



---

## UTILIZACIÓN DIDÁCTICA DE UN ENTORNO DE GEOMETRÍA DINÁMICA EN LA FORMACIÓN DE PROFESORES

Agustín Morales González  
Universidad de Las Palmas de Gran Canaria

### Resumen

En este artículo pretendemos ofrecer una muestra variada de situaciones, en su mayor parte propuestas en clase a los alumnos de la Facultad de Formación del Profesorado y a profesores de Secundaria (Sctm05: Sociedad, Ciencia, Tecnología y Matemáticas 2005) para su realización usando Cabri Géomètre, en las que una representación adecuada resulta muy útil, cuando no imprescindible, para llevar a cabo diversos tipos de razonamientos, tales como el inductivo, el analógico, y el deductivo.

Sin embargo, hemos constatado que su uso no está exento de dificultades, entre las cuales quizás la principal sea la poca costumbre que la mayoría de nuestros alumnos tiene de pensar con representaciones visuales y, mucho menos, de elaborarlas por sí mismos.

### Abstract

In this article we try to offer a varied sample of situations, mostly proposed in class to the students of the Teacher Training Faculty and to teachers of Secondary Education (Sctm05: Society, Science, Technology and Mathematics 2005). To accomplish this, Cabri Géomètre was used. In many situations, a suitable representation is very useful, when non-essential, to carry out diverse types of reasoning, such as the inductive, the analogical, and the deductive one.

Nevertheless, we have stated that its use is not free of difficulties, among which the main one being, perhaps, the lack of use that most of our students have to think with visual representations and, much less, to elaborate them by themselves.

## **Introducción**

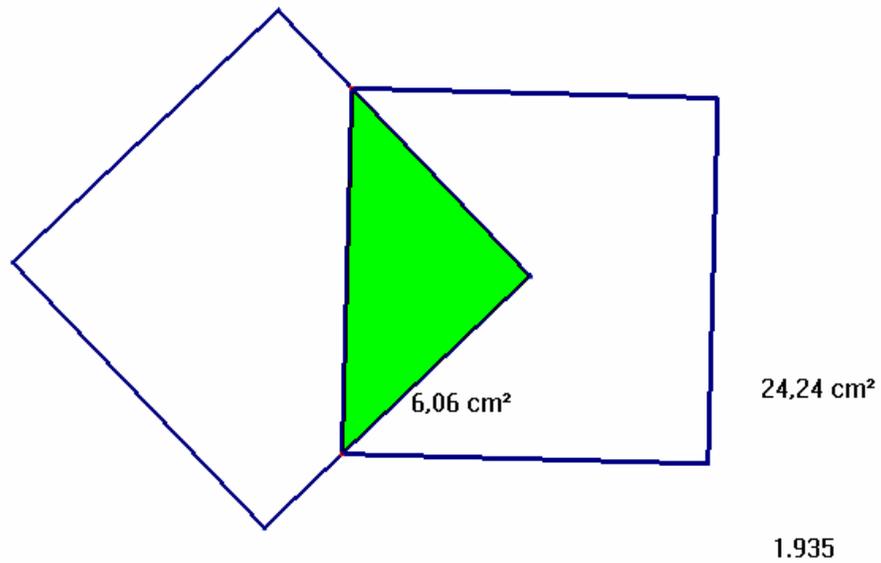
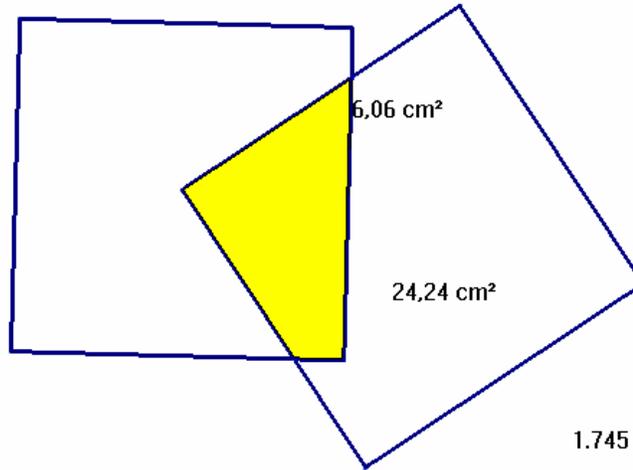
Como decíamos en un trabajo anterior, en los últimos años hemos incorporado en el programa de la asignatura “Matemáticas y su Didáctica II”, que se impartimos en el segundo curso de la titulación de “Maestro Especialista en Educación Primaria”, el estudio y la utilización del Cabri Géomètre II, cuyas posibilidades didácticas y su planteamiento innovador contribuyen a mejorar tanto la calidad de los contenidos que impartimos como la motivación de una buena parte de los alumnos.

A este respecto recordamos las palabras del NCTM (2003) para el que, con el uso de tecnología, los alumnos pueden generar muchos ejemplos como un medio de establecer y explorar conjeturas, aún cuando sabemos que el generar muchos ejemplos de un determinado fenómeno no constituye una demostración. Sin embargo aconseja que se utilice la visualización, el razonamiento matemático y la modelización geométrica para resolver problemas.

En este caso presentamos una muestra variada de situaciones, en su mayor parte propuestas en a profesores de Secundaria en el marco del Curso Interuniversitario: Sctm05: Sociedad, Ciencia, Tecnología y Matemáticas 2005 en las que una representación adecuada resulta muy útil, cuando no imprescindible, para llevar a cabo diversos tipos de razonamientos, tales como el inductivo, el analógico, y el deductivo. Seguimos constatando que su uso no está exento de dificultades, entre las cuales quizás la principal sea la poca costumbre que la mayoría de nuestros alumnos tiene de pensar con representaciones visuales y, mucho menos, de elaborarlas por sí mismos.

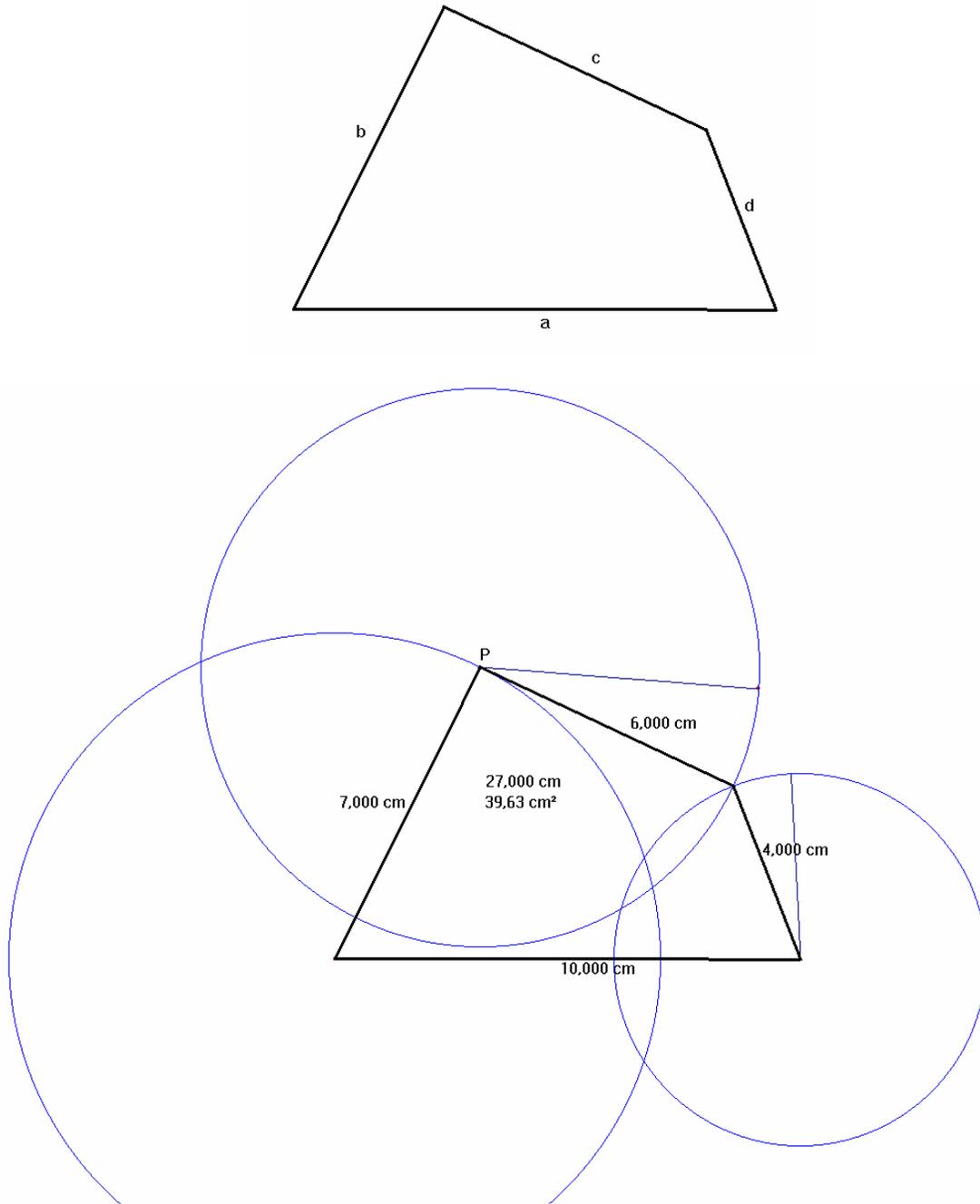
### Cuadrado giratorio

Podemos ver, con el comando “Animación” que las superficies comunes al cuadrado que permanece fijo y al cuadrado que gira son equivalentes y su valor coincide con la cuarta parte de la superficie de ambos cuadrados.



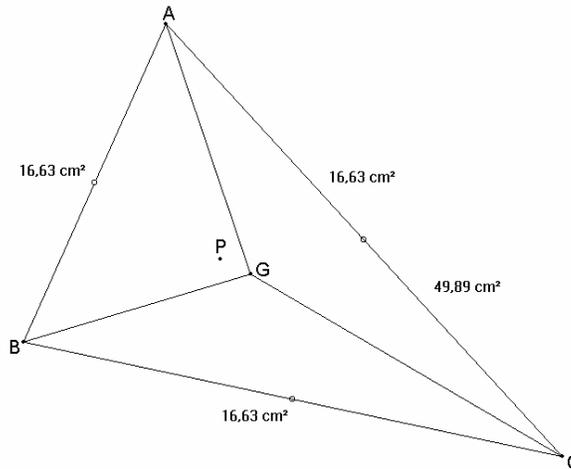
## Cuadriláteros de lados determinados

Mediante Cabri podemos visualizar infinitos cuadriláteros de lados determinados.



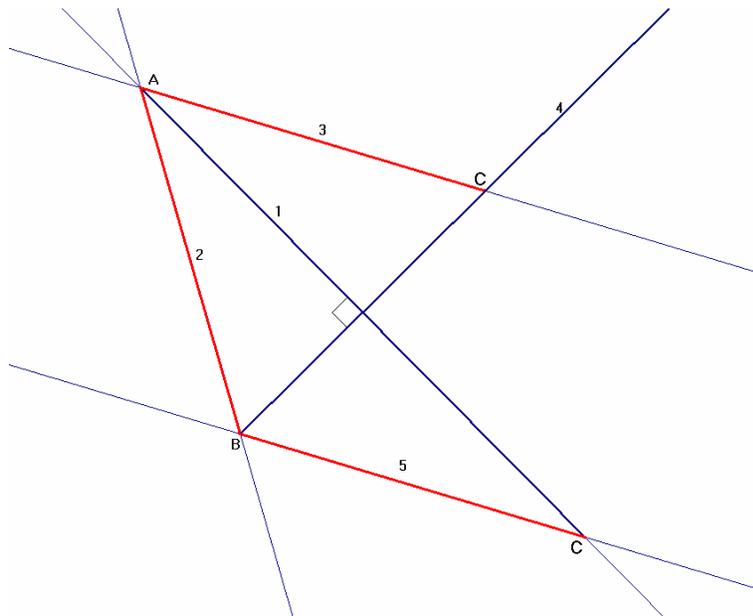
### Triángulos equivalentes

Cuando P, interior al triángulo, coincide con el baricentro, G, los triángulos ABG, BCG y ACG son equivalentes.



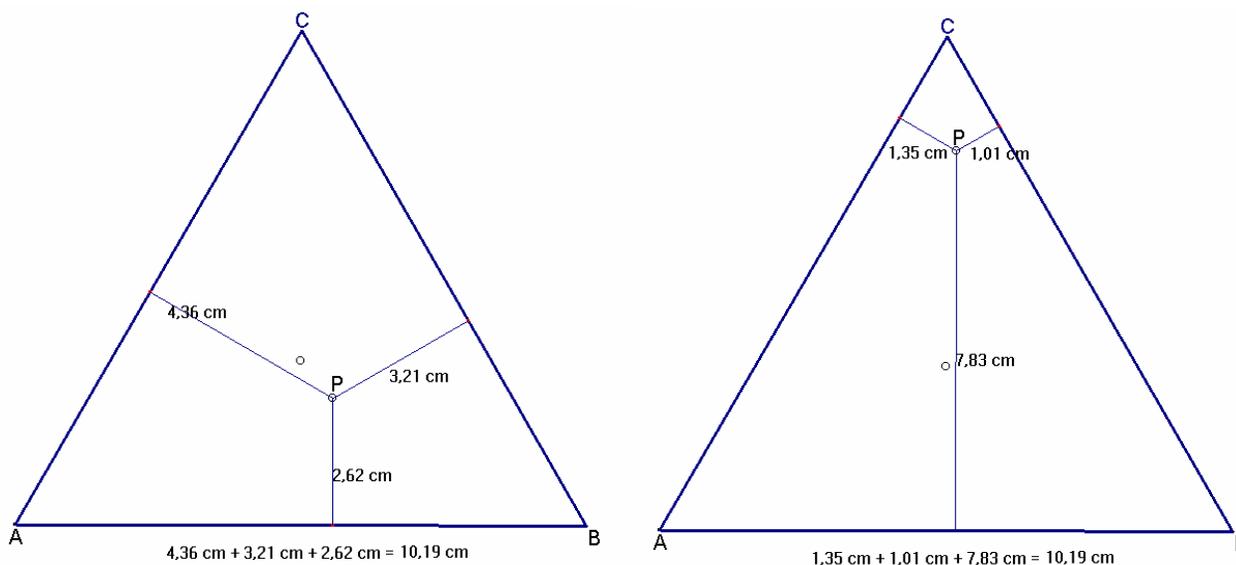
### Bisectrices de un triángulo

Dos bisectrices de un triángulo no pueden ser perpendiculares (C estaría en el infinito).



## Propiedad del triángulo equilátero

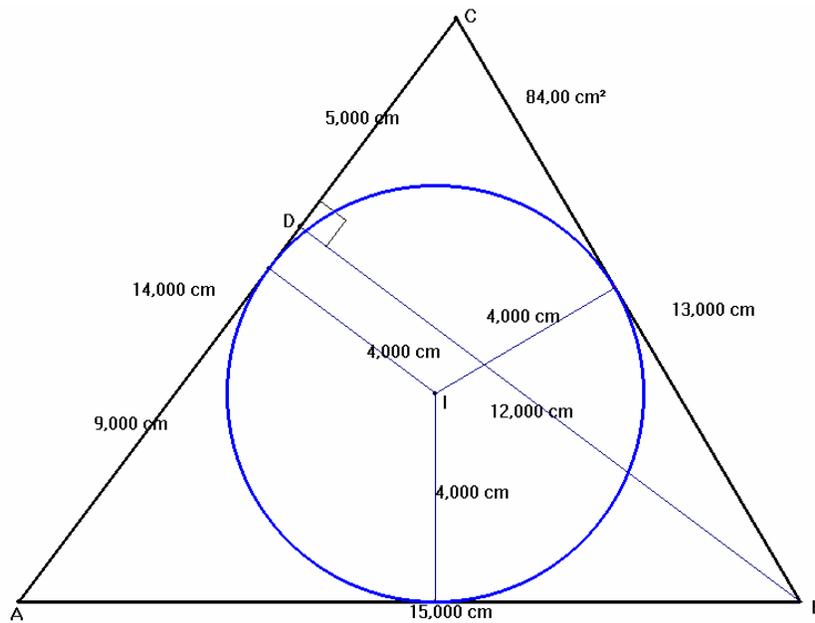
La suma de distancias de un punto cualquiera P, interior al triángulo, a sus lados es constante. El valor de dicha suma coincide con la altura del triángulo como se intuye sin más que tomar P muy próximo a C.



## Triángulo de lados 13, 14 y 15 cm (triángulo heroniano)

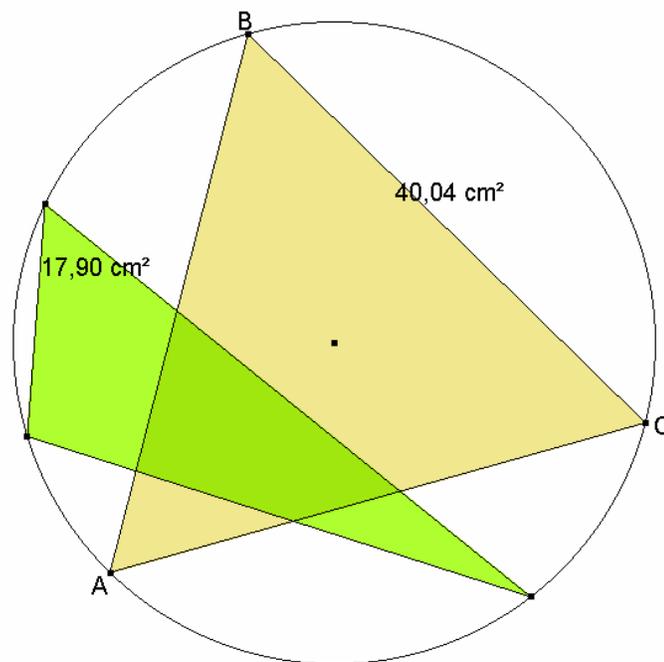
Este triángulo tiene algunas peculiaridades:

- La altura sobre el lado de 14 cm es de medida entera (12 cm).
- Los segmentos determinados en el lado de 14 cm por la altura sobre dicho lado, es decir, AD y CD también son de medidas enteras (9 cm y 5 cm, respectivamente).
- Los números (13, 12 y 5) y (15, 12, y 9) son ternas pitagóricas.
- El radio de la circunferencia inscrita también tiene medida entera (4 cm). Su cálculo es inmediato sin más que considerar el área del triángulo ABC, de valor  $6 \times 5 + 6 \times 9 = 84 \text{ cm}^2$  como suma de las áreas de los triángulos ABI, BCI y CAI, todos los cuales tienen como altura el valor de dicho radio. De ahí que se tenga  $84 = 0,5 r (15 + 14 + 13) = 21 r$



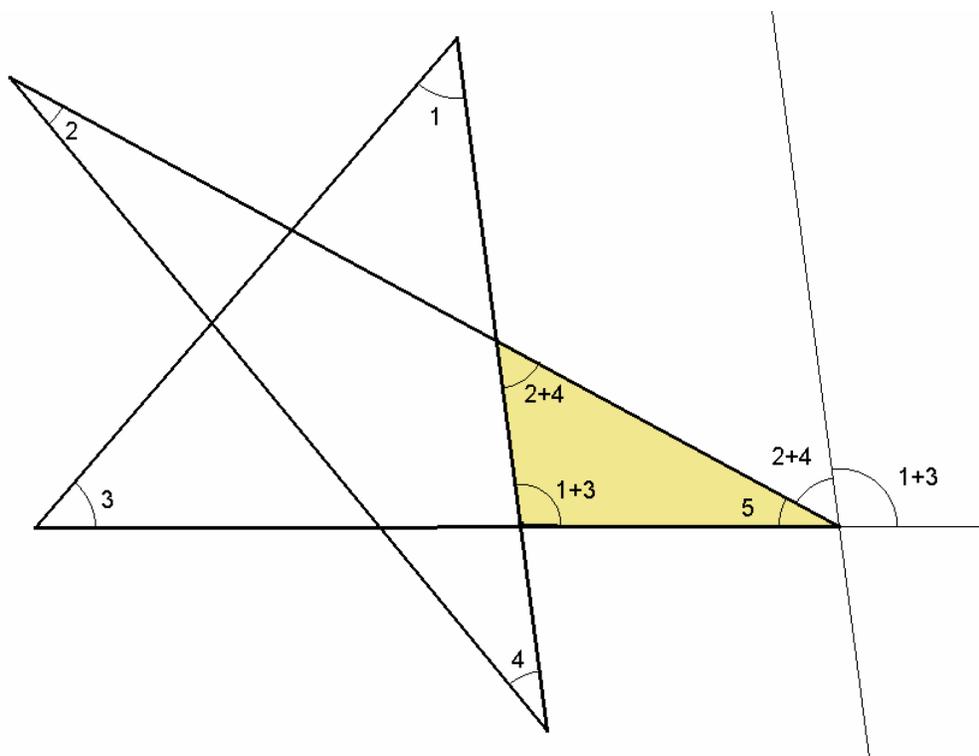
### Triángulo de área máxima

El triángulo de área máxima inscrito en una circunferencia es equilátero.

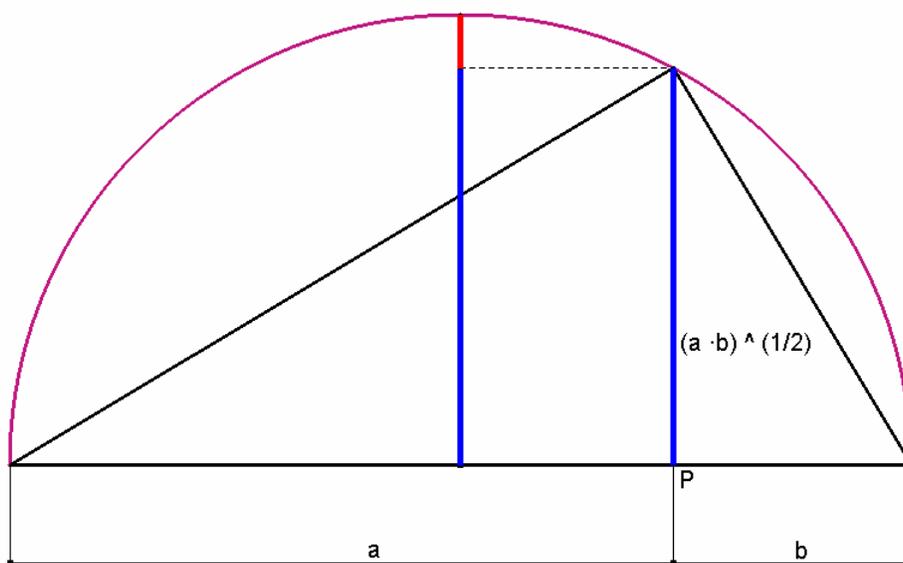


### Suma de los ángulos interiores de un pentágono estrellado

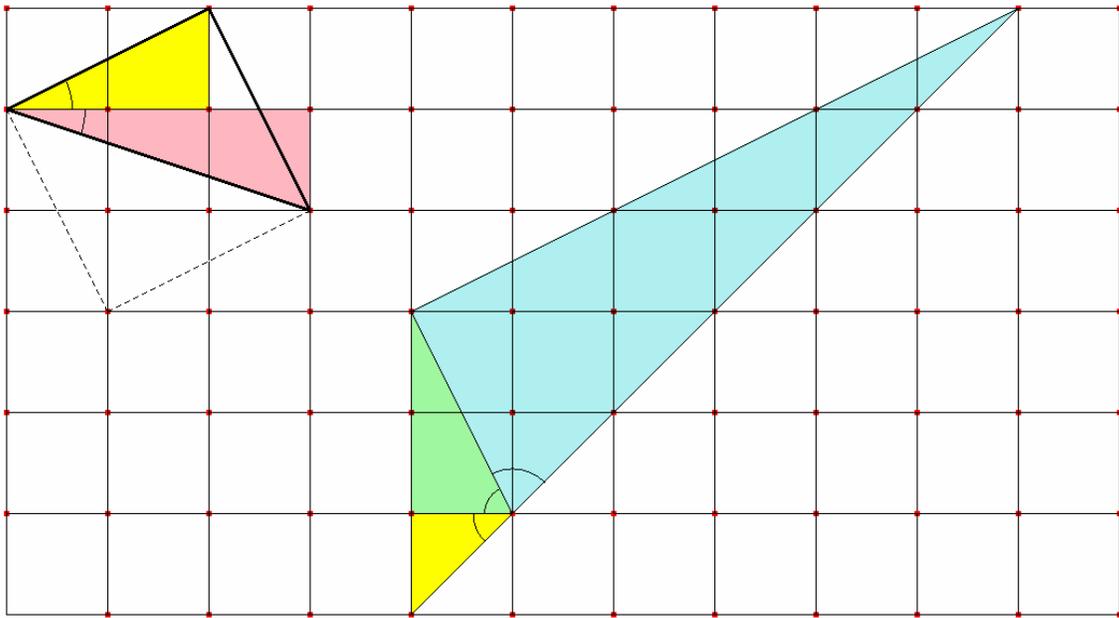
Dicha suma es siempre un llano (Fouad Nakhli).



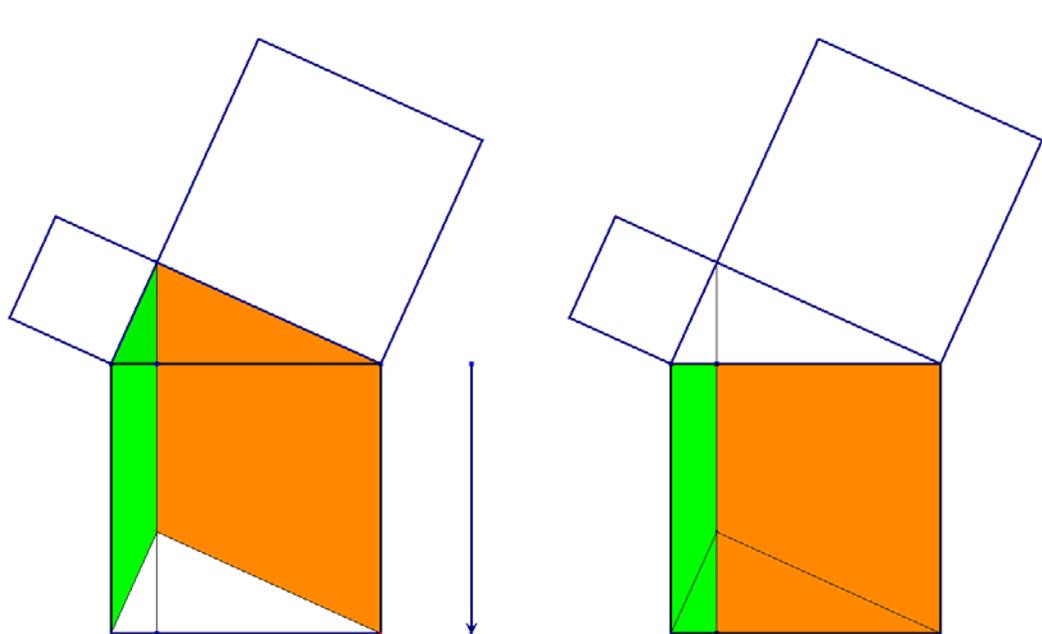
**La media geométrica de dos números es menor o igual que la aritmética (Charles D. Gallant)**



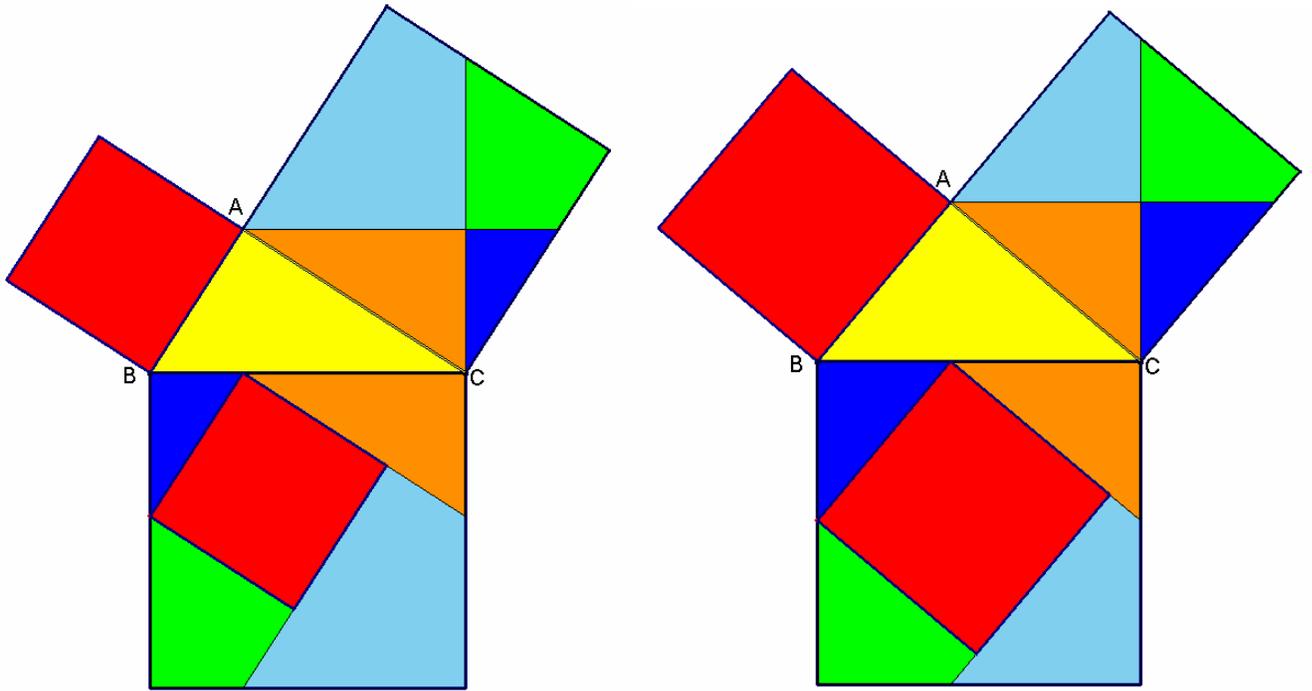
### Suma de los arcos tangentes de los ángulos marcados (E. M. Harris)



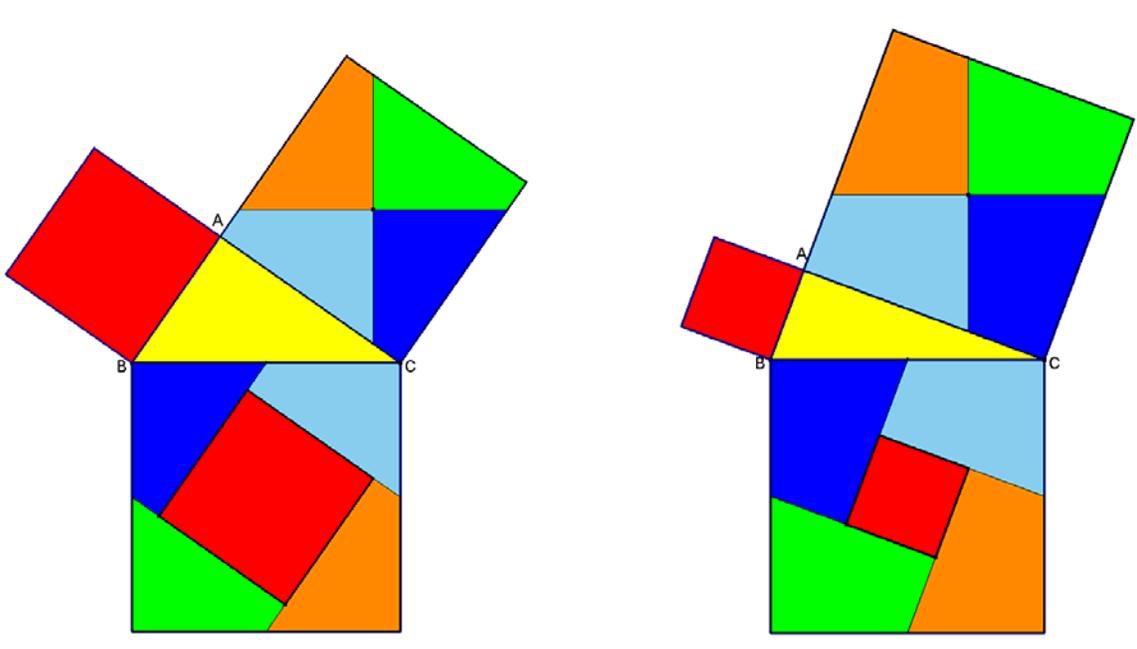
### Teorema de Pitágoras: Demostración de Euclides



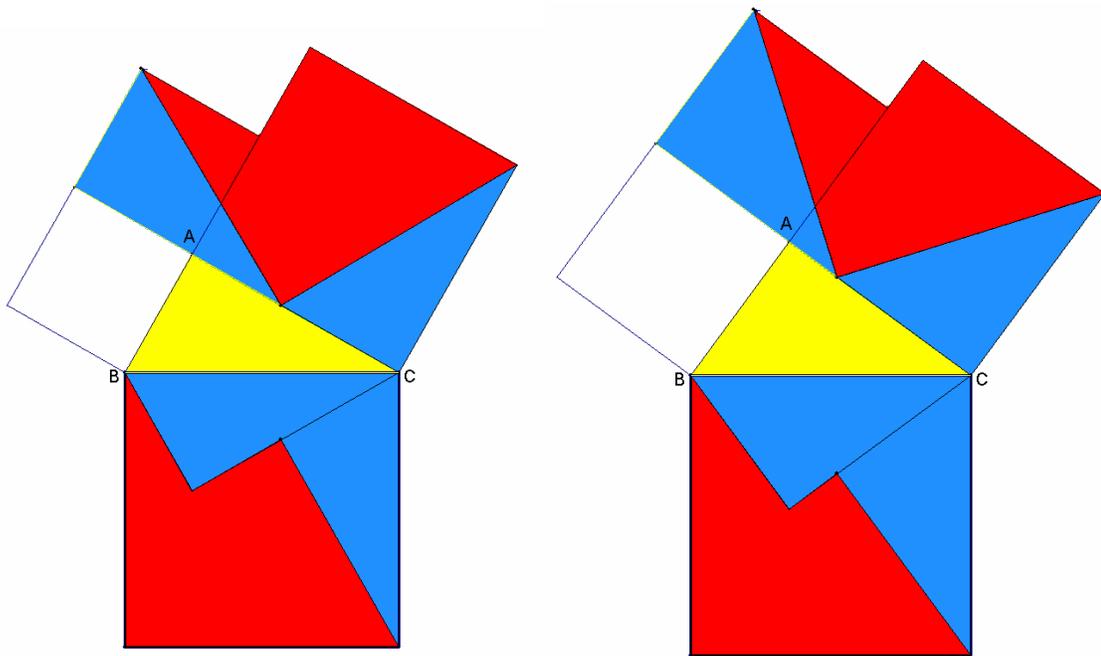
**Teorema de Pitágoras: Demostración visual (mover A)**



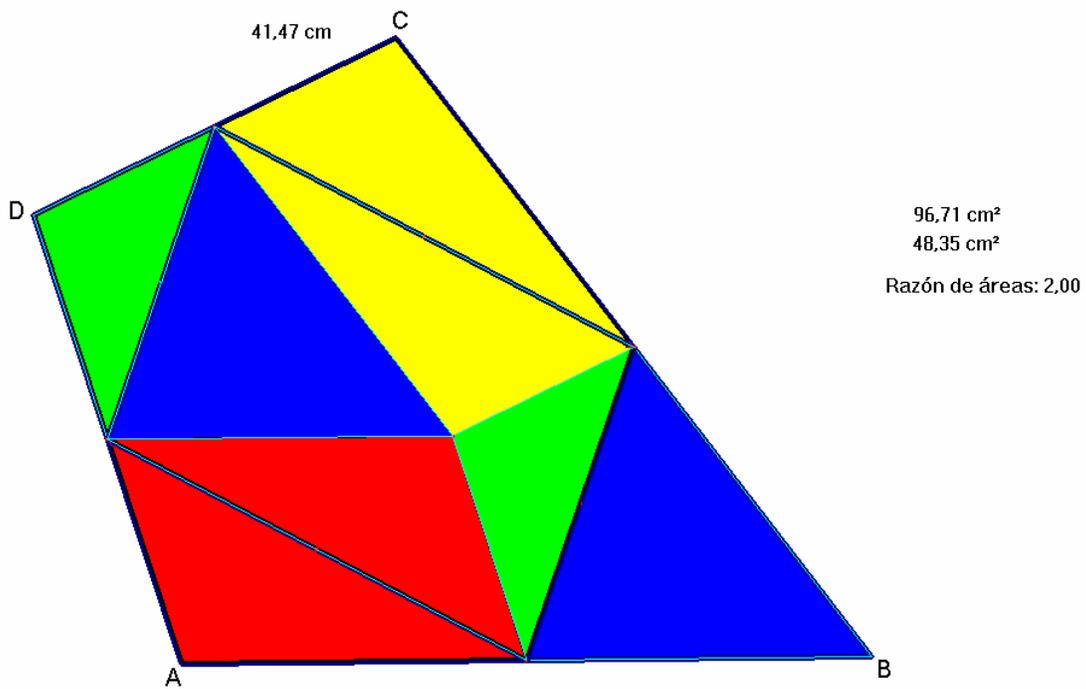
**Teorema de Pitágoras: Disección de Perigal**



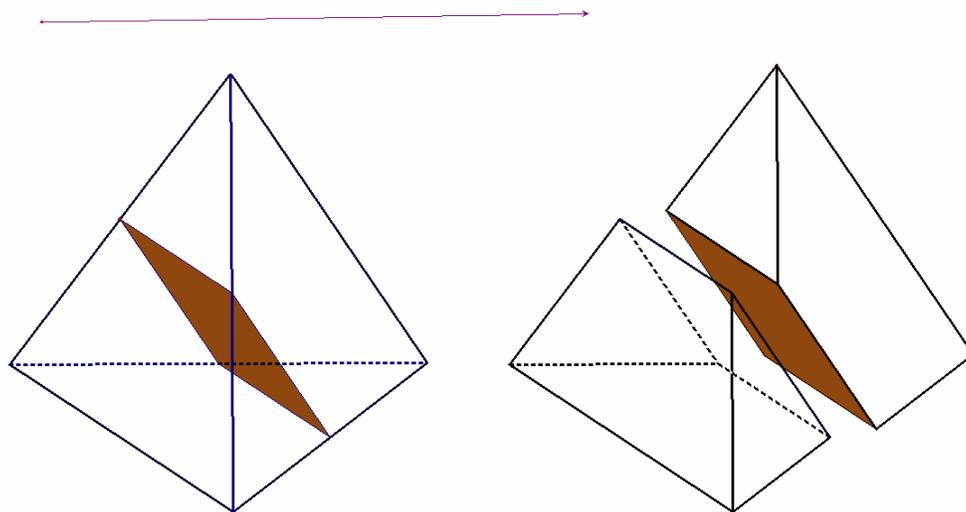
### Teorema de Pitágoras: Demostración visual (mover A)



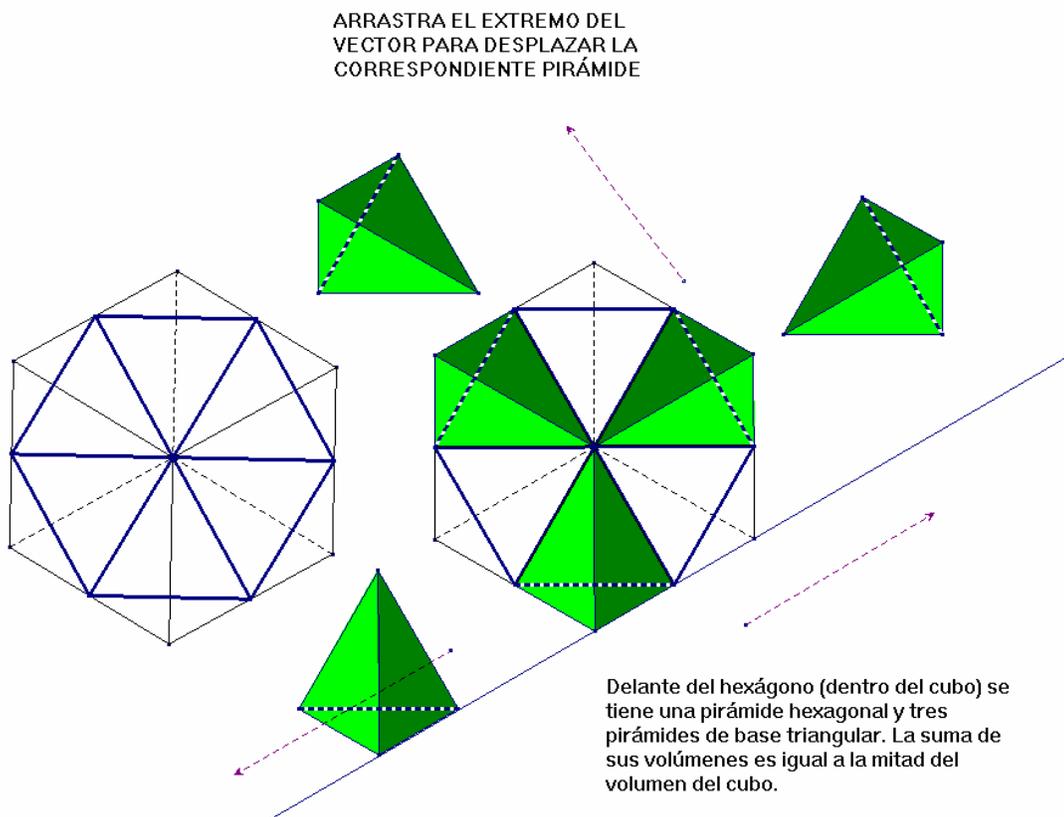
### Teorema de Varignon



## Mitad de un tetraedro



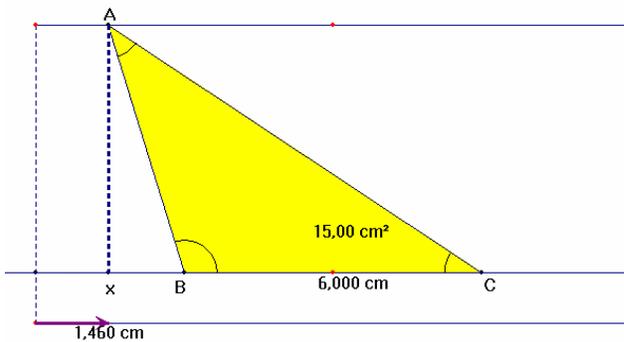
## Descomposición del cubo



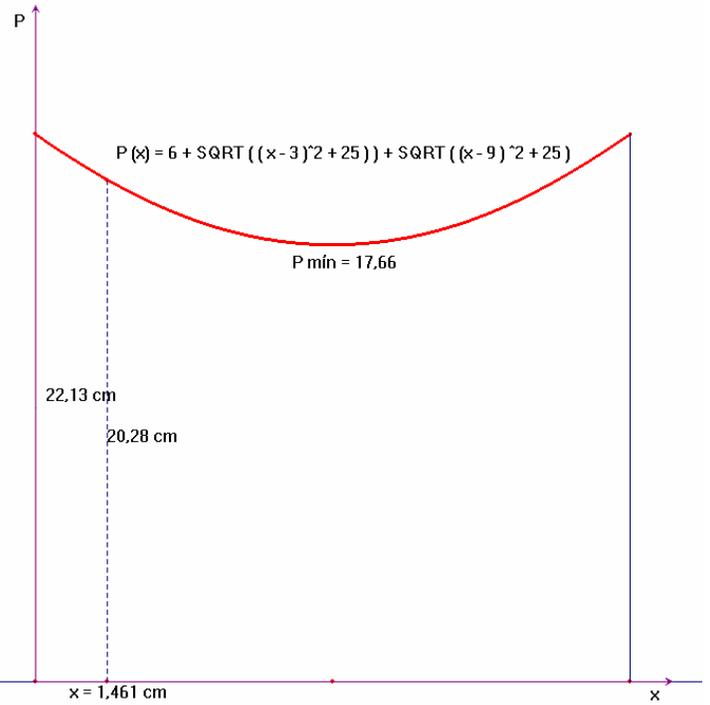
## Modelización: Variación del perímetro de triángulos equivalentes

Base de los triángulos = 6 cm  
 Altura de los triángulos = 5 cm  
 Área de los triángulos = 15 cm<sup>2</sup>  
 med (AB) = 5,232 cm  
 med (AC) = 9,047 cm  
 med (BC) = 6,000 cm  
 Perímetro : 20,28 cm  
 med (A) = 39,3 °  
 med (B) = 107,1 °  
 med (C) = 33,6 °

	x	P(x)
1	0,995	20,83
2	2,011	19,69
3	3,006	18,81
4	4,000	18,17
5	5,016	17,78
6	6,011	17,66
7	7,006	17,79
8	8,001	18,17
9	9,017	18,82
10	10,012	19,71
11	11,007	20,83
12	12,000	22,13
13	0,000	22,13

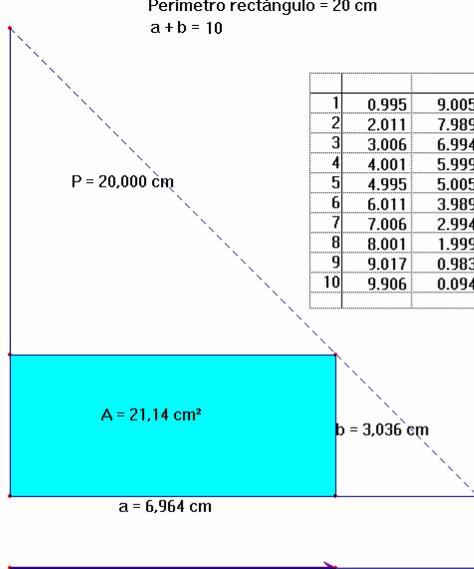


Tirar del extremo del vector para variar la posición del punto A



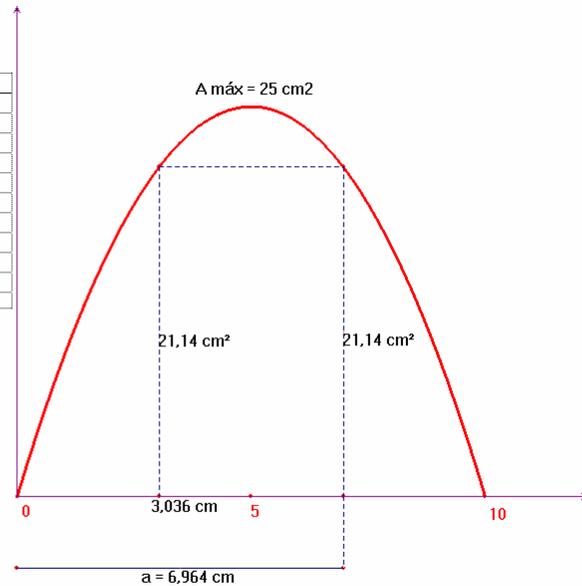
## Modelización: Rectángulos isoperimétricos

Perímetro rectángulo = 20 cm  
 $a + b = 10$



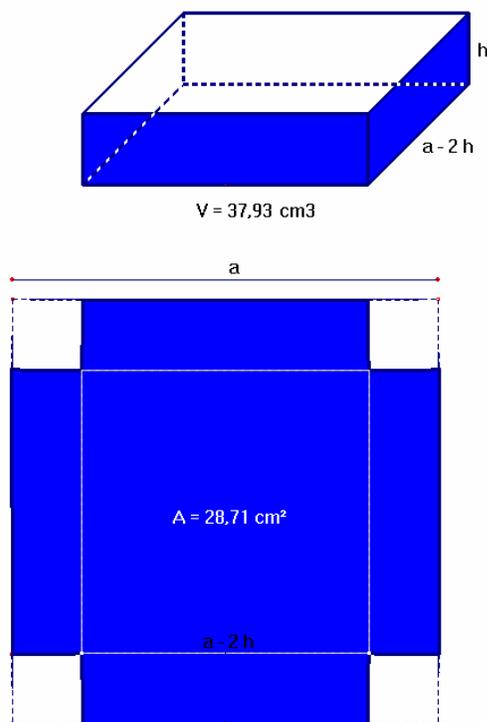
1	0,995	9,005	8,96
2	2,011	7,989	16,06
3	3,006	6,994	21,02
4	4,001	5,999	24,00
5	4,995	5,005	25,00
6	6,011	3,989	23,98
7	7,006	2,994	20,98
8	8,001	1,999	15,99
9	9,017	0,983	8,86
10	9,906	0,094	0,93

Tirar del extremo de vector para variar la base (a) del rectángulo

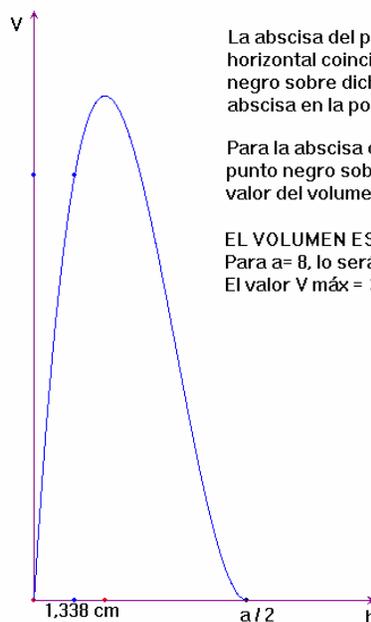


## Modelización del volumen de una caja ortoédrica en función de la altura

Lado base caja (cm) = 8 (puede modificarse a voluntad)  
 Volumen caja (cm<sup>3</sup>) para el h considerado  $= (a - 2h)^2 * h = 37,93$



$h = 1,338 \text{ cm}$   
 Tirar del extremo del vector para variar h



GRÁFICA

La abscisa del punto rojo sobre el eje horizontal coincide con h. El punto negro sobre dicho eje es móvil. Su abscisa en la posición actual es de 0,762 cm

Para la abscisa correspondiente al punto negro sobre el eje horizontal, el valor del volumen (cm<sup>3</sup>) es 31,96

EL VOLUMEN ES MÁXIMO PARA  $h = a/6$   
 Para  $a = 8$ , lo será para  $h = 8/6 = 1,333$   
 El valor  $V \text{ máx} = 37,93$

	V =	
1	0.208	11.97
2	0.568	26.75
3	0.991	35.89
4	1.351	37.92
5	1.901	33.50
6	2.218	28.17
7	2.578	20.85
8	2.959	12.82
9	3.234	7.58
10	3.425	4.53
11	3.827	0.46
12	3.954	0.03
13	3.912	0.12

## Referencias bibliográficas

- Castro, E.; Castro, E. (1997). Representaciones y Modelización. En Rico, L. y otros, *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria*, ICE-Horsori. Barcelona, 95-122.
- Guzmán, M. de (1996). *El rincón de la pizarra. Ensayos de visualización en Análisis Matemático*. Pirámide. Madrid.
- NCTM (2003). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. Sociedad Andaluza de Educación Matemática "Thales". Sevilla.
- Nelsen, R.B. (1993). *Proofs Without Words*. The Mathematical Association of America. Washington.
- Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. Trillas. México.

- Puig, L; Calderón (Eds.) (1996). *Investigación y Didáctica de las Matemáticas*. MEC-CIDE. Madrid.
- Santos, L.M.; Sepúlveda, A. (2004). Hacia la construcción de un ambiente de instrucción basado en la resolución de problemas. En M.M. Socas, M. Camacho y A. Morales (Eds.), *Formación del Profesorado e Investigación en Educación Matemática V*, 323-341. Universidad de La Laguna. Tenerife.
- Socas, M.M. y otros. (1989). *Iniciación al Álgebra*. Síntesis. Madrid.
- Stacey, K.; Groves, S. (1999). *Resolver problemas. Estrategias*. Narcea. Madrid.