



LA ENSEÑANZA DE LA UNIDAD DE APRENDIZAJE “ÁNGULOS” DESDE LA TEORÍA DE LOS VAN HIELE. EL PAPEL DEL PROFESOR

M^a Candelaria Afonso Martín
Matías Camacho Machín
Martín M. Socas Robayna

Universidad de La Laguna

Resumen:

En este artículo se describe un ejemplo de ingeniería didáctica sobre el tópico ángulos, elaborada con el objetivo de realizar una investigación sobre 11 profesores en activo los cuales implementaron en el aula un microcurrículo de geometría con alumnos de 9-13 años basado en la Teoría sobre el razonamiento geométrico de los van Hiele. Los profesores participantes, previamente a su intervención en el aula, desarrollaron por inmersión las unidades de aprendizaje Ángulos, Medida de Ángulos y Giros (aquí nos referiremos a la primera de ellas) en un curso guía de formación.

La experiencia desarrollada nos permite extraer algunas conclusiones acerca del perfil del profesor más idóneo para llevar a la práctica un currículo de geometría basado en esta Teoría.

Abstract:

This article describes an example of the didactical engineering about the topic of angles, presented with the objective of achieving an investigation by eleven teachers who were actively involve in implementing in the classroom a Geometry microcurriculum for students 9 to 13 years old, based on Van Hiele's theory of Geometric reasoning. The participating teachers, before implemeting this intervention in the classroom, developed by immersion the units of learning related to Angles, Measurements of Angles and Turns (here we refer to the first of these) in a guide to course work..

The experience gained allows us to extract some conclusions regarding the profile of the most ideal teachers to conduct a Geometry curriculum based on this theory.

Introducción:

El papel del profesor en la implementación de un currículum de geometría desde la perspectiva de los van Hiele, debe ser esencial. En la actualidad, existen pocas investigaciones en esta línea. Es justo en ese marco donde se incluye la investigación que presentamos.

El trabajo que se presenta forma parte de una investigación más amplia (Afonso, Camacho y Socas, 1995, 1997) en la que se analizan las dificultades y potencialidades que se dan en la implementación de un microcurrículo de Geometría basado en el modelo de van Hiele en el último ciclo de la Educación Primaria y en el primer ciclo de la Educación Secundaria, es decir, se estudia el papel del profesor y cómo éste ha de dar sentido a lo que sucede cuando implementa el currículo desde su propia perspectiva.

El objetivo general de nuestra investigación consiste en analizar las interacciones que se dan entre los profesores, y, entre ellos y el currículo objeto de implementación, cuando son colocados en una situación de “inmersión” en el desarrollo de una secuencia didáctica sobre medida de ángulos y giros. Entendemos por “inmersión” a un tipo de actuación de los profesores que están predispuestos a un proceso de cambio curricular. Esta inmersión supone, entre otras cosas, realizar y discutir las mismas actividades que posteriormente han de proponer a sus alumnos en el aula, así como conocer los aspectos más relevantes de la investigación en el tema que nos ocupa. (véase, Socas, Afonso, Hernández y Palarea, 1994)

En esta investigación se estudian a 11 profesores en activo sometidos a este proceso de inmersión donde desarrollan una secuencia didáctica sobre tres unidades de aprendizaje preparada por los investigadores y organizada en 16 sesiones de trabajo de 3 horas cada una, distribuidas de la siguiente manera:

La primera sesión se dedicó a familiarizarse con el trabajo a desarrollar y a la resolución de dos tests, para determinar el nivel de

razonamiento de van Hiele de los profesores (test de Usiskin, 1982; y test de Jaime, 1995). Como es sabido, los van Hiele consideraron que el pensamiento matemático sigue un modelo concreto que consta de dos partes, una descriptiva en la que identifica una secuencia de tipos de razonamiento llamado los "niveles de razonamiento" a través de los cuales progresa el razonamiento matemático de los individuos desde que inician su aprendizaje hasta que llegan a su máximo grado de desarrollo intelectual en ese campo y la otra instructiva que sugiere a los profesores directrices sobre cómo pueden ayudar a sus alumnos para que alcancen con más facilidad un nivel superior de razonamiento, que reciben el nombre de "fases de aprendizaje. El modelo (Fuys, Geddes y Tischler, 1984) se caracteriza por cinco niveles de razonamiento: reconocimiento, análisis, clasificación, deducción formal y rigor, y por cinco fases de aprendizaje: información, orientación dirigida, explicitación, orientación libre e integración.

Las siguientes cuatro sesiones, desarrollaron las actividades sobre Ángulos, cinco sesiones fueron dedicadas al trabajo sobre Medida de ángulos y las seis restantes a giros.

Las sesiones de cada una de las secuencias didácticas implica tanto la realización de las actividades como la puesta en común de las mismas así como el conocimiento de las investigaciones que se tienen sobre ellas.

Presentamos en lo que sigue la unidad de aprendizaje Ángulos, indicando los niveles y fases correspondientes para terminar estableciendo algunas conclusiones sobre el perfil del profesor ideal para desarrollar en el aula la instrucción basada en esta teoría.

La unidad de aprendizaje Ángulos:

Se presenta a continuación una síntesis de la secuencia didáctica que se llevó al aula, mostrando algunos ejemplos de las actividades elaboradas

para cada uno de los niveles y situadas dentro de la fase de aprendizaje correspondiente.

Conviene señalar en lo que sigue que codificaremos los cinco niveles de van Hiele desde el nivel 1 (razonamiento) al 5 (rigor) pese a que en otros trabajos aparecen numerados desde 0 hasta 4.

Los alumnos con los que se desarrolló la experiencia, eran alumnos de 11-12 años que habían alcanzado el Nivel 1, (se utilizaron los tests mencionados para determinar su nivel de pensamiento geométrico) y la experiencia se llevó al aula tratando el tópico de ángulos en los niveles 2 y 3, es decir, para pasar los alumnos del nivel 1 al nivel 2 y de éste al 3 en el tópico definido..

Se elaboraron 33 actividades para el Nivel 2 organizadas en torno a las fases de aprendizaje de la siguiente forma: 7 actividades para la Fase 1, 12 actividades para la fase 2, 5 actividades para la fase 4 y 9 actividades para la fase 5.

En relación al grupo de actividades correspondientes al Nivel 3 se elaboraron 39 actividades distribuidas de la siguiente manera: 7 actividades para la Fase 1, 14 actividades para la fase 2, 6 actividades para la fase 4 y 12 actividades para la fase 5.

El nivel 2 hace referencia, al reconocimiento por parte de los alumnos de lo que es un ángulo y de sus elementos, construcción de ángulos, comparación de ángulos con respecto a la relación entre sus partes y clasificación de ángulos con respecto al ángulo recto.

El nivel 3 hace referencia a las capacidades de los alumnos para definir, usar propiedades y hacer deducciones informales.

Se supone, por tanto, que los alumnos han alcanzado el nivel 1 de razonamiento geométrico en este tópico, es decir, los alumnos poseen una visión global, no matemática, de lo que son ángulos en general, y de los

conceptos de rectas, semirrectas y segmentos en particular. Además poseen unos conocimientos previos adecuados para esta secuencia de aprendizaje.

Para iniciar esta secuencia de aprendizaje, los alumnos deben ser capaces de:

- Identificar rectas , semirrectas y segmentos.
- Conocer los conceptos de paralelismo entre rectas , semirrectas y segmentos, Perpendicularidad entre rectas , semirrectas y segmentos
- Trazar la mediatriz de un segmento.

A efecto de concretar diferentes actividades del diseño de instrucción vamos a comentar primeramente para los dos niveles de pensamiento geométrico tratados:

- La descripción del nivel para el tópico tratado, y
- La formulación de los objetivos generales o finalidades.

En el nivel 2: Análisis, los alumnos son conscientes de que las figuras geométricas están formadas por partes y de que están dotadas de propiedades matemáticas.

Los alumnos alcanzarán este nivel cuando sean capaces de reconocer las partes de los ángulos, analizarlas y observar que los ángulos están dotados de propiedades matemáticas, descubriendo las relaciones que puedan existir entre sus partes, como pueden ser propiedades para distinguir si un ángulo es de una clase o de otra; por ejemplo de forma manipulativa, utilizando el doblado de papel, las cuerdas, el propio cuerpo,..., para medir.

Como objetivos generales nos proponemos:

- Reconocer las cuatro regiones angulares que se determinan al cortarse dos rectas.
- Construir y dibujar , mediante el plegado de papel y el geoplano, regiones angulares.

- Lograr el concepto intuitivo de ángulo.
- Señalar los elementos que determinan un ángulo: vértice y lados, probar las relaciones de congruencia de ángulos, dándole un ángulo patrón.
- Comparar dos ángulos de acuerdo con las relaciones entre sus partes.
- Clasificar los ángulos respecto al ángulo recto: agudos y obtusos, haciendo constar que los clasifica teniendo en cuenta si se cumplen o no determinadas propiedades.
- Construir ángulos mediante plegados, figuras articuladas y en el geoplano.
- Dibujar ángulos (sencillos) utilizando la regla.
- Describir una clase de ángulos en términos de sus propiedades.
- Decir cómo son los ángulos si se les dan las propiedades.

En el Nivel 3: clasificación (abstracción)), los alumnos comienzan a desarrollar su capacidad de razonamiento matemático, y son capaces de realizar razonamientos deductivos con procedimientos informales mediante propiedades o reglas descubiertas con anterioridad, además de entender el significado de una definición. En este sentido, los alumnos son capaces de formular y usar las definiciones referidas a ángulos, mediatriz de un segmento y bisectriz de un ángulo, además de clasificar ángulos, ordenar propiedades referidas a ángulos y descubrir nuevas propiedades de los mismos por deducción, pudiendo además en este sentido dar razonamientos deductivos informales.

Los objetivos generales que nos proponemos son:

- Identificar distintos conjuntos de propiedades que caracterizan a los ángulos en general y a determinados ángulos en particular.

- Formular y usar las definiciones de ángulos, mediatriz de un segmento y bisectriz de un ángulo.
- Dar argumentos informales utilizando el dibujo o las construcciones sobre el geoplano, sobre ángulos, sobre comparaciones entre ángulos o sobre clasificaciones de ángulos, con la finalidad de justificar conclusiones usando relaciones lógicas, siempre de una información dada.
- Reconocer e identificar rectas paralelas y perpendiculares, es decir, recordar dichos conceptos para poder observar que en los ángulos rectos los lados son perpendiculares.
- Reconocer ángulos complementarios, ángulos suplementarios, ángulos opuestos por el vértice y ángulos adyacentes, haciendo constar que los clasifica teniendo en cuenta si se cumplen o no determinadas propiedades.
- Dibujar ángulos para lo cual el alumno tiene que describir ángulos, ángulos en una figura y en un polígono, teniendo en cuenta sus propiedades.
- Describir una clase de ángulos en términos de sus propiedades.
- Clasificar ángulos: cóncavos y convexos.
- Ordenar propiedades, en el sentido por ejemplo el alumno necesita conocer lo que es un ángulo consecutivo para saber lo que es un ángulo adyacente.
- Descubrir nuevas propiedades por deducción dando argumentos deductivos informales, es decir, deduciendo a partir de la clasificación de ángulos rectos, agudos y obtusos, propiedades referidas a ángulos cóncavos y convexos.

Con respecto a las fases de aprendizaje, atenderemos en cada una los siguientes aspectos: Descripción de la fase en el nivel correspondiente,

objetivos didácticos y descriptores (que recoge, tanto los objetivos didácticos a alcanzar mediante las actividades como los aspectos de evaluación de la fase), los recursos o materiales (se presentará un resumen de los recursos y la descripción en su caso de alguno de estos materiales), y las actividades se presentarán organizadas en torno a: objetivos, materiales, enunciado y propuesta de desarrollo de la actividad, para terminar con la discusión de la actividad en torno a dos aspectos: dudas y observaciones. En cada nivel se incluiremos dos actividades a modo de ejemplo. Para el nivel dos, las actividades 26 y 31 de la fase de integración (fase 5) y para el nivel 3, las actividades 24 y 25 correspondientes a la fase 4.

FASES DE APRENDIZAJE PARA EL NIVEL 2:

Fase 1 del nivel 2: Información:

El profesor indica a sus alumnos sobre el campo de estudio que va a trabajar, como por ejemplo conceptos que van a manejar, problemas, materiales, es decir, el profesor informa a sus alumnos de que se repasarán conceptos relacionados con rectas, semirrectas y segmentos, para luego introducir los conceptos de ángulo, región angular, elementos de un ángulo y comparación de ángulos.

Objetivos didácticos. Descriptores:

- Poner en contacto al alumno con los objetos geométricos que va a estudiar, con los problemas que debe resolver y con los recursos que va a trabajar.
- Recabar información sobre los conocimientos previos que tienen los alumnos sobre región angular, cuadrante, ángulos, elementos de un ángulo, comparación de ángulos, bisectriz de un ángulo, así como del vocabulario que utilizan en este tópico.
- Proporcionar a los alumnos actividades complementarias sobre los conocimientos previos que necesitan para abordar los objetos

geométricos que va a estudiar, tales como: rectas, semirrectas, segmentos; paralelismo entre rectas, semirrectas y segmentos; perpendicularidad entre rectas, semirrectas y segmentos; y mediatriz de un segmento.

Recursos para resolver las actividades: Barras de meccano (varillas de cartón encuadernadas), El geoplano, Regla, - Compás.- Escuadra.- Cartabón.- Abanicos.- olios.- Relojes dibujados.- Tijeras.- Diferentes tramas (cuadrados, isométricos,...)- Hexaedro o cubo.

Fase 2 del nivel 2: Orientación dirigida:

Los alumnos comienzan a explorar el campo de estudio, resolviendo problemas y actividades basadas en el material proporcionado por el profesor.

Objetivos didácticos. Descriptores:

- Construir ángulos a partir de técnicas de plegado, en el geoplano, con la regla y el compás y con las varillas móviles.
- Determinar las regiones angulares.
- Determinar los elementos de un ángulo.
- Determinar ángulos consecutivos.
- Dibujar ángulos.

Recursos para resolver las actividades: - Regla.- Compás.- Escuadra.- Cartabón.- Geoplano.- Varillas móviles.- Papel para el plegado.

Fase 3 del nivel 2: Explicitación:

Los alumnos intercambian sus experiencias. Comentan lo que han observado con relación al contenido y con relación a los recursos y método

utilizado. Explican qué actividades parecen más fáciles y cuáles más difíciles. Explican cómo las han resuelto.

Todos estos comentarios dentro de un contexto de diálogo en el grupo.

Objetivos didácticos. Descriptores:

- Hacer que los alumnos se enriquezcan unos con otros a través del diálogo entre ellos, comentando las actividades y explicándose los unos a otros.
- Observar por parte del profesor los errores de los alumnos para así poder corregirlos.

Fase 4 del nivel 2: Orientación libre:

Los alumnos aplican y combinan los conocimientos adquiridos para resolver actividades más complicadas. Los alumnos se enfrentan ahora a actividades nuevas de comparación y de clasificación, es decir, actividades en las que necesitan utilizar el concepto de ángulo.

Objetivos didácticos. Descriptores:

- Comparar ángulos.
- Clasificar ángulos rectos, agudos y obtusos.
- Clasificar ángulos completos y ángulos llanos.
- Construir ángulos.
- Localizar ángulos en polígonos.

Recursos para resolver las actividades: - Lápices de colores.- abanicos.- Relojes.- Tijeras.

Fase 5 del nivel 2: Integración:

Relación de los conocimientos asimilados con otros nuevos y con objetos geométricos diferentes, como por ejemplo los ángulos en los itinerarios y en los teselados.

Objetivos didácticos. Descriptores:

- Intentar que los conocimientos que ha adquirido el alumno los relacione con otros conocimientos nuevos.
- Intentar que los conocimientos que ha adquirido el alumno los relacione con otros objetos geométricos diferentes, como por ejemplo teselados e itinerarios.

Recursos para resolver las actividades:- Barras de meccano (varillas de cartón y encuadernadores). - El geoplano.- Regla.- compás.- Escuadra.- Cartabón.- Plegado de papel- Abanicos.- Relojes dibujados.- Tijeras.- Diferentes tramas (cuadrados, isométricos,...)- Folios.

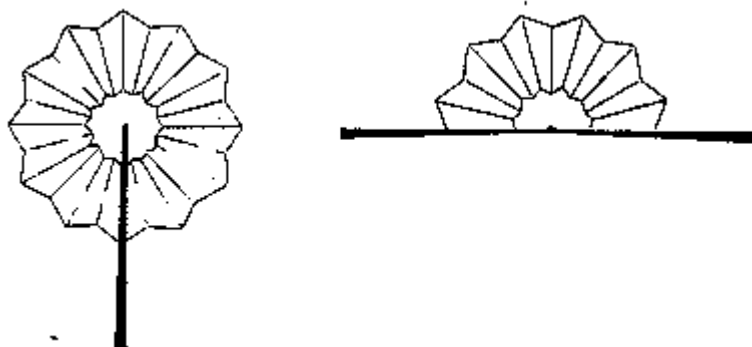
Veamos, como ejemplo, dos actividades.

ACTIVIDAD 23: ÁNGULOS COMPLETOS Y ÁNGULOS LLANOS

Objetivo: Introducir la noción de ángulo completo como el ángulo “barrido” al girar una vuelta completa y el ángulo llano el obtenido al girar media vuelta.

Materiales: Abanicos, geoplano y regla.

Observemos los dos abanicos que aparecen en la figura:



En uno, hemos dejado fijo uno de sus brazos y el otro gira hasta confundirse de nuevo con el primero; en este caso el brazo móvil describió un ángulo completo.

En el otro abanico, el brazo móvil giró hasta abrirse a la mitad; en este caso el brazo móvil describió un ángulo llano.

Puedes hacerlo manualmente con los abanicos que posees.

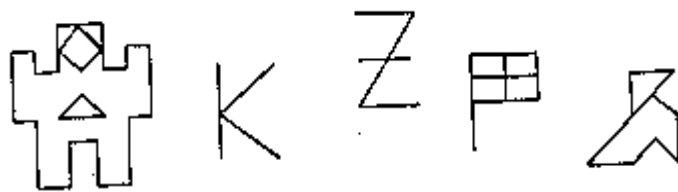
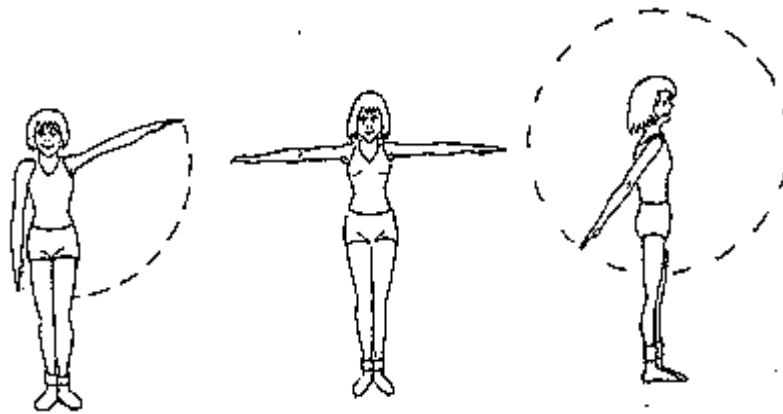
Cuando se cortan dos rectas se forman cuatro regiones angulares, como sabemos. Construye en tu geoplano dos rectas que se corten en un punto.

Dibuja las rectas que has construido en tu geoplano.

Dos regiones angulares adyacentes, ¿determinan un ángulo llano?.....

Y las cuatro regiones angulares, ¿qué determinan?.....

Nombra con letra “a” a los ángulos llanos y con la letra “b” los ángulos completos en las siguientes figuras:



Para responder las siguientes preguntas, puedes hacerlo usando el ángulo recto que tienes construido de una actividad anterior o de otra forma que se te ocurra.

¿Cuáles son ángulos llanos? ¿Por qué?.....

¿Cuáles son ángulos completos? ¿Por qué?.....

Dudas:.....

Observaciones:.....

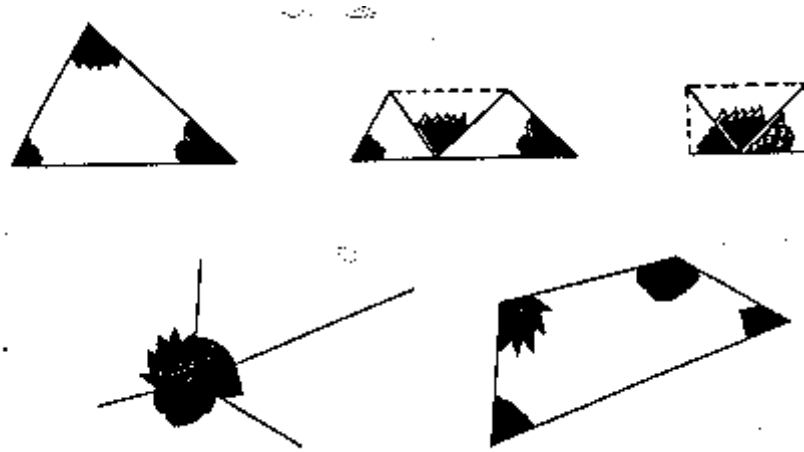
ACTIVIDAD 24: ÁNGULOS COMPLETOS Y ÁNGULOS LLANOS

Objetivo: Introducir la noción de ángulo completo y de ángulo llano de forma estática

Materiales: Folios, tijeras y lápices de colores.

Observa el triángulo con los ángulos marcados. Fíjate que hemos he-

cho tres dobleces, ¿qué ángulo has obtenido?.....



Observa el cuadrilátero con los ángulos marcados. Dibújalos en tu folio, recorta y pega los ángulos como se ve en la figura.
¿Qué ángulo has obtenido?.....

Dudas:.....

Observaciones:.....

FASES DE APRENDIZAJE PARA EL NIVEL 3:

Fase 1 del nivel 3: Información:

En esta fase se tratará de: poner en contacto al alumno con los objetos geométricos que va a estudiar, con los problemas que debe resolver y con los recursos que va a trabajar; al mismo tiempo recabar información sobre los conocimientos previos que tienen los alumnos sobre relaciones de congruencia entre ángulos, ángulo patrón y clasificaciones entre ángulos, así como del vocabulario que utilizan en este tópico; además de proporcionar a los alumnos actividades sobre los conocimientos previos que necesitan para

abordar los objetos geométricos que va a estudiar, tales como: ángulos, partes de un ángulo, cuadrante, región angular y comparaciones entre ángulos.

Objetivos didácticos. Descriptores:

- Reconocer y caracterizar la región angular.
- Reconocer y caracterizar el concepto de ángulo.
- Comparar ángulos.
- Reconocer y caracterizar rectas perpendiculares.
- Reconocer y caracterizar la mediatriz de un segmento.
- Utilizar el vocabulario apropiado relacionado con ángulo, ángulo patrón, partes de un ángulo, cuadrante, región angular y perpendicularidad entre rectas

Recursos para resolver las actividades: - Geoplano.- Papel punteado.- Escuadra.- Regla.- Compás.- Lápices de colores.

Fase 2 del nivel 3: Orientación dirigida:

Los alumnos comienzan a explorar el campo de estudio, resolviendo problemas y actividades basadas en el material proporcionado por el profesor. En este sentido, los alumnos son capaces de caracterizar si dos ángulos son iguales mediante: la superposición de ellos, utilizando el compás, determinando si tienen un lado común y otro paralelo o determinando si los dos lados son paralelos. Además, los alumnos con actividades concretas propuestas por el profesor, son capaces de caracterizar, determinar y construir: ángulos complementarios, ángulos suplementarios, ángulos adyacentes y ángulos opuestos por el vértice.

Objetivos didácticos. Descriptores:

- Caracterizar, construir y determinar ángulos iguales.

- Determinar ángulos complementarios y ángulos suplementarios.
- Determinar ángulos opuestos por el vértice.
- Determinar ángulos adyacentes.
- Dividir un ángulo en dos ángulos iguales: bisectriz.
- Determinar ángulos cóncavos y ángulos convexos.
- Determinar ángulos nulos y ángulos completos.

Recursos para resolver las actividades: - Regla.- Folios. Compás. Transportador.- Escuadra.- Cartabón.- Tijeras.- Lápices de colores.- Geoplano.- Papel punteado.

Fase 3 del nivel 3: Explicitación:

Los alumnos intercambian sus experiencias en esta fase, comentan lo que han observado con relación al contenido y con relación a los recursos y métodos utilizados. Explican qué actividades parecen más fáciles y cuáles más difíciles. Explican cómo las han resuelto.

Todos estos comentarios dentro de un contexto de diálogo en el grupo.

Esta fase tiene la intención de:

- Hacer que los alumnos se enriquezcan unos con otros a través del diálogo entre ellos, comentando las actividades y explicándose las unos a otros.
- Observar por parte del profesor los errores de los alumnos para así poder corregirlos.

Fase 4 del nivel 3: Orientación libre:

En esta fase, los alumnos aplican y combinan los conocimientos adquiridos para resolver actividades más complicadas, como podría ser por ejemplo, actividades donde el alumno determine y caracterice los diferentes tipos de ángulos: complementarios, suplementarios, adyacentes, opuestos

por el vértice, nulos, llanos, completos, en distintas configuraciones geométricas como los mosaicos y otras.

En este sentido, el profesor debe observar si los alumnos tienen los conocimientos bien adquiridos para poder enfrentarse a nuevas actividades.

Objetivos didácticos. Descriptores:

- Determinar y caracterizar ángulos complementarios.
- Determinar y caracterizar ángulos suplementarios.
- Determinar y caracterizar ángulos adyacentes.
- Determinar y caracterizar ángulos opuestos por el vértice.
- Determinar y caracterizar ángulos nulos.
- Determinar y caracterizar ángulos llanos.
- Determinar y caracterizar ángulos completos.

Recursos para resolver las actividades: - Regla.- Transportador.

Fase 5 del nivel 3: Integración:

En esta fase, el alumno relaciona los conocimientos los conocimientos asimilados con otros conocimientos nuevos y con objetos geométricos diferentes, como puede ser que determine y caracterice los ángulos obtenidos al trazar dos rectas paralelas y una recta secante a ellas: internos, externos, alternos-internos, alternos-externos, correspondientes, conjugados internos y conjugados externos.

Objetivos didácticos. Descriptores:

- Determinar y caracterizar ángulos internos y ángulos externos.
- Determinar y caracterizar ángulos alternos-internos y ángulos alternos-externos.
- Determinar y caracterizar ángulos correspondientes.
- Determinar y caracterizar ángulos conjugados internos.

- Determinar y caracterizar ángulos conjugados externos.

Recursos para resolver las actividades:- Regla.- Lápices de colores.-
Geoplano.

Ejemplos de actividades:

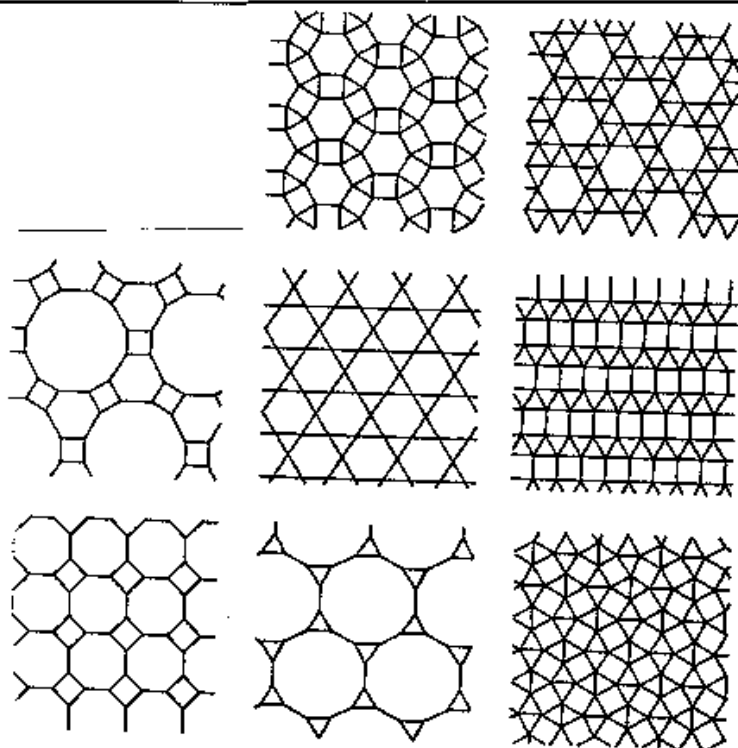
ACTIVIDAD 23: DETERMINAR ÁNGULOS ADYACENTES Y OPUESTOS POR EL VÉRTICE

Objetivo: Determinar y caracterizar ángulos adyacentes y opuestos por el vértice.

Materiales: Regla y transportador.

Dados los siguientes mosaicos, determina en cada mosaico, si los hay, dos pares de ángulos adyacentes y dos pares de ángulos opuestos por el vértice. Márcalos:

Dibuja tres pares de ángulos adyacentes y tres pares de ángulos opuestos por



el vértice. Ponle nombre a los lados y a los vértices:

Dibuja tres pares de ángulos adyacentes y tres pares de ángulos opuestos por el vértice. Ponle nombre a los lados y a los vértices:

Dudas.....

Observaciones:.....

ACTIVIDAD 39: DETERMINAR ÁNGULOS IGUALES

Objetivo: Determinar y caracterizar ángulos iguales.

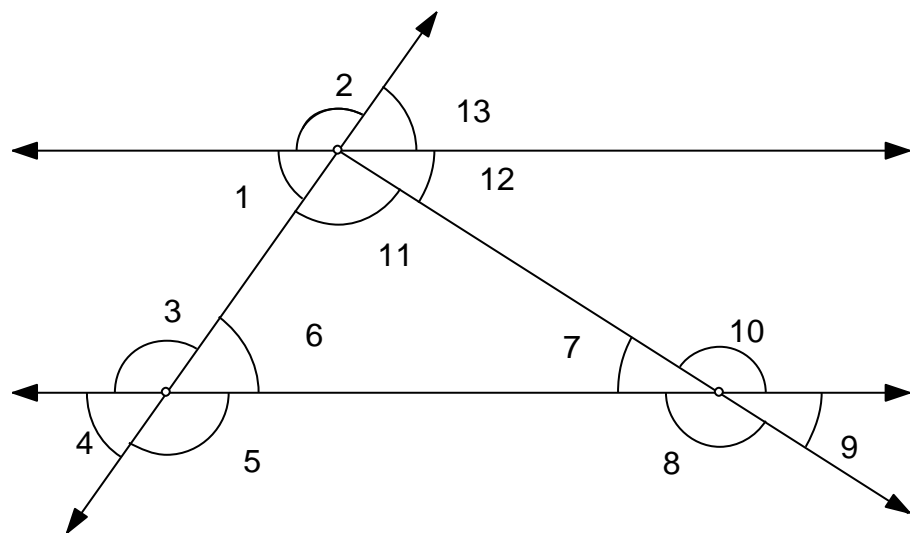
Materiales: Lápices de colores.

Observa las dos rectas paralelas que aparecen en la figura, la recta secante a ellas y la semirrecta secante a ellas también.

Colorea en la figura pares de ángulos iguales y píntalos del mismo color explicando la razón de igualdad.

Por ejemplo, podemos decir :

1 = 13, porque son ángulos opuestos por el vértice.



Dudas.....

Observaciones:.....

Una síntesis del trabajo desarrollado para llevar al aula, queda descrita mediante el anexo.

Conclusiones:

La búsqueda de profesorado dispuesto a realizar experiencias educativas que impliquen la implantación de un diseño innovador, como es la propuesta de van Hiele, tiene dificultades. En consecuencia, en este estudio no podemos hablar de azar en la elección de los once profesores que trabajan en nueve centros distintos e impartiendo docencia a alumnos entre los 9 y los 13 años, por ello el estudio realizado utiliza una metodología básicamente cualitativa donde se combinan instrumentos que nos permiten determinar el nivel de pensamiento geométrico de los profesores (Tests de Usiskin, 1982 y Jaime, 1993) y entrevistas estructuradas con protocolos cerrados, con instrumentos que permiten estudios mediante un análisis puramente interpretativo de sesiones de clase habituales mediante videograbaciones y el análisis de los guiones de las unidades de aprendizaje empleados por los profesores.

Al establecer relaciones entre los resultados obtenidos podemos apuntar algunas conclusiones de interés sobre la propuesta curricular presentada. Estas consideraciones parecen ir en dos sentidos, por un lado, el pensamiento del profesorado se muestra como un elemento que puede ofrecer grandes dificultades a la hora de implementar un currículo de geometría desde esta perspectiva, donde aspectos como:

Una formación científica en Geometría al menos con un nivel de pensamiento geométrico superior en al que se pretende trabajar con sus alumnos, una concepción constructivista del aprendizaje en términos de investigación dirigida, capacitación para trabajar con alumnos que presenten un alto grado de heterogeneidad en destrezas básicas, intereses y necesidades en Geometría, Una concepción del currículo de Geometría como un instrumento de investigación que permite desarrollar los diferentes niveles de razonamiento geométrico, una valoración y ejercitación del trabajo en equipo aparecen como necesarios.

Por otro lado, el diseño de instrucción en sí mismo necesita de una “ingeniería didáctica” que muy pocos profesores pueden afrontar con garantías. diferentes innovaciones curriculares, implementar con anterioridad programas globales de actuación en la formación del profesorado, que no sean específicamente una parte local del currículo a desarrollar, ni un recetario sobre cómo ejecutar un plan elaborado para los van Hiele, sino que sea una interpretación, justificación y orientación desde la práctica misma (inmersión) de las transformaciones necesarias para desarrollar con garantías un currículo de geometría desde el punto de vista de los van Hiele

Referencias bibliográficas

- AFONSO, M.C.; CAMACHO, M. y SOCAS, MM. (1995). Some difficulties in the development of the geometry curriculum according to Van Hiele. *Proceedings of the 19th International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, vol 1, p. 191. Brasil.
- AFONSO, M. C., CAMACHO, M. and SOCAS, M..M. (1997) The implementation of a microcurriculum: angles, measurements and rotations from the point of view of van Hiele. In Pehkonen, E. (ed.). *Proceedings of the 21th Conference of the International Group of PME. Finland*, vol 1, p.216.
- FUYS, D.; GEDDES, D.; TISCHLER, R. (1988): The van Hiele Model of thinking in geometry among adolescents. *Journal for Research in Mathematics Education*. Monograph num.3). NCTM: Reston, USA.
- JAIME,A. (1993). “Aportaciones a la interpretación y aplicación del modelo de Van Hiele: La enseñanza de las isometrías del plano. La evaluación del nivel de razonamiento”. Universidad de Valencia.
- SOCAS, M.M.; AFONSO, C.; HERNÁNDEZ, J. PALAREA, M. (1994) Un modelo de investigación convergente en Educación Matemática desde una perspectiva curricular. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 21 pp. 45-58
- USISKIN, Z. (1982). *Van Hiele levels and achievement in secondary school geometric*. ERIC: Columbus, USA.

VAN HIELE, P.M. (1986): *Structure and insight. A theory of mathematics education*. Academic Press, Londres.
ANEXO

