
Revista de Estudios y Experiencias en Educación

REXE

journal homepage: <http://revistas.ucsc.cl/index.php/rexe>

Estrategias Docentes para Enseñar Matemáticas: Trabajo Colaborativo entre Profesionales del Área de Matemáticas y Educación Diferencial

Francisca Contreras-Urra, Llangka Pailamilla-Rojas y Juan Luis Piñeiro
Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación, Santiago, Chile

Recibido: 09 de agosto 2023 - Revisado: 18 de octubre 2023 - Aceptado: 21 de diciembre 2023

RESUMEN

El presente trabajo pretende identificar y caracterizar las estrategias docentes aplicadas en aulas en que estudiantes en situación de discapacidad visual forman parte. Particularmente, se analiza el trabajo colaborativo entre especialistas de la educación diferencial y de la enseñanza de las matemáticas. Concretamente, los participantes de este estudio son dos duplas de co-docencia, cada una conformada por un docente de matemáticas y un educador diferencial. Mediante una metodología cualitativa y un enfoque fenomenológico se recogieron datos mediante la grabación. La transcripción de estas clases permitió la realización de un análisis de contenido deductivo e inductivo llevado a cabo secuencialmente. Los resultados indican la presencia, con mayor frecuencia, de estrategias que indican una falta de organización en la planificación, tanto para estrategias colaborativas como estrategias de enseñanza de las matemáticas. Esto afectaría a los estudiantes con discapacidad visual y al grupo curso. Se concluye que la caracterización de las estrategias utilizadas promueven bajos niveles de desempeño, tanto en estudiantes sin discapacidad como con ella.

Palabras Clave: Educación de ciegos; educación especial; coeducación; educación inclusiva; educación alternativa.

*Correspondencia: Juan Luis Piñeiro (J. L. Piñeiro).

 <https://orcid.org/0009-0006-2190-2793> (francisca.contreras2018@umce.cl).

 <https://orcid.org/0009-0008-7106-3187> (llangka.pailamilla2018@umce.cl).

 <https://orcid.org/0000-0002-9616-3925> (juanluis.pineiro@umce.cl).

Strategies for Teaching Mathematics: Collaborative Work between Mathematics Teachers and Special Education Teachers

ABSTRACT

The aim of this article is to identify and describe the teaching strategies used in classrooms with visually impaired students, specifically focusing on the collaborative work between Special Education and Mathematics teachers. The participants consist of two co-teaching pairs, each comprising a mathematics teacher and a special educator. Qualitative methodology and a phenomenological approach were used to collect data through videotaping. The resulting transcripts were analyzed using a deductive and inductive content analysis. The analysis revealed that the strategies used for collaborative learning and teaching mathematics lacked organization, which could negatively impact students with visual impairments and the whole class. It was concluded that the strategies used promote low performance levels in both able-bodied and disabled students.

Keywords: Education of the blind; special needs education; coeducation; inclusive education; alternative education.

1. Introducción

Sheppard y Wieman (2020) han señalado que la educación matemática y la educación diferencial presentan una conceptualización distinta sobre qué significa el proceso de aprendizaje de las matemáticas escolares. En educación matemática el proceso de enseñanza-aprendizaje ha sido entendido como un cuerpo coherente de conocimientos que incluye conceptos, procedimientos, razonamientos y comunicación, y que tienen como objetivo que estos se puedan utilizar en la resolución de problemas y justificar argumentos matemáticos. Por su parte, la educación diferencial, se ha focalizado en el uso eficaz de los procedimientos, acompañados de la comprensión de cuándo y cómo aplicarlos. Esto se ha traducido en que la preocupación principal de la educación especial fuese el acceso y la equidad, y específicamente cuando el contenido no es accesible para las y los estudiantes. Por tanto, las acciones se centran en la entrega de herramientas al estudiante para lidiar con dichas dificultades. No obstante, esto ha limitado la oportunidad de que soluciones y estrategias puedan surgir de los mismos estudiantes, desconectándolos a su vez del sentido de las matemáticas (Sheppard y Wieman, 2020). Este hecho es crítico, debido a la creencia generalizada de que solo unos pocos elegidos son capaces de comprender las matemáticas en profundidad (Tan et al., 2020).

En definitiva, tanto en educación matemática como en la educación diferencial han existido concepciones divergentes en cuanto al objetivo de la asignatura y cómo se lleva a cabo el proceso de enseñanza-aprendizaje. Por una parte, la literatura en educación matemática ha abogado por entender al estudiante como un ser capaz de pensar y al que no se le presentan recetas (Tan et al., 2020). No obstante, históricamente la educación diferencial ha tendido a una perspectiva que entiende las matemáticas como una transmisión de conocimientos (Lambert y Tan, 2020). Esto se ha traducido en una línea de enseñanza directa a los estudiantes que presentan una discapacidad. Esto ha provocado que el modelo de enseñanza que utiliza el docente de educación tenga tres etapas: introducción, modelaje y práctica guiada. En este modelo, se pide a los estudiantes que repitan un procedimiento y que reproduzcan las ideas de otras personas (Tan et al., 2020). Por ejemplo, este tipo de enseñanza se ha reflejado

en la guía que proponen [Gersten y colaboradores \(2009\)](#). Esta guía ha propuesto ocho sugerencias para identificar y trabajar con aquellos estudiantes que necesitan ayuda en la asignatura de matemáticas y proporciona información sobre cómo y cuáles son los obstáculos que se pueden presentar al momento de implementar dichas sugerencias. No obstante, entender a los estudiantes como sujetos de derechos implica que se respete la característica innata que nos hace personas: seres capaces de pensar ([Tan et al., 2020](#)).

Un colectivo que ha sufrido estas consecuencias son las personas ciegas. Las investigaciones que conjugan la educación matemática y las personas ciegas son pocas, dispersas y parceladas según los contenidos matemáticos ([Healy y Hassan, 2014](#)). Sin embargo, ha existido una focalización en cómo este colectivo aprende matemáticas, relegando el rol que tienen los profesores. Por ejemplo, uno de los pocos trabajos que ha analizado el rol de los profesores que enseñan a estudiantes ciegos es el realizado por [Figueiras et al. \(2016\)](#). En este, se ha señalado que los docentes, que trabajan en el área de las matemáticas con estudiantes ciegos, utilizan una serie de intervenciones pedagógicas como la reducción del número de ejercicios en las clases y evaluaciones, ofrecer atención individualizada, y/o promover la flexibilidad curricular ([Figueiras et al., 2016](#)). Sin embargo, ninguna se ha relacionado con hacer conexiones con una idea matemática y sus representaciones, o la representación de la idea por medio del sistema braille. Por tanto, el rol que deberían jugar los docentes en el aprendizaje de este colectivo es un territorio poco explorado. En este contexto, nos hemos planteado la siguiente pregunta de investigación: ¿qué características tienen las estrategias de enseñanza desplegadas en aulas chilenas de colegios regulares con Programas de Integración (PIE) en que los estudiantes en situación de discapacidad visual son parte?

2. Marco Referencial

En el siguiente apartado se discuten los constructos teóricos en que se basa el presente trabajo de investigación. Particularmente, se discuten dos grandes conceptos: la co-docencia y las prácticas efectivas de la enseñanza de las matemáticas.

2.1. Co-docencia

El Ministerio de Educación chileno ha descrito a la co-docencia como una metodología de enseñanza centrada en la creencia de que la realización laboral y el aprendizaje funcionan de mejor manera cuando se desarrollan diversas estrategias de forma cooperativa para dar respuestas a las demandas educativas ([Unidad de Educación Especial, 2013](#)). Co-enseñanza o Co-docencia se define como una enseñanza impartida por dos o más profesionales, hacia un grupo diverso y mixto de estudiantes en un único espacio físico ([Cook y Friend, 1995](#)). Para lograr trabajar con base en los beneficios que la unión de dos o más docentes proporcionan, se proponen distintos enfoques para abordar la co-enseñanza y que resumimos en la tabla 1. Entre estos, [Cook y Friends \(1995\)](#) señalan la existencia de cinco. A estas, [Graziano y Navarrete \(2012\)](#) agregan otro enfoque.

Tabla 1*Metodología de enseñanza: Co-docencia.*

Práctica	Descripción
Uno que enseña, otro que asiste	Ambos docentes están presentes al momento de ejecutar la clase, pero la repartición de tareas entre ellos tiene un grado de jerarquía. Se deja en evidencia ante las y los estudiantes quién es el profesor especialista en dicha área. No obstante, puede existir rotación en el papel de liderazgo.
Enseñanza de la estación	Los docentes fraccionan el contenido y lugares en el aula, formando los grupos (estaciones) que sean necesarios y son los docentes quienes transitan por ellas. Se promueve el andamiaje entre estudiantes. Los docentes planifican en conjunto y en estas mismas definen sus responsabilidades, las que pueden ser proporcionales o no al momento de dar la clase.
Enseñanza paralela	Los docentes planifican y entregan la instrucción en conjunto, pero cada uno lo hace a la mitad del grupo curso predefinido, este se divide de forma heterogénea. Este tipo de práctica se utiliza en actividades que requieren ensayo, práctica y proyectos que tengan necesidad de supervisión docente constante.
Enseñanza en equipo	Ambos docentes comparten la instrucción en su totalidad, a través de intercambio de roles y turnos, a través de dinámicas, profesionalismo, responsabilidad y comunicación, la meta es que logren una sincronización y organización durante la clase.
Enseñanza Alternativa	En este tipo de enseñanza, los grupos se dividen con distinta proporción a la enseñanza paralela o enseñanza de la estación. Por ejemplo, un docente concentra a un grupo de 3 a 8 estudiantes, mientras que el otro docente se queda con el grupo mayoritario. El pequeño grupo que se forma puede tener diversos objetivos, entre estos, apoyar con especificación a las NEE de estudiantes que presentan necesidades educativas transitorias o permanentes.
Uno enseña y el otro observa	Aquí los docentes toman algunas decisiones en conjunto, como, por ejemplo, cuál será la información que se entregará en la clase y los métodos de recolección de datos acerca del aprendizaje y necesidades de los estudiantes, las cuales analizan en conjunto una vez se da por finalizada la clase. Más durante la clase es un profesor, en este caso el docente de matemáticas quien imparte la lección en su totalidad, mientras que el docente diferencial queda relegado a la observación de la clase, sin intervenciones de peso.

2.2. Prácticas efectivas para la enseñanza de las matemáticas

El Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas de Estados Unidos (NCTM por sus siglas en inglés) es una de las organizaciones profesionales más grandes dedicada al mejoramiento de la educación matemática para las y los estudiantes. Desde hace más de 30 años que esta asociación promueve una enseñanza de las matemáticas que recientemente se ha descrito mediante ocho prácticas que se deberían realizar en aulas en que se enseña efectivamente las matemáticas escolares (NCTM, 2015). La tabla 1 muestra estas prácticas y sus descripciones.

Tabla 2*Práctica para la enseñanza eficaz de las matemáticas.*

Práctica	Descripción
Establecimiento de metas matemáticas enfocadas en el aprendizaje	Una enseñanza eficaz de las matemáticas establece metas matemáticas claras concernientes con las matemáticas que los estudiantes están aprendiendo, las inserta dentro de los desarrollos de aprendizaje y las utiliza como guía para las decisiones de enseñanza.
Implementación de tareas que promuevan el razonamiento y la resolución de problemas	La enseñanza eficaz de las matemáticas involucra a los estudiantes en tareas de resolución y análisis, las cuales promueven el razonamiento matemático y la resolución de problemas, además de que permiten que haya múltiples maneras de abordar los problemas y existan estrategias de resolución variadas.
Uso y vinculación de las representaciones matemáticas	Una enseñanza eficaz de las matemáticas obliga a los estudiantes a establecer conexiones entre diferentes representaciones matemáticas para profundizar el entendimiento de conceptos y procedimientos matemáticos, así como para concebir a ambos como herramientas para la resolución de problemas.
Favorecimiento del discurso matemático significativo	Una enseñanza eficaz de las matemáticas promueve el diálogo entre los estudiantes a fin de que puedan construir una comprensión compartida de las ideas matemáticas, a través del análisis y la comparación de sus enfoques y argumentos.
Planteamiento de preguntas deliberadas	Una enseñanza eficaz de las matemáticas utiliza preguntas deliberadas para evaluar y mejorar el razonamiento del estudiante y para que le dé sentido a ideas y relaciones matemáticas importantes.
Elaboración de la fluidez procedimental a partir de la comprensión conceptual	Una enseñanza eficaz de las matemáticas logra la fluidez en los procedimientos matemáticos basándose en la comprensión conceptual, de manera que los estudiantes, con el tiempo, se vuelvan hábiles en el empleo flexible de procedimientos, a medida que resuelven problemas contextuales y matemáticos.
Favorecer el esfuerzo productivo en el aprendizaje de las matemáticas	Una enseñanza eficaz de las matemáticas brinda consistentemente a los estudiantes, de manera individual y colectiva, las oportunidades y los apoyos necesarios para que se involucren en esfuerzos productivos a medida que aborden ideas y relaciones matemáticas.
Obtener y utilizar evidencias del pensamiento de los estudiantes	Una enseñanza eficaz de las matemáticas utiliza evidencia del pensamiento del estudiante para evaluar el progreso en la comprensión matemática y para adecuar continuamente la enseñanza en formas que apoye y extienda el aprendizaje.

Nota. NCTM (2015, p. 10).

3. Método

El objetivo de este trabajo ha sido analizar las estrategias de co-docencia (ver tabla 1) y las prácticas para la enseñanza de las matemáticas (ver tabla 2) utilizadas en clases de matemáticas de una escuela que cuenta con estudiantes ciegos o baja visión de un PIE. Para ello, hemos adoptado un carácter cualitativo, en el sentido de [Simon \(2019\)](#), en el que nos posicionamos con la idea de que hay una realidad por descubrir, admitiendo subjetividad, contando con un diseño abierto, flexible y construido durante el trabajo de campo o realización del estudio. En este sentido, este trabajo tuvo un carácter cualitativo y que no pretende, ni es de su competencia, la generalización de sus resultados ([Rodríguez et al., 1996](#)). Particularmente, entendemos esta perspectiva como “un proceso de trabajo con los datos que permite extraer de ellos más información de la que se obtendría con sólo leerlos, verlos o escucharlos atentamente varias veces” ([Simon, 2019, p. 112](#)). Esto debido a que se ha tenido como propósito principal explorar, describir y comprender la experiencia (en este caso el trabajo colaborativo) de los individuos sobre un fenómeno en específico (enseñanza de las matemáticas a estudiantes ciegos).

3.1. Participantes y técnica de recolección de datos

Esta investigación tuvo lugar en un liceo municipal del centro-sur de Santiago de Chile. El establecimiento es una escuela secundaria, científico humanista y contempla a estudiantes desde 7mo a 4to medio (incluye educación secundaria y bachillerato). Además, cuenta con PIE que permite atender las necesidades educativas especiales de los estudiantes en conjunto con profesores de asignatura. Del total de profesionales que pertenecen al PIE y al establecimiento, los participantes han sido dos duplas compuestas por profesores y profesoras de educación especial con profesores y profesoras de matemáticas, y que en sus aulas que participen estudiantes incorporados al PIE con ceguera o baja visión. La primera dupla la hemos etiquetado como dupla A y trabaja con un primero medio. Por su parte, la segunda la hemos llamado dupla B y trabaja con un segundo medio. En la tabla 3 se puede observar la caracterización de ambas duplas y los cursos en cuestión.

Tabla 3

Caracterización de docente y estudiantes PIE por dupla.

	Docentes	Estudiantes con Discapacidad Visual en PIE (Diagnóstico)
Dupla A 1°Medio 42 Estudiantes	Profesora Diferencial del área de la discapacidad visual (PDA) Profesora Matemáticas (PMA)	1.-Cataratas congénitas, Nistagmus y Ametropía alta. 2.-Amaurosis congénita de Leber en ambos ojos.
Dupla B 2°Medio 40 Estudiantes	Profesora Diferencial del área de la discapacidad cognitiva (PDB) Profesora Matemáticas (PMB)	1.- Albinismo severo. 2.-Aniridia congénita, Glaucoma Secundario y Estrabismo.

Esta investigación contempló como técnica de recolección de la información, la observación mediante grabaciones. Este método se utilizó en dos momentos: en la reunión de planificación entre los docentes y en la misma clase en donde se aplica dicha planificación. Como indica Ruíz (2011), la relevancia de las grabaciones es que aportan una observación directa sobre lo que ha pasado en el aula, y es revisable muchas veces. Esto permitió visualizar y describir las estrategias planificadas y utilizadas por ambos docentes. Concretamente, las grabaciones se realizaron en dos instancias; reuniones de trabajo colaborativo (en sala de PIE) y la realización de las clases (en sala de clases). Las grabaciones de las sesiones de trabajo colaborativo de la dupla A han tenido una duración de 1 hora y 2 minutos, mientras que la de la dupla B duró 47 minutos. Para la grabación de trabajo colaborativo se utilizaron un computador y un celular. En cuanto a la duración de las clases, el registro de la dupla A duró 1 hora 26 minutos y la dupla B, tuvo una duración de 1 hora 27 minutos. La grabación de dichas clases fue realizada por los docentes de cada dupla. Esto quiere decir que cada docente tenía un celular con audífonos que simulaban el uso de un micrófono, lo que permitía identificar qué decía cada profesor en diferentes momentos y espacios dentro del aula. Para todas las grabaciones se contó con consentimientos y asentimientos correspondientes (los nombres fueron cambiados para efectos de mostrar evidencias en los resultados).

3.2. Análisis de los datos

El análisis comenzó con la transcripción de los audios obtenidos siguiendo los códigos propuestos por Sánchez y Revuelta (2005). Estos autores plantean que “cuando los datos en una investigación se han registrado utilizando medios audiovisuales, su transcripción es un paso necesario para su interpretación” (Sánchez y Revuelta, 2005, p. 370). Por tanto, este primer paso es considerado como parte del análisis de los datos. Luego, se dividió la participación de cada profesor que componía la dupla, es decir, se separaron las intervenciones del docente de matemáticas y por otra parte a la educadora diferencial. Posteriormente, se identificaron unidades de análisis más pequeñas (episodios y sub-episodios) utilizando un criterio conversacional (Rodríguez et al., 1996). Este criterio permitió respetar las declaraciones o turnos de habla cuando intervienen diferentes sujetos en entrevistas o reuniones de grupos.

Posteriormente, se utilizó la técnica del análisis de contenido con los sub-episodios. Particularmente, se realizó un análisis de contenido secuencial en dos etapas: *concept-driven* y *data-driven* (Kuckartz, 2019). El primero, *concept-driven*, incluyó un análisis deductivo utilizando las categorías que se desprenden desde la literatura (tipos de co-docencia y prácticas efectivas para la enseñanza de las matemáticas). Luego, se realizó un análisis *data-driven*, de carácter inductivo que permitió identificar sub-categorías dentro de cada categoría. Este proceso fue evaluado mediante un acuerdo interjueces entre las dos primeras investigadoras y el tercer investigador, reportando un 80% de acuerdo, considerado adecuado (León y Montero, 1998). Asimismo, para ambos análisis hemos seguido la regla de enumeración de frecuencia (Bardín, 1996). Algunos de estos subepisodios que han pasado por este proceso secuencial de análisis y son representativos de cada subcategoría, se muestran en la sección de resultados.

4. Resultados

Los resultados son organizados en dos apartados que se corresponden con los dos elementos con que fueron analizados los datos: tipos de co-docencia y prácticas efectivas para la enseñanza de las matemáticas y que fueron descritas en el marco referencial. Por tanto, utilizamos las mismas etiquetas para nombrarlas.

4.1. Co-docencia

En esta categoría se agruparon los extractos que hacían referencia a las formas en que las duplas organizaban su trabajo mientras planificaban y durante el periodo de clases. Los resultados revelaron que para la dupla A emergen 3 subcategorías: a) uno enseña, otro asiste; b) enseñanza en equipo; y c) enseñanza en estación. Por su parte, en la dupla B fue posible identificar cuatro subcategorías: a) uno enseña, otro asiste; b) uno enseña, otro observa; c) enseñanza en equipo; y d) enseñanza alternativa. En ambos casos, el profesor de matemática era quién llevaba el rol preponderante en todas las variaciones de estilos de co-docencia. La tabla 4 permite observar una tendencia en la dupla A por el tipo de co-docencia enseñanza de la estación; y de la dupla B por uno enseña, otro asiste.

Tabla 4*Frecuencias de los tipos de co-docencia*

Tipo de co docencia	Dupla A	Dupla B
Uno enseña, otro asiste	21	66
Uno enseña, otro observa	0	28
Enseñanza en equipo	11	12
Enseñanza paralela	6	0
Enseñanza en estación	117	0
Enseñanza alternativa	0	26

A continuación, se presenta una descripción y un extracto de la transcripción donde se ejemplifica y evidencia cada tipo de co-docencia mencionado.

4.1.1. Uno que enseña, otro que asiste

En esta primera subcategoría se han agrupado todos los sub-episodios que hacían referencia a la estrategia utilizada entre profesores en la que un docente es líder en la clase, mientras que el/la otra docente en el aula acompaña, ayuda y/o coopera en el desarrollo de esta. Por ejemplo, en un episodio se observó a un estudiante realizar una pregunta a la educadora diferencial sobre fracciones, pero fue él profesor de matemáticas quien estuvo encargado de explicar el contenido. Concretamente, en el extracto siguiente la educadora diferencial desempeñó un rol de asistente para responder las dudas que tenía un estudiante, debe consultar al docente a cargo de la asignatura de matemáticas.

PDA: ¿Tienen dudas? (Murmullos).

Est1: Profe, una pregunta.

PDA: Dime.

Est1: ¿Cuál es la propia y cuál es la impropia?

PDA: Mmm creo que acá no sale cierto.

Est1: No sale.

PDA: Creo que las propias son las que tienen el número mayor arriba, pero no estoy 100% segura, deja voy a consultar.

PDA: Fracción propia y fracción impropia.

PMA: Ajam!

PDA: La fracción propia es la que tiene el numerador más grande, ¿al revés?.. ah ya, numerador más pequeño.

PMA: Ajam!

PDA: Ya.

4.1.2. Uno enseña y el otro observa

En esta segunda subcategoría se agruparon los sub-episodios que hicieron referencia a situaciones en las que uno de los docente lideraba y el otro se marginaba a la observación de los hechos. Los datos señalan que existieron diferentes motivos, entre los que se encontró: a) uno de los docentes observa el trabajo realizado por las y los estudiantes para obtener información del pensamiento de los estudiantes; b) no fue planificada la intervención del otro/a docente; c) no trabajaron en conjunto al entregar alguna instrucción; o d) se dio espacio a que sea el/la profesora que es experto en el tema entregue su retroalimentación de forma indivi-

dual. Cabe destacar que la dupla A no contó con episodios que presenten esta estrategia. En la dupla B, como vemos en el siguiente extracto, la educadora diferencial comenzó dando indicaciones al curso y apoyando casos puntuales, mientras que la educadora de matemáticas, en silencio, caminaba por la sala.

PDB: (Indicaciones al curso).

Ya, tomamos asiento, prestamos atención aquí adelante. Estudiante PIE; vamos a hacer una actividad ¿consideras que ves bien de acá o prefieres cambiarte de puesto solo por la actividad y luego vuelves?

Est1: A ver ¿en qué consiste la actividad? tipo ¿se va a notar en la pizarra?

PDB: No, vamos a ver unos videos que tenemos que ver unas secuencias ¿logras ver las manos que están?

Est1: Creo que me las puedo arreglar con eso.

PDB: Ah ya perfecto, con tus lentes los puedes, okay, si tienes cualquier dificultad te puedes posicionar un poco más adelante ¿ya?

Est1: Sí, de hecho creo que no va a haber problema.

PDB: Ya.

Est1: Creo que veo bien, con los lentes claro.

PDB: Perfecto, no hay ninguna dificultad.

4.1.3. Enseñanza de la estación

En esta tercera subcategoría se agruparon todos los sub-episodios que hicieron referencia a los momentos en que se realizaba un apoyo personalizado por parte de los profesores mientras se recorría la sala, según la solicitud de las y los mismos estudiantes y/o ante la detección de inconsistencias en el trabajo encomendado. Cabe destacar que solo en las interacciones de la dupla A se presentó esta estrategia. Por ejemplo, en un sub-episodio la sala de clases estaba organizada en parejas con el objetivo de trabajar de forma colaborativa en una guía. En esta acción la y él docente se movían por las parejas, respondiendo dudas, entregando herramientas, guiando el proceso de resolución de una guía, entre otras acciones. Por ejemplo, en el extracto siguiente se observó a la educadora diferencial acercándose a un grupo de estudiantes y preguntando si tienen dudas.

PDA: ¿Ya tienen dudas?

Est1: Sí.

PDA: Cuéntenme.

Est1: Las dos primeras.

PDA: Pero Estudiante 1 y Estudiante 2, acá hay una expresión cierto y tú tienes que ver esa a cual es equivalente, es decir, a cuál de ellas es igual ¿Cómo se resuelven restas de fracciones?

Est1: Denominador común y luego se restan.

PDA: Ya ¿y cuál de esas sería? la diferencia es que acá en vez de números tenemos letras.

Est1: Ah!

PDA: Ah, y usen la hojita... fíjense bien en lo que les preguntan.

4.1.4. Enseñanza alternativa

En esta cuarta subcategoría se agrupan todos los sub-episodios que hacían referencia a situaciones en donde una de las docentes apoyaba a un grupo específico. Particularmente, estos extractos se referían al grupo de estudiantes que participan del PIE. Si bien este grupo no tenía un agrupamiento especial dentro de la sala de clase, la educadora diferencial les acompañaba de manera diferenciada y personalizada. Cabe destacar que esta subcategoría solo estuvo presente en la dupla B. Por ejemplo, en el extracto siguiente se observó que la educadora diferencial se encarga de entregar apoyo a un grupo minoritario dentro de la sala de clases. Concretamente, se acercó y les entregó herramientas tiflotecnológicas y se aseguró que comprendían las indicaciones a través de preguntas. Por su parte, la docente de matemáticas se comunicó a todo el grupo en general, entregando indicaciones y haciendo preguntas a todo el grupo sin dirigirse a un o unos/as estudiantes en especial, respondiendo dudas particulares en voz alta proyectando las respuestas a todo el grupo.

PDB: Estudiante PIE ¿pudiste ingresar al classroom?

Est: Eh no, todavía no lo hago.

PDB: Ya.

Est: Tengo el archivo.

PDB: Tienes el archivo, ya para que podamos ejercitar en la casa igual, recuerda que todas las actividades son evaluadas en la revisión de cuadernos. El último archivo que publicó la profesora PMB, no, la profesora X, subió las preguntas en las cuales se van a basar la prueba, ¿ya?, para que puedas estudiar en tu casa para mañana.

Est: Por no decir que van a seleccionar.

PDB: Exacto ...por si tienes dudas, vamos a trabajar en NR también la prueba y luego el bloque que sigue de NR.

Est: En el último se va...

PDB: Claro en el último bloque es la prueba.

Est: Último bloque del día o después de NR.

PDB: Después de NR es matemática, porque el horario...

Est: Entonces antes y después y del recreo.

PDB: Después del recreo, exacto... por si tienes dudas que mañana las podamos resolver ¿ok?, en función a los ejercicios igual vamos a trabajar por ejemplo, me parece que en ese ejercicio y en este ejercicio que ahí hay que aplicar Pitágoras y cualquier duda nos consultas ¿ya?

Est: Entiendo.

4.1.5. Enseñanza paralela

Esta subcategoría agrupa los sub-episodios en que el educador de matemáticas entregó instrucciones al grupo curso en general, mientras que la educadora diferencial apoyó de manera personalizada a grupos seleccionados de estudiantes, a los que se acercó y respondió preguntas del trabajo solicitado. Esta solo se encontró presente en la dupla A y en muy pocas ocasiones. En dicha dupla, fue gracias a la educadora diferencial que se pudo inferir este tipo de co-docencia, pues es ella quien mayoritariamente realizó la acción, en contraposición al educadora de matemáticas. En esta línea, los grupos a los que acude son en su mayor parte, estudiantes que pertenecían al programa PIE.

<i>PDA</i>	¿Tiene la hojita? María, Pedro?, ya la puede usar	<i>PMA</i>	Curso pregunta, el numerador que parte de la fracción es?
<i>EST 1</i>	(inaudible)	<i>CURSO</i>	La de arriba.
<i>PDA</i>	Alberto, Javier si tienen dudas me preguntan.	<i>PMA</i>	La parte de arriba, cierto, por lo tanto el denominador sería.
<i>EST 2</i>	Ya.	<i>CURSO</i>	La de abajo.

4.1.6. Enseñanza en equipo

En esta subcategoría se agrupan todos los sub-episodios que hacían referencia a situaciones en las que ambos docentes realizaron una actividad en conjunto y de manera simultánea. Por ejemplo, se encontraron acciones como: explicación, reforzamiento, apoyo, acompañamiento, entre otras. Concretamente, se observó que en el desarrollo de la clase una estudiante llegó con retraso. En ese contexto, la profesora diferencial y el profesor de matemáticas se comunicaron para tomar decisiones en beneficio a la armonización de la planificación previamente elaborada. Concretamente, ambas docentes dialogaron de manera espontánea para tomar una decisión sobre la estudiante que ha llegado tarde y que debía realizar una guía en parejas con evaluación sumativa. Luego de la interacción entre ambas docentes, se concretó el acuerdo de que la estudiante entrara a la clase y reforzara el contenido para ser evaluada en la siguiente clase.

- PMA:* Deme un segundito que voy a ver qué hacemos con usted.
- PMA:* (Le habla a *PDA*) Profe, acaba de llegar...
- PDA:* Pero no va a alcanzar a terminar, son las 11:15 hrs.
- PMA:* Yo igual creo que...o sea puede entrar pero.. no se me ocurre que hacer con ella.
- PDA:* Eh no, es que no la podemos integrar a un grupo porque están en prueba.
- PMA:* ¿Al de Estudiante 1 y Estudiante 2?
- PDA:* Es que nos quedan 35 min.
- PMA:* 35 min.
- PDA:* Y ya llevamos una hora trabajando, lo otro sería empezar, se me ocurre que empiece a trabajar sola en la guía lo que alcance, pero igual hay que tomársela en cuenta la del resto.
- PMA:* Yo la haría ingresar pero que no trabaje porque claro no sé si será justo.
- PDA:* Pero igual darle alguna actividad.
- PMA:* O sea, le podríamos entregar la guía como para que la vea, para que la trabaje.
- PDA:* Sí, por eso que empiece a trabajar algunos ejercicios.
- PMA:* Ya.

4.2. Prácticas efectivas para la enseñanza de las matemáticas

El análisis de los datos reportó la presencia de todas las prácticas efectivas para la enseñanza de las matemáticas en las acciones de las duplas con diferencias entre duplas y momentos del trabajo colaborativo. Particularmente, la tabla 5 evidencia un contraste acerca de las prácticas presentes en la reunión de trabajo colaborativo y en la clase. Tanto en la dupla A como en la dupla B, se observó para las reuniones de trabajo un énfasis en las estrategias de establecimiento de metas matemáticas enfocadas en el aprendizaje y la implementación de tareas que promuevan el razonamiento y la resolución de problemas. Esto sería un indicativo de que dichas estrategias no lograron perdurar durante la implementación de la planificación,

reflejando una inconsistencia entre planificación y ejecución. Por su parte, en las clases emergieron las estrategias de planteamiento de preguntas deliberadas, elaboración de la fluidez procedimental a partir de la comprensión conceptual y apoyo al esfuerzo productivo en el aprendizaje de las matemáticas. Esto podría ser un indicativo que no existe una coordinación previa de las prácticas mencionadas pues se presentaron de manera espontánea. Asimismo, tampoco hemos identificado acciones específicas para las y los estudiantes ciegos pertenecientes a los cursos.

Tabla 5

Frecuencias prácticas efectivas para la enseñanza de las matemáticas

	Dupla A		Dupla B	
	R*	C*	R	C
Establecimiento de metas matemáticas enfocadas en el aprendizaje	9	1	9	6
Implementación de tareas que promuevan el razonamiento y la resolución de problemas	7	1	9	3
Uso y vinculación de las representaciones matemáticas	1	4	1	0
Favorecimiento del discurso matemático significativo	3	29	0	1
Obtener y utilizar evidencias del pensamiento de los estudiantes	6	4	10	7
Planteamiento de preguntas deliberadas	0	25	0	34
Elaboración de la fluidez procedimental a partir de la comprensión conceptual	0	1	0	7
Apoyo al esfuerzo productivo en el aprendizaje de las matemáticas	0	41	0	15

Nota. R*=reunión trabajo colaborativo; C*=clase.

En lo que sigue se describen de manera pormenorizada las cinco prácticas que emergieron de los datos y las subcategorías que en cuatro de ellas fueron identificadas.

4.2.1. Establecimiento de metas enfocadas en el aprendizaje

En la presente subcategoría se agruparon los sub-episodios que aludían a los objetivos que se proponen para las clases. Asimismo, hemos identificado una serie de patrones que permitieron una comprensión respecto del trabajo realizado con los objetivos por las duplas. Específicamente se han evidenciado tres patrones que hemos etiquetado como: a) mencionar el objetivo y su uso durante la clase; b) cerciorarse de que el estudiante registre el objetivo; y c) explicitación del objetivo para la evaluación.

El patrón correspondiente a *mencionar el objetivo y su uso durante la clase* agrupó los extractos en que la profesora de educación diferencial recuerda el objetivo dicho con anterioridad por la profesora de matemáticas. Particularmente, como se muestra en el extracto siguiente, la docente señaló que es un contenido ya trabajado y que la clase circulará en torno a las dudas que se presenten para la evaluación que tenían programada al siguiente día.

PDB: Entonces como ya les había anticipado la profesora PMB, vamos a trabajar con un nuevo objetivo, repasando un poquito se trata de aproximar números irracionales, vamos a resolver dudas para que puedan realizar su prueba el día de mañana.

PMB: Ya vamos a anotar el objetivo y vamos a responder a dos preguntas tipo prueba cierto ¿todos tienen las preguntas de la prueba? cierto que las enviamos a través del grupo con Estudiante 1 ya, ¿todos las tienen?, están en classroom, vuelva a su puesto porque nos los puedo atender de a tres ya.

El patrón que hemos etiquetado como *cerciorarse de que el estudiante tenga el objetivo*, agrupó a los extractos en los que la profesora de educación diferencial se asegura y pide evidencias de que los estudiantes que se encuentran en el programa PIE hayan registrado el objetivo. En el extracto se puede observar que la profesora diferencial se acercó a un estudiante con baja visión que usaba de una tablet para acceder al contenido en macrotipo y le pregunta si tenía el objetivo y el estudiante afirma. Sin embargo, la profesora lo vuelve a compartir a través del apoyo tiflotecnológico utilizado por el estudiante, en este caso una tablet con lupa.

PDB: Yo tengo la...

Est: Ah, ya.

PDB: ¿La tiene?

Est: Sí.

PDB: Sí, ya ¿el objetivo lo tenía cierto?

Est: Sí.

PDB: Ahí está la foto.

Est: Gracias profe!

PDB: De nada!

El último patrón que hemos etiquetado como *explicitar el objetivo para la evaluación* agrupó los extractos en que el docente de matemáticas explica específicamente sobre lo que se va a evaluar en la prueba. Por ejemplo, en el siguiente extracto, los estudiantes se encontraban realizando una guía con nota que se debe resolver en parejas. En esa instancia, la profesora de matemáticas entregó las instrucciones y posteriormente explicitó las habilidades y contenidos que se van a evaluar.

PMA: Gente, voy a explicar cómo va a ser esta evaluación. La profesora PDA va a entregar los macrotipos correspondientes, yo voy a ir entregando la guía, voy a entregar una guía por persona, ¿ya?, pero usted me va a entregar solo un instrumento.

Le hago entrega de dos guías para que pueda utilizar una de borrador y la segunda que sea para la evaluación. Otra cosa importante, por favor, presten mucha atención chicos y chicas.

La guía en sí tiene treinta y cinco preguntas respecto a los números racionales, por favor, pero, basta, estoy hablando Estudiante 1 y compañía. Bueno quien sea que esté hablando, silencio. La guía tiene 35 preguntas que evalúa las habilidades de comprender, aplicar y analizar en relación a los números racionales, pero para que usted obtenga el siete debe tener al menos veinticinco buenas, es decir, tiene diez preguntas para equivocarse y aun así tiene el siete.

Gente, desde ahora ya, comienza la evaluación.

4.2.2. Implementación de tareas que promuevan el razonamiento y la resolución de problemas

En esta subcategoría hemos encontrado dos patrones: conexión explícita entre conocimientos previos y nuevos aprendizajes e implementación de tareas con baja exigencia cognitiva. Ambos patrones presentaron poca presencia. En el primer patrón, la docente promovía la *conexión entre conocimientos previos en situaciones cotidianas y los nuevos aprendizajes*. Como se puede ver en el extracto, la profesora proporcionó como ejemplo el redondeo que se realiza al comprar un producto, con el fin de que los y las estudiantes logran crear una conexión con esas acciones que ellos pueden realizar y vivenciar.

- PMB:* ¿Para qué nos sirven las aproximaciones Estudiante1?
- PDB:* ¿Es para resolver operaciones con números más, cierto, más precisos, más pequeños, ya? Profesora de igual manera, chicos hoy en día si ustedes van a comprar o sus papas ¡Estudiante 1! En Chile tenemos la ley de redondeo la ley de redondeo de aproximación es, si vamos a comprar jamón y nos sale menos 1994 ¿cuánto pagamos?
- Est1:* 1990.
- PDB:* 1990, muy bien, y si nos sale 1997 ¿Cuánto pagamos?
- Est2:* 2000.
- PDB:* 2000, muy bien Estudiante 2.
- PMB:* y si pagan 19.. ¿cuánto?
- PDB:* 1997.
- PMB:* ¿Y ahí pagan cuánto? por la ley, 2.000 ¿ya?
- Est:* (Inaudible).
- PMB:* No, no es lo mismo, pero ya saben que están aproximando, ya lo sabían.

En el segundo patrón, el o la docente propuso al curso una tarea matemática relacionada con los objetivos. *Esta tarea se caracterizó por tener una baja exigencia cognitiva*, esto quiere decir que las actividades promovían el uso de la memoria a través de las habilidades de recordar, nombrar, localizar, entre otras. Por ejemplo, en el siguiente extracto la docente presentó una tarea que para resolverla solo se requería recordar la forma de aproximar una cantidad. Para esto, la profesora empleó una seguidilla de preguntas que permitían que los estudiantes pudiesen recordar la forma de resolver el ejercicio.

- PMB:* Ya vamos a anotar un ejemplo, para ir resolviendo, con algunos ejemplos, ejemplo con números irracionales y anotamos, aquí voy a anotar el número pi , 3,1415, y lo voy a anotar solamente hasta ahí con esa cifra decimales , lo que nosotros vamos a trabajar las aproximaciones aquí en las cifras decimales ¿ya? Y lo primero que vamos a recordar, la cifra más usadas son la milésima, la centésima y décima ¿ya? y esta es la milésima, milésima, ¿Cómo se llama esta? ¿Cómo se llama esa cifra?
- Est1:* La milésima.
- PMB:* La milésima , centésima y décima , ya entonces anotamos centésima, y esta se llamaría entonces.
- Est1:* Décima.
- PMB:* Décima, entonces esas son las cifras más utilizadas, con esas vamos a trabajar, vamos a trabajar ahora, ya, para que las anoten.

4.2.3. Uso y vinculación de las representaciones matemáticas

En esta subcategoría no se encontraron patrones específicos, y solo fueron identificados en la dupla A. Además, se observó una tendencia a utilizar esta estrategia por el docente de matemáticas. Particularmente, esta categoría se presentó cuando el profesor promovía la relación entre las diferentes representaciones matemáticas de un concepto al resolver las tareas propuestas. Un ejemplo de esto, puede verse en el extracto, cuando la docente de matemáticas se acercó a un estudiante que presentaba dificultades con la comprensión del ejercicio. En esa instancia fue el mismo docente quien entregó un camino para resolver, fomentando el tránsito entre las representaciones que acepta la tarea.

- PMA:* Ya, pero resuelva, tiene que responder la pregunta. (Inicia lectura) si tengo nueve ovejas blancas, y también tengo nueve ovejas negras. ¿cuántas ovejas tengo en total?
- Est:* ¿Ovejas?
- PMA:* Sí, ¿cuántas ovejas tengo en total?
- Est:* Eh, tres...(inaudible).
- PMA:* No, recuerde que tiene que hacer otro tipo de operación. Cuando me preguntan por el total, ¿qué operación debo hacer?
- Est:* Ovejas negras.
- PMA:* Debo agregar, debo juntar, por lo tanto, nuestras nuevas ovejas blancas y las nuevas ovejas negras, ¿qué voy a hacer con estas dos cantidades?
- Est:* (inaudible).
- PMA:* Ya, perfecto, dale, voy a ver cómo lo resuelves.
- Est:* Ya.
- PMA:* ¿Cómo sería?, si gustas puedes hacer una línea por cada una de las ovejas que hay y luego contarlas. vamos, a ver cómo te va con esa estrategia.

4.2.4. Favorecimiento del discurso matemático

En esta subcategoría se han agrupado los sub-episodios en que las docentes fomentaron la comunicación de ideas matemáticas en las clases. Esta fue una práctica que ha predominado fuertemente en la Dupla A y particularmente en la educadora diferencial y en la que hemos identificado tres patrones: a) realización de preguntas con respuesta breve; b) establecer duplas de trabajo; y c) recordar que el trabajo es en parejas.

Un primer patrón que hemos identificado tiene relación con acciones para promover un diálogo inicial, y la hemos etiquetado como *realización de preguntas con respuesta breve*. En el siguiente extracto, la docente de matemáticas recibe una duda de un estudiante. Este respondió proyectando la pregunta a todo el curso: ¿qué significa que una fracción sea irreductible? y en un coro de voces las y los estudiantes entregaron la respuesta. Esto impulsa una intervención colectiva al recordar un dato de ayuda para resolver la guía.

- Est1:* ¿Qué significa una fracción irreductible?
- PMA:* Preguntémosle al curso. (indicaciones al curso).
Curso, a ver, ¿Qué significa que una fracción sea irreductible?
- Curso:* Que no se puede reducir.
- PMA:* Que no se puede reducir, es decir, que no se puede seguir simplificando. ¿sí?, ¿alguna otra duda?
- Est1:* No.

Un segundo patrón lo hemos etiquetado como *establecer parejas de trabajo* y agrupa las acciones en que las docentes propiciaron el trabajo colaborativo. En el siguiente extracto, en la dupla A y al comienzo de la clase, ambas docentes se encontraban formando las parejas y reunieron a un par de estudiantes para resolver la evaluación sumativa. Esta estrategia estuvo contemplada desde la reunión de trabajo colaborativo.

- PMA:* Vamos Estudiante 1 y Estudiante 2.
- Est1:* ¿Estudiante 1 y Estudiante 2?
- PDA:* y Estudiante 3.
- PMA:* ¿Estudiante 3 también es 5?
- PDA:* Sí, eran tres ¿Estudiante 3!, chicos vengan los tres al otro lado, aquí, en el caso de ustedes como son 45 son los únicos que quedan como 3, ustedes 3.
- Est2:* ¿Nosotros?
- PDA:* Ustedes tres, sí, los tres hacen la prueba.
- Est3:* Aaah...
- PDA:* Pero va hacer más exigente, ya los tres siéntense ahí.

Finalmente, el tercer patrón lo hemos etiquetado como *recordar que el trabajo es en parejas*, y en él se agruparon los momentos en que las docentes se cercioraron que efectivamente las parejas trabajaran en equipo ante las tareas asignadas en la guía de trabajo. En el siguiente extracto, fue posible observar como la profesora diferencial, ante la duda que surge de un estudiante del grupo, se acercó indicando que trabajen en equipo con sus compañeros de grupo mediante preguntas.

- PDA:* Chicos, la idea es que trabajen en equipo con su compañera o compañero... dígame.
- Est1:* ¿Hay que poner los dos nombres aquí?
- PDA:* Sí en la que van a entregar los dos, entregan sólo una.
- PMA:* Sí, solamente entregan un instrumento, el otro es borrador.

4.2.5. Planteamiento de preguntas deliberadas

En esta subcategoría se agruparon los sub-episodios que aludían a los momentos en que algunas de las profesoras realizaban preguntas a sus estudiantes. En estos extractos hemos identificado tres patrones que se relacionan con el nivel cognitivo que exige la respuesta de la pregunta: a) recopilar información; b) explorar el razonamiento; y c) alentar la reflexión y la justificación. No obstante, existió uso constante de aquellas preguntas que promueven aprendizajes memorísticos.

El patrón relativo a *preguntas para recopilar información* agrupa los extractos en que las profesoras utilizaban preguntas que promueven habilidades memorísticas mediante recordar hechos o procedimientos previamente aprendidos. En el siguiente extracto, se observaron varias preguntas en la clase, realizadas por la docente de matemáticas mientras escribía los ejercicios en la pizarra. Por ejemplo, la primera pretende que los y las estudiantes recuerden el valor posicional de la milésima. Luego se realizan preguntas para recordar el procedimiento relacionado. Ambos ejemplos promovían la memorización, no dejando espacio para la reflexión.

- PMB:* Ya, vamos a aproximar a la milésima, y cuando hablamos de la milésima, ¿cuántas cifras decimales?
- Est:* Tres.
- PMB:* Tres, ¿cierto? entonces aquí ¿cierto? vamos a aproximar. Son tres cifras a la milésima, vamos a aproximar por defecto y por exceso. Y por defecto el número queda tal como aparece, ¿Cuánto sería? ¿Cuánto sería el número por defecto?
- Est:* Tres coma ciento cuarenta y uno (3,141).

Por su parte, el patrón relativo a las *preguntas que exploran el razonamiento* agrupó los extractos en que las acciones de las profesoras buscaban que las y los estudiantes demostraran lo comprendido a través de la ejemplificación, comparación, parafraseo, entre otras. El siguiente extracto muestra un episodio en donde la docente vuelve a un grupo que ya había apoyado, preguntando primero por la respuesta y ante la incertidumbre del estudiante pregunta: ¿cómo lo hizo? incitando a que el estudiante explicara el procedimiento que ha ocupado para resolver el ejercicio.

- PMB:* ¿Cuánto le quedó al final?
Est1: Es que es que no se si yo lo estoy haciendo mal o algo por que queda 3 ¿3 raíz de 2?
PMB: Ya pero ¿cómo lo hizo a ver?
Est1: Este (inaudible) el 4 al cuadrado ¿no?
PMB: ¿Por qué 4? si el el triángulo está aquí, queda 3
Est1: Porque el punto está aquí.

Finalmente, el tercer patrón relativo a las *preguntas que alientan la reflexión y la justificación* agrupó los sub-episodios en que las docentes hacen preguntas para que las y los estudiantes pudiesen realizar inferencias, u acciones similares. Por ejemplo, en el siguiente extracto existió un momento en que la docente diferencial preguntó a un estudiante: ¿cómo hago que la X ya no esté elevada a dos? Para responder, el estudiante debió poner a prueba, examinar, priorizar, para entregar los argumentos que legitiman el trabajo realizado.

- PDB:* (Inaudible) ¿cómo hago que la X ya no esté elevada a dos?
Est: (Inaudible).
PDB: Exacto...entonces lo transformó en raíz y me quedaría raíz de cincuenta y ocho, igual a X. ¿si? cincuenta y ocho no se puede descomponer, por ende o resuelvo la raíz o lo dejo así.
Est: Teniendo en cuenta que estamos aproximando va a ver que resolver la raíz.
PDB: Exacto, entonces, por ejemplo, raíz de cincuenta y ocho sería siete coma setenta y uno, eso es el A. ¿si?. Ahí te envié la foto del ejercicio, este es el ejercicio cuatro de la página diecisiete del texto.

4.2.6. Elaboración de la fluidez procedimental a partir de la comprensión conceptual

Esta subcategoría agrupó los sub-episodios en los que las acciones docentes apuntaban solo a un desarrollo de las habilidades para calcular utilizando diferentes procedimientos, y en la que hemos identificados dos patrones: elección del método para resolver y fundamentación de la eficiencia del método. Esta subcategoría tuvo mayor presencia en la dupla B y específicamente en la profesora de matemáticas.

El primer patrón agrupó los extractos en donde las y los mismos estudiantes son protagonistas de su proceso de resolución de problemas. Concretamente, nos referimos a que *se alentó a que el o la estudiante tomara decisiones respecto a que procedimiento utilizar*. En el siguiente extracto, se observó una conversación entre el profesor de matemáticas de la dupla A y un estudiante con NEE. Dicho estudiante realizó una evaluación distinta a la de sus compañeros y compañeras. En dicha evaluación el estudiante propuso una estrategia: realizar la suma con la representación pictórica de los números simbólicos que aparecen en el problema.

- PMA:* Cuénteme Estudiante PIE, ¿qué pasó?
- Est:* (Inaudible).
- PMA:* Dice el enunciado: responda las siguientes preguntas, la primera, acompáñame tu con la lectura, comienza a leer.
- Est:* Realiza lectura (incomprensible).
- PMA:* ¿Cuántas ovejas tiene en total? por lo tanto, ¿que tendría que hacer?
- Est:* ¿Dibujarlo?
- PMA:* Puede ser una estrategia dibujar. La idea es que logres contabilizar cuántas ovejas tiene en total, da lo mismo su color ¿ya? vamos, haz tu primer intento.

Por su parte, el segundo patrón fue inferido de los extractos en que *las decisiones sobre los procedimientos fueron tomadas por la docente*. En el siguiente extracto, se observó que la docente de matemáticas de la dupla B propuso a las y los estudiantes utilizar un método específico que es ejemplificado. De esta forma, la profesora limitó la posibilidad de los estudiantes de enfrentarse a un proceso de resolución de problemas y transformó la actividad en una aplicación.

- Est:* ¡Profe! hay dos que no entiendo.
- PMB:* Pero están en la prueba así las vamos hacer, como cual, a ver.
- Est:* Esta y esta.
- PMB:* Ya esas hacemos ya, bueno no es que tengo que hacerla aquí, voy a hacer esa.
- Est:* Profe, (inaudible).
- PMB:* Sí, ahh no.
- Est:* Profe, la Estudiante 1 dijo (inaudible).
- PMB:* Sí, pero hay otros métodos, yo les voy a enseñar otro método para hacerla ¿ya?
Lo que pasa es que no siempre en las pruebas están donde no tenemos compás y también algunos utilizan un hilo, hay distintos métodos, yo les voy a enseñar con el teorema de Pitágoras ¿ya?

4.2.7. Favorecer el apoyo al esfuerzo productivo en el aprendizaje de las matemáticas

En esta subcategoría se agruparon los extractos en que la profesora alentaba mediante sus acciones a que el o la estudiante enfrentara el conflicto cognitivo que supone una tarea realmente problemática. En dicha subcategoría hemos identificado dos patrones: adueñarse del pensamiento del estudiante y no dar la respuesta a la tarea. De estas, la estrategia con mayor presencia en las clases, se corresponde con entregar la forma en que se resolvían tareas. Esto provocó que los estudiantes no tuviesen oportunidad de razonar y solo se les dejara la oportunidad de aplicar procedimientos. Este patrón, relativo a *adueñarse del pensamiento del estudiante* mostrando la forma en que se resolvía la tarea, agrupó los extractos en los que ocurría lo que se considera contrario a entregar apoyo a las y los estudiantes. El siguiente es un ejemplo de estos extractos, donde la docente entregaba sin preámbulo el camino a seguir para resolver la tarea o entregaban la respuesta de ella.

- PMB:* Ahora, si yo, cierto, resto este número irracional lo resto con esto, va a generarse un valor pequeñísimo que se le llama error porque hay una diferencia ¿ya? lo mismo acá ¿Qué número es mayor? ¿Este o ese?
- Est1:* ¿Cuál?
- PMB:* ¿Cuál de los dos números es mayor?
- Est2:* Ese.
- PMB:* Ese, ese es el número, pero y en este caso cuál de los dos números es mayor.
- Est3:* Ese.
- PMB:* Este, muy bien, ya eso tienen que tenerlo claro.
- Est4:* Profe (inaudible).
- PMB:* Por efecto a nosotros nos están preguntando a la milésima entonces ¿a la milésima cuantas cifras dijimos? uno, dos, tres. Ahí lo tenemos que cortar ¿cierto? porque ya vimos el orden que dan las cifras decimales, esta son las más usadas y son las que vamos a trabajar en segundo medio, son las que se utilizan, ahora, lo primero que hago es hacer el corte y luego hago la aproximación por defecto la escribo tal como aparece cortada, cierto, ahí, pero por exceso a la cifra que me indica le tengo que sumar un uno, y ahí por eso me quedó uno más el uno me da esa cifra dos ¿ya? porque la definición de por exceso me dice que por esa cifra que me están señalando le tengo que sumar un uno, en cambio está la anota tal como aparece. Y lo otro que hago es comparar esta cifra con la mayor que está. Si es mayor porque ahí está el número completo, pero esta cifra como le sumamos un uno ahí, es mayor que está ¿ya? pero nos damos cuenta de que va a haber una diferencia mínima si restamos, pero pequeñísima, hay un error que se le llama, y esta es la aproximación por defecto y exceso, nada más. Son las menos usadas.

El segundo patrón que tiene relación con los episodios en donde *se guiaba al estudiante sin dar la respuesta* agrupó los sub-episodios en los que la profesora daba oportunidad de que existiera un esfuerzo productivo. A continuación, se muestra un extracto en que la docente no permitió que el estudiante explorara y pensara en las diferentes formas de resolver el problema. Por el contrario, entregó los pasos a seguir para desarrollar la tarea e incluso respondiendo a sus mismas preguntas.

- PMB:* Ahora, si yo, cierto, resto este número irracional lo resto con esto, va a generarse un valor pequeñísimo que se le llama error porque hay una diferencia ¿ya? lo mismo acá ¿Qué número es mayor? ¿Este o ese?
- Est1:* ¿Cuál?
- PMB:* ¿Cuál de los dos números es mayor?
- Est2:* Ese.
- PMB:* Ese, ese es el número, pero y en este caso cuál de los dos números es mayor.
- Est3:* Ese.
- PMB:* Este, muy bien, ya eso tienen que tenerlo claro.
- Est4:* Profe (inaudible).

PMB: Por efecto a nosotros nos están preguntando a la milésima entonces ¿a la milésima cuantas cifras dijimos? uno, dos, tres. Ahí lo tenemos que cortar ¿cierto? porque ya vimos el orden que dan las cifras decimales, esta son las más usadas y son las que vamos a trabajar en segundo medio, son las que se utilizan, ahora, lo primero que hago es hacer el corte y luego hago la aproximación por defecto la escribo tal como aparece cortada, cierto, ahí, pero por exceso a la cifra que me indica le tengo que sumar un uno, y ahí por eso me quedó uno más el uno me da esa cifra dos ¿ya? porque la definición de por exceso me dice que por esa cifra que me están señalando le tengo que sumar un uno, en cambio está la anota tal como aparece. Y lo otro que hago es comparar esta cifra con la mayor que está. Si es mayor porque ahí está el número completo, pero esta cifra como le sumamos un uno ahí, es mayor que está ¿ya? pero nos damos cuenta de que va a haber una diferencia mínima si restamos, pero pequeñísima, hay un error que se le llama, y esta es la aproximación por defecto y exceso, nada más. Son las menos usadas.

4.2.8. Obtener y utilizar evidencias del pensamiento de los estudiantes

Esta subcategoría agrupó los sub-episodios en los que las docentes recogían y empleaban las evidencias recolectadas acerca de cómo los estudiantes estaban pensando las matemáticas para tomar decisiones. En esta subcategoría hemos identificado dos patrones: registrar el proceso y uso de las evidencias para la toma de decisiones. Los resultados mostraron que existía la intención de que se registraran evidencias de los diferentes razonamientos de los y las estudiantes. Sin embargo, la baja frecuencia en el segundo patrón parece indicar que no se realizaba un análisis de esta evidencia.

El primer patrón agrupó los extractos en que se pudieron observar las diferentes acciones, estrategias, materiales en que *las docentes registran o piden registrar la información a sus estudiantes*. Por ejemplo, en el siguiente extracto en un momento de la clase de la dupla B, la docente de matemáticas indicó que la resolución de la guía debía estar en el cuaderno y ser entregada.

PMB: Ya si raíz de 3. estamos en la número 18 de la página 11 del cuaderno de actividades, acuérdense que ustedes tienen que hacer las páginas del cuaderno de actividades, también va hacer una nota que se va a ir promediando ¿ya? más la guía, el que termina la guía, y no es obligación presentarla y lo quiera promediar con la prueba también lo podemos hacer pero tiene que presentarla mañana ¿ya? la guía es con desarrollo no es solamente el resultado ¿ya?

Est: ¿Cuál guía?

PMB: La guía de actividades la que hicimos la semana pasada, todo tiene desarrollo, en el cuaderno o ahí ¿ya? pero me tienen que entregar el desarrollo que hicieron en el cuaderno.

Est: (Inaudible).

PMB: No porque había algunas que no se podían hacer con cálculo mental, era imposible el cálculo mental.

Est: (Inaudible).

PMB: Esa hojita me la tiene que entregar.

Por su parte, el segundo patrón agrupó los extractos en que se demostró el uso de la información registrada para intencionar nuevos aprendizajes. En el siguiente ejemplo, se encontró en la dupla B, que la docente de matemáticas entrelazaba contenidos ya vistos, para poder utilizar los aprendizajes previos y ligarlos a aquellos nuevos aprendizajes, que en caso de nuestros datos tratan sobre aproximar números.

<i>PMB:</i>	Ya si raíz de 3.. estamos en la número 18 de la página 11 del cuaderno de actividades, acuérdense que ustedes tienen que hacer las páginas del cuaderno de actividades, también va hacer una nota que se va a ir promediando ¿ya? más la guía, el que termina la guía, y no es obligación presentarla y lo quiera promediar con la prueba también lo podemos hacer pero tiene que presentarla mañana ¿ya? la guía es con desarrollo no es solamente el resultado ¿ya?
<i>Est:</i>	¿Cuál guía?
<i>PMB:</i>	La guía de actividades la que hicimos la semana pasada, todo tiene desarrollo, en el cuaderno o ahí ¿ya? pero me tienen que entregar el desarrollo que hicieron en el cuaderno.
<i>Est:</i>	(inaudible).
<i>PMB:</i>	No porque había algunas que no se podían hacer con cálculo mental, era imposible el cálculo mental.
<i>Est:</i>	(inaudible).
<i>PMB:</i>	Esa hojita me la tiene que entregar.

5. Discusión

Los resultados muestran que la dupla A utiliza un estilo de co-docencia con características de: a) uno enseña, otro asiste; b) enseñanza en equipo; y c) enseñanza en estación. Por su parte, la dupla B utiliza cuatro: a) uno enseña, otro asiste; b) uno enseña, otro observa; c) enseñanza en equipo; y d) enseñanza alternativa. Sin embargo, predominan, en las clases de ambas duplas, la co-docencia del tipo uno enseña, otro asiste. La característica que posee esta modalidad, en ambas duplas, es que concentran el protagonismo de él y la docente de matemáticas por sobre las docentes diferenciales. Esta modalidad evidencia un enfoque en que la enseñanza de las matemáticas no considera los pilares que aportan la educación especial (Gersten et al., 2009). Si bien, según Cook y Friends (1995) existen seis formas diferentes en que docentes diferenciales pueden participar durante la clase, el tipo de co-docencia en ambas duplas se reiteran. Un factor que puede explicar esto es que en primera instancia no fue posible encontrar indicios de que la participación de los profesores estuviera planificada. Este hecho provoca que roles de cada uno se establecen por inercia, reflejando un liderazgo por el docente experto en la materia. Por otra parte, la investigación reseña que este tipo de co-docencia es predominante en los futuros profesores de matemáticas, en donde se tiene una visión asistencialista de los y las educadoras diferenciales (Díaz et al., 2022).

Respecto a la predominancia del tipo de co-docencia uno enseña, otro asiste, se hace visible en nuestro trabajo cuando él y la docente de matemáticas de cada dupla son los encargados de implementar y guiar situaciones de aprendizaje. Particularmente, se evidencia cuando son los docentes de matemáticas quienes lideran la intervención durante las clases. Mientras, las educadoras diferenciales intervienen ocasionalmente, dando contexto a hechos cotidianos para fomentar que las y los estudiantes establezcan conexiones entre los nuevos aprendizajes y sus experiencias. Esto sería un indicativo de lo que Sheppard y Wieman (2020) señalan como una de las diferencias acerca de cómo la educación diferencial y la educación matemática entienden el significado del proceso de aprendizaje de las matemáticas. Con esto nos referimos a que las preocupaciones de ambos docentes difieren y por tanto las acciones que realizan para acompañar a los estudiantes no son coordinadas. Asimismo, tal como señalan Tan et al. (2020) esta forma descoordinada de enseñanza se podría considerar como matemáticas *para* los estudiantes en vez *de* matemáticas de los estudiantes. Con esto nos referimos a que la enseñanza está centrada en el profesor y deshumaniza, pues no estimula a los estudiantes a usar sus propios conocimientos, experiencias o destrezas, diciéndole a los estudiantes qué aprender y cómo hacerlo (Tan et al., 2020). En consecuencia, los estudian-

tes se limitan pasivamente a seguir los pasos de los procedimientos descritos. Posiblemente, dicha situación se genera debido al rol que adopta la educadora diferencial al no manejar el contenido en profundidad. Por tanto, se observa un trabajo asistencial al profesor/a de matemáticas para poder acompañar a los estudiantes en las dificultades que presenten durante la resolución de problemas matemáticos.

Respecto a las prácticas efectivas para la enseñanza de matemáticas (NCTM, 2015), la práctica relativa al planteamiento de preguntas deliberadas fue la más frecuente en ambas duplas. Sobre esto, es importante destacar que se efectúa durante las clases sin una planificación previa respecto al tipo de preguntas o modelo de cuestionamiento que se utilizará a través de ellas. Esto es crítico, pues como señalan Minte et al. (2020), mediante las preguntas se origina la discusión, el debate, el juicio, la comprensión, la argumentación y el intercambio de información entre los participantes de un grupo o de un curso. Por tanto, pareciera que los docentes no la consideran una estrategia, sino más bien un recurso durante la clase y, por ende, no entregan la importancia de preparación necesaria para sacar provecho, lograr objetivos y obtener resultados. Asimismo, esta estrategia está fuertemente ligada al favorecimiento del discurso matemático, ya que es en esta instancia donde se produce la mayor cantidad de preguntas que promueven la memorización y fomentan la incapacidad de resolver tareas lo suficientemente problemáticas. Es decir, los datos muestran que ambas estrategias se realizan usando un nivel cognitivo de memorización. Lo anterior impide establecer preguntas que permitan un mayor cuestionamiento por parte de los estudiantes, y en cambio, es el docente quién recopila información del conocimiento memorizado a través de las preguntas. Así, estas preguntas no permiten que los estudiantes desarrollen habilidades cognitivas superiores, relegando a repetir y aplicar de manera memorística lo necesario para entregar una respuesta correcta.

6. Conclusiones

En conclusión, las estrategias de co-docencia que emergieron en nuestro análisis revelan que existe un liderazgo notorio por parte de él y la docente de matemáticas en cada dupla. Sumado a esto, los roles que cada docente tomará en las clases no se definen previamente, por lo cual quedan a la improvisación durante la relación de las actividades propuestas. Ante esto, se evidencia que las docentes de educación diferencial se relegaron a un papel secundario y asistencialista. Si bien existe un trabajo colaborativo, se evidencia que los docentes practican una comunicación asincrónica durante cada tipo de co-docencia; promoviendo tareas de bajo nivel bajo nivel entre los estudiantes. Por consiguiente, no se cubren las necesidades de los estudiantes en situación de discapacidad visual, ni aquellos que pertenecen al PIE, e incluso la clase completa. Esto principalmente a que en ningún momento de la sesión de planificación se discute sobre las adecuaciones para estos estudiantes y durante la clase, se limita dar apoyo en tiflotecnologías para dar acceso. En este sentido, no se observa que las adecuaciones respondan a elementos propios del contenido que se está enseñando.

Por otra parte, algunas de las estrategias matemáticas como preguntas deliberadas, apoyo al esfuerzo y elaboración de la fluidez surgen de manera espontánea por parte de las y los docentes en las clases. Así, esto es un indicativo de que surgen desde la improvisación pues no fueron contempladas previamente en la reunión de trabajo colaborativo. En este sentido, es importante que aquellas estrategias que los profesores utilizan día a día sean implementadas de forma crítica. Solo mediante una implementación de forma consciente y respondiendo a un propósito claro se podrán implementar clases que efectivamente promuevan el pensamiento matemático de todos los estudiantes (NCTM, 2015). Otra peculiaridad de las estrategias matemáticas es que se encuentran condicionadas a la falta del uso de evidencia del pensamiento matemático de los estudiantes en la planificación de actividades, lo que conlleva a realizar adecuaciones poco, tanto, atinentes como específicas a la idea matemática y a la necesidad educativa especial de cada estudiante perteneciente al PIE. Además, los resultados

obtenidos evidencian que en muchas de las estrategias existen actividades que promueven un bajo nivel cognitivo (Stein y Smith, 1998). Esto coarta la posibilidad de que los estudiantes piensen matemáticamente y se les priva del derecho a recibir una educación matemática de calidad (NCTM, 2015).

Si bien este trabajo toma un planteamiento cualitativo, una de las principales limitaciones de esta investigación tiene relación con la acotada muestra que participó (dos duplas colaborativas de un mismo establecimiento). Esto hace que no exista mayor diversidad en cuanto a la cultura escolar que es propia de cada establecimiento. No obstante, los resultados y lo que reporta la literatura permiten establecer algunos lineamientos generales que pueden resultar de utilidad para las escuelas en que se realizan clases colaborativas. En este sentido, este estudio, posibilita la comprensión y reflexión sobre las prácticas pedagógicas utilizadas en una dupla docente en trabajo colaborativo con respecto a las matemáticas escolares. Por tanto, es importante que existan trabajos que amplíen los participantes a diferentes contextos, grabando una mayor cantidad de clases. Esto mismo aplica para las reuniones de trabajo colaborativo.

Referencias

- Bardín, L. (1996). *Análisis de contenido*. Akal.
- Cook, L. y Friend, M. (1995). Co-teaching: Guidelines for creating effective practices. *Focus on Exceptional Children*, 28(3), 1-16. <https://doi.org/10.17161/foec.v28i3.6852>.
- Díaz, R., Droguett, A., Huentecura, C., Muñoz, M. y Piñeiro, J. L. (2022). Creencias y concepciones sobre co-docencia con profesores de educación diferencial manifestadas por futuros profesores de matemáticas. *Revista Latinoamericana de Educación Inclusiva*, 16(1), 131-147. <https://doi.org/10.4067/S0718-73782022000100131>.
- Figueiras, L., Healy, L. y Skovsmose, O. (2016). Difference, inclusion, and mathematics education: Launching a research agenda. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, 9(3), 15-35. <https://doi.org/10.17921/2176-5634.2016v9n3p15-35>.
- Gersten, R., Beckmann, S., Clarke, B., Foegen, A., Pantano, L., Jon, R. y Witzel, B. (2009). *Assisting students struggling with mathematics: Response to intervention (RtI) for elementary and middle schools*. US Department of Education e IES. <https://eric.ed.gov/?id=ED504995>.
- Graziano, K. y Navarette, L. (2012). Co-teaching in a teacher education classroom: Collaboration, comprise, and creativity. *Issues in Teacher Education*, 21(1), 109-126.
- Healy, L. y Hassan, S. (2014). Blind students, special needs, and mathematics learning. En S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 79-81). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8_171.
- Kuckartz, U. (2019). Qualitative text analysis: A systematic approach. En G. Kaiser y N. Presmeg (Eds.), *Compendium for early career researchers in mathematics education* (pp. 181-198). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15636-7_8.
- Lambert, R. y Tan, P. (2020). Does disability matter in mathematics educational research. A critical comparison of research on students with and without disabilities. *Mathematics Education Research Journal*, 32, 5-35. <https://doi.org/10.1007/s13394-019-00299-6>.
- León, O. G. y Montero, I. (1998). *Diseño de investigaciones*. Mcgraw Hill.
- Minte, M. A., Sepúlveda, O. H., Jaramillo, A. R. y Díaz, L. D. (2020). Evaluación en educación superior: características y demandas cognitivas de preguntas escritas. *Revista de Estudios y Experiencias en Educación*, 20(44), 43-52. <http://dx.doi.org/10.21703/0718-5162.v20.n43.2021.003>

- NCTM. (2015). *De los principios a la acción: para garantizar el éxito matemático para todos*.
- Rodríguez, G., Gil, F. J. y García, J. E. (1996). *Introducción a la investigación cualitativa*. Aljibe.
- Ruiz, Á. (2011). La lección de matemáticas a través de estudios internacionales con videos. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 8, 55-121.
- Simon, M. A. (2019). Analyzing qualitative data in mathematics education. En K. R. Leatham (Ed.), *Designing, conducting, and publishing quality research in mathematics education* (pp. 111-122). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-23505-5_8.
- Sánchez, M. C. y Revuelta, F. (2005). El proceso de transcripción en el marco de la metodología de investigación cualitativa actual. *Enseñanza*, 23, 367-386.
- Sheppard, M. y Wieman, R. (2020). What do teachers need? Math and special education teacher educators' perceptions of essential teacher knowledge and experience. *Journal of Mathematical Behavior*, 59. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2020.100798>.
- Stein, M. K. y Smith, M. S. (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3(4), 268-275. <https://doi.org/10.5951/MTMS.3.4.0268>.
- Tan, P., Padilla, A., Mason, E. y Sheldon, J. (2020). *Humanizar la discapacidad en la educación matemática: forjando nuevos caminos*. NCTM.
- Unidad de Educación Especial. (2013). *Orientaciones técnicas para programas de integración escolar*. MINEDUC.



Este trabajo está sujeto a una licencia de Reconocimiento 4.0 Internacional Creative Commons (CC BY 4.0).