



## LA ENSEÑANZA DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN LA FORMACIÓN DEL PROFESORADO DE EDUCACIÓN PRIMARIA<sup>1</sup>

Josefa Hernández Domínguez  
Martín M. Socas Robayna

Universidad de La Laguna

### Resumen

En este artículo presentamos, en primer lugar, nuestras reflexiones sobre la resolución de problemas en la formación de maestros de Educación Primaria.

La importancia de la resolución de problemas en la educación matemática a todos los niveles está fuera de duda, pero ¿cómo abordar su aprendizaje? Y sobre todo ¿cómo preparar a los futuros maestros de Primaria para que ellos sean capaces de ayudar a sus futuros alumnos de Primaria a aprender a resolver problemas matemáticos?

Para Polya (1981), *resolver un problema es encontrar un camino allí donde no se conocía previamente camino alguno, encontrar la forma de salir de una dificultad, de sortear un obstáculo, conseguir el fin deseado, que no se consigue de forma inmediata, utilizando los medios adecuados.*

A continuación explicamos nuestra propuesta de enseñanza y aprendizaje de este tema, para lo cual utilizaremos los constructos: análisis didáctico y organizadores del currículo.

### Abstract

In this paper we present, in the first place, our reflections on problem solving in the training of teachers of Primary Education. The importance of problem solving in mathematical education at all levels is out of the question, but how to approach its learning? And mainly, how to prepare the future teachers of Primary Education so that they are able to help their future Primary School students to learn how to solve mathematical problems?

Polya (1981) considers that *to solve a problem is to find a road that was previously unknown, to find the way of getting out a difficulty, of overcoming an obstacle, to get the desire end that is not got immediately using the appropriate means.*

Next we will explain our proposal of the teaching and learning of this topic, taking into account the constructs: didactic analysis and curriculum organizers.

---

<sup>1</sup> Este trabajo ha sido financiado por la Universidad de La Laguna con cargo al Proyecto de Investigación: “El uso de diferentes sistemas de representación en la resolución de problemas de Matemáticas” (PI 1802010303).

*Un gran descubrimiento resuelve un gran problema, pero en la solución de todo problema hay un cierto descubrimiento. El problema que se plantea puede ser modesto; pero si pone a prueba la curiosidad que induce a poner en juego las facultades inventivas, si se resuelve por propios medios, se puede experimentar el encanto del descubrimiento y el goce del triunfo.*

Polya, 1976

## **Introducción**

Desde la década de los 80, la resolución de problemas es considerada el núcleo central de la actividad matemática y de la actividad didáctica de la matemática.

Diversas recomendaciones, tales como la Agenda for Action del National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), el informe Cockroft o las recomendaciones de Carl (1989) consideran la resolución de problemas como una habilidad o destreza fundamental, tanto para la vida adulta como para ser competente en estudios posteriores.

Carl (1989) señala: *Aprender a resolver problemas es el principal motivo para estudiar Matemáticas. La resolución de problemas es el proceso de aplicar el conocimiento previamente adquirido a situaciones nuevas y no familiares.*

Pollack (1987) considera que los empleados de la industria necesitan, entre otras capacidades, *habilidad para tratar problemas con las operaciones apropiadas; conocimiento de una variedad de técnicas para enfocar y trabajar problemas...*

Los Principios y Estándares del 2000 (NCTM, 2000) señalan que *La resolución de problemas es una parte integral de todo el aprendizaje matemático. Resolver problemas significa implicarse en una tarea para la cual no conocemos los métodos de resolverla. Para buscar una solución, los estudiantes deben partir de su propio conocimiento y a través de este proceso desarrollarán nueva comprensión matemática. Resolver problemas no es sólo*

*un objetivo del aprendizaje, sino el principal medio para hacerlo.*

También Fortuny y Azcárate (2001) señalan que en la sociedad actual, que vive un proceso de creciente implantación de la tecnología, se considera cada vez más importante tener una buena preparación matemática. Las Matemáticas constituyen un tema vivo que intenta entender los modelos que impregnan tanto el mundo que nos rodea como nuestros propios procesos mentales y cuya actividad específica se podría resumir mediante la expresión “la resolución de problemas, una forma de aprender para pensar matemáticamente”.

Muchas investigaciones sobre la resolución de problemas ponen de manifiesto las distintas capacidades que se ponen en juego, así como las habilidades que se desarrollan, en particular, en los niños, lo cual reafirma lo que hemos venido diciendo acerca de la importancia de la misma.

En estas reflexiones no podemos dejar de nombrar al matemático G. Polya. Su libro *How to solve it (1945)* marca, según Schoenfeld (1997), dos eras: la resolución de problemas antes y después de Polya. Este libro plantea una estrategia general y el estudio de la heurística –métodos y reglas del descubrimiento- con el propósito de descubrir la solución del problema presentado.

Sin embargo, en estas décadas no se ha dado una definición precisa de lo que es un problema o qué entendemos por resolución de problemas.

### **Noción de problema**

El término problema abarca un amplio abanico que va desde la distinción entre ejercicio y problema de Kantowski, pasando por la situación problemática de Borasi o la idea de pensar matemáticamente de Schoenfeld. Una de las definiciones clásicas es la de Lester (1983): *Problema es una situación que un individuo o grupo quiere o necesita resolver y para lo cual no dispone de un camino rápido que le lleve a la solución.* Señalamos también la metáfora geográfica evocada por Ernest (1991), según la cual resolver un problema

implica encontrar un camino hacia un destino determinado.

En las últimas décadas, la Psicología cognitiva y educativa ha dirigido sus estudios sobre los procesos implicados en la resolución de problemas. Pérez y Pozo (1994) identifican dos tendencias generales: La resolución de problemas como habilidad general, que implica que ésta se basa en la adquisición de estrategias generales que, una vez adquiridas, pueden aplicarse con pocas restricciones a cualquier tipo de problemas, y la resolución de problemas como un proceso específico, que hace hincapié en que ella y su instrucción, deben ser abordadas en las áreas y contextos específicos a los que se refieren los problemas.

Kilpatrick (1985) considera tres componentes en la resolución de problemas:

- 1) Un rico compendio organizado de conocimientos acerca del contenido.
- 2) Un conjunto de procedimientos para representar y transformar el problema.
- 3) Un sistema de control para guiar la selección de conocimientos y procedimientos.

Este último aspecto está relacionado con los aspectos metacognitivos o el papel del control y la reflexión como instrumentos de mejora, o con los sistemas de planificación y control de Goldin.

A estas componentes hay que añadir una componente afectiva, tal como señalan los trabajos de McLeod (1989) o Goldin (1988).

### **La investigación en resolución de problemas**

Creemos que es importante que los alumnos conozcan, a modo de ejemplo, investigaciones realizadas sobre resolución de problemas y sus resultados. En los niveles de educación primaria las investigaciones más destacadas son las relativas a los problemas aritméticos. El profesor debería hacer una síntesis de los estudios realizados, empezando con el texto clásico de

Carpenter y otros (1982), los trabajos de Fuson (1992), Greer (1992), Nesher (1988), Vergnaud (1983), De Corte y Verschaffel (1987), y, en España, Castro y Rico (1994), Puig y Cerdán (1988), Bruno y Martínón (1997), Socas y Hernández (1996).

Estas investigaciones llevaron a hacer una clasificación de los problemas aritméticos en dos clases: los aditivos, problemas de sumar y restar, y los multiplicativos, problemas de multiplicar y dividir.

Dentro de cada una de ellas, se establecieron categorías. Así, en los problemas aditivos Carpenter y Moser (1982), y Riley y otros (1983) presentaron las categorías de cambio, combinación, comparación e igualación, que originan veinte problemas distintos, teniendo en cuenta diferentes variables.

### **La resolución de problemas en la formación de maestros**

Por todo lo expuesto, concluimos que la resolución de problemas es un tema clave en la formación inicial, y también en la permanente, del profesorado de Educación Primaria.

Este tema debe estar presente en tres momentos de su formación inicial:

- ✓ En la asignatura Matemáticas, la cual pensamos que debe ser enseñada a través de la resolución de problemas, ya que como señala Socas (2001) es uno de los métodos más apropiado para poner en práctica una enseñanza activa que ponga en juego de una manera sistemática los procesos de pensamiento propios de la Matemática.
- ✓ En la asignatura Matemáticas y su Didáctica, en la que partiendo de actividades en las que los alumnos reflexionen (y analicen) sobre su propia actividad en la resolución de problemas, desarrollando así un análisis metacognitivo, puedan analizar y descubrir los procesos de pensamiento implicados en la resolución de problemas. Además, los alumnos deben estudiar los conceptos fundamentales relacionados con este tema, así como los recursos y cuántos medios puedan utilizar para

llevar al aula.

- ✓ En las prácticas de enseñanza, en las que pueden observar las dificultades reales de los alumnos, y desarrollar una propuesta concreta para el grupo de alumnos con el que están trabajando, implementarla en el aula y evaluar los resultados alcanzados.

Finalmente, añadimos que en la formación permanente es necesario continuar con la búsqueda de nuevas propuestas que se puedan llevar al aula para conseguir que los alumnos adquieran una buena competencia en la resolución de problemas.

Pero somos conscientes, como señala Llinares (1993), que los alumnos cuando llegan a la Facultad de Educación, traen consigo un cuerpo de conocimientos, concepciones, creencias y actitudes hacia la resolución de problemas y, en general, hacia el contenido matemático escolar, sobre la naturaleza de las interacciones entre profesor y alumno, la forma en que consideran el papel de los errores en el aprendizaje matemático, etc.

Blanco (2000) en una investigación con futuros maestros sobre diversos aspectos que conforman el significado y el trabajo sobre resolución de problemas, encuentra que:

- Los alumnos interpretan la resolución de problemas con los problemas “de traducción simple” en la clasificación de Charles y Lester (1982)
- Que los problemas en clases de Matemáticas son monótonos y alejados de la vida real.

Hernández y otros (2001) encuentran que un 42% de los estudiantes para Maestro, de una población de 883 estudiantes de siete universidades españolas, expresan que su actitud hacia las Matemáticas es regular o negativa.

Camacho, Hernández y Socas (1994, 1995) encuentran, en una muestra de alumnos del Certificado de Aptitud Pedagógica (CAP), que sólo el 33% de ellos está de acuerdo con que el trabajo en la resolución de problemas es el mejor camino para entender las Matemáticas.

La situación del aprendizaje de la resolución de problemas en las aulas de Educación Primaria depende en gran medida de la formación del profesor en este ámbito.

Cooney (1980) afirma que pocas veces los problemas son enunciados al comienzo de un tema; en general, el profesorado utiliza los problemas que aparecen al final de la lección en los libros de texto. La perspectiva que implícitamente soporta esta metodología es que la teoría se asimila y afianza mediante la aplicación de ésta a problemas. Por ello, los problemas planteados están bien definidos (con proceso y solución únicos), requieren unos conocimientos concretos (los impartidos) y se resuelven por procesos prioritariamente deductivos. Además, en esta concepción, los problemas aparecen como un criterio para determinar el saber del alumno, y por ello vinculado a la evaluación. Por ello, es necesario, como indican Carrillo y Contreras (2000), abordar la formación del profesorado como un medio de reconstruir el conocimiento utilizando la resolución de problemas como vehículo. Experimentar nuevas formas de hacer Matemáticas como paso previo para abordar una experimentación reflexiva en el aula; experimentar el papel de la resolución de problemas en la reconstrucción del propio conocimiento para abordarla como base para la enseñanza y aprendizaje de la resolución de problemas escolares, partiendo siempre de la consideración de sus creencias.

Coincidimos con Chamorro y Vecino (2003) en que la resolución de problemas es, a la vez, fuente y criterio del saber matemático en juego, y que nos permite construir conocimientos matemáticos y modelizar situaciones, lo que ayuda a comprender y dominar el entorno que nos rodea.

Terminamos este apartado con la cita de Santos-Trigo (1996): *Parece que para desarrollar la disposición matemática de los estudiantes a aprender Matemáticas es importante proporcionar un ambiente de clase en el que a los estudiantes consistentemente se les solicite:*

- a) *Trabajar en tareas que ofrezcan diversos retos.*

- b) Discutir la importancia de usar diversos tipos de estrategias, incluyendo las metacognitivas.*
- c) Participar en discusiones de todo el grupo y en pequeño grupo.*
- d) Reflexionar sobre lo realizado y sobre los retos que emergen de la interacción con el profesor y los otros estudiantes.*
- e) Comunicar sus ideas oralmente y por escrito.*
- f) Buscar conexiones y extensiones de los problemas.*

*Estas actividades de aprendizaje desempeñan un papel crucial a la hora de ayudar a los estudiantes a ver las Matemáticas como una disciplina dinámica en la que tienen oportunidad de introducirse en discusiones matemáticas y así valorar la práctica de hacer Matemáticas.*

### **Propuesta metodológica**

El tema de enseñar y aprender a resolver problemas debe ser importante en la formación del profesorado de Educación Primaria.

La resolución de problemas debe ser un aspecto fundamental de todos los temas de la didáctica específica de los contenidos matemáticos de la Primaria, sin embargo, creemos que para destacar esa importancia era necesario dedicarle, además, un tema monográfico sobre él, con la filosofía con la que el MEC (1992) lo plantea en las Cajas Rojas, o como un Estándar importante (NCTM, 2000).

### **Análisis didáctico de la resolución de problemas**

Desarrollamos, a continuación, los elementos del análisis didáctico: currículo, representaciones semióticas y dificultades y errores:

#### **Currículo**

En el currículo de Educación Primaria no aparece un bloque de contenidos dedicado específicamente a la resolución de problemas, sino que se emplea como una forma de relacionar los diferentes bloques y aplicar las Matemáticas a



situaciones diversas.

Sin embargo, es mucho más explícito en los criterios de evaluación:

1. En un contexto de resolución de problemas sencillos, anticipar una solución razonable y buscar los procedimientos matemáticos más adecuados para abordar el proceso de resolución.

2. Resolver problemas sencillos del entorno aplicando las cuatro operaciones con números naturales y utilizando estrategias personales de resolución.

12. Expresar de forma ordenada y clara los datos y las operaciones realizadas en la resolución de problemas sencillos.

13. Perseverar en la búsqueda de datos y soluciones precisas en la formulación y la resolución de un problema.

El Diseño Curricular Base (MEC, 1989), al igual que el currículo de Canarias (BOC, 1993), afirma que *La resolución de problemas dentro del currículo de Matemáticas es un contenido prioritario, porque es un método de aprendizaje y refuerzo de contenidos, da sentido aplicativo al área y permite la interrelación entre los distintos bloques y las restantes áreas.*

Además añade que la resolución de problemas permite al alumno:

*-desarrollar y perfeccionar sus propias estrategias.*

*-familiarizarse con procesos que facilitan la exploración y resolución de problemas.*

*Y que la motivación se puede conseguir con problemas bien seleccionados... formulados en términos familiares... con el apoyo manipulativo y gráfico.*

En las enseñanzas comunes de la Educación Primaria (MEC, 2003), derivadas de la Ley Orgánica de Calidad de la Educación (2001), se afirma que el eje en torno al cual gira la adquisición del conocimiento matemático es la resolución de problemas.

Como reflexión permanente en esta etapa educativa, el DCB (1989) señala que: *Si al niño o a la niña no se les permite abordar problemas de un nivel adecuado a sus conocimientos y su esfuerzo no se ve compensado por el éxito, sus capacidades de resolución de problemas no se desarrollarán de forma satisfactoria.*

En resumen, la resolución de problemas aparece en el nuevo currículo de Primaria (MEC, 2003) formulada en términos de capacidades que debemos desarrollar en los alumnos:

4. Resolver y plantear problemas matemáticos utilizando los procedimientos adecuados de cálculo, medida, estimación y comprobación de resultados.

Que debe proporcionar las siguientes competencias recogidas en los criterios de evaluación:

Criterio 6 (Primer ciclo). Resolver problemas de la vida cotidiana, de forma razonada, mediante la adición o sustracción.

Criterio 4 (Segundo ciclo). Resolver problemas de la vida cotidiana, mediante una o dos operaciones aritméticas y comprobar, de forma razonada, los resultados obtenidos.

Criterio 6 (Tercer ciclo). Resolver problemas de la vida cotidiana, mediante el uso de las operaciones aritméticas con números naturales, comprobando los resultados de forma razonada. Formular enunciados de la vida real y cuestiones que se correspondan con una expresión matemática dada, de la forma:  $(a + b)$ ,  $a - b$ ,  $a \times c$ ,  $a : d$ , donde  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , y  $d$  sean números naturales.

Además, como señala Carrillo (1998), los siguientes diez aspectos que desarrolla la resolución de problemas, contribuyen a desarrollar la competencia matemática de los alumnos:

1. Desarrolla una actitud abierta.
2. Ejemplifica una concepción dinámica de la evolución del conocimiento matemático.

3. Da una visión integrada de la Matemática.
4. Facilita la introducción significativa de un nuevo concepto.
5. Pone de relieve los procesos inductivos y deductivos de forma rigurosa.
6. Refuerza la idea de que las verdades son relativas, es decir, dependen del contexto.
7. Muestra la necesidad de algunas exigencias.
8. Muestra la utilidad de la Matemática en la vida diaria.
9. Desarrolla estrategias útiles para cualquier ciudadano.
10. Favorece la capacidad reflexiva del alumno.

### **Representaciones semióticas**

El concepto de representación es complejo y tiene aspectos relacionados con el lenguaje. El término representación se refiere tanto al proceso como al producto. Además, se aplica tanto a los procesos y productos observables externamente como a todo lo que ocurre “internamente” en las mentes de las personas que hacen Matemáticas.

Algunas formas de representación –tales como diagramas, gráficas y expresiones simbólicas- constituyen una amplia parte de las Matemáticas escolares. Desafortunadamente, esas representaciones y otras han sido enseñadas y aprendidas como si fueran un fin en sí mismas. Estas aproximaciones limitan la potencia y utilidad de las representaciones como herramientas para aprender y hacer Matemáticas. Las representaciones deberían ser tratadas como elementos cruciales en la comprensión de los conceptos matemáticos y sus relaciones por parte de los estudiantes, pues permiten: comunicar argumentos matemáticos y comprender los propios y los de los demás; reconocer las conexiones entre los conceptos matemáticos relacionados; y aplicar Matemáticas a situaciones y problemas realistas vía la modelización.

Los resultados positivos de estas investigaciones están plasmados en los

Estándares (Estándar 10: Representación) del NCTM del 2000. En ellos se alude al importante papel que juegan las formas que se utilizan para representar las ideas matemáticas y se destaca la importancia de que los profesores muestren diferentes representaciones para que los alumnos comprendan los conceptos matemáticos y sus procedimientos. Sin embargo, enseñar a interpretar, usar y construir representaciones útiles necesita una atención cuidadosa y deliberada en el aula, y ello es más complicado cuando se trata de la resolución de problemas.

### **Dificultades y errores**

La resolución de problemas sigue siendo el tópico de mayor dificultad. Se tienen dificultades relacionadas con la comprensión del lenguaje (*“la comprensión lectora supone la condición necesaria para la resolución de problemas” MEC, 2003*), o con aspectos matemáticos; con la falta del dominio funcional de algunos contenidos de procedimiento, tales como el uso de diferentes lenguajes, destrezas básicas de cálculo mental, de conteo, de algoritmos de cálculo, etc., o con la falta de estrategias generales, etc.

Castro y otros (1992), después de una amplia revisión, engloban las diferentes investigaciones sobre la dificultad de los problemas aritméticos en cuatro enfoques: el lingüístico, el de variables estructurales, el de sentencias abiertas y el semántico.

Los factores ligados al lenguaje son posiblemente los primeros en estudiarse, de modo que en la actualidad existe un amplio consenso sobre la correlación entre éstos y la resolución de problemas.

Las variables estructurales, definidas por Nesher (1976) como un número finito de variables discretas que definen un problema aritmético, han sido analizadas tanto desde el punto de vista global como desde el estudio particular de un número determinado de ellas.

El tercer enfoque centra su atención en la influencia que la variable “posición de la incógnita” ejerce sobre la dificultad de estos problemas.

Finalmente, el cuarto enfoque tiene que ver con el significado de las palabras del texto, bien sea desde una perspectiva individual (palabra clave) o bien como un todo global.

Los últimos estudios sobre las dificultades que tienen los alumnos en la resolución de problemas ponen de manifiesto que éstas tienen que ver con la interpretación de los diferentes elementos que componen el contexto de un problema, así como con la selección de informaciones pertinentes que intervienen en la resolución. Además la causa del fracaso tiene que ver con ciertos disfuncionamientos en la actividad de representación, tales como la falta de control en la selección de las informaciones dadas, o la influencia excesiva del contexto, que origina que los estudiantes no utilicen conocimientos operatorios que ya poseen (Chamorro, 2003).

Muchas dificultades tienen su origen en las representaciones, ya que, según Duval (1995) la comprensión en Matemáticas se basa en la articulación interna de las representaciones entre registros semióticos diferentes.

### **Organizadores del currículo para el conocimiento didáctico del contenido resolución de problemas**

Consideraremos como organizadores del currículo al contexto, al proceso de enseñanza/aprendizaje y a la evaluación.

#### **Contexto**

En este organizador debemos considerar dos aspectos: la situación inicial y los objetivos-contenidos.

La situación inicial parte de unos alumnos que realizan los estudios conducentes a obtener el título de Maestro de Educación Primaria y requiere en consecuencia poner en evidencia sus conocimientos y creencias, por una parte, y reflexionar y analizar las capacidades que se deben desarrollar (objetivos) junto con el trabajo en determinados contenidos, por otra.

## **Objetivos**

- Analizar la importancia de la resolución de problemas en Educación Primaria y su papel en la enseñanza/aprendizaje de las Matemáticas.
- Reflexionar sobre las diferentes categorías de problemas y determinar las más adecuadas en Educación Primaria.
- Conocer los principales elementos teóricos que intervienen en el planteamiento y la resolución de problemas.
- Estudiar diferentes estrategias de resolución de problemas.
- Proporcionar técnicas para la elaboración de problemas.
- Detectar algunos de los factores que acompañan al fracaso en la resolución de problemas.

## **Contenidos**

- Concepto de problema y de resolución de problemas. Clasificación de problemas.
- Variables que influyen en la enseñanza y aprendizaje de la resolución de problemas: variables del sujeto y de la tarea.
- Diferentes técnicas heurísticas.
- Estrategias generales (Polya, Schoenfeld, Bransford y Stein, Mason y otros).
- Aspectos metacognitivos y afectivos.
- Consideraciones sobre la resolución de problemas en el currículo español de Primaria y en los Estándares Americanos.
- Los problemas aritméticos en Primaria: tipologías, estrategias de resolución y su enseñanza.
- Los problemas en Geometría, Medida y Organización de la información.
- Dificultades y errores en la resolución de problemas.

- La resolución de problemas y las nuevas tecnologías.
- La evaluación en la resolución de problemas.

### **Enseñanza/aprendizaje**

Este organizador se refiere a los dos aspectos que describen el proceso de enseñanza/aprendizaje: “Recursos y organización espacio-temporal” y “Proceso de enseñanza/aprendizaje: Actividades”, aspectos que toman en consideración los elementos del análisis didáctico.

Los recursos que utilizaremos en el desarrollo de este tema serán la propia resolución de problemas, el análisis de vídeos y producciones de los alumnos, que se complementará con la lectura de textos y la síntesis realizada por el profesor sobre aspectos concretos. Conjugaremos actividades individuales con actividades en pequeño grupo, para terminar con una síntesis y debate de lo discutido en gran grupo.

El proceso de enseñanza/aprendizaje facilitará que cada alumno construya su propio conocimiento didáctico en un proceso individual y social. A modo de ejemplo, indicamos algunas de las actividades que propondremos a los alumnos:

### **Actividades**

➤ Presentarles varias actividades, desde ejercicios muy simples a problemas complejos, para que diferencien los distintos tipos de problemas y lleguen a un consenso sobre lo qué es y no es un problema y por qué.

Completarán este apartado con la lectura de la primera parte del artículo de Noda y otros (2001). En dicho artículo los autores hacen una revisión bibliográfica de la noción de problema y de los múltiples intentos de caracterizarla, organizarla y clasificarla, y se constata la existencia de dificultades para hacer una clasificación precisa de los problemas matemáticos.

➤ Entregarles una traducción del capítulo de Stanic y Kilpatrick (1988), para

que analicen el problema del Papiro del Rind, un texto de 1950 y un texto más actual sobre resolución de problemas.

Se pretende que observen cómo la resolución de problemas no ha sido abordada de igual forma a lo largo de la historia. Además, esta actividad servirá para discutir la importancia o no de usar la historia de las matemáticas en la educación primaria.

➤ A partir de un vídeo de alumnos de 4º curso de Primaria (Hernández, 1997), en el que los alumnos resuelven problemas aritméticos, se les pide que respondan a la siguiente pregunta: ¿qué dificultades observas en estos alumnos?

Las respuestas nos llevarán a analizar las variables de la tarea que influyen en la resolución de problemas en general. A continuación, se les entregará el artículo de Castro y otros (1992), quienes después de una amplia revisión, han englobado las diferentes investigaciones sobre el estudio de la dificultad de estos problemas en los cuatro enfoques antes indicados.

➤ Siguiendo el libro de Polya (1976), les pedimos que resuelvan el problema (pág. 29), y que analicen el modelo que el autor plantea.

Los alumnos en pequeño grupo han de leer los modelos de resolución propuestos por Schoenfeld (1985), Bransford y Stein (1986) y Mason y otros (1988) y hacer un análisis crítico de las ventajas de cada uno.

El profesor presentará el modelo diseñado por Socas y otros (2000) para la resolución de problemas verbales aritméticos, y entregará fichas-modelo para que los alumnos resuelvan problemas mediante la aplicación de dicho modelo.

➤ Se les pedirá que trabajen por grupos la propuesta didáctica que, para cada ciclo, proponen los autores citados (Socas y otros, 2000).

Este libro se considerará básico en el desarrollo de este tema. Se discutirá a continuación la importancia de que los alumnos resuelvan problemas bien y



mal definidos y de que inventen problemas.

- Los alumnos analizarán algún capítulo de los libros siguientes: Maza (1991) y Puig y Cerdán (1988).

En el de Maza pueden analizar, por ejemplo, el capítulo 3, dedicado a las formas de representación de la suma o la resta, mientras que en el de Puig y Cerdán se les planteará, por ejemplo, el estudio de la clasificación semántica de los problemas aditivos.

- Leerán el apartado del libro del área de Matemáticas de las Cajas Rojas (MEC, 1992) dedicada a la resolución de problemas.

En grupos, los alumnos deben contrastar esta información con las orientaciones que aparecen en las nuevas enseñanzas mínimas (MEC, 2003), con el informe Cockroft (1985) o con los Estándares americanos (NCTM, 2000).

- Deberán analizar qué tipo de problemas aparecen en los libros de texto de diferentes editoriales:

- según el contexto: vida real, datos reales, intereses de los alumnos,...

- según la tipología de problemas aritméticos,

y qué uso se les da a los problemas en la propuesta metodológica de cada libro.

Pueden apoyarse en el Modelo de valoración de textos matemáticos propuesto por Ortega (1996), haciendo una selección de las preguntas que allí se señalan para los textos en general.

Para la tipología de los problemas aritméticos, pueden leer Socas y Hernández (1996).

- Les propondremos que utilicen la prensa para inventar problemas.

Pueden utilizar como guía para desarrollar esta actividad la propuesta didáctica planteada por Fernández y Rico (1992).

➤ Por grupos, deberán analizar los problemas que se presentan en los bloques de contenidos restantes: Medida, Geometría y Estadística y Probabilidad.

El análisis de problemas de los otros bloques de contenidos les permitirá completar su visión sobre la resolución de problemas en Primaria.

## **Evaluación**

Les pediremos que analicen, en un libro de texto de Matemáticas de Primaria, el tratamiento que se otorga a los problemas y a su resolución, de acuerdo con lo estudiado en el tema. Entre otros aspectos, pueden analizar qué tipo de problemas se propone, en qué momento, cómo plantea el proceso de la resolución, si utiliza algún material de apoyo, etc.

## **Consideraciones didácticas**

El conocimiento profesional que debe poseer un profesor para desarrollar con garantías las demandas del currículo actual supone adquirir unas habilidades específicas que pueden concretarse en:

\*Formación científica y didáctica adaptada a esta nueva realidad.

\*Capacitación para trabajar con alumnos que presentan un alto grado de heterogeneidad en destrezas básicas, intereses y necesidades.

\*Cambio de actitudes en el profesorado para que desarrollen los aspectos formativos de la docencia, adopten planteamientos flexibles y profundicen en una visión más interdisciplinar de la cultura.

\*Concepción del currículo como un instrumento de investigación que permita el desarrollo de métodos y estrategias de concreción y adaptación.

\*Valoración y ejercitación del trabajo en equipo así como el desarrollo de una sólida autonomía profesional.

Por todo ello, la reforma educativa requiere un profesorado capaz de abordar nuevas tareas, entre otras, las que suponen un currículo abierto que

obliga a valorar y elegir, entre diversas alternativas pedagógicas, la más adecuada a su realidad, tareas más complejas que las contempladas en la enseñanza tradicional (Camacho, Hernández y Socas, 1995).

Esta propuesta de formación de profesores que se pretende organizar desde el análisis didáctico y los organizadores del currículo, facilita a nuestros alumnos la posibilidad de diseñar, desarrollar y evaluar un proyecto educativo, que puede ser un Proyecto Curricular de Centro, una unidad didáctica, un material didáctico, etc., para la Educación Primaria. El alumnado deberá adquirir competencias para localizar la documentación y las referencias necesarias para poder desarrollar tal proyecto educativo, tratando de seleccionar, estructurar y organizar la información suministrada, así como completarla.

### Referencias bibliográficas

- Blanco, L. J. (2000). La resolución de problemas en primaria. Una propuesta para la formación inicial del profesorado. En J. Carrillo y L. C. Contreras (Eds.), *Resolución de problemas en los albores del siglo XXI: una visión internacional desde múltiples perspectivas y niveles educativos*. Huelva: Hergué.
- BOC (1993). *Decreto por el que se aprueba el currículo de Educación Primaria de la Comunidad Autónoma Canaria*.
- Bransford, J.; Stein, B. (1986). *Solución IDEAL de problemas*. Barcelona: Labor.
- Bruno, A.; Martínón, A. (1997). Procedimientos de resolución de problemas aditivos con números negativos. *Enseñanza de las Ciencias*, 15 (2), 249-258.
- Camacho, M.; Hernández, J.; Socas, M. M. (1994). Curricular and Teaching Experiences with Students of Mathematics. En N. A. Malara y L. Rico (Eds.) *Proceedings of the First Italian-Spanish Research Symposium in Mathematics Education*, 51-58. Modena. Italy.
- Camacho, M.; Hernández, J. y Socas, M. M. (1995). Concepciones y actitudes de futuros profesores de Secundaria hacia la Matemática y su enseñanza: Un estudio descriptivo. *La formación del Profesorado de Ciencias y Matemáticas en España y Portugal*. Universidad de Extremadura, 81-98. Badajoz.
- Carl, I. M. (1989). Essential Mathematics for the Twenty-first Century: The position of the National Council of Supervisors of Mathematics.

- Mathematics –Teacher*, 82 (6), 470-474.
- Carpenter, T. P.; Moser, J. M. (1982). The development of addition and subtraction problem solving skills. En T. P. Carpenter et al (Eds.), *Addition and Subtraction: A Cognitive Perspective*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Carpenter, T. P. y otros (1982). *Addition and Subtraction: A cognitive Perspective*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Carrillo, J. (1998). La resolución de problemas en la enseñanza secundaria. Ejemplificaciones del para qué. *Épsilon*, 40, 15-16.
- Carrillo, J.; Contreras, L. C. (2000). El amplio campo de la resolución de problemas. En J. Carrillo y L. C. Contreras (Eds.), *Resolución de problemas en los albores del siglo XXI: una visión internacional desde múltiples perspectivas y niveles educativos*. Huelva: Hergué.
- Castro, E.; Rico, L. (1994). Visualización de secuencias numéricas. *UNO*, 1, 75-84.
- Castro, E. y otros (1992). Enfoques de investigación en problemas verbales aritméticos aditivos. *Enseñanza de las Ciencias*, 10 (3), 243-253.
- Chamorro, M. C. (2003). Las dificultades de lectura y comprensión de los problemas matemáticos escolares. *UNO, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 33, 99-119.
- Chamorro, M. C.; Vecino, F. (2003). El tratamiento y la resolución de problemas. En M<sup>a</sup> C. Chamorro (Ed.), *Didáctica de las Matemáticas para Primaria*. Madrid: Pearson.
- Charles, R. I.; Lester, F. (1982). *Teaching problem solving. What, Why, How*. Palo Alto: Dale Seymour Publications.
- Cockcroft, W. H. (1985). *Las matemáticas sí cuentan*. Madrid: MEC.
- Cooney, T. J (1980). Research on teaching and teacher education. En R. J. Shumway Ed.), *Research in Mathematics Education*. Reston, VA: NCTM.
- De Corte, E.; Verschaffel, L. (1987). The effect of semantic structure on first graders' strategies for solving addition and subtraction word problem. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18.
- Duval, R. (1995). *Semiosis et pensée humaine*. Suisse: Peter Lang.
- Ernest, P. (1991). *The philosophy of mathematics education*. The Palmer Press.
- Fernández, A.; Rico, L. (1992). *Prensa y educación matemática*. Madrid: Síntesis.
- Fortuny, J. M.; Azcárate, C. (2001). Enseñanza de la Matemática. En D. Gil y otros, *Formación del profesorado de las Ciencias y la Matemática. Tendencias y experiencias innovadoras*. Madrid: Editorial Popular.
- Fuson, K. C. (1992). Research on Whole Number Addition and Subtraction. En D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: MacMillan Publishing Company.
- Goldin, G. (1988). Affective representation and mathematical problem solving. En M. J. Behr y otros (Eds.), *Proceedings of the Tenth PME-NA*. Dekalb,

- IL: Northern Illinois.
- Goldin, G. (2002). Representation in Mathematical Learning and Problem Solving. En L. D. English (Ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Greer, B. (1992). Multiplication and Division as Model of Situations. En D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: MacMillan Publishing Company.
- Hernández, J. (1997). El uso de dos sistemas de representación yuxtapuestos en la resolución de problemas aritméticos verbales. *Tesis doctoral*. Universidad de La Laguna.
- Hernández, J. y otros (2001). Análisis de las concepciones, creencias y actitudes hacia las Matemáticas de los alumnos que comienzan la Diplomatura de Maestro. En Socas, Camacho y Morales (Eds.). *Formación del Profesorado e Investigación en Educación Matemática III*, pp. 115-125. CAMPUS. La Laguna.
- Kilpatrick, J. (1985). A retrospective account of the past 25 year of research on teaching mathematical problem solving. En E. A. Silver (Ed.), *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Lester, F. (1983). Trend and issues in mathematical problem solving research. En R. Less y M. Landau (Eds.), *Acquisition of Mathematics concepts and processes*. New York: Academic Press.
- Llinares, S. (1993). *Aprender a enseñar matemática. Conocimiento de contenido pedagógico y entornos de aprendizaje*. En L. Montero y J. M. Vez (Eds.), *Las didácticas específicas en la formación del profesorado*. Santiago de Compostela: Tórculo Ediciones.
- Mason, J. y otros. (1988). *Pensar matemáticamente*. Barcelona: MEC-Labor.
- Maza, C. (1991). *Enseñanza de la suma y de la resta*. Madrid: Síntesis.
- McLeod, D. B. (1989). The Role of Affect in Mathematical Problem Solving. En D. B. McLeod y V. M. Adams (Eds.), *Affect and Mathematical Problem Solving: A new Perspective*. New York: Springer-Verlag.
- MEC (1992). *Área de matemáticas. Primaria. Cajas rojas y azules*. Madrid: MEC.
- MEC (2003). *Real Decreto 830/2003, de 27 de junio, por el que se establecen las enseñanzas comunes de la Educación Primaria*.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Nesher, P. (1976). Three determinants of difficulty in verbal arithmetic problems. *Educational Studies in Mathematics*, 7, 369-388.
- Nesher, P. (1988). Multiplicative school word problems: Theoretical approaches and empirical findings. En J. Hiebert y M. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades*. Reston, VA: NCTM y Hillsdale, NJ: LEA.

- Noda, A. y otros (2001). Estudio del comportamiento de alumnos de Magisterio en la resolución de problemas mal definidos. *El Guiniguada*, 8/9, 367-384.
- Ortega, T. (1996). Modelo de valoración de textos matemáticos. *Números*, 28, 4-12.
- Pérez, M. P.; Pozo, J. I. (1994). Aprender a resolver problemas y resolver problemas para aprender. En J. I. Pozo (Ed.). *La solución de problemas*. Madrid: Santillana, Aula XXI.
- Pollak, H. (1987). Notes from a talk given at the Mathematical Sciences Education Board. *Frameworks Conference*. Minneapolis.
- Polya, G. (1976). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- Polya, G. (1981). *Mathematical Discovery. On understanding, learning and teaching problem solving*. New York: Wiley and Sons, Inc.
- Puig, L.; Cerdán, F. (1988). *Problemas aritméticos escolares*. Madrid: Síntesis.
- Riley, M. S. y otros (1983). Development of children's problem solving ability in arithmetic. En H. P. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking*. New York: Academic Press.
- Santos-Trigo, M. (1996). An Exploration of Strategies Used by Students to Solve Problem with Multiple Ways of Solution. *Journal of Mathematical Behavior*, 15, 263-284.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Florida: Academic Press.
- Schoenfeld, A. H. (1987). What's all the Fuss about Metacognition? En A. H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive Science and Mathematics Education*. Hillsdale, NJ: LEA.
- Socas, M. M.; Hernández, J. (1996). Sobre la resolución de problemas verbales aritméticos de estructuras aditivas y multiplicativas en la educación primaria. *25 años de Matemáticas en la Universidad de la Laguna*. Tenerife: Secretariado de Publicaciones de la Universidad de La Laguna. Tenerife.
- Socas, M. M. y otros (2000). *La resolución de problemas de matemáticas en la educación primaria. Los problemas aritméticos*. Cuadernos de Aula. Consejería de Educación, Cultura y Deportes del Gobierno de Canarias. Santa Cruz de Tenerife.
- Stanic, G.; Kilpatrick, J. (1988). Historical perspectives on problem solving in the Mathematics Curriculum. En Charles, R. y Silver, E. (Eds.), *The teaching and assessing of Mathematical Problem Solving*. Reston, VA: NCTM y LEA.
- Vergnaud, G. (1983). Multiplicative structures. En R. Lesh y M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematical concepts and processes*. New York: Academic Press.