La Olimpiada Matemática

Sección a cargo de

María Gaspar

Mi experiencia en la olimpiada matemática

por

Ricardo Pérez Marco

Ricardo Pérez Marco nació en Barcelona en 1967 y obtuvo la primera medalla de plata española en la olimpiada internacional de 1986 en Varsovia. Fue alumno de la Ecole Normale Superieure de París, se doctoró en 1990, y en 1996 recibió el premio de la Sociedad Matemática Europea. Es investigador en la Universidad de París XI y en la Universidad de California en Los Ángeles (UCLA).

Aquella mañana el despertar fue difícil. Había estado dándole vueltas a uno de esos problemas de las olimpiadas hasta altas horas de la madrugada. Ya se había convertido en costumbre desde hacía casi un año, desde aquel momento en que abandoné mis partidas de ajedrez por correspondencia para dedicarme a las Olimpiadas Matemáticas.

Unos meses atrás había ganado de forma totalmente inesperada la Olimpiada Matemática Catalana, fase previa de la Olimpiada Matemática Española. A pesar de haberme preparado y de estar relativamente seguro de mí mismo, fue una sorpresa. Durante el examen, estuve sentado en primera fila en aquella imponente aula universitaria. Una hora antes del final eran muchos los que ya se iban. Y para mi gran asombro, eran muchos también los que al entregar su examen le comentaban al profesor: ¡Qué fácil! ¡Chupado! Y yo, ¡apenas conseguía resolver uno de los problemas! En definitiva, acabé convencido de que no tenía ninguna posibilidad de clasificarme.

Cuando bastante tiempo después me llamaron para comunicarme que me había clasificado, no me lo podía creer. Entonces me di cuenta de que la fase final estaba muy cerca. ¡Tanto por aprender y tan poco tiempo! Tenía una colección de problemas muy variopinta. Muchos de la antigua Gaceta Matemática que encontré en la Biblioteca Central de Barcelona, y muchos problemas de Escuelas de Ingenieros de la época de nuestros abuelos. In-

tenté suscribirme a la Gaceta Matemática –sin saber que ya no existía–. Incluso envié un billete de quinientas pesetas en una carta. Nunca más se supo de aquella parte sustancial de mis ahorros. Aparte de manuales escolares, tenía también algunos libros de geometría de la época de nuestros bisabuelos, muy útiles para las olimpiadas, y el Rey Pastor de aritmética, regalo de una amiga de mi madre que lo sufrió en su juventud. Por suerte, unos años antes me había comprado y estudiado el Apóstol de Análisis Matemático, que tenía problemas muy instructivos. En definitiva, nada realmente coordinado para una preparación en serio. Pasaba muchas horas intentando entender los problemas. No me refiero a entender los enunciados o las soluciones: eso sólo no era del todo satisfactorio. Quería entender de dónde venían esos problemas, en qué pensaba quien los creó. Entendí algunos; muchos otros los he entendido más tarde, cuando amplié mi cultura matemática. Todavía ahora descubro la idea matemática –o física– que estaba detrás de alguno de ellos. Desgraciadamente, no disponía de nadie con formación matemática ni en casa ni en el vecindario. Intenté buscar, sin gran éxito, ayuda exterior.



Mirando retrospectivamente, me doy cuenta de que el esfuerzo autodidacta que realicé en ese momento influyó de forma muy positiva en mi forma de pensar y en mi visión de la Matemática. Tenía una gran ventaja que desconocía: probablemente era el único participante de la fase final que se preparaba. Y, lógicamente, gané. Pero en la Olimpiada Internacional sería diferente. En la fase final de la Olimpiada conocí a muchísima gente.

Con Ignacio Garijo fui a la Olimpiada Internacional en Finlandia y luego a la histórica primera Olimpiada Iberoamericana. He perdido su pista, pero recuerdo con cariño los buenos momentos que pasamos. También se clasificó Ana Reguera, que está ahora en la Universidad de Valladolid. Pero no todo fue sobre ruedas: no había dinero para el equipo. En vez de enviar a seis, como el resto de los países, España envió sólo a cuatro: a los tres primeros clasificados y a Pablo Novaes, el ganador del año anterior. A Pablo lo encontré hace un par de años haciendo surf en las playas californianas. Ana se quedó en tierra. No había tampoco medios para realizar una preparación correcta. Unos días antes de volar para Finlandia, los profesores que organizaban desinteresadamente las olimpiadas nos ejercitaron en solucionar problemas durante unos días. Juan Ochoa se apresuraba, tras sus clases, para venir a transmitirnos su saber. Román Riaza, Fidel Oliveros, y otros cuyos nombres ya no recuerdo nos ayudaron mucho. Algún día sería justo rendir homenaje a todos aquellos que dedicaron y dedican desinteresadamente tanto esfuerzo y tiempo a las Olimpiadas Matemáticas. La Olimpiada Internacional se celebró en Joutsa, en algún lugar de Finlandia con lagos y bosques (no creo que esto sea muy indicativo). Era la primera vez que viajaba tan lejos, y fue una experiencia inolvidable.

El lugar era muy acogedor. Estábamos alojados en cabañas junto al lago, cada equipo en una. Había muchas actividades organizadas, y cada equipo tenía una guía bilingüe. Todos, salvo los cartesianos componentes del equipo francés, suspirábamos por la guía de los franceses. Los profesores acompañantes eran María Gaspar y Ceferino Ruiz. Formaban un equipo perfecto. Eran conscientes de nuestras limitaciones, pero nos transmitían gran ánimo, y conectábamos todos muy bien. María tenía que lidiar con nosotros, y Ceferino se encerró con los demás ogros que seleccionaban los problemas. La verdad, es que, excepto los problemas de la olimpiada, hicimos de todo. Cometimos el error de asociarnos con los colombianos en la organización de fiestas y timbas. Hicimos grandes amigos. Querido Johny, amigo para siempre. Algún chivato le contó a María lo poco que dormimos la noche antes del primer examen, y casi le da un ataque de nervios. Pero era comprensible que no durmiéramos: no sólo no se hacía nunca de noche, sino que además ¡no teníamos persianas! El peor recuerdo que me queda después de los años es el de la comida, y el mejor, el de los chorizos que trajo Ignacio de Logroño. Lógicamente, no conseguimos medallas, ni muchos puntos, pero fue para todos un viaje maravilloso. Más tarde, tuve la suerte de participar en la Iberoamericana de Colombia, y en la Internacional de Polonia. Con más experiencia, todo resultó más fácil, y por primera vez volvimos a casa con medallas, incluso una de plata en la internacional.

Tras este relato escrito a vuela pluma, me releo y descubro que en mis recuerdos de las olimpiadas queda mucho más que una simple competición

matemática. Las matemáticas en sí quedan en un segundo plano. Y los premios y medallas en un tercero. Conocer nuevos países y jóvenes de todo el mundo a esa edad es una experiencia única que queda para siempre. Juntarse con otros chicos y chicas que comparten una misma afición por las matemáticas es algo inolvidable. Conversaba hace poco con una colega polaca que no estaba muy a favor de las olimpiadas ni las conocía bien. Le comenté que estuve hace tiempo en Varsovia participando en la Olimpiada, y que gracias a ello conocía el país y a su gente, de los cuales guardo muy buen recuerdo. Cuando volvimos a coincidir en un congreso, me confesó que se equivocaba al ver únicamente el aspecto competitivo de las Olimpiadas, en lugar de verlas con los ojos de un estudiante que participa. Desgraciadamente, ese es un prejuicio que tiene mucha gente.

Pero el aspecto competitivo está presente, y no pienso que haya que darle un tinte negativo. Nadie está obligado a participar, ni hay que considerar un fracaso personal un mal resultado. Esto no significa que no haya que intentar mejorar y recordar que los fracasos del presente cimentan los éxitos del futuro. Si un profesor desaconseja la participación en las Olimpiadas a sus alumnos porque se pueden frustrar, no se dá cuenta de que eso no tiene por qué ocurrir si se enfoca la participación de forma positiva y lúdica. Es curioso que ese tipo de objeciones no exista cuando se trata de formar un equipo deportivo. Hay que enfatizar la belleza de los problemas y de las Matemáticas. La clasificación final es algo secundario. Si no fuera por eso, no guardaría tan buen recuerdo de las olimpiadas internacionales. Es cierto que, si lamento algo después de estos años, es no haber obtenido mejores resultados y no haber podido beneficiarme de una preparación bien orientada. Pero jamás pensé que el tiempo que empleé en trabajar en los problemas de las olimpiadas fuese en vano. El conocer otros chicos y chicas mucho mejores en la resolución de problemas es una prueba de humildad muy beneficiosa. Es una motivación más para progresar. Seguramente como muchos otros, gracias a las olimpiadas me incliné hacia una carrera de investigación en Matemáticas.

Afortunadamente, la competición no es el único aspecto de las olimpiadas, cuya existencia justifican muchos otros factores. Tengo la convicción de que un enfoque puramente competitivo no permite obtener mejores resultados. Sin embargo, una pregunta que surge constantemente es la de cómo mejorar los resultados. Me parece que en España tenemos aún un gran margen para mejorar, y ese debe ser uno de los objetivos de los organizadores. Tal vez cabría preguntarse por qué es importante mejorar los resultados. Hay varias razones para ello: es un hecho que los países en la vanguardia de la investigación matemática obtienen buenos resultados en las competiciones internacionales, y se toman en serio la preparación de sus estudiantes. Muchos de los mejores matemáticos han tenido éxito en su juventud en las olimpiadas. Motivar e incentivar a estos jóvenes es

muy importante, pues su fracaso puede conducir a la pérdida de brillantes estudiantes en nuestras universidades. Y, por otra parte, el éxito en competiciones internacionales permite popularizar las Matemáticas. No debemos olvidar que seguramente las olimpiadas constituyen el mejor medio de darlas a conocer a un gran público sin distorsionarlas excesivamente.

En mi opinión, y aunque parezca decepcionante, el éxito en olimpiadas matemáticas depende en un 99 % del trabajo y la preparación correctamente orientados. La genialidad se puede manifestar en la resolución de problemas inusuales –uno de cada cien en la Olimpiada Internacional– o en encontrar soluciones originales. La resolución de la mayoría de problemas se basa en conocimientos previos, en ideas clásicas de geometría, aritmética, etcétera. Es una genialidad descubrir una de estas soluciones en una prueba de tres horas, y completamente imposible descubrir dos en ese tiempo.

Organizar una preparación seria para la Olimpiada Internacional es muy delicado. No basta con tener una lista infinita de problemas, ni con trabajar muchas horas. Hay que planificar la preparación con tiempo suficiente, familiarizando a los estudiantes con temas típicos que no han estudiado en clase. Hay que organizar los problemas por temas e ideas clásicas. Esto no es fácil para nadie. Hay que tener una gran cultura matemática, o mejor, tener un equipo que trabaje en ello. Muchos problemas aparentemente distintos se basan en una misma idea, y con frecuencia es difícil descubrirla, incluso para un matemático profesional. Los estudiantes deben conocer estas ideas, ser capaces de intuir qué hay detrás de cada problema. Los países que triunfan en las olimpiadas preparan a sus estudiantes concienzudamente. En países como España, en que no se dispone de medios para que haya personas que se dediquen exclusivamente a ello, hay que unir fuerzas. Explorando un poco en la WEB, se encuentra abundante información y bibliografía, pero falta una organización coherente de esta información. Los estudiantes no disponen de mucho tiempo para su preparación: no se les puede inundar de problemas. Hay que hacer una preparación efectiva orientándola de forma muy estudiada. Tampoco creo que convenga realizar una preparación estrictamente olímpica: conviene orientarla de modo que despierte el gusto por las matemáticas, sin limitarse a los temas de olimpiadas, de forma que sea una formación provechosa para el futuro de los estudiantes, cuando termine para ellos esa etapa. Insisto en que hay mucho por hacer por la preparación en España, y todos deberíamos implicarnos un poco en ello.

Hay otro factor importante para mejorar los resultados: la selección a nivel nacional. Es un hecho que la preparación es más fácil cuando se parte de buena materia prima. Para ello conviene seleccionar de la manera más amplia posible. Primero hay que dar a conocer la existencia de la Olimpiada Nacional a los posibles interesados, que son los profesores y alumnos, y hay que hacerlo lo antes posible, para que puedan prepararse si lo desean.

Segundo, hay que popularizar la resolución de problemas. Tengo entendido que en los programas actuales de Secundaria, los estudiantes pueden elegir entre las más variopintas materias opcionales, como ajedrez u otro juegos de menor reflexión. Sería conveniente que existiese la posibilidad de desarrollar una optativa de resolución de problemas.

Finalmente, es importante tener un foro común donde se comuniquen y se estudien problemas. Esta sección de la nueva Gaceta promete ser un fructífero punto de encuentro.

Todos tenemos gran esperanza en la renovada Real Sociedad Matemática Española, que inicia una época de madurez organizativa en las Matemáticas de nuestro país. Espero que dé un gran impulso a las Olimpiadas.

* * *

Problemas de la XXXIV Olimpiada Matemática Española

Presentamos a continuación la colección de problemas que aparecieron en la primera fase, sesiones 1 y 2 de la olimpiada matemática celebrada el 16 y 17de enero de 1998

PRIMERA SESIÓN

Problema 1. Los puntos $A = (a, 11)$ y $B = (b, 37)$ determinan, junto con el origen de coordenadas, un triángulo equilátero. Determinar el producto ab .

Problema 2. Se consideran los puntos del plano $P1 = (1, 1000)$, $P2 = (2, 1000), \ldots, P1998 = (1998, 1000)$, y el punto $O = (0, 0)$, origen de coordenadas. Para cada punto Pk de los anteriores, se traza el segmento OPk únicamente si no contiene más puntos con ambas coordenadas enteras que O y Pk . ¿Cuántos segmentos se dibujan?

Problema 3. Determinar el menor valor de k para el que no existe ningún número real x verificando

$$k < \frac{2x - 7}{2x^2 - 2x - 5} < 1$$

Problema 4. Sea $A = 1, 2, 3, 4, 5, 6$. Se consideran las funciones f de A en A. ¿Cuántas de ellas verifican que $f2(x) = x$, para todo x de A? ¿Cuántas verifican $f3(x) = x$ para todo x de A?

[$[f2(x) = f(f(x)); f3(x) = f(f2(x)) = f(f(f(x)))]$

Segunda sesión

Problema 5. Un polinomio $p(x)$ tiene coeficientes enteros, y para cierto entero a, se verifica $p(a) = p(a + 1) = p(a + 2) = 1$. Existe algún entero k tal que $p(k) = 8$?

Problema 6. En el triángulo ABC, de área 100, M es el punto medio del lado AC, y P es un punto del lado AB tal que el triángulo AMP tiene área 36. La paralela a PM por B corta al lado AC en Q. Determinar el área del triángulo MPQ.

Problema 7. Se considera $f(x) = x1997 - x + 1$. Sea n un entero positivo mayor que 1. Demostrar que, para todo número entero x, los números $f(x)$ y $fn(x)$ son primos entre sí.

[$f2(x) = f(f(x)); f3(x) = f(f2(x)) = f(f(f(x)))$, y en general,
$fn(x) = f(fn - 1(x)) = f(f(...f(x))...)$ n veces]

Problema 8.

(a) Los vértices de un polígono regular de 8 lados se emparejan, y se trazan los segmentos –lado o diagonal– que cada pareja determina. ¿Es posible emparejarlos de forma que los cuatro segmentos determinados tengan distintas longitudes?

(b) Demostrar que si se emparejan los vértices de un polígono regular de 12 lados, y se trazan los segmentos que cada pareja determina, siempre habrá al menos dos con la misma longitud.