

Uno de los últimos mohicanos

por

Kazarós Kazarián

El pasado día 3 de mayo se han cumplido los 70 años desde el día en que nació **Piotr Lavréntievich Ulyánov**, matemático y maestro. No es una tarea fácil abarcar y al mismo tiempo apreciar todas las facetas de este extraordinario ser humano. Tampoco es fácil escribir sobre un matemático insigne, evitando aburrir al lector, y sin llenar las páginas de teoremas y fórmulas. Más aún, creo que es imposible.

Como una primera aproximación, más o menos objetiva, nos puede servir el siguiente enfoque: los hechos, mi percepción de P. Ulyánov, y los momentos más importantes de su vida apuntados por él mismo.

Para mí no es nada fácil incluir mi impresión personal, los fragmentos de algunas charlas con Pyotr Lavréntievich, etc., puesto que comprendo la subjetividad de todo esto. Pero por otro lado, no creo que a los lectores de "La Gaceta" les interese un retrato tan sólo mono o bicolor.

RAÍCES

Siuviésemos que caracterizar a P. Ulyánov con tan sólo una palabra, me parece que esa palabra sería "trabajo", y en concreto, el duro trabajo de campesino. A lo largo de este artículo se incluyen algunos recuerdos que el propio P. Ulyánov ha redactado a petición mía. En los recuerdos de cada uno de nosotros se quedan para siempre las impresiones más vivas de nuestra vida, como si de unas fotos se tratara. Así que pedí a P. Ulyánov que describiera algunos de tales momentos de su propia vida. Él me envió dos páginas manuscritas, y leyéndolas con atención podemos llegar a la conclusión de que el trabajo duro le gusta, aunque suene algo raro en nuestros tiempos:



Hasta los 17 años viví principalmente en un pueblo de la Gubernia (Provincia) de Saratov. Desde los 12 años, todas las vacaciones de verano las pasaba trabajando en el campo, cosa que además empecé haciendo por mi propia iniciativa. Ese fue un trabajo muy duro: escardar mijo, segar hierba, y hacer "samanes" (unos ladrillos grandes de la mezcla de barro y de paja, los cuales se utilizaban en la construcción de casas, cobertizos, etc.).

Me gustaba mucho montar a caballo y trabajar con ellos (limpiar la paja, repartir a caballo agua para la gente del campo, llevar por la noche el grano a los depósitos, etc.). Los caballos entienden muy bien a las personas.

Y un detalle más, bastante importante: los tiempos y las circunstancias en las que él vivía le obligaron a ser responsable e independiente desde muy temprana edad. Las siguientes líneas pueden servir como una base de reflexión sobre este tema:

El año 1933, cuando yo tenía 5 años, en Povoljje, donde entonces vivía mi familia, fue un año de mucha hambre. Nuestra familia también conoció lo que es el hambre. Y yo fui testigo de las muchas muertes por esta causa. Desde entonces pienso, y estoy convencido, de que el hambre es una de las mayores desgracias de la humanidad.

1941-1945 fueron los años de la Gran Guerra Patria. Casi toda Europa ayudaba a Alemania a combatir contra la URSS. Pero a pesar de la destrucción causada por la guerra, el hambre y las muchas víctimas, la mayor parte del pueblo soviético creía en la victoria, y yo también creía en ella. Esta fe nos llevó a la destrucción total del hitlerianismo.

Nacido en un pueblo muy pequeño, desde los 14 años tuvo que irse a vivir a un pueblo vecino, a 23 km de su casa, para poder seguir estudiando. Y cada fin de semana, bien andando en verano, bien esquiando en invierno, sólo iba a casa para verse con sus padres y recoger las provisiones para la semana siguiente. Eran entonces los años del hambre de la Gran Guerra Patria. Por suerte la guerra se acaba antes de que el joven Piotr termine sus estudios. Al ser un estudiante verdaderamente brillante su familia decide, a pesar de las duras condiciones de vida, que Piotr tiene que continuar estudiando.

ESTUDIOS

¿En qué quería convertirse el joven Ulyánov? El sueño de convertirse en constructor de aviones lo explicó él mismo un día como su deseo de crear algo real, algo que se pudiera ver, tocar, utilizar, etc. Podría ser también que ese deseo suyo se explique con la popularidad de una de las canciones de aquellos tiempos de guerra, que sonaba más ó menos así:

¿Lo primero? Lo primero son aviones. ¿Y las chicas? Y las chicas después.

La situación económica de su familia no le permitió irse a estudiar más lejos de la primera ciudad cercana -Saratov. La elegida fue la Facultad de Mecánica y Matemática de la Universidad Estatal de Saratov, donde se impartían asignaturas como hidromecánica, teoría de elasticidad, etc. Al término del primer año de sus estudios en la universidad, y siguiendo el consejo de su profesor de Análisis Matemático, Ulyánov empieza a estudiar por su cuenta durante el verano un libro de Análisis Matemático de dos tomos, y decide continuar sus estudios en la especialidad de matemática. Y así durante todas las siguientes vacaciones de verano, Ulyánov sigue estudiando, especialmente libros de los

siguientes autores: Steklov, Fijtingoltz, Tricomi, Natanson, Ford, Luzin, Aleksandrov, Landau, y otros. Y hay que notar que él no lo hace en un apartamento de ciudad con todas las comodidades, ni descansando en una playa, sino en su pueblo, durante el tiempo libre que le queda después de trabajar en el campo.

Notemos que en los estudios universitarios, en la antigua URSS, a partir del tercer año de estudios, se incluía también el trabajo científico, pensado para los mejores estudiantes, bajo la supervisión de un profesor. Los estudiantes que pasaban la selección terminaban sus estudios con la defensa de la tesina. Naturalmente, Ulyánov, como uno de los mejores estudiantes escribió esos "trabajos de curso". Su tesina fue dedicada al Teorema de Carathéodory de transformación conforme, del que encontró una demostración nueva, más transparente. Ya en sus años universitarios, junto con esa sed insaciable de conocimientos, se manifiesta en Ulyánov su singular visión de belleza en matemática, en la cual se incluían el acabado perfecto y la simplicidad de las formulaciones de los resultados obtenidos. Siendo aún estudiante de quinto curso, se atrevió a mejorar la constante en la desigualdad de Jackson

$$E_n(f) \leq 12\omega\left(\frac{1}{n}, f\right),$$

donde $E_n(f)$ es la mejor aproximación de la función $f \in C(0, 2\pi)$ por polinomios trigonométricos de orden n , y donde $\omega(\delta, f) = \sup_{|x-y| \leq \delta} |f(x) - f(y)|$ es el módulo de continuidad. Consiguió demostrar que $E_n(f) \leq c\omega(\frac{1}{n}, f)$, donde $0 < c < 5$. Hasta hoy no se conoce la mejor constante para esta desigualdad. En los años sesenta N. P. Korneychuk demostró la siguiente desigualdad inmejorable:

$$E_n(f) \leq \omega\left(\frac{\pi}{n}, f\right).$$

Parece una broma el hecho de obtener la mejor constante estimando con $\omega(\frac{\pi}{n}, f)$ y que sin embargo no se haya podido todavía, hasta hoy, conseguir la mejor constante cuando en la parte derecha aparece $\omega(\frac{1}{n}, f)$.

La decisión de P. L. Ulyánov de continuar sus estudios en la Aspirantura (que es una beca de tres años de duración para preparar la tesis doctoral como Candidato de Ciencias Físicas y Matemáticas) de la Universidad Estatal de Moscú fue la más importante de su vida. Fue asignado como estudiante bajo la tutoría de N. K. Bari. Así pues, la fuerza del destino definió el círculo de sus intereses científicos. También significó mucho para el joven Piotr el interés que tomó hacia él A. N. Kolmogorov. Lo curioso es que este interés fue, al principio, más por sus logros deportivos que por su talento como matemático. Ulyánov era un deportista de esquí nórdico que practicaba también Kolmogorov con sus amigos y discípulos. Por esta razón recibió Ulyánov su primera invitación a la famosa "dacha" de A. N. Kolmogorov y P. S. Aleksandrov en Komarovka.

DISCÍPULO Y MAESTRO

Desde luego, la relación con A. N. Kolmogorov jugó un papel definitivo en la formación de Ulyánov como matemático y como persona. Al mismo tiempo hay que decir que las relaciones entre ellos nunca fueron oficiales. Ulyánov solía decir que un tutor oficial ha de ser el tutor de un trabajo de curso o de la tesina, o bien en el doctorado. Kolmogorov nunca fue su tutor en ninguno de los sentidos mencionados arriba.

En el libro *Kolmogorov en recuerdos* Ulyánov escribió un artículo bajo el título *La influencia de A. N. Kolmogorov en mi vida*. Ahí recordaba los momentos en los que Kolmogorov, abiertamente o no, le mencionaba como su discípulo. Un lector atento podría llegar a la conclusión de que Ulyánov considera a Kolmogorov su maestro, pero él no lo dice claramente puesto que "oficialmente" nunca lo ha sido, así que sus sentimientos sobre esta cuestión nos los hace llegar a través de las palabras del mismo Kolmogorov. Su enorme gratitud hacia Kolmogorov está relacionada también con el siguiente hecho:

Tras terminar mis estudios en la Facultad de Matemática y Mecánica de la Universidad de Saratov, pasé los años 1950-1953 estudiando en la Aspirantura de la Universidad Estatal de Moscú.

En el año 1953, ante la insistencia del gran matemático Kolmogorov, me ofrecieron quedarme a trabajar en la Universidad Estatal de Moscú. Esto fue para mí una gran sorpresa, y una alegría enorme.

Hay que decir que Ulyánov se caracteriza por tener un respeto enorme por la relación "profesor-estudiante". En dicho artículo sobre Kolmogorov recuerda un episodio sobre N. K. Bari, cuando ella le propuso intentar conciliar los teoremas de Luzin y de Meñshov en un sólo teorema. Se trataba de la posibilidad de demostrar que para cualquier función f , medible y finita en c.t.p. sobre el toro, existe una función continua F , tal que $F' = f$ en c.t.p., y la serie de Fourier de F derivada término a término, converge en c.t.p. hacia f . Así que en una de sus citas con Kolmogorov, Ulyánov le mencionó este problema. Más tarde, cuando Bari supo que a Kolmogorov le había parecido muy interesante el citado problema, ella misma lo resolvió en muy poco tiempo y dió una charla sobre el tema en la reunión de la Sociedad de Matemáticos de Moscú. Por supuesto, este episodio no le hizo mucha gracia a Ulyánov pero cada vez que le he oído hablar sobre Bari recordaba hechos positivos.

No creo que en la vida de Ulyánov hayan ocurrido muchos episodios parecidos. Me parece que no tiene la costumbre de equivocarse dos veces sobre el mismo asunto. A mí me impresionaba siempre su deseo de ayudar a la gente joven, enseñándoles en cada momento a quien hay que dirigirse para resolver algún que otro problema, qué hay que decir y cómo, etc. A veces yo sentía que él no estaba del todo contento conmigo, pero nunca jamás su sentimiento se ha visto reflejado en la objetividad de su evaluación sobre mis resultados matemáticos.

En sus relaciones con los estudiantes a menudo se podía observar una admiración abierta por su parte hacia el estudiante, pero esa admiración podía

pasar a la frialdad casi impenetrable cuando el admirado estudiante no satisfacía sus esperanzas. Vamos a ver lo que él mismo dice sobre este tema:

Siempre me gustó estudiar (en el colegio, en la universidad, en la aspirantura). Durante mis tres años en la Universidad, fui el becario del Estipendio de Stalin, el cual cubría mis gastos de alimentación y vivienda en el colegio mayor. Yo creía que la mayor parte de la gente estima y ayuda a los ciudadanos honrados y trabajadores. Por lo tanto siempre me ocupaba de los estudiantes, aspirantes o doctorandos, si creía en sus posibilidades de trabajar bien, y así podía estar seguro de su capacidad. En general, eso nos llevaba al éxito, del cual yo me alegraba tanto o más que mis alumnos.

Ulyánov obtuvo sus primeros resultados serios influido por unas charlas de Kolmogorov sobre el tema "Teoría de la A-integral". Para definir la A-integral se denota por $[f(t)]_n$ la función que coincide con f en el conjunto donde $|f(t)| \leq n$, y es igual a n ó $-n$, si $f(t) > n$ ó $f(t) < -n$ respectivamente. Si f es una función medible sobre un intervalo (a, b) , y existe el límite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_a^b [f(t)]_n dt,$$

entonces se dice que f es Q-integrable. Esta definición la dio Titchmarsh en 1929. Kolmogorov definió la A-integral igual al límite de arriba si se cumple también la condición $\lim_{n \rightarrow \infty} n|x : |f(x)| \geq n| = 0$. Resulta que la A-integral es aditiva. Una propiedad muy importante que no tiene la Q-integral.

Uno de los resultados relacionados con la A-integral obtenido por Ulyánov es el siguiente. Sea G un dominio acotado en el plano con una frontera bastante suave que denotamos por Γ , y sea $f \in L(\Gamma)$. Entonces la integral de tipo de Cauchy

$$F(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{f(u)}{u-z} du \quad \text{para cada } z \in G,$$

se puede representar del siguiente modo

$$F(z) = \frac{1}{2\pi i} (A) \int_{\Gamma} \frac{F_a(u)}{u-z} du,$$

donde F_a es el límite angular de la función F en la frontera.

Este resultado forma parte de su segundo doctorado que defendió en el año 1960. El primer doctorado lo defendió en el año 1953. Sus oponentes eran A. Kolmogorov y D. Meñshov.

MATEMÁTICO Y CIUDADANO

Si el procedimiento del primer doctorado en la Unión Soviética es más o menos parecido a lo que se llama en Estados Unidos Ph. D., el segundo

doctorado se puede comparar con el puesto de Catedrático, con una diferencia bastante importante: la competición se separaba en distintas áreas de Matemática y abarcaba a todo el país. Durante muchos años Ulyánov ha sido uno de los expertos de la Comisión Superior de Atestación que otorgaba el grado de segundo doctorado. Se puede imaginar qué emociones despertaba Ulyánov si añadimos que él no tiene por costumbre refugiarse detrás de otras espaldas. Creo que el porqué de tanta dedicación a asuntos que no son pura matemática se puede encontrar en sus memorias:

El día 12 de abril del año 1961 se realizó por primera vez el vuelo espacial en la nave "Vostok", pilotada por Y. A. Gagarin. En ese momento me encontraba en comisión de servicio para realizar un trabajo científico en la ciudad de Sverdlovsk, donde trabajaba junto con S. B. Stéchnik. Como anécdota quiero contar que al escuchar la noticia sobre este vuelo por la radio rompí, sin querer, mi reloj que tenía en las manos en ese momento.

Muchos de nosotros habíamos visto en los seminarios de la Universidad Estatal de Moscú a M. V. Keldysh y a S. P. Korolyov, pero entonces no sabíamos nada de su participación en el proyecto de construcción de la nave espacial.

Hay que decir también, que en aquellos tiempos dedicarse a la ciencia y a la educación, eran tareas muy prestigiosas en la URSS. La ciencia y la educación en mi país estaban en posiciones muy avanzadas.

Yo viajaba muchísimo por mi país, ya fuera por el trabajo, o para pasar unas vacaciones. Y siempre me asombraba de su increíble belleza. Recuerdo, por ejemplo, los cruceros por el río Volga, o por el conocido lago Baykal, el lago más hondo del mundo. Estos viajes han dejado una huella muy profunda en mi alma. Por lo visto, yo soy un verdadero ciudadano de mi país.

Como he dicho al principio de este artículo, no voy a llenar las páginas con fórmulas y teoremas. Pero voy a mencionar un resultado que será accesible para todos los lectores. El comienzo de la historia es algo curioso. En el año 1927 A. Kolmogorov en un artículo escrito conjuntamente con Meñsov había anunciado sin demostración el siguiente teorema:

Existen una sucesión $\{a_k\}_{k=1}^{\infty} \in l^2$ y una permutación $\{n_k\}_{k=1}^{\infty}$ de los números naturales tales que la serie $\sum_{k=1}^{\infty} a_{n_k} \cos n_k x$ diverge en casi todos los puntos.

El lector es libre para especular por qué Kolmogorov nunca llegó a publicar la demostración. Hasta se puede interpretar como una manifestación de su sentido del humor. En cualquier caso no fue hasta el año 1960 en que Z. Zahorski publicó un esquema de la demostración de este resultado. Ulyánov se puso a estudiar la misma cuestión pero para el sistema de Haar, que era muy natural puesto que estaba convencido que este sistema tiene un papel significativo y muchas veces peculiar en la teoría de las series ortogonales. Es muy probable que el resultado que obtuvo le sorprendiera a él mismo: en el caso del sistema de Haar se puede obtener divergencia sin acotación, lo que a

su vez, utilizando un conocido método de Marcinkiewicz, condujo al siguiente impresionante resultado

Teorema de Ulyánov Sean $\{\phi_k\}_{k=1}^{\infty}$ una base del espacio L^2 y T un método de sumación de Teoplitz. Entonces existen una función $f \in L^2$ y una permutación $\{n_k\}_{k=1}^{\infty}$ de los números naturales tales que las T -medias de la serie $\sum_{k=1}^{\infty} c_{n_k}(f)\phi_{n_k}(x)$ divergen sin acotación en casi todo punto, donde $\{c_k(f)\}_{k=1}^{\infty}$ son coeficientes de la expansión de la función f por la base $\{\phi_k\}_{k=1}^{\infty}$.

Ulyánov en su larga carrera profesional ha tenido muchos discípulos. La lista oficial de sus estudiantes que han conseguido el segundo doctorado es de más de una docena y cincuenta más han defendido el primer doctorado. E incluso el número de matemáticos que formalmente no han sido estudiantes suyos pero sí lo han sido de hecho, es aún mayor. La lista de sus publicaciones sobrepasa holgadamente el número de 200. En sus trabajos los problemas están formulados claramente, y siempre consigue resultados que tienen una forma inmejorable. Ha trabajado en distintas áreas de la Teoría de Funciones: A-integral y sus aplicaciones, estudio de distintas propiedades del sistema de Haar y series de Haar, series trigonométricas y ortogonales, inclusiones de clases de funciones dadas por los módulos de continuidad, representaciones de funciones, etc. En cada una de estas áreas ha dejado su inconfundible huella. Me gustaría puntualizar también el impacto que él ha producido con sus artículos de exposición, especialmente los de los años sesenta y setenta. Durante mucho tiempo estos resultados han sido y seguramente seguirán siendo una fuente de motivación e inspiración para muchos matemáticos.

Un detalle más. Si no me equivoco, fue E. Nikishin, uno de sus estudiantes más brillantes, a quien le preguntaron si podría nombrar a algún matemático en cuyos trabajos no hubiera errores. La respuesta fue: *Sí, Ulyánov.*

Estas escasas líneas serían mucho más incompletas sin mencionar el "Gran Seminario" que tenía y tiene lugar los viernes por la tarde en la planta XV del edificio principal de la Universidad de Lomonosov. El fundador de este seminario fue N. N. Luzin. Después lo dirigieron D. E. Meñshov y N. K. Bari, más tarde Meñshov y Ulyánov. Allí antes y después del seminario muchos matemáticos podían discutir e intercambiar ideas. A veces para poder hablar con Ulyánov después del seminario, yo tenía que esperar mi turno hasta la medianoche.

El lector podría interpretar mejor la última cita de recuerdos de Ulyánov si menciono un suceso que él mismo me contó en una ocasión. A principios de los años noventa Ulyánov fue galardonado con uno de los premios estatales de Rusia. El premio fue entregado por el Presidente Yeltsin quien se acercó a los galardonados antes de la entrega de los premios. ¿Y qué le dijo Ulyánov al Presidente antes de la entrega no sólo de una medalla muy prestigiosa sino también de una importante suma de dinero? ¿Expresó su agradecimiento o algo parecido? No. Empezó a describir la humillante e insostenible situación en que se encuentran cientos de miles de científicos y profesores del país.

En los últimos 10 años estoy conmocionado con la disolución de la URSS, y con la situación incierta de Rusia. Una potencia tan grande se está convirtiendo en un país tipo colonial, donde, por ejemplo, se apoya muy poco a la ciencia, a la educación y a la cultura. Por todas partes se está extendiendo el extremo nacionalismo, cuando hace 30-50 años no se podía ni siquiera pensar en esto. Temo incluso imaginar, a dónde nos van a llevar estas tendencias en el futuro, principalmente en mi país, donde viven tantas nacionalidades distintas.

Agradecimientos. Querría agradecerle a Patricio Cifuentes sus importantes sugerencias que han mejorado este artículo.

Kazarós Kazarián. Departamento de Matemáticas. Universidad Autónoma de Madrid. 28049 Madrid.
email: kazaros.kazarian@uam.es