
I CONCURSO DE NARRACIONES ESCOLARES Y RELATOS CORTOS DIVULGAMAT (RSME)

A finales de Septiembre de 2005 la Real Sociedad Matemática Española, a través de su Comisión de Divulgación, convocó los primeros concursos de Narraciones Escolares y Relatos Cortos DivulgaMAT, dentro de su programa más general de divulgación de las Matemáticas, y con el objetivo particular de generar herramientas para acabar con el tópico de la confrontación entre Ciencias y Letras.

El Concurso de Narraciones Escolares es un concurso para jóvenes de entre 12 y 18 años. En las bases de su primera edición se fijaba como objetivo *“la popularización de las matemáticas entre los jóvenes, fomentando su interés por esta ciencia, por su historia y sus protagonistas. Asimismo, tiene la finalidad transmitir a los jóvenes, y por extensión a toda la sociedad, que las matemáticas sean entendidas como parte de la historia y la cultura del hombre.*

El concurso consiste en la presentación de un relato de ficción basado en un resultado matemático, un personaje relacionado con esta ciencia, una situación donde afloran las matemáticas,... Se trataría de mostrar alguno de estos temas a través de la mirada crítica e imaginativa del autor de la narración”.

Mientras que el Concurso de Relatos Cortos es un concurso abierto a todas las personas y que, como se expresaba en las bases, consiste en *“presentar un relato corto, de tema libre, relacionado con las matemáticas (de la forma que su autor considere oportuno)”.*

Los trabajos, en ambos concursos, podían estar escritos en cualquiera de las lenguas oficiales del Estado. El plazo de presentación de trabajos finalizó el 4 de diciembre de 2005 y se presentaron 64 trabajos en la modalidad de Narraciones Escolares y 15 en la de Relatos Cortos. Esta primera edición de los concursos ha podido realizarse gracias a la colaboración del Ministerio de Educación y Ciencia (Plan Nacional de I+D+I 2004-2007), de la editorial Proyecto Sur y de la editorial Nivola.

En este número de LA GACETA se recogen los dos relatos cortos que han ganado el primer premio y el accésit: *Las cartas de Angélica* (Antonio López López, Madrid) y *Para que tú las oigas* (Roberto Muñoz Izquierdo, Madrid). Todos los demás relatos y narraciones escolares que han quedado finalistas o ganado alguno de los premios, así como los fallos de los concursos, pueden encontrarse en www.divulgamat.net o en DIVULGAMAT, a través de la página de la RSME.

El Jurado de los Concursos estuvo formado por:

- Carlos Andradas - Presidente de la Real Sociedad Matemática Española, Catedrático de Álgebra y Vicerrector de la Universidad Complutense de Madrid.
- Miquel Barceló - Catedrático de Escuela Universitaria de la Universitat Politècnica de Catalunya (Doctor en informática, Ingeniero aeronáutico y diplomado en energía nuclear), creador del Premio UPC de Ciencia Ficción, escritor y editor de Ciencia Ficción.
- Joaquín Collantes - Escritor, Catedrático de Dibujo del IES Salvador Dalí de Madrid.
- Luís Alfonso Gámez - Periodista Científico y Redactor del periódico EL CORREO.
- Raúl Ibáñez - Presidente de la Comisión de Divulgación de la Real Sociedad Matemática Española (DivulgaMAT), Profesor Titular de Geometría de la Universidad del País Vasco.
- Antonio Pérez - Responsable de la colección La matemática en sus personajes de la Ed. Nivola, guionista y presentador de las series Más por menos y Universo matemático de TVE, miembro de la Comisión de Divulgación de la RSME, Catedrático de Matemáticas del IES Salvador Dalí de Madrid.

FALLO DEL JURADO:

El Jurado quiere expresar su satisfacción por la calidad de los trabajos presentados y las interesantes ideas que se han utilizado en los mismos, todo lo cual ha hecho difícil la elección de los finalistas del concurso y ha propiciado largos e interesantes debates para establecer el fallo final.

i) NARRACIONES ESCOLARES

- Primer premio (dotado de 500 euros).

Título: *El laberinto de Indira*

Autor: Mar Fernández-Aliseda Garrido (Sevilla)

Premio por la calidad narrativa, la frescura con la que está escrita y la forma valiente y original de abordar el problema de la integración de minorías étnicas y resaltar de manera positiva la importancia de la educación en valores y el papel de las matemáticas como elemento de integración y proyección social.

- Accésit (dotado de un lote de 15 libros de las editoriales Proyecto Sur y Nivola). Este es un premio compartido entre:

Título: *Un pequeño descuido*

Autor: Adrián Sotillo Ramos (Puebla de Sanabria, Zamora)

Por su calidad literaria y el dominio del diálogo interior como recurso narrativo. Por acercarnos de una forma original, imaginativa y atractiva algunos aspectos de la vida de uno de los grandes personajes de la historia de las matemáticas, Pierre de Fermat, así como a su famoso teorema y al misterio de la anotación en el margen de un libro de Diofanto sobre una prueba del mismo.

Título: *El legado de Hypatia*

Autor: Silvia Gómez Gómez (Zaragoza)

El tema de la narración es de una gran originalidad al hacerla girar en torno a un famoso teorema, el hexagrama místico. De esta forma une, de manera hábil y hasta sorprendente, a dos personalidades matemáticas, Hypatia y Pascal, tan alejados no sólo en el tiempo sino también en sus ideas filosóficas y religiosas. La estructura del relato, su frescura y el desconcertante desenlace atrapan la atención del lector desde la primera hasta la última línea: “Pero, ¿a quién le importa un nombre cuando lo que se encierra es una verdad universal?”.

- Mención de Honor. El jurado ha determinado la existencia de una Mención de Honor

Título: *Amor entre fracciones*

Autor: Sandra Jordán Martín (Teruel)

Amor entre fracciones es un relato muy breve, realizado por alguien de una gran juventud que sorprende por la frescura, la imaginación y lo divertido, conjugando al mismo tiempo los conocimientos de operaciones entre fracciones y el difícil concepto matemático de fracciones equivalentes.

- Finalmente, el Jurado quiere acabar mencionando aquellos trabajos que quedaron finalistas en el concurso y cuyos trabajos serán publicados, junta a los ganadores, en el portal www.divulgamat.net

Título: *Siempre nos quedará París*

Autor: Álvaro Vicente Palazón (Alicante)

Título: *El Best Seller*

Autor: Paloma Arana Rivera (Tudela, Navarra)

Título: *Número Cero*

Autor: Carlos Peñalver Hernández (Alicante)

ii) RELATOS CORTOS

- Primer premio (dotado de 500 euros).

Título: *Las cartas de Angélica*

Autor: Antonio López López (Madrid)

Un relato de amor adolescente sirve como pretexto al autor para explorar el mundo de las matemáticas a través de los ojos de un joven que no es consciente de que está adentrándose en él. El narrador toma un punto de partida creíble, y desarrolla la trama con inteligencia y atractivo hasta desembocar en un buen desenlace. La protagonista acaba siendo una pasión por las matemáticas que poco a poco, sin saltos bruscos, ha ido revelándose a lo largo de una historia que atrapa.

- Accésit (dotado de un lote de 15 libros de las editoriales Proyecto Sur y Nivola).

Título: *Para que tú las oigas*

Autor: Roberto Muñoz Izquierdo (Madrid)

Nos encontramos con un relato escrito de forma exquisita, que cuida el ritmo del relato, sus palabras, sus ideas, hasta hacer del propio relato un trabajo poético. Es de destacar la original reflexión sobre la demostración en matemáticas, la sugerente analogía con la poesía, así como la reflexión sobre la educación matemática que subyace a lo largo del relato.

- Mención de Honor. El jurado ha determinado la existencia de una Mención de Honor:

Título: *Las medidas del mundo*

Autor: Amador Menéndez Velásquez (Asturias)

Por acercar a sus lectores de una forma amena y motivadora a uno de los temas centrales del desarrollo de las matemáticas a lo largo de su historia, el apasionante mundo de las medidas. Así como por incluir en ese viaje iniciático desde temas más clásicos a temas más modernos. Su protagonista realizará un viaje de lo microscópico a lo macroscópico, introduciéndonos en la medida de la longitud, en los grafos, intentando medir la cantidad de información,...

- Finalmente, el Jurado quiere acabar mencionando aquellos trabajos que quedaron finalistas en el concurso y cuyos trabajos serán publicados, junto a los ganadores, en el portal www.divulgamat.net

Título: *En un frío atardecer de otoño... Copérnico tenía razón*

Autor: Antonio López López (Madrid)

El Jurado
Bilbao, 31 de enero de 2006

Las Cartas de Angélica

por

Antonio López López

Cuando los padres de Alejandro, le comunicaron que ese verano pasaría las vacaciones en casa del tío paterno, el joven sintió una secreta alegría. Allí en la pequeña población, vivía el hermano de su padre y su esposa con sus dos hijos y su hija Angélica. Alejandro amaba en secreto a su prima, por lo que pensar en convivir bajo el mismo techo con ella, le producía profunda impaciencia y no poca agitación.

Al fin podría olvidarse del pesado año escolar, y en especial de la tediosa asignatura de matemáticas, en la cual había sido particularmente insoportable una parte llamada combinatoria. No había entendido absolutamente nada. Le parecía arte de magia el que se pudiese saber, a partir de un colectivo inicial, cuantos grupos de elementos suyos, que cumpliesen una cierta propiedad, se podían formar. Además la confusión llegaba al límite cuando había que distinguir los casos en que importaba el orden de los elementos en cada grupo, y en los que no.

¿Qué le importaba a él los grupos y el orden de los mismos? —Menos mal que su imponente memoria le había ayudado a retener fórmulas que, aplicadas a ciegas el día del examen, le habían sacado del apuro.

Angélica era un par de años mayor que Alejandro, trabajaba de traductora de francés para una editorial, y vivía en total ignorancia de los sentimientos que inspiraba a su primo. Le trataba con gran cordialidad, pero sin dar posibilidad alguna a que la timidez de Alejandro dejase salir su verdadero sentimiento.

El joven se limitaba a seguir con la mirada cualquier movimiento de su prima. Trataba de imaginar en cada uno de los gestos o cada una de las palabras de ella, algún mensaje esperanzador. Pero a decir verdad nada respondía a sus deseos. La correcta indiferencia de Angélica, le hizo pensar a Alejandro que era debida a que su prima había dirigido sus amores en otra dirección. Esa seguridad le provocaba agudo dolor.

Un día, durante la comida, se habló de un viaje de un par de semanas que Angélica debía hacer. Aquella noticia casi termina con el muchacho. A duras penas disimuló su turbación y angustia manifestada en un casi atragantamiento. Para Alejandro no había dudas: ¡su prima iba a reunirse con un amante! Apenas si vivió los días previos a la partida. Cuando una mañana esta se produjo, el joven dibujó una sonrisa amarga como despedida. No pudo articular palabra alguna.

Por la tarde, el resto de la familia salió a determinados asuntos, quedando Alejandro solo en la casa. En un momento dado llamaron a la puerta. Al abrir, nuestro heroe se encontró con otro mozo que le dijo alegremente:

“Hola, vengo a entregar estas cartas a la señorita Angélica. Ella ya sabe de que va el asunto. Adios”.

No había duda, jaquellas eran cartas de amor procedentes de la pluma de su rival! Los celos y la rabia consumían el corazón del enamorado solitario. Claro que no era lógico que llegaran cartas del amante, justo cuando había ido a reunirse con él.

“Se que es una villanía” –se dijo a sí mismo– “pero tengo que leer estas cartas. No soporto la incertidumbre”.

Alejandro se fijó bien en la forma inicial del paquete, para luego dejarlo tal cual venía. Con sumo cuidado y habilidad lo desató. Era un fajo de varias cartas. Los sobres estaban numerados, y... ¡oh bendición, estaban abiertos!

Con el corazón empujando violentamente sobre su pecho, sacó la primera.

De inmediato vio que estaba escrita en francés. Él conocía bastante bien esta lengua, a pesar de lo cual cogió del cuarto de su prima un buen diccionario. Empezó a leer, y nada mas hacerlo sus ojos se abrieron al máximo como quien ve un fantasma. La carta empezaba, como era habitual, con la denominación del origen y fecha de escritura: “París, 28 de Octubre de 1654”. Sí, había leído bien, ¡ponía 1654! Lleno de curiosidad empezó a leer. Y esto es lo que encontró una vez traducido.

París, 28 de Octubre 1654

Muy respetado Sr. Pedro Fermat:

Grande será mi gozo, si puedo saber del buen estado que Dios Nuestro Señor quiera derramar sobre Vuestra Merced. Aquí, en París los rigores del otoño suministran duras providencias a mi quebrantada salud. Los dolores de muelas son cada vez más agudos, y las digestiones a mis frugales colaciones, se convierten en todo un proceso de padecimiento. Pero todo lo llevo bien, en el pensamiento de que esta es una forma en que Dios Nuestro Señor desea fortalecer mi preparación para el añorado momento de mi fusión en un todo con Él.

Vereis el motivo de esta carta. Hace algún tiempo un conocido llamado Antonine Gambaud, (hoy caballero De Meré), con quien en los años de mocedad compartí lances y aventuras, vino a verme para referirme un singular acontecimiento del que fue testigo presencial.

Como bien sabeis, nuestro bien amado Rey ha dispuesto prohibir el juego en el que se apueste dinero como premio para el vencedor. Sin embargo, la vil condición humana, hace que estos menesteres no despierten interés si no existe, precisamente, una buena bolsa de por medio.

Se encontraba De Meré en una salón de determinada señora parisina, (Madama M.), en el que se estaba dirimiendo un cierto juego de cartas entre dos afamados caballeros, tan diestros en el manejo de la espada como del naípe y el dado. El resultado final era tan incierto que los espectadores ahogaban su emoción subiendo sus apuestas. Sobre la mesa había una suma muy elevada. Fue el caso que por la sala se extendió el rumor de que había sido avistada una patrulla de corchetes del cardenal en las inmediaciones del palacete de Madama M.

Según me siguió contando De Meré, con gran celeridad se dispuso la recogida de todo aquello que pudiese delatar la actividad de la ilícita timba. Madama M. se ofreció en tesorera de la bolsa de las apuestas hasta que en fecha posterior se reanudase el encuentro. Mas uno de los jugadores era forastero, y debía partir de París sin tardanza al despuntar el alba. No sabiendo cuando le sería posible regresar, pidió su parte del dinero apostado. Pero... ¿cuál era esa parte?

De Meré asistió a una rápida pero apasionada discusión. El jugador que se marchaba argumentó que su posición en el juego era mejor que la de su rival, en el sentido de que en las diversas repeticiones que se habían hecho del mismo, él había ganado mas. Por lo tanto debía llevarse la mayor parte del dinero, aunque no supo fijar la cuantía precisa.

Su rival, si bien reconocía que había perdido alguna prueba más, argumentó que el juego completo estaba acordado a un número tal de partidas que, si estas se disputasen completas, él todavía podía ser ganador absoluto, con lo que el montante total sería suyo. Por lo tanto se oponía a tipo alguno de reparto. La disputa parece que fue alcanzando niveles de gran tensión. Afortunadamente, antes de que hablasen las espadas, De Meré propuso una tregua hasta que él consultase a quien iba a resolver la cuestión. Mi amigo pensaba en mí. Así fue como M. Gambaud me trasladó la pregunta: ¿Hay alguna forma de medir lo que está por venir?

Yo, querido P. Fermat, me he ocupado en pensar sobre ello. Y, tengo que reconocer, que absorto en tales pensamientos no he notado el dolor de muelas.

¿Cómo medir lo que aún no ha ocurrido? Al principio todo era oscuridad. Al fin, cuando una noche cruzaba el puente de Neully, pensé en simplificar así el problema.

Imaginé un proceso que pueda repetirse tantas veces como se desee. Tal proceso puede tener varios resultados posibles, (por ejemplo al arrojar un dado puede obtenerse cualquiera de las seis puntuaciones). Antes de cada lanzamiento no se puede tener idea sobre el resultado que va a obtenerse. Me fijé un resultado concreto elegido arbitrariamente. Decidí fijarme en el hecho de obtener un tres. A continuación empecé a tirar el dado más y más veces, anotando siempre el resultado obtenido. Ahora tengo ante mí una enorme lista de papel con las puntuaciones. Me pregunto cómo será la mejor forma de usarlas para tratar de predecir qué número obtendré en la próxima tirada. En verdad nada tengo claro por el momento.

Deseo, si Vos así lo permitis, consultar con vuestra merced sobre este negocio del pensamiento que domina mi inquietud.

Sabed que os tengo presente en mis oraciones, y que holgaré mucho al recibir vuestra respuesta.

Siempre vuestro devoto servidor,

Blas Pascal.

Cuando Alejandro terminó de leer la carta, se dio cuenta de que le había invadido una extraña, pero agradable, sensación de inquietud. Era como si se la hubiese traspasado el tal Blas Pascal. Sí, recordaba haber oído ese nombre en alguna clase de filosofía, pero poco mas sabía de él. Sin embargo, sí que tenía presente las veces en que había jugado a las cartas, o a los dados, o a cualquier otro juego de azar con sus compañeros del liceo entre unas aburridas clases y otras.

Para él, entonces, aquello era cuestión de un factor de habilidad y retención memorística a nivel personal, y de otro que simplemente era suerte. Nunca se le había ocurrido pensar en la posibilidad de que la suerte pudiese ser objeto de una medida, (que en cierto modo la controlaría), como el peso o la estatura de una persona. En un principio le rondó el interés de saber más de este asunto debido a la posibilidad de su aplicación material; así podría ganar en sus timbas con los amigos. Pero en el fondo, notaba que dominaba la curiosidad en sí por saber cómo se resolvería este asunto tan extraño.

Los padres de Angélica habían regresado. Con sumo cuidado, Alejandro rehizo el paquete y acudió a la cena. A pesar de los diversos comentarios de todo tipo que en ella se hicieron, de su cabeza no desaparecía la pregunta, ¿se puede medir el azar?

Esa noche se retiró a descansar temprano. Dijo que al día siguiente quería madrugar para estudiar unos asuntos pendientes del curso pasado.

Su sueño fue agitado. Se vio transportado al siglo XVII. Estaba en una sala adornada ricamente, pero a la que las velas encendidas por doquier dotaban de un ambiente sofocante. Se vio vestido extrañamente. Había mujeres con vestimenta provocativa. Se respiraba una extraña mezcla de sudor humano y perfumes fuertes. Sobre una mesa había restos de comida, dinero, cartas y unos pliegos. Se comía y se bebía con descuido. Se hablaba gritando. Luego fuertes risotadas. El ambiente estaba impregnado de fuerte relajó y sensualidad. Al instante todo se convirtió en un autentico torbellino de gritos. Vio que algunos hombres empuñaban espadas. El mismo blandía la suya. Todo era confusión.

Un fuerte campanillazo le despertó con brusquedad. Sin dudarlo, Alejandro saltó de la cama. Su primer pensamiento fue dirigido hacia las cartas de Angélica. A buen seguro la segunda de ellas contendría la respuesta de aquel señor llamado Pedro Fermat. Tras los aseos elementales y un precipitado desayuno, el joven retomó el manojó de cartas y separó la segunda. Decía así:

Toulouse, 13 de Diciembre 1654

Apreciado y añorado amigo Blas Pascal:

Mucho he holgado de vuestra carta. Yo también os tengo presente en mis encomiendas a Dios Nuestro Señor. Le pido que conduzca vuestra salud para que esta quede alejada del sufrimiento.

Como bien conoceis, las labores de servicio de nuestro amado Rey me mantienen en este despacho, en donde, gracias al buen hacer de Su Majestad, los días transcurren plácidamente. Ello me otorga el suficiente tiempo libre como para permitirme pensar en la bella cuestión que ocupa vuestro entendimiento, y ahora ya el mío.

Es muy brillante en verdad, vuestra idea de anotar los resultados de un lance que se repite un gran número de veces. De provecho será comparar las veces en que se ha obtenido el resultado favorable elegido, con el número de repeticiones hechas. De momento, aunque aún no lo he reflexionado bastante, yo calcularía la frecuencia de éxitos en el sentido de determinar el cociente de los éxitos obtenidos entre el total de repeticiones.

A modo de prueba he tomado una baraja de 52 cartas en las que hay 4 ases, y he elegido como hecho favorable el extraer uno cualquiera de los ases. Primero mezclaba bien las cartas y luego hacía la extracción. Anotaba el resultado y volvía a barajar por completo haciendo luego la nueva retirada de la carta. Como aquí dispongo de algunos mancebos a mi servicio, cuando yo estaba cansado ellos continuaban la labor. Así hemos estado no pocos días. Hemos hecho ya 2000 pruebas, y tenemos contados 110 casos en que ha aparecido uno cualquiera de los ases. Por lo tanto la frecuencia de éxito nos va quedando $110/2000 = 0,055$.

A pesar de todo, una indefinida intuición me dice que 2000 pruebas son todavía muy pocas.

Es tan singular la cuestión que seguiré con la investigación de esa frecuencia de éxitos. Incluso buscaré otras experiencias. Se me ocurre depositar en una bolsa diversos objetos distinguidos, señalar un grupo de ellos como “de

éxito", remover bien la bolsa, extraer sin mirar uno y anotar si es o no del grupo distinguido.

De todo ello seguiremos comunicandonos nuestra mutua experiencia. Entre tanto elevo mis súplicas al Creador para que os conserve mucho tiempo entre nosotros, para los cuales vuestra persona es luz del alma.

Vuestro devoto servidor

Pedro Fermat

La lectura de esta carta le trajo a Alejandro vivos deseos de efectuar él mismo esas repeticiones de pruebas de las que hablaron dos hombres tres siglos atrás. Quería ir viendo por sí mismo el discurrir de los acontecimientos, y compararlo con lo sucedido tan atrás en el tiempo.

Sin embargo su impaciencia se había desatado, y ya era un fenómeno incontrolado. Tenía que seguir leyendo.

Para no hacerte muy largo este relato, querida lectora o lector, permite que te resuma lo que Alejandro fue obteniendo de las cartas de Angélica.

Supo que Pascal y Fermat acordaron efectuar, con ayuda de sirvientes, muchas repeticiones de cada experimento. Convinieron en estudiar la frecuencia de éxitos, y observaron algo fantástico: Primero se acordó bien el experimento a realizar, y dentro de él, el resultado que se consideraba "de éxito". Entonces, a medida que aumentaba el número de repeticiones, la frecuencia de éxitos se iba estabilizando hacia una cantidad fija. O sea la aludida frecuencia tendía a hacerse constante.

Naturalmente, cuando se cambiaba el experimento y el suceso de éxito, también cambiaba en general ese valor de estabilización.

En una de las respuestas de Fermat leyó Alejandro algo que le conmovió profundamente. Los dos hombres del siglo XVII habían observado que ese valor constante hacia el que se estabilizaba la frecuencia de éxitos era prácticamente el mismo que el que se obtenía si, antes de hacer ninguna prueba, se dividía el número de elementos que componían el grupo que había sido señalado como de éxito, entre el número total de posibilidades.

Así en el caso de la baraja expuesto por Fermat en su primera carta, la frecuencia de éxitos se hacía prácticamente igual a $4/52 = 0,076$.

En cartas sucesivas, ambos hombres daban este hecho como una verdad empírica, por lo que concluían que ante la realización de cualquier prueba de azar, habría que saber contar primero cuantos son los casos que nos van a resultar favorables, y cuantos los que son posibles en su totalidad. El cociente del primer número entre el segundo daría la "esperanza del éxito". Ambos

convinieron que si tal cociente es mayor que 0,5 el lance será bueno y merece la pena arriesgar sobre él. Y es mas bueno cuanto mas cerca esté de 1.

De pronto Alejandro vio claro porqué puede ser importante saber contar cuantos grupos de elementos, (que cumplen una cierta propiedad que define nuestro éxito), se pueden formar a partir de un conjunto dado. Esto le recordó las odiadas cuestiones de combinatoria. Pero ahora al ser vistas desde este nuevo conocimiento, ya le empezaban a parecer interesantes. ¡Claro!, ahora recordaba aquella definición seca y fría que había oído, (casi entre sueños), decir en clase. La probabilidad de que un suceso ocurra es el cociente del número de casos favorables entre el número de casos posibles. ¡Cómo podía cambiar la consideración y el sentimiento de algo, la perspectiva desde la que fuese enfocado!

Alejandro deseaba volver a su casa para retomar su ya no tan odiado libro de matemáticas, y estudiar la combinatoria. El mismo quería seguir los pasos de aquellos dos hombres del pasado, y repetir los experimentos correspondientes a cada uno de los muchos ejercicios que tanto le habían hecho padecer durante el curso. Ahora todo era diferente, ¡claro que sí! Recordaba que en el examen había copiado de mala manera la solución a un problema propuesto:

“En una bolsa hay nueve bolas. Una tiene escrito el número 1, otra el 2, y así hasta la última que tiene el 9. Se agita la bolsa, y sin mirar se extraen dos bolas para formar un número de dos cifras. La bola extraída con la mano izquierda se coloca en la posición de las decenas, y la sacada con la derecha en la de las unidades. ¿Cuál es la probabilidad de que el número así formado sea múltiplo de 5?”.

Ahora era muy diferente preguntarse: ¿Cuántos casos posibles hay? ¡Claro que es lógico considerar el orden como muy importante! El número 23 es un caso posible, pero del todo diferente al también caso posible 32. Ahora sí veía útil aquello de las variaciones sin repetición. En este caso el número de números que podían formarse está dado por el de las variaciones sin repetición de 9 elementos distintos al ser tomados de 2 en 2. Por lo tanto en total $9 \cdot 8 = 72$.

Los casos favorables, Alejandro los obtuvo directamente, solo podían ser aquellos números que acabasen en 5. Por lo tanto eran 15, 25, 35, 45, 65, 75, 85 y 95. En total 8. Por lo tanto la probabilidad pedida era igual a $8/72 = 1/9$ aproximadamente igual a 0,111 y desde luego menor que 0,5. Por lo tanto no era conveniente apostar nada por este hecho en un posible juego.

Alejandro pasó el resto de sus vacaciones efectuando una y otra vez repeticiones del experimento anterior de la bolsa. Iba anotando cuidadosamente los resultados para ir determinando en cada caso las frecuencias de éxito y comprobar cómo se acercaban a la probabilidad obtenida. Pensaba en volver pronto a casa y retomar sus libros y cuadernos para dar vida a lo que hasta ahora había sido para él solo letra muerta.

Cuando ya se acababa su estancia en casa de sus tios regresó Angélica, Alejandro le entregó el paquete de cartas, (supuestamente intacto), del que se

había hecho depositario. Ardía en deseos de decirle la belleza de lo que iba a traducir. Mas, obviamente no podía descubrirse. No obstante trató de mostrar interés en ayudar a prima en su futuro trabajo, pues, –según le dijo Alejandro– “Seguro que será un asunto muy interesante”.

La respuesta de su prima le dejó profundamente decepcionado “Yo me gano la vida traduciendo del francés” –le dijo– “pero no me importa lo que diga el texto. A mi me da lo mismo”.

Entonces Alejandro cayó en la cuenta de que en todo ese tiempo no se había acordado para nada de su prima Angélica. Su nombre lo tenía asociado a esas cartas extraordinarias que tanto habían cambiado algo en él. A decir verdad, ahora quería volver de inmediato a casa para decir a todos sus amigos que ya sabía lo que era la probabilidad. Para explicarles su experiencia maravillosa. En el fondo, descubría que le importaba muy poco a donde y con quien hubiese ido su prima. El había descubierto la probabilidad.

Cuando regresaba en el tren iba deseando encontrar alguna excusa para contar a todos los demás viajeros del vagón el concepto de probabilidad. En cierto sentido se consideraba una persona superior, pues tenía en sus manos la posibilidad de controlar el mundo del azar. Aquel mundo de lo imprevisible que a la mayoría del resto de mortales les parecía que solo Dios podía conocer.

¡Ah, que fácil resultaba todo! Casos favorables entre casos posibles. Y para contar el número de ellos estaba la combinatoria. Además siempre se podía recurrir al camino experimental. Repetir una y otra vez el experimento, e ir anotando las frecuencias de éxito. Sí; bastaba repetir la experiencia y contar.

De pronto en su cabeza estalló un chasquido que, como un rayo abrasador, le recorrió todo el cuerpo. Una duda terrible acababa de aparecer destrozando su alegría. Cuando tuviese que determinar la probabilidad de un determinado fenómeno solo había siempre dos casos posibles, a saber, que se de el fenómeno o que no se de. Y naturalmente siempre hay un solo caso favorable, que consiste en que sí se de. Por lo tanto la probabilidad de cualquier suceso siempre es $1/2 = 0,5$. Además, eso de repetir las experiencias y contar... ¿podía hacerse siempre? Por ejemplo, ¿cómo calcular la probabilidad de que su prima Angélica le amase? ¡Habría que vivir y morir muchas veces y contar en cuantas vidas le amó y en cuantas no! Si uno se pregunta por la probabilidad de que llueva mañana, no da lo mismo que la pregunta se haga en verano o en invierno. Ni tampoco que se haga en un país u otro. ¿Y si preguntamos por la probabilidad de que haya vida fuera de la Tierra? ¿Cómo se repite la experiencia para contar?

¡Horror! ¡Se le hundía a Alejandro todo su tesoro recién descubierto! Mas no era posible que todo lo que había leído fuesen elucubraciones de dos locos. A él le sonaba que esos personajes, Pascal y Fermat, eran muy importantes. Tan pronto llegó a su casa buscó en sus libros, pero estos no traían ninguna pista. No exento de angustia rebuscó en su memoria quien conocía que fuese una autoridad en matemáticas. Habló con el compañero de clase que era el más destacado. Este reconoció que tampoco sabía que responder. Pero, com-

partiendo la inquietud de Alejandro, le propuso visitar a un anciano amigo de su familia que era un matemático muy devoto del estudio y la docencia.

Convenida la entrevista, este hombre respondió así a las dudas de los jóvenes:

“Lo que habeis aprendido es, en efecto, el concepto de probabilidad solo en una situación muy particular, que es la que responde a los fenómenos que pueden ser repetidos ilimitadamente, y en igualdad de condiciones. Era lógico que, por muy brillantes que fuesen sus cabezas, Pascal y Fermat empezasen por esos casos más sencillos. Pero, en efecto ellos trataron esta situación particular. Al tratar la cuestión en general, y querer fundar una teoría completa, hay que usar nuevas herramientas matemáticas que previamente tuvieron que crearse. Ahora es pronto para que podais estudiarlas, pero tampoco falta mucho para que algún día os hablen de Teoría de Conjuntos, y de Funciones de Conjunto, y de Algebras de Borel, y de Espacio de sucesos elementales, etc.

Cuando oigais estos nombres, estad atentos, que no os aburra su contenido pues ahí empieza la respuesta a vuestra pregunta. Muchos hombres trabajaron duro en este proceso de creación. Oireis nombres como Bernoulli, Gauss, Chevisóv, Jínchin, Gnediénko, Cramer, Kolmogorov, y otros. Ellos continuaron la inmensa obra que empezaron Pascal y Fermat”.

¿Y a ti, de donde te ha venido esta inquietud? –preguntó el anciano a Alejandro.

De las cartas de Angélica –fue la respuesta.

Para que tú las oigas

por

Roberto Muñoz Izquierdo (un plagiario de Neruda)

*Para que tú me oigas
mis palabras
se adelgazan a veces
como las huellas de las gaviotas en las playas.*

Pablo Neruda

El profesor pronunció una frase inequívoca: “Dejadme que haga un comentario para terminar”. Inmediatamente comenzó el ruido final de cada sesión: bolígrafos que caen sobre la mesa, gomas de carpetas que golpean el cartón, cuerpos inquietos rozando las sillas. En efecto, había terminado. El comienzo de cada clase es siempre perezoso, el final es, sin embargo, ágil. Se continúa la conversación que comenzó en el descanso anterior, se comenta el fin de semana, el examen que viene.

Pero hoy él no se dio prisa, se quedó sentado un poco más: pensando.

En la pizarra todavía estaba escrita la definición de un término que, según dictaban sus apuntes, era sutil y profundo, el concepto de límite.

Se veía algo como esto:

Una sucesión de números reales $\{a_n\}$ converge a un número real $L \in \mathbb{R}$ si

$$\forall \epsilon > 0 \quad \exists n(\epsilon) \in \mathbb{N} : |a_n - L| < \epsilon \quad \forall n \geq n(\epsilon)$$

Y él lo seguía mirando, abstraído. Tenía unas sensaciones contradictorias. Por un lado le atraía esa forma de escribir tan nueva, con sus símbolos y sus letras griegas. Por otro lado le irritaba. Qué manera de complicar lo que se podía explicar de un modo más sencillo: una sucesión converge a un número si tan cerca como nos pongamos de ese número siempre hay un término de la sucesión a partir del cual todos están todavía más cerca. Paradójicamente, la escritura que formalizaba el concepto y debía clarificarlo lo oscurecía y dificultaba su entendimiento. Estaba confuso. Acostumbrado a entender con facilidad le molestaba no comprender esta definición, ni siquiera su necesidad. Sin embargo le gustaba, no sabía por qué.

Sobre el encerado aún estaba escrita la demostración de que el límite, si existía, era único. Pues claro, cómo iba a ser de otra manera. Si la sucesión se acerca a un punto no puede aproximarse al mismo tiempo a otro. Le parecía una pérdida de tiempo haber probado esa obviedad. Pero seguía fascinado. En la demostración se percibía una limpieza que no era fácil encontrar en otros lugares. Cada paso de la demostración se concluía del anterior sin ambigüedades, sin recurrir a la opinión ni a la intuición. En otras ocasiones había comprobado cómo lo que parece obvio no es necesariamente cierto. Ni aunque se repita con vehemencia se convierte en verdadero (una gran lección para el diálogo).

- Vamos, hombre, que tenemos prisa –interrumpió bruscamente un compañero.
- Espera, que esto parece interesante –dijo él.
- ¿Interesante este lío?, venga, no fastidies –en términos un poco más gruesos que los citados le contestó el susodicho compañero– te esperamos en el comedor.

Varios siglos de trabajo colectivo, esas eran las palabras exactas que había pronunciado el profesor. Desde unos vagos principios intuitivos por los griegos varias generaciones de científicos prepararon el camino para esta formulación precisa, para esta definición. *Necesitaréis algo más que unos minutos para entenderla y valorarla*, también había dicho. La había comparado con la construcción de una catedral o de una pirámide, una obra grande y costosa, de sutilezas técnicas y esfuerzo físico.

Volvió a mirar a la pizarra. Había armonía, orden. Se percibía una belleza que se esconde a la primera mirada pero que se intuye primero y se valora después.

Esa misma tarde le ocurrió a él. Trabajaba en la biblioteca.

Comprendió que no tenía ni idea de por qué valían las reglas que le habían enseñado en el bachillerato para calcular algunos límites. Simplemente las había aceptado sin rechistar, sin pensar. Parecían verdad. Trató de aplicar la definición que le habían enseñado para justificar una de aquellas reglas. No fue capaz. No tenía destreza suficiente. Cogió un libro y leyó por qué era válida: una aplicación directa de la definición de límite y de algunas propiedades de los números reales que él conocía. De pronto algo se colocó en su cerebro. Recordó aquellas palabras de A. Wiles (el que había demostrado la conjetura de Fermat). Decía que comprender en matemáticas era como encender la luz de una habitación oscura donde uno había vivido largo tiempo. Los objetos intuitivos se percibían con nitidez, del mismo modo que su orden y las relaciones que había entre ellos. Probó con otra de aquellas reglas y fue capaz. Estaba contento. También menos irritado con ese formalismo que le había parecido bastante paralizador. Las reglas que parecían arbitrarias no lo eran. Eran como necesariamente tenían que ser. Como la escueta definición de límite les pedía ser.

Salió de la biblioteca y volvió a su clase. Afortunadamente la pizarra estaba todavía sin limpiar. Volvió a observarla: la definición de límite, encuadrada con cariño por el profesor; la demostración de su unicidad. En esa pizarra había belleza y él estaba reaccionando ante ella. Se sentía atraído, fascinado; también confuso y retado.

Relacionó esta experiencia con lo que había sentido leyendo un poema en el metro. En uno de esos carteles que quieren sacar los libros a la calle. Se titula *Vals de Aniversario* y lo ha escrito Gil de Biedma. En esa pizarrita de pegatina, en una pared de un vagón atestado se lee:

*... Todo es igual, parece
que no fue ayer. Y este sabor nostálgico,
que los silencios ponen en la boca,
posiblemente induce a equivocarnos
en nuestros sentimientos. Pero no
sin alguna reserva, porque por debajo
algo tira más fuerte y es (para decirlo
quizá de un modo menos inexacto)
difícil recordar que nos queremos,
si no es con cierta imprecisión...*

Lo leyó una vez y le pareció una tontería. Además sin rima, cualquiera podía escribir algo así. Lo releyó. Lo volvió a leer. Y se acordó de sus padres, de cómo se querían. De aquella vez que, con los hermanos, les habían regalado un viaje a Canarias, donde habían ido de viaje de novios. Lo que las caras de las fotos sugerían, lo que sus padres decían sin hablar lo expresaba con precisión ese poema.

Y recordó esos versos de Neruda:

*Para que tú me oigas
mis palabras
se adelgazan a veces
como las huellas de las gaviotas en las playas.*

Y pensó que no había palabras más adelgazadas que aquellos símbolos que ocupaban la pizarra. No sobraba ni una coma. Y no faltaba ni una letra para captar con precisión el corazón del concepto, la idea pura, sin adornos. Como Gil de Biedma con el sentimiento de sus padres.

- Vamos tío, que te estas rayando (¿o será rallando?, esto es lo que tiene el lenguaje no escrito) –le dijo el mismo compañero que antes había interrumpido sus pensamientos. Había entrado en el aula sin que él se diera cuenta.

Él no intentó explicarle nada. Se sintió incapaz.

Y el que escribe estas palabras comparte su sensación de incapacidad. Pero lamenta que muchos poetas no sepan matemáticas.