



<http://dx.doi.org/10.23925/2237-9657.2023.v12i1p151-158>

## Explorando la representación gráfica de la función polinómica de tercer grado

### Exploring the graphical representation of the third degree polynomial function

NATALIA SABORIDO LÓPEZ<sup>1</sup>

[0000-0001-7625-7900](mailto:nataliasaborido@gmail.com)

JUAN GABRIEL MOLINA ZAVALA<sup>2</sup>

[0000-0001-6547-7131](mailto:jmolina@ipn.mx)<sup>3</sup>

ALEJANDRO MIGUEL ROSAS MENDOZA

[0000-0003-3952-5448](mailto:alerosas@ipn.mx)

#### RESUMEN

*El siguiente artículo tiene el propósito de presentar los resultados de una experiencia de clase, a partir de una actividad planteada a través de la utilización del software GeoGebra, con el objetivo de que estudiantes de segundo año de bachillerato exploraran el comportamiento del gráfico correspondiente a la función polinómica de tercer grado, particularmente en lo que refiere a sus raíces.*

**Palabras clave:** *Funciones; GeoGebra; Exploración*

#### ABSTRACT

*The following article aims to present the results of a class experience, from an activity proposed through the use of the GeoGebra software, with the objective that the students of the second year of high school explore the behavior of the graph corresponding to the polynomial function of the third degree, particularly with regard to its roots.*

**Keywords:** *Functions; GeoGebra; Exploration*

---

<sup>1</sup> SEMUR-Uruguay - nataliasaborido@gmail.com

<sup>2</sup> Instituto Politécnico Nacional, Universidad Autónoma de Guerrero- jmolina@ipn.mx

<sup>3</sup> Instituto Politécnico Nacional, CICATA-LEGARI - alerosas@ipn.mx

## RESUMO

*O artigo a seguir tem como objetivo apresentar os resultados de uma experiência de classe, a partir de uma atividade proposta através do uso do software GeoGebra, com o objetivo de que os alunos do segundo ano do ensino médio explorem o comportamento do gráfico correspondente à função polinomial do terceiro grau, particularmente no que diz respeito às suas raízes.*

**Palavras-chave:** *Funções; GeoGebra; Exploração*

## Introducción

En este artículo se aborda una experiencia de clase desarrollada en línea, con apoyo del software GeoGebra. La actividad se llevó a cabo durante el período de la emergencia sanitaria en un grupo de segundo año de bachillerato (quinto año de educación media). En este curso, los estudiantes se enfrentan por primera vez a la función polinómica de tercer grado.

El objetivo de la actividad fue que los estudiantes exploraran cuál es el comportamiento del gráfico correspondiente a la función polinómica de tercer grado, sobre todo en lo que tiene que ver con las raíces que puede presentar una función de este tipo.

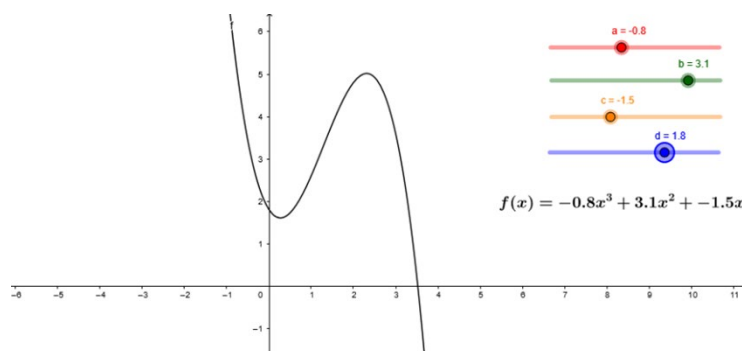
## Acerca de GeoGebra, la actividad matemática y conceptos teóricos considerados

En relación con la actividad matemática en que se involucró a los estudiantes, se les brindó un applet realizado en GeoGebra, mediante el cual, moviendo deslizadores correspondientes a cada uno de los coeficientes de la función polinómica, se proponía analizar el comportamiento de los distintos gráficos obtenidos. En la consigna se les solicitó en primera instancia, mover los deslizadores y observar los cambios que se producían en el gráfico de la función. Luego, se les solicitó que obtuvieran el gráfico de una función con tres raíces reales distintas, y a partir de esta, que tomaran registro de la representación gráfica obtenida, así como de la expresión analítica. A continuación, se les preguntó si era posible obtener gráficos correspondientes a funciones polinómicas que no presentaran tres raíces reales distintas, y que tomaran registro de las representaciones gráficas obtenidas. En la siguiente parte se planteó una actividad con preguntas verdadero-falso, para que también pudieran responder haciendo uso de los

deslizadores, con afirmaciones como por ejemplo “Las funciones polinómicas de tercer grado, pueden no presentar ninguna raíz real”.

El uso de esta herramienta tecnológica, GeoGebra, redundó en múltiples beneficios a los efectos del logro de los objetivos planteados. En términos de Zbiek, R. et al. (2007), se procuró trabajar en una *actividad exploratoria guiada*, entendiéndose por esta, una actividad en la que los estudiantes pueden explorar el comportamiento, en este caso del gráfico de la función, a través de algunas preguntas orientadoras definidas por el docente. Se asume que este tipo de actividades en la que los estudiantes utilizan herramientas cognitivas (que facilita la capacidad de representar ideas matemáticas), favorecen su compromiso para arribar a las metas establecidas por el docente, lo cual se vio evidenciado en el trabajo que realizaron los estudiantes.

Partiendo de la base de que los estudiantes no conocían cómo era el gráfico de una función polinómica de tercer grado, el poder de la visualización que ofrece el GeoGebra, les permitió acceder a múltiples representaciones gráficas, correspondientes a distintas funciones con tan solo arrastrar los deslizadores (fig. 1).



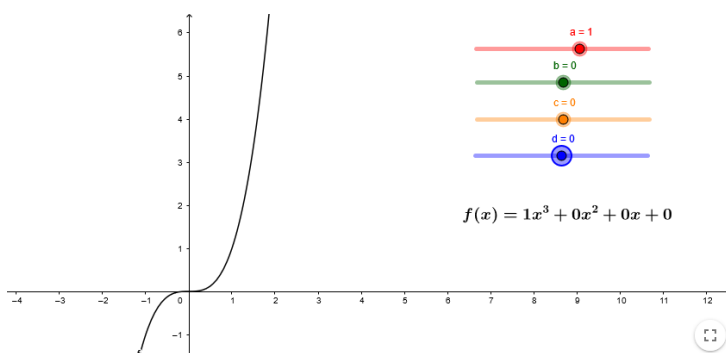
**Figura 1:** Visualización de una función polinómica de tercer grado con deslizadores.

**Fuente:** Elaboración propia.

Este aspecto tiene que ver con el concepto de *fluidez representacional* (Zbiek, R. et al., 2007), que refiere justamente a la interacción entre el estudiante y la representación, que le ofrece al alumno la capacidad de moverse entre diferentes representaciones y atribuirles significado a cada entidad representada. De acuerdo con Duval (1993) el uso de representaciones semióticas es esencial para el pensamiento matemático; en este sentido GeoGebra tiene un valor epistémico alto pues permite incorporar los registros gráficos, algebraicos y numéricos y facilita el tratamiento y traducción entre estos registros al permitir identificar cómo se afectan las representaciones al variar los deslizadores.

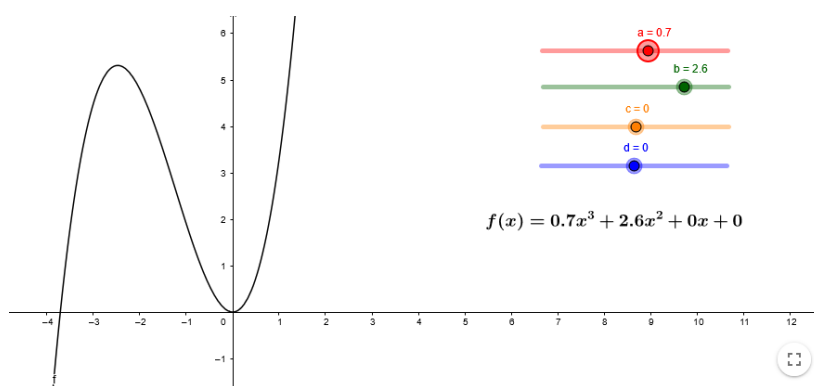
Sin la utilización de una herramienta con estas características, y sin que el docente brinde el gráfico ya realizado, el solo hecho de efectuar el gráfico de una función, hubiera insumido mucho tiempo de clase, debiendo el estudiante basarse en tablas de valores para lograr realizar el gráfico correspondiente (se debe tener presente que el concepto de límites se aborda en el último nivel de bachillerato, por ejemplo). Se destaca esta utilidad que ofrece GeoGebra, razón por la cual nos permitimos privilegiar esta herramienta por sobre otras que, si bien posibilitan visualizar la representación gráfica de una función a partir de su expresión analítica, no permiten observar a medida que se realizan variaciones en la expresión analítica, cuáles son los cambios que se obtienen en el registro gráfico. De acuerdo con Zimmermann y Cunningham (1991) la visualización matemática es el proceso de formación de imágenes mentales, usando papel-y-lápiz, o bien tecnología, y la utilización eficaz de dichas imágenes para el descubrimiento matemático y la comprensión de los objetos en estudio (Zimmermann & Cunningham, 1991, p. 3). En una revisión de literatura hecha por Briseño-Miranda y Hernández-Guzmán (2016) destacan que la visualización en ambientes dinámicos, como el que permite GeoGebra, permite a los alumnos comprender conceptos o significados extraídos de las representaciones, y juega un rol importante en el desarrollo de su pensamiento analítico que, con frecuencia, no sucede en ambiente de papel-y-lápiz.

Por otra parte, el uso de los deslizadores permitió, asimismo, que el acceso en forma ágil y sencilla a las múltiples representaciones gráficas permitiera a los estudiantes descubrir, de acuerdo a los gráficos que iban obteniendo, qué cantidad y tipo de raíces puede presentar una función polinómica de tercer grado. Teniendo en cuenta que ya era conocido el comportamiento de la función polinómica de segundo grado, se entiende que una posibilidad era que infirieran que podían trasladarse las mismas posibilidades a la función de tercer grado; el uso de los deslizadores les permitió visualizar que, por ejemplo, no es posible que las funciones polinómicas de tercer grado presenten una única raíz doble o bien que no presenten ninguna raíz real, a la vez que observar que toda función polinómica de tercer grado, presenta al menos una raíz real. Deducir que estas funciones, pueden presentar una raíz doble y una simple, o bien una raíz triple, resultó un poco más trabajoso para los estudiantes, si bien el planteo de estas posibilidades en el verdadero-falso, los orientó a explorar lo suficiente para ver si era posible generar gráficos de funciones con estas características, lo cual se logró visualizar en la mayoría de los casos (ver fig. 2 y 3).



**Figura 2:** Representación de una función polinómica de grado tres con raíz triple.

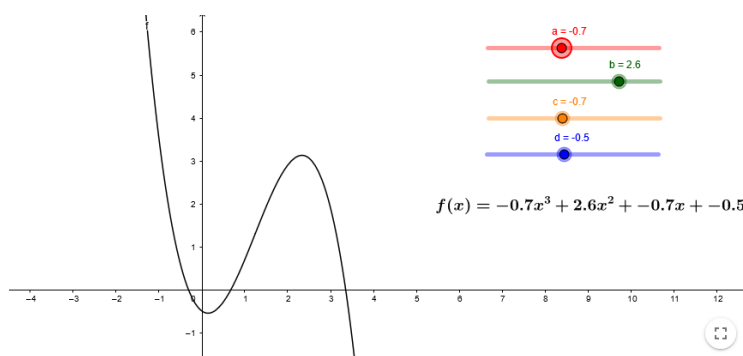
**Fuente:** Elaboración propia.



**Figura 3:** Representación de una función polinómica de grado con una raíz doble.

**Fuente:** Elaboración propia.

Otra de las afirmaciones planteadas en el verdadero-falso, fue si era posible obtener más de tres raíces reales, conclusión a la que arribaron sin mayores inconvenientes, en función de la retroalimentación inmediata que les ofreció el uso de los deslizadores.



**Figura 4:** Representación de una función polinómica de grado tres con tres raíces reales.

**Fuente:** Elaboración propia.

### Reflexiones finales

Es menester destacar que, el logro del objetivo de analizar si la función polinómica siempre presenta tres raíces reales distintas, si puede presentar una sólo raíz, o una triple,

etc., hubiera sido muy trabajoso de lograr mediante la exploración del estudiante sin la ayuda de un software con estas características. Arribar a estas conclusiones partiendo de que el estudiante lo descubre por sí mismo, no sólo resulta beneficioso a los efectos de que se genere un aprendizaje significativo del comportamiento del gráfico de estas funciones, sino que a partir de estas conclusiones, se pudo trabajar la relación entre los distintos gráficos y los signos de las imágenes de los valores que toma la variable. Por otra parte, habilitó también poder deducir cuáles podrían ser otras expresiones analíticas que se correspondan con cada uno de los casos analizados, partiendo de sus conocimientos previos sobre funciones polinómicas de segundo grado, cuyas expresiones analíticas corresponden al producto de varios factores. Por otra parte, los conceptos teóricos retomados de investigaciones relativas a la incorporación de tecnología en la clase de matemáticas, como el trabajo de Zbiek (2007), por dar un ejemplo, nos permitió hacer explícitos elementos que pueden dar sustento conceptual a las elecciones docentes que privilegiamos en esta experiencia didáctica. Consideramos pertinente seguir investigando en esta línea para determinar los alcances de esta propuesta al ser replicada con otros estudiantes.

## Referencias

- Briseño-Miranda y Hernández-Guzmán (2016). Visualización y análisis de representaciones geométricas. In M.B.Wood, E.E.Turner, M. Civil & J.A. Eli. (Eds.). *Proceedings of the 38th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (221-234). Tucson, AZ: The University of Arizona.
- Duval, R. (1993). Registres de représentations sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives* (IREM), 5, 37-65. Recuperado de: <http://centre-alain-savary.ens-lyon.fr/CAS/documents/documents-smd/registres-de-representation-semiotique-et-fonctionnement-cognitif-de-la-pensee-raymond-duval/view>
- Zbiek, R.M., Heid, M.K., Blume, G.W., & Dick, T.P. (2007). Research on technology in mathematics education. A perspective of constructs. In F. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (Vol. 1, pp. 1169-1207). Information Age Pub.

Zimmermann, W. & Cunningham, S. (1991). What is mathematical visualization? In W. Zimmermann & S. Cunningham, (Eds.), *Visualization in teaching and learning mathematics* (pp. 1-8). Washington, DC: Mathematical Association of America.