	0.005	-3332	2291	0.145
Costa Brava	2828	1184	0.016	943	969	0.330
Barcelona	7119	1870	<0.001	-590	895	0.509
Costa Daurada	2529	1190	0.033	200	983	0.838
1 a 3 dies (només cap setmana)	2091	1134	0.065	1383	853	0.105
8 o mes dies	-1304	748	0.081	-2116	642	<0.001
Autocar	-1461	1108	0.187	-1239	903	0.169
Avió	-112	2221	0.959	902	1703	0.596
Tren i altres	747	1653	0.651	102	814	0.899
Càmping	-4191	779	<0.001			
Apart lloguer <3 mesos	-3272	855	<0.001			
Altres	-937	951	0.324			
Dues	72	999	0.942	-388	781	0.619
3 o més	-684	1019	0.501	-1367	678	0.043
Juliol-setembre	2355	886	0.007	1486	811	0.066
Octubre-febrer	-1858	1354	0.170	493	718	0.492
R ² ajustat per graus de llibertat	40%			23%		
Desviació tipus residual	4092			3623		

- 1) Tal com és d'esperar, els viatges realitzats des de fora de Catalunya presenten una major despesa, sobretot pels viatges sense cost explícit de l'allotjament, pels que el transport té un major impacte en la despesa total. En general, els augments de cost més baixos amb respecte l'origen a Catalunya es donen amb orígens a València i Aragó.
- 2) Pel que fa a la marca turística, només trobem diferències significatives per als viatges amb cost explícit de l'allotjament, cosa que suggereix que les diferències de preus entre marques són sobretot a l'allotjament. A les quatre marques considerades, la despesa augmenta amb respecte a la referència «altres» (Maresme, Garraf, Catalunya central i Terres de Lleida), amb un valor màxim per Barcelona.

Taula 4. Estimacions pel mètode de jackknife. Viatges no de negocis de l'EVE.

Tipus de viatge	Viatges amb cost explícit de l'allotjament			Viatges sense cost explícit de l'allotjament		
	Coef.	error est.	p-valor	coef.	error est.	p-valor
CONSTANT	12333	1291	<0,001	12474	2412	<0,001
França	-1360	332	<0,001	-961	779	0,109
Holanda	632	385	0,051	-1933	1459	0,093
Bèlgica	1204	600	0,022	-710	754	0,174
Itàlia	337	456	0,230	-1674	825	0,022
Regne Unit	1004	574	0,040	-322	2105	0,439
Andorra	1840	635	0,002	2888	2706	0,144
Altres	15492	1140	<0,001	3715	3215	0,125
Costa del Maresme	-1432	392	<0,001	-1126	1624	0,244
Barcelona	8791	806	<0,001	2580	1759	0,072
Costa Daurada	24	250	0,462	-133	711	0,426
Costa del Garraf	2327	806	0,002	1475	1563	0,173
Pirineu-Prepirineu/Central/Lleida	27	703	0,484	-4422	1298	<0,001
8 a 13 dies	-1548	423	<0,001	-1157	878	0,095
14 a 20 dies	-3495	277	<0,001	-1364	758	0,037
21 o més dies	-2572	1152	0,013	-117	866	0,446
Autocar	2013	452	<0,001	4422	1607	0,003
Avió	4386	786	<0,001	3609	1401	0,005
Tren i altres	5286	1698	<0,001	-1420	5393	0,396
Càmping	-1731	464	<0,001			
Apartament de lloguer	-615	417	0,070			
Altres	-14018	5386	0,004			
Dues	-4533	1413	<0,001	-2249	2069	0,139
Tres	-4967	1416	<0,001	-5449	2079	0,005
Quatre (o quatre o més)	-5832	1421	<0,001	-5505	2049	0,004
Cinc (o cinc o més)	-6267	1453	<0,001	-5541	2160	0,005
Sis o més	-4016	1536	0,004			
Març-maig	390	517	0,225	-1409	1028	0,086
Juny-setembre	2223	478	<0,001	-1580	947	0,048
R ² ajustat	51,3%			42,7%		
Desviació tipus residual	7782			3896		

- 3) La despesa diària és màxima per viatges de cap de setmana i mínima per viatges llargs, tal com era d'esperar, tot i que algunes de les diferències tenen un nivell de significació entre el 5 i el 10 per cent.
- 4) El mitjà de transport no té efecte significatiu.
- 5) El càmping i l'apartament condueixen a una despesa significativament inferior a l'hotel.

- 6) El viatge en grup surt més barat per persona que l'individual, tot i que només de forma significativa quan el cost de l'habitatge és implícit.
- 7) La sortida durant els mesos d'estiu és la que condueix a una major despesa, tot i que només de forma significativa quan el cost de l'allotjament és explícit, cosa que fa pensar que les diferències de preus per temporades es concentren en l'allotjament.

Pels viatges no de negocis de l'EVE (Taula 4), el terme constant representa la despesa mitjana per persona i dia esperada en un viatge amb origen a Alemanya, amb destinació a la Costa Brava, amb una durada inferior a una setmana, usant com a mitjà de transport el cotxe particular, passant les nits en establiments hotelers, amb una sola persona compartint la despesa i amb sortida entre els mesos de octubre a febrer.

Els coeficients de les altres categories impliquen augment o disminució de la despesa esperada quan alguna de les característiques del viatge difereixen de les recollides en el terme constant:

- 1) El comportament de la despesa pel que fa al país de procedència té un comportament molt coherent en el cas dels viatges amb cost explícit observant-se el menor cost quan la procedència és França i el major cost quan la procedència és la categoria altres, categoria que aplega principalment procedències d'Estats Units i de Japó. Pel que fa als viatges sense cost explícit només apareixen significatives les procedències d'Itàlia i d'Holanda, presentant ambdues costos lleugerament inferiors al país de referència, que és Alemanya.
- 2) Pel que fa a la marca turística de destinació cal remarcar el menor cost significatiu que suposa el Maresme respecte de la Costa Brava, així com el cost superior observat per la marca Barcelona en el cas dels viatges amb cost explícit d'allotjament. En el cas dels viatges sense cost explícit d'allotjament, les marques significatives són Barcelona, amb un cost superior respecte de la Costa Brava, i les marques de l'interior del país amb un cost inferior.
- 3) La variable durada del viatge mostra que el cost és mínim per a durades entre 14 i 20 dies per ambdós tipus de viatges.
- 4) El cost del mitjà de transport apareix més elevat tant per l'autocar com per l'avió en ambdós tipus de viatges, fet que pot indicar que el cotxe suposa un estalvi important quan el viatge és compartit per més d'una persona.
- 5) El càmping i l'apartament de lloguer condueixen a una despesa significativament inferior a l'hotel en els viatges amb cost explícit d'allotjament, sent el càmping més econòmic que el lloguer, tal i com és d'esperar.
- 6) La variable que recull el nombre de persones contemplades en la despesa té un comportament coherent en el sentit que surt més barat viatjar de manera col·lectiva que viatjar de manera individual.

Taula 5. Estimacions pel mètode de jackknife. Viatges de negocis de l'EVE.

Tipus de viatge	Viatges de negocis		
	Coef.	Error est.	p-valor
CONSTANT	14874	1628	<0,001
Alemanya	29168	5139	<0,001
Holanda	15407	6724	0,011
Bèlgica	33844	8662	<0,001
Itàlia	8938	6914	0,099
Regne Unit	7875	2626	0,001
Andorra	20330	7340	0,003
Altres	25821	4568	<0,001
Costa Brava	-6815	3653	0,031
Costa del Maresme	-683	2406	0,388
Costa Daurada	1606	5381	0,383
Costa del Garraf	-534	5903	0,464
Pirineu-prepirineu/Catalunya central/Terres de Lleida	-1818	2382	0,223
8 a 13 dies	-16485	4182	<0,001
14 a 20 dies	-49587	4137	<0,001
21 o més dies	-25625	8592	0,001
Autocar	-580	5427	0,458
Avió	16898	3999	<0,001
Tren i altres	-174	3933	0,482
Càmping	-9561	5733	0,048
Apartament de lloguer	-15472	8494	0,035
Habitatge propi	-17501	8124	0,016
Dues	-5591	2515	0,014
Tres	9	3813	0,499
Quatre (o quatre o més)	-8363	3405	0,007
Març-maig	-1017	1988	0,305
Juny-setembre	4170	2245	0,032
R ² ajustat	67,8%		
Desviació tipus residual	14540		

- 7) La sortida durant els mesos d'estiu és la que condueix a una major despesa quan el cost de l'allotjament és explícit. En el cas dels viatges sense cost explícit la tendència semblaria la inversa encara que els resultats estan en el llindar de la significació estadística. Aquest fet fa pensar que les diferències de preus per temporades es concentren de manera especial en l'allotjament.

Els viatges de negocis de l'EVE, que presentem a la Taula 5, mereixen un comentari global abans de passar a particularitzar els resultats. Aquest tipus de viatges es presenten molt més heterogenis com es pot observar en l'enorme valor obtingut per la desviació tipus residual. Creiem que és possible que sota la denominació genèrica «negocis»

s'hi apleguin viatges amb objectius i interessos molt diversos. És per això, i per desconèixer la realitat que hi ha sota cada un dels viatges analitzats que hem d'interpretar els resultats que presentem amb precaució.

En aquest cas, el terme constant representa la despesa mitjana per persona i dia esperada en un viatge amb origen a França, amb destinació Barcelona, amb una durada inferior a una setmana, usant com a mitjà de transport el cotxe particular, passant les nits en establiments hotelers, amb una sola persona compartint la despesa i amb sortida entre els mesos de octubre a febrer.

Com en els altres casos, els coeficients de les altres categories impliquen augment o disminució de la despesa esperada quan alguna de les característiques del viatge difereix de les recollides en el terme constant:

- 1) El comportament de la despesa pel que fa al país de procedència té un comportament coherent respecte del país referència que és França. En tots els casos presenta un valor superior, encara que cal remarcar el fet estrany que suposa l'alta despesa observada per Alemanya i Bèlgica si la comparem amb Holanda, i l'alta despesa observada per Andorra. Aquestes dades corroboren el que hem comentat abans tot i que l'enorme error estàndard trobat les fa compatibles estadísticament.
- 2) Pel que fa a la marca turística, només trobem diferències significatives per la marca Costa Brava, que presenta un cost significativament inferior respecte de la marca Barcelona. Aquest resultat és raonable si es pensa en la tipologia especial que representen els viatges de negocis.
- 3) El comportament de la variable durada del viatge presenta la mateixa tendència que en els viatges turístics comentats anteriorment, és a dir, és mínima pels viatges entre 14 i 20 dies.
- 4) El mitjà de transport només surt significatiu en el cas de l'avió, presentant una despesa superior al viatge de referència que és el cotxe.
- 5) El càmping i l'apartament de lloguer condueixen a una despesa significativament inferior a l'hotel amb la mateixa interpretació que la feta en els viatges turístics, encara que ara la despesa menor és la que correspon a l'apartament de lloguer. Cal comentar de nou que l'opció càmping, que surt significativa en l'estudi, és una opció poc creïble pels viatges de negocis típics. Aquest fet referma la nostra hipòtesi d'heterogeneïtat en els viatges analitzats en aquest apartat.
- 6) La variable que regula el nombre de persones contemplades en la despesa indica clarament que viatjar amb altres persones surt més barat que viatjar de manera individual.
- 7) La sortida durant els mesos d'estiu és la que condueix a una major despesa, cosa que fa pensar de nou que les diferències de preus per temporades es concentren bàsicament en l'allotjament.

Taula 6. E Despesa mitjana per marca turística. Dades de l'EVC i l'EVEC.

	Viatgers catalans		Viatgers de la resta de l'estat	
	Dades originals	Dades imputades i winsoritzades	Dades originals	Dades imputades i winsoritzades
Resultats sense ponderar				
Pirineu-prepirineu	6371	5232	5690	5245
Costa Brava	4165	4249	7339	7377
Barcelona	6527	4695	7152	7494
Costa Daurada	5242	4658	5642	5662
Altres	2393	2181	4833	4751
Resultats elevats a la població				
Pirineu-prepirineu	5874	4403	5797	5440
Costa Brava	4481	4738	6668	6690
Barcelona	5798	3519	6648	6839
Costa Daurada	4785	4506	5927	5958
Altres	2392	2033	4509	4527

El fet que algunes variables tenen efectes diferents segons el cost de l'allotjament sigui o no explícit o bé quan es tracta de viatges de negocis en el cas dels estrangers, referma la conveniència de modelar separatament els tres tipus de viatges.

S'ha de dir, però, que el coeficient de determinació assolit, almenys pel que fa a viatges sense cost explícit de l'allotjament (en especial els de la Taula 3), podria exigir certa cautela a l'hora d'interpretar els resultats.

3.2. Imputació de dades mancants i correcció de dades atípiques

En conjunt, els signes dels coeficients són majoritàriament interpretables i es poden emprar per fer els següents tipus de depuracions sobre les dades:

- 1) Imputació de despeses per als que no responen o donen una despesa igual a zero: per això cal calcular la despesa per persona i dia prevista pel model per un determinat tipus de viatge. Cal partir del valor del terme constant que correspon a un viatge definit com a bàsic. A aquesta quantitat cal sumar les que es troben a continuació a la taula si el viatge compleix les condicions corresponents.
- 2) Depuració de les dades atípiques abans de realitzar anàlisis posteriors: per això cal Winsoritzar les despeses. A la quantitat obtinguda al punt 1) cal restar la desviació tipus residual de la darrera filera de les taules per trobar la despesa mínima creïble segons el tipus de viatge. Les despeses inferiors a aquest llindar es fan iguals al llindar.

Per exemple, pel cas dels viatges de les EVC i EVEC mostrem a la Taula 6 les despeses mitjanes per marques turístiques amb les dades abans i després de la imputació de les dades mancants per la despesa prevista i la winsorització de les dades extremes per la despesa mínima creïble.

El fet que les dades mancants correspongessin en general a viatges amb despeses previstes més baixes (4411 de mitjana) que les dades presents (6107 de mitjana) fa que per algunes marques turístiques la despesa es redueixi amb les dades depurades, tot i la winsorització.

Cal remarcar que l'elevada manca de resposta exigeix cautela a l'hora d'interpretar els resultats. Un cas específic en aquest sentit seria el de la despesa mitjana de Barcelona en relació als viatgers catalans, en la qual es produeix una modificació molt gran en passar de les dades originals a les dades imputades. Malgrat això, el biaix de les mitjanes calculades sobre dades imputades és generalment menor al que s'obté sobre les dades originals.

4. CONCLUSIONS

Des d'un punt de vista aplicat, la no resposta i l'oblit de comptar certs conceptes són fenòmens freqüents en les preguntes sobre despesa en enquestes turístiques. A les enquestes EVC i EVEC hem trobat més del 25% de no resposta. Els fenòmens d'oblit són més difícils de quantificar, però certament existents. Si prenem dades de l'EVEC (que exclouen per tant els viatges amb origen a Catalunya que podrien tenir un cost de desplaçament molt reduït) pels viatges amb cost explícit de l'allotjament, el 10% dels viatges amb cotxe particular i allotjament en hotel reporten una despesa per persona i dia igual o inferior a 3500 ptes. Aquesta xifra és de 1800 pel cas de cotxe i apartament de lloguer, 1700 pel cas d'autocar i hotel i 4700 pel cas d'avió i hotel, valors tots increïblement baixos. Degut a això, les diferències entre els resultats amb les dades originals o imputades i winsoritzades són substancials, tal com mostra la Taula 6.

Des d'un punt de vista estadístic, l'article emprà mètodes que encaixen dins del qualificatiu genèric de regressió robusta, com són algorisme EM, la winsorització, i el jackknife. Aquestes tècniques són conegudes de fa temps i la seva novetat resideix només en el seu ús combinat i fet a mida per resoldre el problema concret de la imputació de dades mancants i la correcció de dades atípiques en enquestes sobre la despesa turística. Actualment, el problema es resol amb procediments molt més simples. Les dades mancants a les EVC i EVEC s'imputen a partir de la despesa mitjana obtinguda per viatges amb un mateix tipus d'allotjament i una mateixa destinació (Gomà i Bas, 1998). Les dades mancants a l'EVE s'imputen pel mètode «hot deck» que consisteix a manllevar el valor de la despesa de l'individu de la mostra amb característiques més semblants (Pare-

ta i Pérez, 1998). En cap de les enquestes no s'empren mecanismes formals per corregir els valors atípics, cosa que pot causar que els valors imputats n'estiguin contaminats.

Com alternativa a l'aproximació estadística presentada en aquest article, es podrien emprar mètodes qualitius com ara el mètode Delphi (Helmer, 1966) per obtenir pressupostos de despesa mínima creïble pels tipus de viatge més freqüents a partir dels judicis d'experts. Seria interessant aleshores comparar els resultats obtinguts amb ambdós mètodes.

REFERÈNCIES

- Cain, K.C. i Lange, N.T. (1984). «Approximate case influence for the proportional hazards regression model with censored data», *Biometrics*, 40, 493-499.
- Chen, E.H. i Dixon, W.J. (1972). «Estimates of parameters of a censored regression sample», *Journal of the American Statistical Association*, 6, 664-671.
- Fay, R.E. (1985). «A jackknifed chi-square test for complex samples», *Journal of the American Statistical Association*, 80, 148-157.
- Gomà, C. i Bas, J.M. (1998). «Els viatges dels espanyols a Catalunya i dels catalans arreu», *Nota d'Economia*, 61-62, 55-79.
- Guttman, I. i Smith, D.E. (1969). «Investigation of rules for dealing with outliers in small samples of the normal distribution I: estimation of the mean», *Technometrics*, 11, 527-550.
- Helmer, O. (1966). *The use of the Delphi technique. Problems of educational innovations*. Santa Monica, Ca: RAND Corporation.
- Hinkley, D.V. (1977). «Jackknifing in unbalanced situations», *Technometrics*, 19, 285-292.
- Kimber, A.C. (1983). «Trimming in gamma samples», *Applied statistics*, 32, 7-14.
- Lee, E.S., Forthofer, R.N. i Lorimor, R.J. (1989). *Analyzing complex survey data*. Newbury Park, Ca: Sage.
- Little, R.J. i Rubin, D.B. (1987). *Statistical analysis with missing data*. New York: Wiley.
- Mooney, C.Z. i Duval, R.D. (1993). *Bootstrapping. A non parametric approach to statistical inference*. Newbury Park, Ca: Sage.
- Pareta, E. i Pérez, M. (1998). «El turisme estranger a Catalunya», *Nota d'Economia*, 61-62, 33-53.
- Quenouille, M.H. (1956). «Notes on bias in estimation», *Biometrika*, 43, 353-360.
- Rao, C.R. i Toutenburg, H. (1995). *Linear models: least squares and alternatives*. New York: Springer-Verlag.
- Schwarz, N. i Sudman, S. (1996). *Answering questions : methodology for determining cognitive and communicative processes*. San Francisco, Ca: Jossey-Bass.

- Shao, J. i Tu, D. (1995). *The Jackknife and Bootstrap*. New York: Springer-Verlag.
- Sudman, S., Bradburn, N. i Schwarz, N. (1996). *Thinking about answers: the application of cognitive processes to survey methodology*. San Francisco, Ca: Jossey-Bass.
- Therneau, T.M. i Hamilton, S.A. (1997). «RhDNase as an example of recurrent event analysis», *Statistics in Medicine*, 16, 2029-2047.
- Tukey, J. (1958). «Bias and confidence in not-quite large samples», *Annals of Mathematical Statistics*, 29, 614.
- White, H. (1980). «A heteroscedasticity-consistent covariance matrix estimator and a direct test for heteroscedasticity», *Econometrica*, 48, 817-838.
- White, H. (1982). «Maximum likelihood estimation of misspecified models», *Econometrica*, 50, 1-16.

ENGLISH SUMMARY

WINSORIZATION OF TOURISM EXPENDITURE IN CATALONIA*

MARC SÀEZ
MARIA ANTÒNIA BARCELÓ
CARME SAURINA
GERMÀ COENDERS

Department of Economics. University of Girona*

The tourism sector is given high priority by the Catalan Statistical Office (Idescat), both regarding theoretical developments and production of statistical data. In this context, tourism expenditure can be regarded as a key strategic variable when it comes to assessing such important issues as the impact of tourism on economic growth and satellite accounting of the tourism sector. The Idescat is therefore committed in the development of methodological improvements in the field. In this article a method is suggested to impute missing data and to correct systematic errors in surveys measuring tourism expenditure. The complexity of tourism expenditure makes systematic errors to consist mainly in underreporting. The suggested method consists in asymmetrically winsorizing the residuals for daily expenditure per person in a regression model that uses the characteristics of the trip as predictors. Estimation is done iteratively with a variant of the EM algorithm. Standard errors are computed by means of the jackknife resampling method. The procedure is illustrated with data on trips to Catalonia made by Catalans, other citizens of Spain and foreigners during 1998.

Keywords: winsorization, robust regression, jackknife, outliers, missing values, tourism expenditure

AMS Classification (MSC 2000): 62G09, 62G35, 91B82

* This study has been supported by the Catalan Statistical Office (Idescat).

* Department of Economics. Faculty of Economics and Business. Campus of Montilivi. 17071 Girona, Spain. E-mail: msaez@gnomics.udg.es

—Received March 2000.

—Accepted June 2000.

1. INTRODUCTION

Official statistics on tourism expenditure in Catalonia are based on personal and telephone interviews for which a large incidence of non-response and underreporting problems is expected. In this article, a statistical method is suggested to correct unusually low reported expenditures and to impute missing values.

2. ANALYSIS SETUP

2.1. Primary data

The data come from 3 surveys done in 1998. The survey of foreign visitors (SFV) done by the Catalan Tourist Office (Pareta & Pérez, 1998) is conducted in person at the main border crossings and respondents are questioned on the way back home about the trip just ended. The survey of Catalans' trips (SCT) and the survey of Spaniards' trips in Catalonia (SSTC) are done by the Catalan Statistical Office (Gomà & Bas, 1998), are conducted retrospectively by telephone and respondents are questioned about all trips done during one month. The latter two surveys are methodologically comparable and are merged in one data set. Separate regression models are estimated for:

- 1) trips with explicit lodgement cost (e.g. hotel, camping, apartment): 239 trips with non-missing expenditure, corresponding to 229 respondents (SCT+SSTC) and 3218 trips and respondents with non-missing expenditure (SFV).
- 2) trips without explicit lodgement cost (i.e. staying at friends' or relatives'): 240 trips done by 214 respondents (SCT+SSTC) and 311 trips and respondents (SFV).
- 3) business trips of any kind: 441 trips and respondents (SFV).

2.2. Variable selection

The considered dependent variable is daily expenditure per person. Explanatory variables include characteristics of the trip which are likely to affect cost and are dummy coded: region or country of origin, destination zone, duration, lodgement, means of transport, number of people sharing expenditure and month of departure.

2.3. Estimation method and detection of extremely low values

In order to detect outliers and correct for their effect, we use asymmetric semi-winsozization (Guttman i Smith, 1969) of the residuals of a regression model. Asymmetry

is intended to correct only for underreporting in expenditure. The method is applied iteratively by means of a variant of the EM algorithm (Little i Rubin, 1987). At each iteration t :

- 4) the residuals for each case are asymmetrically semi-winsorized: negative residuals larger in absolute value than a prespecified threshold of z residual standard deviations are made equal to the threshold:

$$e_{t+1,i} = \max \{e_{ti}, z\hat{\sigma}_t\}$$

- 5) the winsorized residual vector is added to the vector of predicted values: $y_{t+1} = X\hat{a}_t + e_{t+1}$
- 6) The regression model is estimated by ordinary least squares (OLS)

$$\hat{a}_{t+1} = (X'X)^{-1}X'y_{t+1}, \hat{\sigma}_{t+1} = \sqrt{e_{t+1}'e_{t+1}/df},$$

where df stands for the degrees of freedom of the model.

until $\hat{\sigma}_t = \hat{\sigma}_{t+1}$.

The method was applied for different values of z . $z = 1$ was finally selected, leading to percentages of winsorized observations between 5% and 14% for the different surveys and types of trip.

2.4. Computation of standard errors

OLS standard errors are incorrect because winsorization tends to reduce the residual standard deviation and the data are clustered (some respondents report on more than one trip). The jackknife (Quenouille, 1956) is the preferred method for the estimation of sampling variability of complex statistical methods for clustered samples (Fay, 1985; Lee et al, 1989), if the clustering variable (i.e. the individual) is used to define the groups which are needed to apply the jackknife. The whole iterative process of section 2.3. must be jackknifed, that is, repeated for each jackknife resampling step. Downward biases of OLS standard errors with respect to jackknife standard errors were commonly between 20% and 30%.

3. RESULTS

3.1. Predictors of tourism expenditure

Country or region of origin affects expenditure in the expected way: cost is higher when travelled distance is longer. The effect is higher for trips without explicit lodgement cost, as travel then increases its impact on the total expense.

The destination zone also has a significant effect, thus reflecting differential pricing policies. The effect is higher for trips with explicit lodgement cost, thus suggesting that pricing policies mostly involve lodgement. In coherence, high season trips also appear significantly more expensive only for trips with explicit lodgement cost.

The means of transport only has an effect for foreign visitors, the aeroplane being the most expensive means. Within trips with explicit lodgement costs, hotels result in higher expenditures than camping sites or apartments, as expected.

Economies of scale are revealed in the sense that longer stays and sharing expenses with others tend to significantly reduce daily expenditure per person for all types of trips.

3.2. Imputation of missing values and correction of outliers

The estimated models can be used for data cleaning purposes prior to further analyses:

- 3) Imputation of missing or zero expenditures by means of the model predicted values.
- 4) Correction of outliers (expenditures lower than the predicted value minus z residual standard deviations) by setting them equal to this threshold.

Even simple descriptive statistics varied markedly depending on whether the raw or cleaned data were analysed.

4. CONCLUSIONS

No response and underreporting showed to have a large incidence for all three surveys. Non-response rates neighboured 25% and the 10th percentile of reported expenditures was usually an unbelievably low amount. As a result, the application of some robust technique to impute missing values and correct for outliers becomes critical. This article suggests using a combination of well-known robust regression techniques, which includes winsorization, the EM algorithm and jackknife standard errors.

Secció Docent i Problemes

SECCIÓ DOCENT I PROBLEMES

La «Secció docent i problemes» té l'objectiu de publicar articles de caire docent, difícilment publicables en revistes de recerca. A cada número de *Qüestió* s'inclouen d'un a tres problemes i les solucions es donen en el número següent.

Els lectors poden proposar problemes amb les solucions pertinents i enviar-los a *Qüestió*, que farà una selecció i en publicarà els més adequats, fent la corresponent referència a l'autor.

També seran ben rebudes solucions alternatives a les propostes fetes per l'autor dels problemes. L'editorial es reservarà, però, el dret a publicar-les.

PROBLEMA N. 82

Let $x_1, \dots, x_n$ independently distributed with $x_i \sim N_p(\mu_i, \Omega)$, where Ω is nonsingular. It is assumed that $n > p$ and that the matrix $M' = (\mu_1, \dots, \mu_n)$ is of rank 1. Define

$$S = \sum_{i=1}^n x_i x_i'$$

Find $E(S^{-1})$ as a second order approximation to the exact solution of Steerneman (1997, 1999), given by

$$E(S^{-1}) = \frac{1}{n - (p+1)} \Omega^{-1} - \frac{1}{n - (p+1)} \left\{ \sum_{j=0}^{\infty} \frac{e^{-\frac{1}{2}\lambda} \left(\frac{1}{2}\lambda\right)^j}{j!} \cdot \frac{1}{n+2j} \right\} \Omega^{-1} M' M \Omega^{-1},$$

where $\lambda := \text{tr} \Omega^{-1} M' M$.

(The author invites readers to propose an alternative solution).

References

Steerneman, A.G.M. (1997). «Problem 331», *Statistica. Neerlandica*, 51, 381.

Steerneman, A.G.M. (1999). «Solution 331», *Statistica. Neerlandica*, 53, 252-254.

Heinz Neudecker
Cesaro, Schagen
The Netherlands
heinz@fee.uva.nl

SOLUCIONS ALS PROBLEMES PROPOSATS AL VOLUM 24 N. 1

PROBLEMA N. 82

It is well known that $S \sim W_p(n, \Omega, \Omega^{-1}M'M)$, i.e. S follows a non-central Wishart distribution with scale matrix Ω and non-centrality matrix $\Omega^{-1}M'M$. As M' is of rank 1 we can write $M' = \mu\ell'$, hence $M'M = \lambda\mu\mu'$ where $\lambda := \ell'\ell$.

Define $\tilde{\Omega} := n\Omega + \lambda\mu\mu'$.

It follows that

$$(1) \quad E(S) = \tilde{\Omega}$$

$$(2) \quad D(\text{vec} S) = \frac{1}{n} (I_{p^2} + K_{pp}) (\tilde{\Omega} \otimes \tilde{\Omega} - \lambda^2 \mu\mu' \otimes \mu\mu').$$

See, e.g. Magnus and Neudecker (1979) for these two results and related concepts like the commutation matrix K_{pp} , the vec-operator and the Kronecker product.

We shall now prove the following

Theorem: $E(S^{-1}) \approx \frac{n+(p+1)}{n} \tilde{\Omega}^{-1} - \frac{2\lambda^2}{n} (\mu' \tilde{\Omega}^{-1} \mu) \tilde{\Omega}^{-1} \mu\mu' \tilde{\Omega}^{-1}.$

Proof: Consider the $p \times p$ continuously differentiable symmetric matrix function Z^{-1} and expand this in the point $Z = \tilde{\Omega}$, with $dZ = S - \tilde{\Omega}$ and $\Delta Z^{-1} = S^{-1} - \tilde{\Omega}^{-1}$, viz

$$S^{-1} \approx \tilde{\Omega}^{-1} - \tilde{\Omega}^{-1} (S - \tilde{\Omega}) \tilde{\Omega}^{-1} + \tilde{\Omega}^{-1} (S - \tilde{\Omega}) \tilde{\Omega}^{-1} (S - \tilde{\Omega}) \tilde{\Omega}^{-1}.$$

We used $\Delta Z^{-1} \approx dZ^{-1} + \frac{1}{2} d^2 Z^{-1} = -Z^{-1}(dZ)Z^{-1} + Z^{-1}(dZ)Z^{-1}(dZ)Z^{-1}.$

For matrix differentials see Magnus and Neudecker (1999).

Then

$$E(S^{-1}) \approx \tilde{\Omega}^{-1} + E \left\{ \tilde{\Omega}^{-1} (S - \tilde{\Omega}) \tilde{\Omega}^{-1} (S - \tilde{\Omega}) \tilde{\Omega}^{-1} \right\}, \quad \text{as}$$

$$E(S - \tilde{\Omega}) = 0.$$

Vectorization of $E \left\{ \left(S - \tilde{\Omega} \right) \tilde{\Omega}^{-1} \left(S - \tilde{\Omega} \right) \right\}$ yields

$$\begin{aligned}
\text{vec} E \left\{ \left(S - \tilde{\Omega} \right) \tilde{\Omega}^{-1} \left(S - \tilde{\Omega} \right) \right\} &= E \left\{ \left(S - \tilde{\Omega} \right) \otimes \left(S - \tilde{\Omega} \right) \right\} \text{vec} \tilde{\Omega}^{-1} \\
&= \text{vec} \left[E \left\{ \left(S - \tilde{\Omega} \right) \otimes \left(S - \tilde{\Omega} \right) \right\} \text{vec} \tilde{\Omega}^{-1} \right] \\
&= \left(\text{vec} \tilde{\Omega}^{-1} \otimes I_{p^2} \right)' E \text{vec} \left\{ \left(S - \tilde{\Omega} \right) \otimes \left(S - \tilde{\Omega} \right) \right\} \\
&= \left(\text{vec} \tilde{\Omega}^{-1} \otimes I_{p^2} \right)' C_2^p \text{vec} E \left[\left\{ \text{vec} \left(S - \tilde{\Omega} \right) \right\} \left\{ \text{vec} \left(S - \tilde{\Omega} \right) \right\}' \right] \\
&= \left(\text{vec} \tilde{\Omega}^{-1} \otimes I_{p^2} \right)' C_2^p \text{vec} D \left\{ \text{vec} \left(S - \tilde{\Omega} \right) \right\} \\
&= \left(\text{vec} \tilde{\Omega}^{-1} \otimes I_{p^2} \right)' C_2^p \text{vec} D (\text{vec} S) \\
&= \frac{1}{n} \left(\text{vec} \tilde{\Omega}^{-1} \otimes I_{p^2} \right)' C_2^p \text{vec} \left(\tilde{\Omega} \otimes \tilde{\Omega} - \lambda^2 \mu \mu' \otimes \mu \mu' \right) + \\
&\quad + \frac{1}{n} \left(\text{vec} \tilde{\Omega}^{-1} \otimes I_{p^2} \right)' C_2^p C_3^p \text{vec} \left(\tilde{\Omega} \otimes \tilde{\Omega} - \lambda^2 \mu \mu' \otimes \mu \mu' \right),
\end{aligned}$$

where $C_2^p := I_p \otimes K_{pp} \otimes I_p$ and $C_3^p := I_{p^2} \otimes K_{pp}$.

See Neudecker and Wansbeek (1987) for these definitions and some applications.

Further

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{n} \left(\text{vec} \tilde{\Omega}^{-1} \otimes I_{p^2} \right)' C_2^p \text{vec} \left(\tilde{\Omega} \otimes \tilde{\Omega} - \lambda^2 \mu \mu' \otimes \mu \mu' \right) \\
&= \frac{1}{n} \left(\text{vec} \tilde{\Omega}^{-1} \otimes I_{p^2} \right)' \left(\text{vec} \tilde{\Omega} \otimes \text{vec} \tilde{\Omega} - \lambda^2 \text{vec} \mu \mu' \otimes \text{vec} \mu \mu' \right) \\
&= \frac{1}{n} \left(\text{tr} \tilde{\Omega}^{-1} \tilde{\Omega} \right) \text{vec} \tilde{\Omega} - \frac{\lambda^2}{n} \left(\mu' \tilde{\Omega}^{-1} \mu \right) \text{vec} \mu \mu' \\
&= \frac{p}{n} \text{vec} \tilde{\Omega} - \frac{\lambda^2}{n} \left(\mu' \tilde{\Omega}^{-1} \mu \right) \text{vec} \mu \mu'
\end{aligned}$$

and

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{n} \left(\text{vec} \tilde{\Omega}^{-1} \otimes I_{p^2} \right)' C_2^p C_3^p \text{vec} \left(\tilde{\Omega} \otimes \tilde{\Omega} - \lambda^2 \mu \mu' \otimes \mu \mu' \right) \\
&= \frac{1}{n} K_{pp} \left(\text{vec} \tilde{\Omega}^{-1} \otimes I_{p^2} \right)' C_3^p C_2^p C_3^p \text{vec} \left(\tilde{\Omega} \otimes \tilde{\Omega} - \lambda^2 \mu \mu' \otimes \mu \mu' \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{n} K_{pp} \left(\text{vec} \tilde{\Omega}^{-1} \otimes I_{p^2} \right)' C_2^p C_3^p C_2^p \text{vec} \left(\tilde{\Omega} \otimes \tilde{\Omega} - \lambda^2 \mu \mu' \otimes \mu \mu' \right) \\
&= \frac{1}{n} K_{pp} \left(\text{vec} \tilde{\Omega}^{-1} \otimes I_{p^2} \right)' C_2^p C_3^p \left(\text{vec} \tilde{\Omega} \otimes \text{vec} \tilde{\Omega} - \lambda^2 \text{vec} \mu \mu' \otimes \text{vec} \mu \mu' \right) \\
&= \frac{1}{n} K_{pp} \left(\text{vec} \tilde{\Omega}^{-1} \otimes I_{p^2} \right)' C_2^p \left(\text{vec} \tilde{\Omega} \otimes \text{vec} \tilde{\Omega} - \lambda^2 \text{vec} \mu \mu' \otimes \text{vec} \mu \mu' \right) \\
&= \frac{1}{n} K_{pp} \left(\text{vec} \tilde{\Omega}^{-1} \otimes I_{p^2} \right)' \text{vec} \left(\tilde{\Omega} \otimes \tilde{\Omega} - \lambda^2 \mu \mu' \otimes \mu \mu' \right) \\
&= \frac{1}{n} K_{pp} \text{vec} \left\{ \left(\tilde{\Omega} \otimes \tilde{\Omega} - \lambda^2 \mu \mu' \otimes \mu \mu' \right) \text{vec} \tilde{\Omega}^{-1} \right\} \\
&= \frac{1}{n} K_{pp} \left(\tilde{\Omega} \otimes \tilde{\Omega} - \lambda^2 \mu \mu' \otimes \mu \mu' \right) \text{vec} \tilde{\Omega}^{-1} \\
&= \frac{1}{n} \left(\tilde{\Omega} \otimes \tilde{\Omega} - \lambda^2 \mu \mu' \otimes \mu \mu' \right) \text{vec} \tilde{\Omega}^{-1} \\
&= \frac{1}{n} \text{vec} \tilde{\Omega} - \frac{\lambda^2}{n} \left(\mu' \tilde{\Omega}^{-1} \mu \right) \text{vec} \mu \mu'.
\end{aligned}$$

Use was made of the property

$$C_3^p C_2^p C_3^p = C_2^p C_3^p C_2^p.$$

See Ghazal and Neudecker (1998).

Collecting the two sub-results and de-vectorizing yields

$$E \left(S - \tilde{\Omega} \right) \tilde{\Omega}^{-1} \left(S - \tilde{\Omega} \right) = \frac{p+1}{n} \tilde{\Omega} - \frac{2\lambda^2}{n} \left(\mu' \tilde{\Omega}^{-1} \mu \right) \mu \mu'.$$

Hence

$$E \left(S^{-1} \right) \approx \frac{n+(p+1)}{n} \tilde{\Omega}^{-1} - \frac{2\lambda^2}{n} \left(\mu' \tilde{\Omega}^{-1} \mu \right) \tilde{\Omega}^{-1} \mu \mu' \tilde{\Omega}^{-1}.$$

■

Note

In the **centrality** case ($\mu = 0$, hence $\tilde{\Omega} = n\Omega$)

we get

$$E \left(S^{-1} \right) \approx \frac{n+(p+1)}{n^2} \Omega^{-1}.$$

The exact result is

$$E(S^{-1}) = \frac{1}{n - (p + 1)} \Omega^{-1}.$$

See, e.g., Giguère and Styan (1978). The exact and approximate expressions are close together when $n \gg p$.

Also note that the exact solution to the problem is

$$E(S^{-1}) = \frac{1}{n - (p + 1)} \Omega^{-1} - \frac{1}{n - (p + 1)} \left\{ \sum_{j=0}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}\lambda} \frac{\left(\frac{1}{2}\lambda\right)^j}{j!} \frac{1}{n + 2j} \right\} \Omega^{-1} M' M \Omega^{-1}$$

where λ is the non zero eigenvalue of $\Omega^{-\frac{1}{2}} M' M \Omega^{-\frac{1}{2}}$, hence $\lambda = \text{tr} \Omega^{-1} M' M$.

References

- Ghazal, A.G. and H. Neudecker (1998). «On second-order and fourth-order moments of jointly distributed random matrices», submitted to *Linear Algebra and Its Applications*.
- Giguère, M.A. and G.P.H. Styan (1978). «Multivariate normal estimation with missing data on several variates», *Transactions of the Seventh Prague Conference on Information Theory, Statistical Decision Functions, Random Processes*. Academica, Prague & Reidel, Dordrecht, vol. B, 129-139.
- Magnus, J.R. and H. Neudecker (1979). «The commutation matrix: some properties and applications». *Annals of Statistics*, 7, 381-394.
- Magnus, J.R. and H. Neudecker (1999). *Matrix Differential Calculus with Applications in Statistics and Econometrics*. Revised Edition, John Wiley & Sons, Chichester.
- Neudecker, H. and T.J. Wansbeek (1987). «Fourth-order properties of normally distributed random matrices». *Linear Algebra and Its Applications*, 97, 13-24.
- Steerneman, A.G.M. (1997). «Problem 331», *Statistica. Neerlandica*, 51, 381.
- Steerneman, A.G.M. (1999). «Solution 331», *Statistica. Neerlandica*, 53, 252-254.

Heinz Neudecker
Cesaro, Schagen
The Netherlands
heinz@fee.uva.nl

PROBLEMA N. 84

- 1) La función de densidad de X_β , variable X condicionada a $X \leq \beta$ es

$$\begin{aligned} f_\beta(x) &= \frac{d}{dx} P(X \leq x / X \leq \beta) \\ &= \frac{d}{dx} \frac{F(x)}{F(\beta)} \\ &= \frac{f(x)}{F(\beta)} \quad 0 \leq x \leq \beta \end{aligned}$$

- 2) En el problema n. 49 (*Qüestió*, 17(2), 1993), se prueba que si X es una variable aleatoria con densidad $f(x)$ y

$$\Gamma_\beta = \inf_{0 \leq x \leq \beta} f(x)$$

entonces se cumple la desigualdad

$$\beta^2 \Gamma_\beta \leq \sqrt{12} \sigma$$

siendo σ la desviación típica. Aplicando esta desigualdad a la función $f_\beta(x)$ obtenemos

$$\beta^2 \inf_{0 \leq x \leq \beta} \frac{f(x)}{F(\beta)} \leq \sqrt{12} \sigma(\beta)$$

siendo $\sigma(\beta)$ la desviación típica de X_β . Obsérvese que hay igualdad si y sólo si X es uniforme en $(0, \alpha)$, con $\beta \leq \alpha$.

C.M. Cuadras
Universitat de Barcelona

PROBLEMA N. 85

- 1) Supongamos cierta la hipótesis nula

$$H_0 : (X, Y) \text{ tiene la misma distribución que } (Y, X).$$

Debemos probar que $P(Z \leq a) = P(-Z \leq a)$, siendo $Z = X - Y$. Tenemos:

$$\begin{aligned} P(X - Y \leq a) &= P((X, Y) \in \{(x, y)/x - y \leq a\}) \\ &= P((Y, X) \in \{(x, y)/x - y \leq a\}) && (\text{por } H_0) \\ &= P((X, Y) \in \{(x, y)/y - x \leq a\}) && (\text{intercambiando } x, y) \\ &= P(Y - X \leq a) \end{aligned}$$

Luego $Z = X - Y$ tiene la misma distribución que $-Z = Y - X$, y la distribución de Z es simétrica respecto del origen.

- 2) Aceptar la hipótesis

$$H_1 : \text{la mediana de } Z \text{ es positiva}$$

implica rechazar H_0 . En efecto, si H_0 es cierta, entonces

$$P(Z \leq 0) = P(Z \geq 0) = \frac{1}{2}$$

y la mediana de Z es 0. Luego H_1 es incompatible con H_0 .

- 3) Sea $(X_1, Y_1), \dots, (X_n, Y_n)$ una muestra aleatoria simple de (X, Y) . Si H_0 es cierta

$$P(X - Y < 0) = P(Y - X < 0) = \frac{1}{2},$$

luego el número de veces k tal que

$$X_i - Y_i > 0$$

sigue la distribución binomial $B(n, \frac{1}{2})$. El test de los signos sería un test no paramétrico adecuado para contrastar H_0 frente H_1 , pues la distribución de k , bajo H_0 , no depende de la distribución de (X, Y) . También podríamos utilizar el test del signo-rango de Wilcoxon.

C.M. Cuadras y D. Cuadras
Universitat de Barcelona

PROBLEMA PROPOSAT

PROBLEMA N. 86

Sigui $H(x, y)$ la funció de distribució bivariant del parell de variables aleatòries (X, Y) . Siguin $F(x)$, $G(y)$ les funcions de distribució marginals. El coeficient de correlació de Spearman ρ_s és el coeficient de correlació ordinari entre $F(X)$ i $G(Y)$. És ben conegut que

$$\begin{aligned}\rho_s &= \text{corr}(F(X), G(Y)) \\ &= 12 \int_{\mathbb{R}^2} (H(x, y) - F(x) G(y)) dF(x) dG(y)\end{aligned}$$

Per tant, si X, Y són estocàsticament independents, aleshores $\rho_s = 0$, és a dir,

$$H(x, y) = F(x) G(y), \quad \forall x, y \in \mathbb{R} \quad \Rightarrow \quad \rho_s = 0.$$

Es demana provar que, en general, el recíproc no és cert: X, Y poden ser estocàsticament dependents però $\rho_s = 0$.

C.M. Cuadras
Universitat de Barcelona

Ressenyes d'activitats institucionals

Sociedad Española de Biometría



Región Española
de la Sociedad Internacional de Biometría
Spanish Region
of the International Biometric Society



<http://www.iata.csic.es/ibsresp>

La Sociedad Española de Biometría/Región Española de la Sociedad Internacional de Biometría (abreviadamente **SEB** o **REsp**) tiene como objetivos promover, impulsar y difundir el desarrollo y la aplicación de los métodos matemáticos y estadísticos a la biología, medicina, psicología, farmacología, agricultura y otras ciencias afines (ciencias relacionadas con los seres vivos). Cualquier profesional o alumno de estas disciplinas puede ser miembro de la SEB.

Consejo Directivo

<i>Presidenta:</i>	Guadalupe Gómez Melis (Biología)
<i>Vicepresidente:</i>	María Jesús Bayarri García (Medicina)
<i>Secretario y Tesorero:</i>	Fernando López Santoveña (Agronomía)
<i>Vocal en calidad de</i>	
<i>Miembro del Consejo de la IBS:</i>	Emilio A. Carbonell Guevara (Agronomía)
<i>Vocales:</i>	Juan Luis Chorro Gascó (Psicología)
	Juan Ferrándiz Ferragud (Biología)
	Purificación Galindo Villardón (Medicina)
	Eduardo García Cueto (Psicología)
	José Luis González Andújar (Agronomía)
	Alex Sánchez Plá (Biología)
<i>Corresponsal de la REsp en el</i>	
<i>«Biometric Bulletin» de la IBS:</i>	María Luz Calle Rosingana

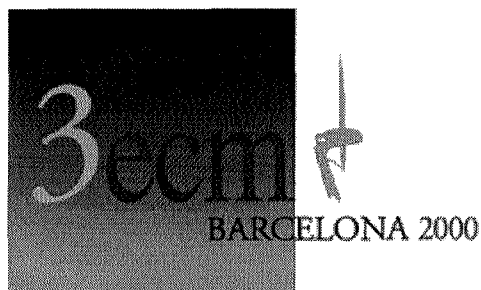
La VIII CONFERENCIA ESPAÑOLA DE BIOMETRÍA

se celebrará en Pamplona

los días 28, 29 y 30 de marzo 2001.

La información preliminar puede ser consultada en

<http://www.unavarra.es/directo/congresos/apoyo/biometria.htm>



Tercer Congrés Europeu de Matemàtiques

Barcelona, del 10 al 14 de juliol del 2000

Palau de Congressos de Barcelona

El Comitè Organitzador es complau a anunciar que el **Tercer Congrés Europeu de Matemàtiques (3ecm)** tindrà lloc a Barcelona del 10 al 14 de juliol de l'any 2000. L'organitza la Societat Catalana de Matemàtiques (SCM), sota els auspicis de la Societat Matemàtica Europea (EMS).

Programa científic

El programa del congrés inclou nou conferències plenàries, trenta conferències invitades en sessions paral·leles, minisimposis, taules rodones i sessions de pòsters. També s'organitzaran demostracions de programari matemàtic, vídeo i material multimèdia. Els minisimposis són una de les novetats d'aquest congrés; el comitè científic ha escollit una llista de temes molt actuals i amb vinculacions importants fora de les matemàtiques.

Tal com es va fer en els congressos europeus anteriors, s'atorgarà un cert nombre de premis a investigadors/res joves en matemàtiques, de menys de trenta-dos anys d'edat.

Conferències plenàries

- **Robbert Dijkgraaf** (Universitat d'Amsterdam, Holanda)
- **Hans Föllmer** (Universitat Humboldt de Berlín, Alemanya)
- **Hendrik W. Lenstra, Jr.** (Universitat de Califòrnia a Berkeley, Estats Units, i Universitat de Leiden, Holanda)
- **Yuri I. Manin** (Institut Max Planck de Matemàtiques, Bonn, Alemanya)
- **Yves Meyer** (Escola Normal Superior de Cachan, França)
- **Carles Simó** (Universitat de Barcelona)
- **Marie-France Vignéras** (Universitat de París 7, França)
- **Oleg Viro** (Universitat d'Uppsala, Suècia, i POMI de Sant Petersburg, Rússia)
- **Andrew J. Wiles** (Universitat de Princeton, Estats Units)

Conferències paral·leles

- **Rudolf Ahlswede** (Bielefeld)
- **François Baccelli** (París)
- **Volker Bach** (Mainz)
- **Viviane Baladi** (París)
- **Joaquim Bruna** (Barcelona)
- **Xavier Cabré** (Barcelona)
- **Peter J. Cameron** (Londres)
- **Ciro Ciliberto** (Roma)
- **Zoé Chatzidakis** (París)
- **Gianni Dal Maso** (Trieste)
- **Jan Denef** (Lovaina)
- **Barbara Fantechi** (Udine)
- **Alexander B. Givental** (Berkeley)
- **Alexander Goncharov** (Providence)
- **Alexander Grigor'yan** (Londres)
- **Michael Harris** (París)
- **Kurt Johansson** (Estocolm)
- **Konstantin M. Khanin** (Edimburg, Cambridge i Moscou)
- **Pekka Koskela** (Jyväskylä)
- **Steffen L. Lauritzen** (Aalborg)
- **Gilles Lebeau** (Palaiseau)
- **Nicholas S. Manton** (Cambridge)
- **Ieke Moerdijk** (Utrecht)
- **Eric M. Opdam** (Leiden)
- **Thomas Peternell** (Bayreuth)
- **Alexander Reznikov** (Durham)
- **Henrik Schlichtkrull** (Copenhaguen)
- **Bernhard Schmidt** (Augsburg)
- **Klaus Schmidt** (Viena)
- **Bálint Tóth** (Budapest)

Minisimposis

Computer Algebra. Wolfram Decker (coordinador), Manuel Bronstein, Gaston H. Gonnet, Gert-Martin Greuel, Erich Kaltofen, Hendrik W. Lenstra Jr., Tomás Recio.

Curves over Finite Fields and Codes. Gerard van der Geer (coordinador), Noam D. Elkies, Andrew Kresch, Christian Maire, Henning Stichtenoth, Chaoping Xing.

Free Boundary Problems. José Francisco Rodrigues (coordinador), Giovanni Bellettini, Klaus Deckelnick, Irina V. Denisova, Harald Garcke, Josephus Hulshof, Régis Monneau, Henrik Shahgholian, José Miguel Urbano.

Mathematical Finance: Theory and Practice. Hélyette Geman (coordinadora), Tomas Björk, M.A.H. Dempster, Ernst Eberlein, Jean Jacod, Dilip Madan, Marek Muśiela, Stanley R. Pliska, Ton Vorst.

Mathematics in Modern Genetics. Peter Donnelly (coordinador), David Balding, Alison M. Etheridge, Warren J. Ewens, Augustine Kong, Simon Tavaré.

Quantum Chaology. Sir Michael Berry (coordinador), Eugene Bogomolny, Monique Combescure, Alex Eskin, Christopher Howls, Jonathan Keating, Jens Marklof, Zeev Rudnick, André Voros.

Quantum Computing. Sandu Popescu (coordinador), Richard Cleve, Artur Ekert, Rolf Tarrach, Umesh Vazirani.

String Theory and M-Theory. Michael Douglas (coordinador), Duiliu-Emanuel Diaconescu, Jaume Gomis, Chris M. Hull, Albrecht Klemm, J.M.F. Labastida, Marcos Mariño, Nikita Nekrassov, Christoph Schweigert, Angel M. Uranga.

Symplectic and Contact Geometry and Hamiltonian Dynamics. Mikhail B. Sevrjuk (coordinador), Paul Biran, Yu.V. Chekanov, Hansjörg Geiges, Viktor L. Ginzburg, Alberto Ibort, Àngel Jorba, Dietmar Salamon, Vladimir M. Zakalyukin.

Wavelet Applications in Signal Processing. Andrew T. Walden (coordinador), Richard G. Baraniuk, Peter Cragg, Patrick Flandrin, Emma McCoy, Vasily Strela.

Taules rodones

Building Networks of Cooperation in Mathematics. Moderador: Friedrich Hirzebruch (Institut Max Planck, Bonn).

How to Increase Public Awareness of Mathematics. Moderador: Felipe Mellizo (Radio Nacional de España).

Mathematics Teaching at the Tertiary Level. Moderador: Vladimir Tikhomirov (Universitat Estatal de Moscou).

Shaping the 21st Century. Moderador: Miguel de Guzmán (Universitat Complutense de Madrid).

The Impact of Mathematical Research on Industry and Viceversa. Moderador: Irene Fonseca (Universitat Carnegie Mellon, Pittsburgh).

The Impact of New Technologies on Mathematical Research. Moderador: Rafael de la Llave (Universitat d'Austin).

What is Mathematics Today? Moderador: Zbigniew Semadeni (Universitat de Varsòvia).

Inscripció i allotjament

Les inscripcions al congrés es poden fer a través de la web www.iec.es/3ecm, seguint les indicacions del servidor. També es pot imprimir el formulari d'inscripció, omplir-lo i enviar-lo a *Viajes El Corte Inglés* per fax o per correu a l'adreça següent: Gran Via, 613, 08003 Barcelona, telèfon 93 317 02 02, fax 93 317 58 59. Si no teniu accés a Internet, podeu demanar el full d'inscripció a la Societat Catalana de Matemàtiques. Es pot optar per inscriure's i reservar allotjament al mateix temps, o bé fer-ho separada-ment. Les inscripcions es consideraran vàlides quan es rebí el pagament de la quota.

Quota d'inscripció

	<i>Abans de l'1 d'abril</i>	<i>Després de l'1 d'abril</i>
Membres de l'EMS o la SCM	23.000 PTA (138,23 Eu)	33.000 PTA (198,33 Eu)
Altres participants	29.000 PTA (174,29 Eu)	41.000 PTA (246,41 Eu)
Acompanyants	12.000 PTA (72,12 Eu)	18.000 PTA (108,18 Eu)

La quota d'inscripció dels participants inclou un llibre amb el programa del congrés i un CD-Rom amb una versió preliminar de les actes. A més, la inscripció dóna dret als participants i als seus acompanyants a transport públic gratuït durant el congrés i a assistir a tots els actes socials que s'organitzin en el marc del congrés.

Comitès

Comitè científic

Sir Michael F. Atiyah (president), Vladimir Arnold, Robert Azencott, Fabrizio Catanese, Ildefonso Díaz, Antti Kupiainen, Jack van Lint, Colette Moeglin, Johannes Sjöstrand, A.F.M. Smith, Domokos Szász, Stanislaw L. Woronowicz, Don Zagier.

Comitè de premis

Jacques-Louis Lions (president), Noga Alon, Werner Ballmann, David Crighton, Jan Dereziński, Maxim Kontsevich, Eduard Looijenga, Angus Macintyre, José María Montesinos, David Nualart, A.N. Parshin, Ragni Piene, Itamar Procaccia, Mario Pulvirenti, Rolf Rannacher, Caroline Series, Vladimir Sverák, Dan Voiculescu.

Comitè de taules rodones

Miguel de Guzmán (president), Andrey Bolibrukh, Heinz W. Engl, Juan José Manfredi, Carles Perelló, Tomás Recio, Zbigniew Semadeni, Vinicio Villani.

Comitè organitzador

Sebastià Xambó (president), Lluís Alsedà, Jaume Amorós, Carles Broto, María J. Carro, Carles Casacuberta (informació i comunicacions), Teresa Crespo, Julià Cufí (finances), Josep M. Font, Gábor Lugosi, Rosa M. Miró (programació i activitats), Jaume Moncasi, Antoni Montes, Joaquín M. Ortega, August Palanques-Mestre[†], Antoni Ras, Jordi Saludes, Marta Sanz (secretaria d'organització), Oriol Serra, Frederic Utzet, Marta València (infraestructura), Joan Verdera, Santiago Zarzuela.

Comitè d'honor

President: S.M. el Rey de España

Molt Honorable President de la Generalitat de Catalunya

Excelentísimo Ministro de Educación y Cultura

Excel·lentíssim Alcalde de Barcelona

Comissionat per a Universitats i Recerca

Director General de la UNESCO

Excel·lentíssim President de l'Institut d'Estudis Catalans

Excel·lentíssim i Magnífic Rector de la Universitat de Barcelona

Excel·lentíssim i Magnífic Rector de la Universitat Autònoma de Barcelona

Excel·lentíssim i Magnífic Rector de la Universitat Politècnica de Catalunya

Patrocinadors

Generalitat de Catalunya, Comissionat per a Universitats i Recerca
Generalitat de Catalunya, Departament d'Ensenyament
Ministeri d'Educació i Cultura, S.E.U.I.D.
Comissió Europea
Fundació Catalana per a la Recerca
Ajuntament de Barcelona
Institut d'Estudis Catalans
Universitat de Barcelona
Universitat Autònoma de Barcelona
Universitat Politècnica de Catalunya
Universitat Pompeu Fabra
Institut d'Estadística de Catalunya
Unió Matemàtica Internacional
Real Sociedad Matemática Española
Sociedad Española de Matemática Aplicada
Fundación Retevisión
Borsa de Barcelona
Port de Barcelona
Fundació Caixa Catalunya
Fundació Banc Sabadell
Fundació Caixa de Sabadell
Fundació Caixa de Manresa
Logic Control
COMSOL AB
Nokia
Compaq
Codorníu
Springer-Verlag

Adreces de contacte

Correu electrònic: **3ecm@iec.es**

Web: **<http://www.iec.es/3ecm/>** o també **<http://www.si.upc.es/3ecm/>**

Correu ordinari: Societat Catalana de Matemàtiques
Institut d'Estudis Catalans
Carrer del Carme, 47
08001 Barcelona

Telèfon: +34 93 270 16 20

Fax: +34 93 270 11 80

Xarxa temàtica
**Enquestes i qualitat
de la informació estadística**



**WORKSHOP
DATA MINING**

**Jornades internacionals sobre
Mineria de Dades**

**Barcelona
14 i 15 de desembre de 2000**

Col·laboren:

- Institut d'Estadística de Catalunya
- Service pour la Science et la Technologie de l'Ambassade de France
- Universitat de Barcelona
- Universitat Politècnica de Catalunya

Jornades internacionals sobre Data Mining

La preocupació per l'enorme volum de dades generades en certs contextos de recollida d'informació estadística, provoca la recerca d'instruments que facilitin la producció de resultats.

El Data Mining (o mineria de dades) estudia els procediments per extreure informació en aquests casos, on la quantitat de dades és molt gran. Permet tenir a l'abast els instruments de cerca, classificació, organització i categorització de la informació. També possibilita descobrir relacions, patrons o tendències difícils d'esbrinar amb els procediments convencionals.

Es pretén donar al Workshop un enfocament pràctic i afavorir la sinèrgia entre investigadors i professionals del sector públic i de l'empresa.

A qui s'adreça el Workshop?

Aquestes jornades s'adrecen a estadístics i usuaris de l'estadística, investigadors o professionals del món institucional i empresarial preocupats per la gestió i l'anàlisi de la informació estadística.

Comitè de programa:

Manuela Alcañiz (UB, Barcelona)
Tomàs Aluja (UPC, Barcelona)
Joan M. Batista (URL, Barcelona)
Mònica Bécue (UPC, Barcelona)
Germà Coenders (UG, Girona)
Michael Greenacre (UPF, Barcelona)
Montse Guillén (UB, Barcelona)
Michel Meste (U. Perpignan, Perpignan)
Pedro Puig (UAB, Bellaterra)
Enric Ripoll (Idescat, Barcelona)
Frederic Utzet (UAB, Bellaterra)
Sylvie Viguiet-Pla (U. Perpignan, Perpignan)

Programa provisional:

Es realitzaran quatre sessions monogràfiques amb l'exposició de ponències en cadascuna d'elles. Per a una descripció detallada del programa i ponents consultar l'adreça: www.eco.ub.es/~xteqie

Comunicacions lliures:

Els participants que desitgin presentar una comunicació hauran de posar-se en contacte amb l'organització del Workshop abans del 15 d'octubre de 2000.

Preus d'inscripció:

	Abans 30.10.00	Després 30.10.00
Participants	35.000 Pta	50.000 Pta
Universitaris i Adm. Pública	25.000 Pta	35.000 Pta
Membres de la Xarxa Temàtica	10.000 Pta	15.000 Pta

Els participants trametran un taló nominatiu amb la denominació de **Universitat Politècnica de Catalunya** adreçat a la instància indicada a l'apartat «Informació i inscripcions» i prèviament hauran d'omplir la butlleta d'inscripció electrònica que trobaran a l'adreça: www.eco.ub.es/~xteqie

Informació i inscripcions:**XTEQIE-DM**

Mónica Bécue

Dept. Estadística i Investigació Operativa

Facultat de Matemàtiques i Estadística (UPC)

Pau Gargallo, 5

08028 Barcelona

Fax 34 93 401 58 55

E-mail: monica@eio.upc.es

Lloc:

Universitat de Barcelona

Facultat de Ciències Econòmiques i Empresarials

Aula Magna

Avgda. Diagonal, 690, Barcelona

08034 Barcelona

Informació per als autors i lectors

NORMES PER A LA PRESENTACIÓ D'ARTICLES A QÜESTIÓ

La revista accepta, per a la seva publicació, articles originals no sotmesos a consideració en cap altra revista dins els àmbits de l'Estadística, la Investigació Operativa, l'Estadística Oficial i la Biometria. Els articles poden ser teòrics o aplicats, incloent aspectes computacionals i/o de caire docent, i poden presentar-se en anglès, francès, català o qualsevol altra llengua oficial a l'Estat espanyol.

Tots els originals destinats a les esmentades seccions temàtiques de *Qüestió*, incloent-hi els articles per a la «Secció docent i problemes», seran sotmesos sistemàticament a una avaluació prèvia a càrrec d'especialistes independents i/o membres del Consell Editorial, llevat dels articles convidats per la revista i les reimpressions d'articles. El resultat de l'avaluació serà comunicat a l'autor principal als efectes d'eventuals correccions formals o dels seus continguts.

Per a totes les trameses d'originals, la revista emetrà un acusament de recepció la data del qual figurarà com a «data de rebuda» en la publicació de l'article. Per la seva banda, la «data d'acceptació» de l'article serà la data de recepció de la versió definitiva.

Per a la presentació d'articles, l'autor trametrà a la Secretaria de *Qüestió* (Institut d'Estadística de Catalunya) dues còpies del treball mecanografiat en DIN A4, a una sola cara, a doble espai i amb marges amplis. Cada article ha d'incloure el títol, el nom de l'autor o autors, la seva afiliació i l'adreça completa, així com un resum de 75-100 paraules al principi de l'article, seguit de les principals paraules clau (en l'idioma original) i la seva adscripció a la classificació MSC2000 de l'American Mathematical Society. Abans de sotmetre els articles a la revista, s'aconsella els autors que revisin la correcció lingüística de textos d'acord amb l'idioma original i les eventuais traduccions a l'anglès.

Les referències bibliogràfiques es faran indicant el cognom de l'autor seguit de l'any de la publicació entre parèntesi [i.e.: Mahalanobis (1936), Rao (1982b)] i seran llistades alfabèticament al final de l'article; les referències múltiples d'un mateix autor s'ordenaran cronològicament. Les notes explicatives es numeraran correlativament i han d'aparèixer al peu de la pàgina corresponent. Les taules i figures també es numeraran correlativament en el text i seran reproduïdes directament dels originals tramesos en cas que no sigui possible la seva autoedició.

Una vegada avaluat satisfactòriament l'article cal que, a més de la versió impresa, l'autor el trameti en disquet de 3.5 polsades i en format MS-DOS, on han de constar de forma clara els noms dels autors i el títol de l'article. Aquesta versió final s'ha de trametre preferiblement en el processador de textos $\text{\LaTeX 2}_{\epsilon}$. [subsidiàriament, es poden trametre els textos i les taules en Word Perfect —versió 6.0A o anterior— o ASCII]; en el cas de figures, diagrames o gràfics es recomanen els formats adients per als programes editors PS, EPS o PCX. Els autors han de garantir la correspondència exacta entre la versió impresa i la còpia electrònica. D'altra banda, si l'article no està escrit en llengua anglesa s'haurà d'adjuntar la traducció del títol original, de l'abstract i de les paraules clau, així com un ampli resum en anglès (amb una extensió d'entre 2 i 5 pàgines i amb la mateixa estructura de l'article original).

La Secretaria de *Qüestió* posa a disposició dels autors que ho sol·licitin plantilles en format $\text{\LaTeX 2}_{\epsilon}$ per a la seva edició i les referències adients de la classificació de l'AMS.

QÜESTIÓ
Institut d'Estadística de Catalunya
Via Laietana, 58
08003 Barcelona
Tel: +34-93 412 15 36
Fax: +34-93 412 31 45
E-mail: questio@idescat.es

GUIDELINES FOR THE SUBMISSION OF ARTICLES FOR QÜESTIÓ

The journal well comes submission of articles and contributions that are not being considered for publication in any other journal in the fields of Statistics, Operational Research, Official Statistics or Biometrics. Articles may be theoretical or applied, including teaching aspects and applications, and will be accepted in English, French, Catalan or any of the other official languages in Spain.

All originals assigned to the thematic sections of Qüestió, including articles for the «Teaching section and problems» will be systematically reviewed by independent referees and/or members of the Editorial Board, who will send a report to the main author of the article in order to correct, if necessary, any formal or content aspects. The articles invited by the journal and articles reprinted will be excluded from this evaluation process.

For all submissions, the journal will issue a receipt corresponding to the submission date, which will appear as «date received» in the final publication of the article. The «acceptance date» of the article, which will appear in its final publication, will be the date of sending the final version to the journal.

For the presentation of original articles, the author should send, to the Secretary of Qüestió (Institut d'Estadística de Catalunya), two copies of the paper typed on A4 sheets, one side of the paper only, double spaced and with wide margins. Each article should include the title, the name of the author or authors, their affiliation, full address and also an abstract of the paper (75-100 words) at the beginning of the article, followed by the main keywords (in the original language) and its assignation in the MSC2000 classification of American Mathematical Society. Before submitting their papers, authors are advised to seek assistance in the writing of their articles for the correct use of English and/or of original language.

Bibliographical references should state the author's name followed by the year of publication in brackets [e.g.: Mahalanobis (1936), Rao (1982b)] and they should be listed at the end of the article in alphabetical order; multiple references to the same author should be given in chronological order. Footnotes should be numbered in the article and appear at the foot of the corresponding page. Figures and tables are to be numbered in consecutive order in the text using Arabic numerals and will be directly reproduced from the originals submitted if it is not impossible to print them electronically.

Once the evaluation has been passed, the author is required to provide the article on a diskette (a 3.5-inch disk in MS-DOS format) together with its paper copy; it must be a new diskette and must bear very clearly the names of the authors and the title of the article. This final version should be processed by $\text{\LaTeX} 2_{\epsilon}$, preferably, or, failing that, by Word Perfect (6.0A or earlier) or ASCII for text and tables; for figures, diagrams or graphs, the appropriate formats of PS, EPS or PCX software tools are strongly recommended. Authors must ensure that the version of the electronic copy is exactly the same as the paper copy which accompanies it. Furthermore, if the article is not written in English, the translation of its original title, short abstract and keywords should be enclosed, as well as a full summary of the article in English (that is, 2-5 pages with the same structure as the original).

The Secretary of Qüestió can send, by request of the authors, the $\text{\LaTeX} 2_{\epsilon}$ style of Qüestió for manuscript preparation and the appropriate classification of AMS references.

QÜESTIÓ
Institut d'Estadística de Catalunya
Via Laietana, 58
08003 Barcelona
Tel: +34-93 412 15 36
Fax: +34-93 412 31 45
E-mail: questio@idescat.es

NORMES PER A LA PUBLICACIÓ D'ANUNCIS INSTITUCIONALS A QÜESTIÓ

Qüestió convida les entitats patrocinadores, les institucions col·laboradores, els organismes públics i privats, i tota la comunitat científica vinculada a l'estadística o la investigació operativa, a la publicació d'anuncis institucionals sobre cursos, seminaris, congressos i activitats similars que, preferentment, tinguin lloc en el nostre país. Els textos poden presentar-se en anglès, francès, català o en qualsevol altra llengua oficial a l'Estat espanyol. Les iniciatives per a una possible publicació sempre són a instància de les entitats interessades, de manera que Qüestió no fa una cerca sistemàtica d'esdeveniments d'aquesta naturalesa, ni té cap ànim d'exhaustivitat en les ressenyes d'activitats finalment publicades.

Una vegada aprovada la inclusió dels anuncis sol·licitats es procedirà a la seva publicació, i es reproduirà directament dels originals tramesos amb les mides adequades i la màxima qualitat tipogràfica possible; en aquest cas, Qüestió no procedeix a cap mena de procés d'autoedició de la versió impresa que l'anunciant hagi tramès. Si els originals es trameten en els mateixos termes electrònics exigits per als articles (vegeu «Normes per a la presentació d'articles a Qüestió»), la revista procedirà a la seva autoedició. Si es desitja una qualitat superior a la reproducció simple o l'autoedició, o bé la seva publicació en color, els sol·licitants hauran de posar-se en contacte amb la Secretaria de Qüestió per tal de trametre els fotolits dels textos originals corresponents.

La disposició dels textos i les figures adjuntes dels anuncis han de procurar la màxima intel·ligibilitat i claredat expositiva, sense atapeir la informació ni utilitzar formats o fonts de lletres excessivament petites. D'altra banda, la publicitat ha de ser fidedigna, exempta d'enganys i respectuosa amb les persones i institucions. En qualsevol cas, la direcció de Qüestió es reserva la decisió final pel que fa a la seva publicació.

L'anunciant es compromet a lliurar els textos/materials amb l'antelació que se li indiqui per a la inserció en els números/volums de Qüestió que prèviament s'hagi establert. La revista no es fa responsable dels retards, per part de l'anunciant, que impedeixin la publicació de l'anunci en els termes previstos.

Mònica M. Jaime
Secretaria de Qüestió
Institut d'Estadística de Catalunya
Via Laietana, 58
08003 Barcelona
Tel: +34-93 412 15 36
Fax: +34-93 412 31 45
E-mail: questio@idescat.es

GUIDELINES FOR INSTITUTIONAL ADVERTISEMENTS IN QÜESTIÓ

Qüestió invites all sponsor entities, collaborating institutions, other public and private bodies and the entire scientific community related to Statistics or Operations Research to submit institutional advertisements on courses, seminars, congress and similar activities that will be held, preferably in our country. These will be accepted in English, French, Catalan or any of the other official languages in Spain. The initiative should always come from the entities interested in advertising them so that Qüestió's aim is not to do a systematic search of these events and therefore does not publish a comprehensive list of such activities.

Once their insertion is approved the advertisements will be reproduced from the most accurate photocopy of the originals sent by the advertiser to Qüestió in paper copy, with the appropriate size and at the best possible typographic quality. Therefore, in this case the journal does not elaborate any further editing process to the printed version that the advertiser has sent. If the original advertisements are sent in the same electronic format requested by the articles (please see «Guidelines for the submission of articles for Qüestió») the journal will print it directly from the file. If a better quality than the simple reproduction or automatic printing or a colour version of the adverts is desired, the authors should contact the Secretary of Qüestió in order to negotiate this.

The typesetting of texts and figures in the advertisement should have maximum intelligibility and clearness, neither compressing the information too much nor using formats or letter fonts that are too small. Furthermore, the information has to be reliable, without errors and respectful of the people and institutions. The management of Qüestió has the right to a final decision concerning the insertion of the advertisement.

Advertisers commit themselves to give the text/materials on request in order to insert them in the issues of Qüestió that have been previously agreed. The journal is not responsible for any delay from the announcer that could prevent the advertisement from been published on the agreed terms.

Mònica M. Jaime
Secretaria de Qüestió
Institut d'Estadística de Catalunya
Via Laietana, 58
08003 Barcelona
Tel: +34-93 412 15 36
Fax: +34-93 412 31 45
E-mail: questio@idescat.es

NORMES PER A LA PUBLICACIÓ D'ANUNCIS PRIVATS O AMB FINALITAT COMERCIAL A QÜESTIÓ

Qüestió accepta la publicació d'anuncis privats o amb finalitat comercial sobre productes, serveis o altres eines promocionals a l'entorn de l'estadística o la investigació operativa. Els textos poden presentar-se en anglès, francès, català o en qualsevol altra llengua oficial a l'Estat espanyol. Les iniciatives per a una possible publicació sempre són a instància de les organitzacions que hi estiguin interessades, de manera que Qüestió no fa una cerca sistemàtica de novetats o productes d'aquesta naturalesa ni té cap ànim d'exhaustivitat en els anuncis finalment publicats.

Els anuncis en **blanc i negre** s'elaboren a partir de la fotocòpia més acurada possible dels originals que trameti l'anunciant en versió impresa, amb les mides adequades i la màxima qualitat tipogràfica. Per tant, en aquest cas la revista no efectua cap procés d'edició ulterior respecte de la versió impresa que l'anunciant hagi tramès. Alternativament, si els anuncis originals es trameten en els mateixos termes formals exigits per als articles (vegeu «Normes per a la presentació d'articles a Qüestió»), la revista procedirà a la seva autoedició. Igualment, si es desitja una qualitat superior a la reproducció simple, els sol·licitants hauran de trametre els fotolits dels originals corresponents o encarregar-los a Qüestió, que els facturarà separatament.

Els anuncis en **color** requereixen els fotolits dels textos originals, que poden ser subministrats directament per l'anunciant o bé encarregats per la revista a compte de l'anunciant; en el segon cas, l'anunciant ha de trametre a la revista els originals impresos en color amb la màxima qualitat, per tal de filmar-los amb les millors garanties i condicions. El cost dels fotolits realitzats per Qüestió serà sempre a càrrec de l'anunciant, a qui se li repercutirà l'import i l'IVA d'aquests, juntament amb les tarifes que corresponen a la modalitat d'anunci per la qual hagi optat.

La disposició dels textos i figures adjuntes dels anuncis ha de procurar la màxima intel·ligibilitat i claredat expositiva, sense atapeir la informació ni utilitzar formats o fonts de lletres excessivament petites. D'altra banda, la publicitat ha de ser fidedigna, exempta d'enganys i respectuosa amb les persones i institucions. En qualsevol cas, la direcció de Qüestió es reserva la decisió final de la seva inclusió.

L'anunciant es compromet a lliurar els textos/materials amb l'antelació que se li indiqui per a la seva inserció en el(s) número(s)/volum(s) de Qüestió que prèviament s'hagi establert. La revista no es fa responsable dels retards per part de l'anunciant que impedeixin la publicació de l'anunci en els termes previstos.

Imports:

1 pàgina en color (un número aïllat):	125.000 PTA + IVA
1 pàgina en color (tres números consecutius):	200.000 PTA + IVA
1 pàgina en blanc i negre (un número aïllat):	30.000 PTA + IVA
1 pàgina en blanc i negre (tres números consecutius):	50.000 PTA + IVA
1/2 pàgina en blanc i negre (un número aïllat):	20.000 PTA + IVA
1/2 pàgina en blanc i negre (tres números consecutius):	35.000 PTA + IVA

Mides opcionals dels anuncis:

1 pàgina sencera (espai intern):	19.0 cm. x 12.3 cm.
1 pàgina sencera (espai extern):	23.8 cm. x 17.0 cm.
1/2 pàgina (espai intern):	9.5 cm. x 12.3 cm.
1/2 pàgina (espai extern):	11.9 cm. x 17.0 cm.

Forma de Pagament:

- Transferència bancària al compte: 2013-0100-53-0200698577
- Xec bancari nominatiu a l'Institut d'Estadística de Catalunya
- Pagament amb targeta de crèdit

El pagament serà per l'import total de la factura corresponent, on hi figurarà el cost dels fotolits en el cas que l'edició de l'anunci hagi estat a càrrec de l'Institut. En el cas que l'anunciant necessiti una factura proforma, només cal que ho faci saber amb l'antelació suficient.

Correspondència:

Mònica M. Jaime
Secretaria de Qüestió
Institut d'Estadística de Catalunya
Via Laietana, 58
08003 Barcelona
Tel: +34-93 412 15 36
Fax: +34-93 412 31 45
E-mail: questio@idescat.es

GUIDELINES FOR THE PRIVATE OR COMMERCIAL ADVERTISEMENTS IN QÜESTIÓ

Qüestió accepts for their publication both private and commercial advertisements on products, services or other promotional tools related to statistics or operational research and will be accepted in English, French, Catalan or any of the official languages in Spain. The initiatives should always come from entities interested in advertising them so that Qüestió's aim is not to do a systematic search of news and therefore does not publish a comprehensive list of such private or profit activities.

The **black and white** advertisements are made out from the most accurate photocopy of the originals sent by the advertiser to Qüestió in paper copy with the appropriate size and at the best possible typographic quality. Therefore, in this case the journal does not elaborate any further editorial process to the printed version that the advertiser has sent. Alternatively, if the original advertisements are sent in the same formal terms required by the articles (please see «Guidelines for the submission of articles for Qüestió»), the journal will proceed to its autoedition. In the same way, if a better quality than the simple reproduction is wanted, the authors should send the photolits of the corresponding original texts or, on the other hand, order to Qüestió their fulfilment, which will be invoiced separately from the rates charged as advertisements.

The advertisements in **colour** need the photolits of the original texts, which can be provided directly by the advertiser or requested by Qüestió to the advertiser charge; in the second case, the advertiser must sent to the journal the originals printed in colour with the best possible quality, so that they can be filmed at the best conditions and guarantees. The cost of the photolits made by Qüestió will always be charged to the advertiser together with the VAT derived from it, plus the prices corresponding to the type of the advertisement that has been chosen.

The set up of texts and figures of the advertisement should provide the maximum intelligibility and clearness, neither squeezing together the information nor using set ups or letter types that are too small. On the other hand the publicity has to be reliable, without fraud and respectful to the persons and institutions. The direction of Qüestió has the right of the last decision concerning the insertion of the advertisement.

The advertiser commits himself to give the texts/materials on request, in order to insert them in the issue(s) of Qüestió that had been previously agreed. The journal is not responsible for any delay from the announcer that could prevent the advertisement from been published in the agreed terms.

Rates:

1 colour page (only one issue):	125.000 PTA + VAT
1 colour page (three consecutive issues):	200.000 PTA + VAT
1 black and white page (only one issue):	30.000 PTA + VAT
1 black and white page (three consecutive issues):	50.000 PTA + VAT
1/2 black and white page (only one issue):	20.000 PTA + VAT
1/2 black and white page (three consecutive issues):	35.000 PTA + VAT

Advertisement sizes (optional):

1 full page (internal space):	19.0 cm. x 12.3 cm.
1 full page (external space):	23.8 cm. x 17.0 cm.
1/2 page (internal space):	9.5 cm. x 12.3 cm.
1/2 page (external space):	11.9 cm. x 17.0 cm.

Payment:

- A bank transfer to account number: 2013-0100-53-0200698577
- A bank cheque to Institut d'Estadística de Catalunya
- Charge on a credit card

The payment should be for the amount shown at the invoice, where it will be shown the total cost of the photolits, in case that Qüestió would be in charge of the filmation of the advertisement. If advertiser need a pro-forma invoice, he should let us know some time in advance so that Qüestió could send it to the proper address.

Mail address:

Mònica M. Jaime
Secretaria de Qüestió
Institut d'Estadística de Catalunya
Via Laletana, 58
08003 Barcelona
Tel: +34-93 412 15 36
Fax: +34-93 412 31 45
E-mail: questio@idescat.es

Nom i cognoms _____

Empresa/Institució _____

Adreça _____

Codi postal _____ Ciutat _____

Tel. _____ Fax _____ NIF _____

Data _____

Signatura

Preu de subscripció vigent:

- Forma de pagament

- ☐
- Domiciliació bancària al compte número

- ☐ Gir postal

- Retorneu aquesta butlleta (o una fotocòpia) a:

Institut d'Estadística de Catalunya

08003 Barcelona

– Estat espanyol: 1.500 Pta/exemplar (9,02 €) (IVA inclòs)

- Estranger: 1.700 Pta/exemplar (10,22 €) (IVA inclòs)

Exemplar per a l'entitat bancària

Autorització de domiciliació bancària per al pagament de les subscripcions anuals de la revista *Qüestió*

El sotasignat _____
autoritza el Banc/Caixa _____
Adreça _____
Codi postal _____ Ciutat _____
a abonar les subscripcions a la revista **Qüestió** amb càrrec al seu compte
número
Data _____

Signatura

Qüestió
Institut d'Estadística de Catalunya
 Via Laietana, 58
 08003 Barcelona

Novetats editorials en matèria estadística de la Generalitat de Catalunya gener-agost 2000

- **Anuari Estadístic de Catalunya, 1992-1999 CD-ROM**
1999, 3.000 PTA (18,03 €)
ISBN: 84-393-4914-9
- **Xifres de Catalunya 1999**
versions en català, castellà, francès, anglès i alemany. Gratuït
- **Revista Qüestió Any 2000 Vol. 24 núm. 1**
abril 2000, 3.600 PTA (21,63 €),
ISSN 0210-8054
- **Estadística, producció i comptes de la indústria 1998**
gener 2000, 1.300 PTA (7,81 €), 371 pp.,
ISBN: 84-393-5038-4
- **Projeccions de població de Catalunya 2010. Comarques i àmbits del Pla territorial**
gener 2000, 1.600 PTA (9,62 €), 395 pp.,
ISBN: 84-393-5009-0
- **Comptes de les administracions públiques de Catalunya 1996**
maig 2000, 1.200 PTA (7,21 €), 138 pp.,
ISBN: 84-393-5075-9
- **Estadística de població 1996 Vol. 8 Relació de la població amb l'activitat econòmica. Dades comarcals i municipals**
maig 2000, 1.250 PTA (7,51 €), 192 pp.,
ISBN: 84-393-5049-X
- **Mercat de treball 1999**
març 2000, 1.500 PTA (9,01 €), 328 pp.,
ISSN: 1137-0122, ISBN: 84-393-5092-9
- **Estadística comarcal i municipal 1999**
abril 2000, 3.250 PTA (19,53 €), 712 pp.,
ISSN: 1135-9331, ISBN: 84-393-5121-6
- **Anuari estadístic de Catalunya 2000**
juliol 2000, 3.000 PTA (18,03 €), 832 pp.,
ISSN: 1130-166- X, ISBN: 84-393-5184-4

LLIBRERIES DE LA GENERALITAT

Barcelona

Rambla dels Estudis, 118 (tel. 93 302 64 62)
llibrbcn@correu.cattel.com

Girona

Gran Via de Jaume I, 38 (tel. 972 22 72 67)
llibrgi@ibernet.com

Lleida

Rambla d'Aragó, 43 (tel. 973 28 19 30)
llibrle@ibernet.com

Madrid

Blanquerna. Llibreria catalana.
Serrano, 1 (tel. 91 431 00 22)
blanquerna@nauta.es

PUNT DE VENDA

Puigcerdà

Plaça del Rec, 5 (tel. 972 88 05 14)

VENDA PER CORREU

Apartat 2800, 08080 Barcelona
eadop@correu.gencat.es

Publicacions de la Generalitat. Apartat de correus 2800, 08080 Barcelona

Nom i cognoms _____

Empresa / Institució

Professió _____ E-mail _____

Adreça _____

Població _____ CP _____

NIF / DNI _____ Telèfon _____

Desitjo rebre els volums

☐ Carregueu l'import a la meva targeta de crèdit

☐ American Express ☐ 6000

☐ Master Charge ☐ Visa

☐ Contra reembolso

[illegible]

Data de caducitat

--	--	--	--

DOGC