

José María Fraile Peláez In Memoriam

por

José C. Sabina de Lis¹

“Quien tiene un amigo tiene un tesoro”



José María Pablo Fraile Peláez, nuestro querido Chema, nos dejó la tarde del 14 de Noviembre de 2002. El Departamento de Matemática Aplicada y la Facultad de Matemáticas de la Universidad Complutense de Madrid, conjuntamente con sus muchos amigos y compañeros le rindieron homenaje el pasado mes de octubre². Al hilo de lo que apuntaba José Carrillo en su introducción al acto, ha sido necesario dejar transcurrir un tiempo prudencial para poder recordar a Chema por escrito, sin que hondos sentimientos entorpecieran la tarea. Apelo ahora a esta reflexión para rendir tributo a nuestro buen amigo.

Chema nació en León, el 19 de Diciembre de 1948, el segundo de cinco hermanos. Su padre, D. Vicente Fraile Ovejero –ingeniero industrial de profesión– ha sido profesor de matemáticas en la Escuela Superior de Ingenieros de Minas de Oviedo y en las Universidades Complutense y Alcalá de Henares de Madrid³. Con estos antecedentes, Chema comenzó los estudios de ingeniero industrial en Madrid, en 1965, pero pronto los abandonó para matricularse en matemáticas, licenciándose en junio de 1971 por la especialidad

¹Financiado por BFM2001-3894.

²Se celebró en la Facultad de Matemáticas el día 10 de octubre de 2003.

³Es autor del libro “Ecuaciones diferenciales: métodos de cálculo. Problemas”, Tebar Flores, Madrid, 1985. Su hermano Arturo (fallecido prematuramente) con grandes aptitudes matemáticas se licenció en tiempo récord. Publicó varios artículos de investigación, algunos en colaboración con D. Vicente.

de Estadística⁴ en la Universidad Complutense. Su carrera docente comenzó como profesor ayudante –cursos 1971-72 y 72-73– en el antiguo Departamento de Ecuaciones Funcionales ahora de Matemática Aplicada⁵, dirigido en aquel tiempo por Alberto Dou, persona por quien Chema sintió siempre gran respeto y gratitud. Éste último había propiciado –con clara visión de futuro– la salida a Francia y a Estados Unidos de jóvenes licenciados para obtener allí el doctorado (Miguel de Guzmán en Chicago bajo la dirección de A. Calderón; Antonio Valle, J. L. Andrés Yebra, Carlos Fernández Pérez en París bajo la dirección de J. L. Lions). En febrero de 1973, J. L. Lions acepta a Chema como doctorando y tras casarse con Nancy del Hoyo –química de profesión– el 16 octubre de ese año⁶, se trasladan a París, para intentar conseguir el doctorado⁷. Durante los tres cursos siguientes, 1973-74, 74-75 y 75-76, el Colegio Franco Británico de la ciudad universitaria sería su hogar en París, donde por cierto circulaban en aquellos momentos muchos colegas matemáticos y físicos. Entre los más allegados: J. L. Andrés Yebra, V. Benci, P. Bénilan, Carlos Fernández Pérez, A. Díaz Miranda, J. Hernández, G. Medrano, C. Seiro del Nido...

Sin embargo la suerte no le acompañó del todo. Tras incorporarse al Laboratorio de Análisis Numérico de la Universidad de París VI, institución donde permanecería hasta el verano de 1976, Lions le comunica que se traslada al Colegio de Francia encomendándole a H. Brezis, su sucesor en la dirección del laboratorio, la planificación de su tesis. Philippe Bénilan le fue asignado finalmente como nuevo director y siempre fue para Chema un legítimo orgullo haber sido su primer estudiante español. En el entorno de Bénilan coincidió con Jesús Hernández y Alain Haraux. También frecuentaban el laboratorio otros matemáticos españoles que, como Ildefonso Díaz, pujaban por sacar adelante sus primeros trabajos de investigación. Su memoria “Teoría Abstracta de Operadores Acretivos” ([1]), destinada a la fundación Juan March, recopila buena parte de lo aprendido al lado de Bénilan en aquel periodo. Sin embargo, la tesis no acabó de prosperar. Por un lado, los resultados obtenidos en el problema propuesto por Philippe fueron anticipados por un matemático japonés. Por otro, el traslado de aquél a Besançon acabó de malograr el proyecto, y Chema regresó finalmente de París con las manos vacías.

Una vez de nuevo en España volvió a enrolarse en el departamento de Ecuaciones Funcionales como profesor encargado de curso⁸. La madurez ad-

⁴Fue instructor de prácticas en el Departamento de Estadística e Investigación Operativa durante el curso 1970-71.

⁵Curiosamente fue Chema quien hacia noviembre de 1985 y junto a otros compañeros como José Carrillo, encabezaron la inicitava de que las ecuaciones diferenciales de la Complutense se afiliaran mayoritariamente en la recién constituida área de Matemática Aplicada.

⁶Chema había concluido en verano el servicio militar en las milicias universitarias.

⁷Chema consiguió la beca de la fundación Juan March.

⁸Hasta ganar la adjuntía en 1982 desempeñaría también diversos cargos de profesor interino en los departamentos de Álgebra y Fundamentos y de Métodos Matemáticos de la Física en la Complutense

quirida le permitió elaborar en solitario su tesis doctoral ([2]) que leyó en julio de 1978. Titulada “Operadores de Tipo Local y Ecuaciones de Evolución” y bajo la dirección de Alberto Dou, trataba de la existencia local, unicidad y prolongación para una clase de ecuaciones integro-diferenciales con retardo variable. Para dar idea del panorama científico de aquellos años vale la pena mencionar que ante la falta de especialistas en el tema, y como condición previa a la lectura, Chema tuvo que viajar a la Universidad de Burdeos II para obtener el informe favorable de M. Artola, reconocido investigador en el campo de las ecuaciones diferenciales en espacios de Banach. Nancy, en avanzado estado de gestación de José, su primer hijo, lo acompañó en el viaje a Burdeos.

Hasta 1980 los temas de investigación de Chema tuvieron relación directa con su tesis y anterior experiencia en Francia, girando en torno a los problemas de evolución y las ecuaciones con retardo. A este periodo pertenecen los trabajos [3], [4], [5], [6], [7] y [8]. El primero de ellos, [3], corresponde al “I Congreso CEDYA” (Congreso de Ecuaciones Diferenciales y Aplicaciones) celebrado en el Escorial en Mayo de 1978, del que puede considerársele socio fundador⁹. Algunos de estos trabajos podrían muy bien haberse publicado en cualquiera de las revistas internacionales especializadas en ecuaciones diferenciales o análisis no lineal, sin embargo en esos momentos imponía un cierto respeto redactar un trabajo propio en inglés y enviarlo “fuera” a publicar; por otra parte tampoco había muchas referencias a imitar en el entorno.

Durante los cursos 1979-80, 80-81 y 81-82, Chema cambió radicalmente de temas de investigación. En ello tuvo –probablemente– mucho que ver una serie de experiencias que se desarrollaron por entonces en el seno del grupo de ecuaciones diferenciales ordinarias. Resultaron decisivas para la formación de quienes tuvimos la gran suerte de disfrutarlas y consistieron en los siguientes cursos: “Ecuaciones Diferenciales no Lineales” (1979-80), “Seminario de Biología Matemática” (1980-81) y “Soluciones Periódicas de Ecuaciones Diferenciales” (1981-82) organizados por Carlos Fernández Pérez, Alfonso Casal y Alfredo Somolinos en el Departamento de Ecuaciones Funcionales.

En efecto, Carlos Fernández Pérez estaba introduciendo la teoría de la bifurcación en Madrid a través de su curso de doctorado de 1979¹⁰ tras una estancia de un año en Madison con P. Rabinowitz¹¹. El tema atrajo a gentes

⁹El comité organizador lo constituyeron A. Casal, I. Díaz, J. Hernández y M. Lobo. Las actas se elaboraron artesanalmente en el Departamento de Ecuaciones Funcionales.

¹⁰En los 70 Carlos desarrolló una espléndida labor de actualización en el Departamento de Ecuaciones Funcionales. A él se debe el primer curso sólido de espacios de Sobolev que tan útil resultaría al por aquel entonces incipiente grupo de ecuaciones en derivadas parciales no lineales, que se estaba formando alrededor de Ildefonso Díaz. A éste siguió otro de teoría de semigrupos y más tarde el de teoría de la bifurcación.

¹¹Durante su estancia con Lions en París, Carlos había asistido al histórico curso impartido P. Rabinowitz en la primavera de 1973; el tema estaba empezando a despegar. H. Berestycki redactó los apuntes que aparecieron en 1975 como *preprint* del Laboratorio de Análisis

de otros grupos de investigación de Madrid, como los de Amable Liñán en Aeronáuticos, Manuel Velarde en la Autónoma y Francisco Montero en la Complutense. Alfonso Casal y Alfredo Somolinos, dos especialistas en ecuaciones con retardo formados en el entorno de Jack Hale, mantenían también una estrecha relación con la fenomenología. Frente a un estilo altamente formalista de las ecuaciones diferenciales que se hacían en un sector del departamento, netamente “afrancesado”, un viento fresco del “nuevo continente” empezó a respirarse en el entorno de Carlos, Alfonso y Alfredo. Se percibía ya en el ambiente el espíritu de los sistemas dinámicos tanto finito dimensionales (caos) como infinito dimensionales, éste último en el contexto de las ecuaciones parabólicas y las ecuaciones con retardo. También importada de Estados Unidos y de la mano de Alfredo, la Biología Matemática empezaba a vislumbrarse como un nuevo banco de aplicaciones. Pero entre todos estos temas, la “teoría cualitativa de ecuaciones diferenciales” brillaba con luz propia, como un cristal de rara belleza¹². Chema se sintió profundamente atraído por el tema, y como muchos de nosotros, permaneció desde entonces orbitando en torno a las “ordinarias”.

El espíritu de aquellos seminarios era altamente participativo; y se desarrollaban esencialmente en base a la exposición de artículos o capítulos de libros que se habían distribuido con antelación. Orientados a la formación de los más jóvenes, atrajeron a los adeptos de las ordinarias de otros centros. Amén de Chema y los organizadores recuerdo entre los asistentes a J. Amillo, J. Aranda, L. Bonilla, E. de la Rosa, J. Esquinas, L. Ledesma, J. López-Gómez, F. Montero, F. Morán y C. Yarur, entre otros. La incorporación, a principios del curso 1981-82, de José Manuel Vegas, recién llegado de Brown¹³, enriqueció decisivamente las sesiones.

El curso de Ecuaciones Diferenciales no Lineales se orientó a preparar la visita de J. Mawhin a Madrid en junio de 1980, ocupándose del enfoque topológico en la teoría de oscilaciones no lineales¹⁴. Se introdujeron además dos temas de la teoría cualitativa muy significativos en la obra de Chema: las variedades invariantes y la teoría de invarianza de La Salle-Lefschetz. Curiosamente, fue en el Seminario de Biología Matemática y esencialmente de su mano, donde muchos tomaríamos contacto con la dinámica en dimensión

Numérico de Paris VI bajo el título “Theorie du degré topologique et applications a des problèmes aux limites”.

¹²Parafraseando a Hilbert.

¹³Acababa de leer allí su tesis, bajo la dirección de J. Hale.

¹⁴Se siguieron los textos: N. ROUCHÉ, J. MAWHIN, *Equations différentielles ordinaires. Vol. II: stabilité et solutions périodiques*. Masson et Cie., París, 1973; M. A. KRASNOSELSKII, *The operator of translation along the trajectories of differential equations*. Translations of Mathematical Monographs, Vol. 19. American Mathematical Society, Providence, R.I. 1968 y J. MAWHIN, *Topological degree methods in nonlinear boundary value problems*. CBMS Regional Conference Series in Mathematics, 40. American Mathematical Society, Providence, R.I., 1979.

infinita. Por un lado, se introdujeron los sistemas de reacción-difusión en sus escenarios naturales de la morfogénesis, dinámica y genética de poblaciones, oscilaciones químicas y “pattern formation”. Por otro lado, Chema había adquirido los recién aparecidos libros de Henry¹⁵ y de Fife¹⁶, encargándose de su divulgación. Sugirió y asesoró el estudio del primero¹⁷ así como de algunos trabajos pioneros en la teoría de ecuaciones parabólicas semilineales¹⁸ y ondas viajeras¹⁹ que resultaron fundamentales para el “despegue” de algunas de nuestras tesis en aquellos adversos “tiempos de sequía”. En esta tarea colaboró estrechamente con Carlos Fernández Pérez.

El curso “Soluciones Periódicas de Ecuaciones Diferenciales”, dedicado a las formas normales, el método del promedio, las ecuaciones con retardo y la bifurcación de soluciones periódicas, coincidió con la aparición –de la mano de Alfonso Casal– de los libros de J. Carr²⁰ y de Chow y Hale²¹, todavía en el formato de los *preprints* del Lefschetz Center for Dynamical Systems. Fueron éstos la base del curso que, sobre la variedad centro y la teoría de la bifurcación impartiría Chema en el curso 1982-83.

Los trabajos de investigación de Chema en la década de los 80 se nutrieron del fértil sustrato originado en estos seminarios. Tienen que ver con las ondas viajeras en sistemas de reacción y difusión, materia a la que nos había introducido Amable Liñán en sus charlas sobre teoría de la combustión en el Departamento. Para Chema la temática de las ondas viajeras tenía el aliciente de estar a caballo entre las parciales y las ordinarias, alternando a la vez con problemas de conexión de órbitas, el verdadero epicentro de la teoría cualitativa. En sus trabajos Chema tocó temas fundamentales como son los conjuntos invariantes ([9, 11, 14, 17]), perturbación singular y órbitas

¹⁵D. HENRY, *Geometric Theory of Parabolic Equations*, Lect. Not. Maths., Springer, 1981. Se tenía una vaga referencia de sus apuntes sobre el tema de la Universidad de Kentucky (1974) a través de la serie de los Technical Summary Reports del Mathematics Research Center de la Universidad de Madison.

¹⁶P. C. FIFE, *Mathematical Aspects of Reacting and Diffusing Systems*, Lec. Not. Biomaths., Springer, 1979.

¹⁷Se asignó como tesina a Julián López Gómez –alumno de 5º curso en aquel momento– el estudio de la parte de existencia y unicidad. Dos años más tarde, Jesús Esquinas trabajaría para su tesina la parte del libro que comprende la teoría cualitativa propiamente dicha.

¹⁸H. F. WEINBERGER, “Invariant sets for weakly coupled parabolic and elliptic systems”, *Rendiconti di Matematica* **8**, Serie VI (1975), 295-310. K: N. CHUEH, C. CONLEY, J. SMOLLER, “Positively Invariant Regions for Systems of Nonlinear Diffusion Equations”, *Indiana Univ. Math. J.* **26** (1977) 2, 373-392. K. P. HADELER, F. ROTHE, H. VOGT, “Stationary Solutions of Reaction-diffusion Equations”, *Math. Meth. in the Appl. Sci.* **1** (1979), 418-431.

¹⁹N. KOPELL, L. N. HOWARD, “Plane wave solutions to reaction-diffusion equations”. *Studies in Appl. Mat.* **52** (1973), 291-328.

²⁰J. CARR, *Applications of Centre Manifold*, Lefschetz Center for Dynamical Systems Lec. Notes, junio 1979. Las notas fueron editadas en libro por Springer en 1981.

²¹S. N. CHOW, J. K. HALE, *Theory and Methods in Local Bifurcation Theory*, Springer, 1982.

de conexión ([19, 21]), teoría de la bifurcación ([13]), variedades invariantes en dimensión infinita ([10, 12, 15, 16, 18]). También trató con métodos variacionales y de comparación para problemas elípticos semilineales en la teoría de ondas periódicas ([20, 22, 23, 24, 27]).

Aparte de la investigación y sus clases, Chema vivía enteramente dedicado a sus hijos, por entonces José y Juan, y a brindar desinteresadamente su tiempo a los demás. Desde su despacho en la célebre “quinta”²² ejercía de padre de estudiantes, becarios, doctorandos y otros desheredados que venían a consultarle “la-cuenta-que-no-me-sale . . . ”. Siempre recibirían de él una idea, una palabra de ánimo o un pequeño empujón para superar el trance. Lo más curioso es que todo el optimismo que derrochaba con los demás le faltaba a él mismo en algunas ocasiones, cuando le entraba la “depre”. Entre 1981 y 1989 fueron muchas las horas de trabajo y buenas ideas que salieron de la quinta planta. Cada uno de nosotros sabe lo mucho que debe a Chema en lo humano y en lo científico.

Sin embargo esta época dorada se tiñó en los últimos 80 de una cierta decepción y soledad para Chema. En ello tuvo alta cuota de responsabilidad unas oposiciones a catedrático que no ganó. Tal vez sintió que la espléndida labor que había desarrollado con el grupo más joven del departamento no se había reconocido como en justicia merecía. Esta época coincidió además con una cierta dispersión, por intereses de investigación o por traslado a otros centros de muchos de los antiguos integrantes del grupo de ecuaciones diferenciales ordinarias.

Superada esta etapa de profundo desánimo, en los noventa las aguas volvieron a su cauce. Aunque no ya con la vitalidad y entusiasmo de los primeros 80, los interesantes proyectos de trabajo de Julián López Gómez (fruto de éstos son los artículos [25] y [26]) y sus propias ideas sobre problemas de difusión no lineal vertidas en la tesis de E. Schiavi ([29]), mantuvieron a Chema en la faena investigadora²³.

Su pequeña Silvia nació en febrero de 1993 y añadió a su vida una componente de madurez y equilibrio que magnificó aún más –si es que ello era posible– su adorable humanidad.

²²La 5^a planta consistía en una hilera de cubículos individuales que se habilitaron como despachos en la azotea de la Facultad. Era también una peculiar comunidad de individuos que comprendía por entonces a: Sixto Álvarez, Chema, Francisco Hernández, Julián López Gómez, José M. Marco, Trinidad Menárguez, Manolo Morales, Alberto Ruiz, Agustín de la Villa, quien suscribe y unos cuantos que se agregarían más tarde, entre ellos René Letelier, Jesús Esquinas y Luis Álvarez.

²³Su amplitud de intereses: morfogénesis, cinética enzimática, variedades invariantes, perturbación de conexiones, bifurcación, problemas unilaterales, soluciones casiperiódicas y un largo etc, ha quedado reflejado en una enorme cantidad de manuscritos que adjuntos a las copias de artículos, recogen sus ideas, resultados sin publicar y futuras líneas de trabajo sobre estos temas.

Se presentó finalmente septiembre de 2001 en el que empezamos a reflotar proyectos largamente aplazados²⁴. Le sorprendió sin embargo la evidencia –al principio difícil de asumir, después abriéndose paso con certeza inapelable– de que tenía a la vista el final del camino. A pesar de que la salud se le fue escapando poco a poco, no perdió el ánimo, ni cedió su actitud generosa de siempre en ningún momento. Mantuvo la esperanza hasta el último aliento.

Al evocar aquellos entrañables años de los seminarios en la Complutense, siempre está presente el recuerdo de Chema que lo impregna todo de calor y amistad. Lo estoy viendo avanzar por la facultad, aspecto desaliñado, andar cansado, aire ensimismado. Cierta tristeza en el semblante. Bajo el brazo, un fajo de papeles y artículos fotocopiados en la hemeroteca, agrupados tal vez en un cuaderno escolar o en su último libro favorito. Rebotante de ideas, de proyectos, en su despacho de la “quinta” a donde acudíamos invariablemente sus muchos adherentes para hablar de matemáticas o huir de ellas buscando cualquier excusa para bajar a tomar un café y disfrutar de su “siempre estar a contracorriente”. Estoy seguro de que somos muchos los que, en algún rinconcito del corazón, cultivaremos con cariño la memoria de Chema.

REFERENCIAS

- [1] JOSÉ M. FRAILE, *Teoría Abstracta de Operadores Acretivos*, Memoria de la Fundación Juan March (142 páginas), Madrid, 1975.
- [2] JOSÉ M. FRAILE, *Operadores de Tipo Local y Ecuaciones de Evolución*, Tesis Doctoral Universidad Complutense de Madrid, Madrid, 1978.
- [3] JOSÉ M. FRAILE, *Un problema no lineal retrógrado*, Actas I CEDYA, C 1-7, El Escorial (Madrid), 1978.
- [4] JOSÉ M. FRAILE, *Ecuaciones de evolución con retardo variable*, Collectanea Mathematica **XXX** (1979), n. 3, 199-211.
- [5] JOSÉ M. FRAILE, *Un modelo que generaliza la ecuación de Burgers*. Actas II CEDYA, Valdoreix (1979), Publ. Sec. Mat. Univ. Autònoma Barcelona 19 (1980), pp. 161-168.
- [6] JOSÉ M. FRAILE, *Operadores modulados por funciones en la teoría de ecuaciones diferenciales funcionales*, Rev. Real Acad. Ciencias Exact. Fis. Natur. Madrid **74** (1980), n. 5 , 881-900.
- [7] JOSÉ M. FRAILE *Perturbaciones funcionales de crecimiento acotado y ecuaciones de evolución en espacios de Hilbert*, Rev. Real Acad. Ciencias Exact. Fis. Natur. Madrid **75** (1981) n. 3, 647-665.

²⁴Aunque lejos en La Laguna, no dejó nunca de brindarme su amistad e inestimable ayuda cada vez que la necesitaba.

- [8] JOSÉ M. FRAILE (con R. Fraile), *Un nuevo punto de vista sobre ecuaciones diferenciales con retraso*, Rev. Real Acad. Ciencias Exact. Fis. Natur. Madrid **75** (1981), n. 3, 693-705.
- [9] JOSÉ M. FRAILE, *Frentes de pH en una membrana*. Actas IV CEDYA, Sevilla (1981), Universidad de Sevilla, Sevilla, 1981, pp. 359-377.
- [10] JOSÉ M. FRAILE (con J. Sabina), *Nuevos resultados sobre frentes de onda en sistemas de reacción y difusión*. Actas VI CEDYA, Jaca (1983), Universidad de Zaragoza, Zaragoza, 1983, pp. 363-366.
- [11] JOSÉ M. FRAILE (con J. Sabina), *Ondas en reacción-difusión: algunas relaciones con el problema cinético*. Actas V CEDYA, Puerto de la Cruz (1982), Universidad de La Laguna, Publicaciones de la Universidad de La Laguna, Serie Informes n. 14, 1984, pp. 285-299.
- [12] JOSÉ M. FRAILE (con J. Sabina), *Boundary value conditions for wave fronts in reaction-diffusion systems*, Proc. Roy. Soc. Edinburgh Sect. A **99** (1984), n. 1-2, 127-136.
- [13] JOSÉ M. FRAILE (con J. López-Gómez), *Un resultado en bifurcación local multiparamétrica*. Actas VIII CEDYA, Santander (1985), Universidad de Santander, Santander, 1985.
- [14] JOSÉ M. FRAILE (con J. Sabina), *Propagation velocity and the amplitude of wave fronts in RD systems*. Actas VII CEDYA, Granada (1984), Universidad de Granada, Granada, 1985, pp. 377-382
- [15] JOSÉ M. FRAILE (con J. Sabina), *Comportamiento de frentes de onda para sistemas RD sin términos gradiente*. Actas VIII CEDYA, Santander (1985), Universidad de Santander, Santander, 1985.
- [16] JOSÉ M. FRAILE (con J. Sabina), *Bifurcaciones de frentes en sistemas de reacción-difusión*, Rev. Real Acad. Ciencias Exact. Fis. Natur. Madrid **LXXX** (1986), 165-171.
- [17] JOSÉ M. FRAILE (con J. Sabina), *Kinetics conditions for the existence of wave fronts in reaction-diffusion systems*, Proc. Roy. Soc. Edinburgh Sect. A **103** (1986), n. 1-2, 161-177.
- [18] JOSÉ M. FRAILE (con J. Sabina), *Directional wave fronts in reaction-diffusion systems: existence and asymptotic behaviour*. En "Contributions to nonlinear partial differential equations" Vol. II J. I. Díaz, P. L. Lions (Editores), Pitman Research Notes in Mathematics, London, 1987, pp. 232-248.
- [19] JOSÉ M. FRAILE (con J. Sabina), *Variedad invariante no local para un problema de perturbación singular*. Actas X CEDYA, Valencia (1987), Universidad de Valencia, Valencia, 1987, pp. 110-116.
- [20] JOSÉ M. FRAILE (con J. Sabina), *Fenómenos de propagación periódica para ecuaciones parabólicas semilíneas*. Actas de la Reunión de Homenaje al Prof. Alberto Dou, Editorial Univ. Complutense, Madrid, 1989, pp. 197-206.

- [21] JOSÉ M. FRAILE (con J. Sabina), *General conditions for the existence of a “critical-point-periodic wave front” connection for reaction-diffusion systems*, *Nonlinear Analysis* **13** (1989) n. 7, 767-786.
- [22] JOSÉ M. FRAILE (con J. Sabina), *Qualitative properties of a nonlinear diffusion equation with periodic convection*, Istituto per le Applicazione del Calcolo “Mauro Picone”, Quaderno n. 27 (1989), 163-178.
- [23] JOSÉ M. FRAILE (con J. Sabina), *Análisis ondulatorio de un modelo no estacionario de transporte de gases*, *Rev. Acad. Canaria de Ciencias* **1** (1990), 67-83.
- [24] JOSÉ M. FRAILE (con J. Sabina), *An elliptic semilinear problem arising in the undulatory behaviour of nonlinear diffusion equations*. En “*International Conference on Differential Equations (EQUADIFF)*”, Barcelona (1991), World Sci. Publishing, River Edge, NJ, 1993, pp. 864-872.
- [25] JOSÉ M. FRAILE (con J. López-Gómez y J. Sabina), *On the global structure of the set of positive solutions of some semilinear elliptic boundary value problems*, *J. Differential Equations* **123** (1995), n. 1, 180-212.
- [26] JOSÉ M. FRAILE (con P. Koch, J. López-Gómez y S. Merino), *Elliptic eigenvalue problems and unbounded continua of positive solutions of a semilinear elliptic equation*, *J. Differential Equations* **127** (1996), n. 1, 295-319.
- [27] JOSÉ M. FRAILE (con J. Sabina), *Periodic and positive wave front solutions of semilinear diffusion equations*, *SIAM J. Mathematical Analysis* **27** (1996), n. 1, 170-203.
- [28] JOSÉ M. FRAILE (con E. Schiavi), *Soluciones radiales explícitas para el operador Laplaciano- N* , *Actas XVI CEDYA/ VI CMA*, Universidad de Las Palmas de Gran Canaria, 1999, 1085-1090.
- [29] JOSÉ M. FRAILE (con E. Schiavi), *Exact radial solutions for a nonlinear eigenvalue problem*, *Appl. Math. Letters* **13** (2000), n. 5 , 67-72.

José C. Sabina de Lis
Dpto. de Análisis Matemático Universidad de La Laguna
C/ Astrofísico Francisco Sánchez s/n
38271 - La Laguna
Correo electrónico: josabina@ull.es