FORMACIÓN DEL PROFESORADO
E INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA XII
ISSN: 1695-6613

EVALUACIÓN DE SENTIDO NUMÉRICO EN TAREAS DE FRACCIONES

Rut Almeida, Alicia Bruno y Josefa Perdomo-Díaz

Universidad de La Laguna

Resumen

Se presentan resultados de un estudio sobre sentido numérico en tres tareas de fracciones de alumnado de secundaria. Las tareas corresponden a un cuestionario escrito que contestaron alumnos/as de 2º y 4º de Educación Secundaria Obligatoria (ESO). Se analizan el éxito y las estrategias de resolución en las respuestas. Los resultados muestran dificultades conceptuales importantes en cuanto al concepto de fracción y en la estimación de representaciones de fracciones elementales, así como una escasa asociación de la multiplicación de fracciones con el área de un cuadrilátero. Los porcentajes de éxito de 2º ESO son inferiores a los de 4º de ESO, aunque en este último curso los resultados no se consideran adecuado dados los conceptos de fracciones que implicaban las tareas.

Abstract

Results of a study in number sense for secondary education students are presented about three tasks of fractions. The tasks belongs to a written questionnaire responded by 8th and 10th grade of Secondary Compulsory Education. The success and the strategies of the responses are analyzed. The results show basic misconceptions, as well as a lack of understanding of the relationship between the multiplication of fractions and the area of a quadrilateral figure. The percentages of success for the 8th grade students is lower than those of 10th grade, although for this last level the results are still considered unsuitable given the concept of fractions implies in the tasks.

1. Introducción

En las dos últimas décadas, cuando se hace referencia al aprendizaje numérico, surge el término sentido numérico entendido como la comprensión personal de los números y las operaciones, junto con la capacidad para usar esta comprensión de forma flexible, de modo que se puedan hacer juicios y desarrollar estrategias adecuadas a cada problema (Sowder, 1992).

Desde un punto de vista formal, tanto los documentos curriculares como las investigaciones, han caracterizado el sentido numérico a través de componentes esenciales que se sitúan en dos amplios grupos. El primero hace referencia a *conocer y tener facilidad con los números y las operaciones* y, el segundo, a *aplicar el conocimiento y mostrar facilidad con los números y las operaciones en la resolución de problemas numéricos* (NCTM, 1989; 2000; McIntosh, Reys, y Reys, 1992; Reys y Yang, 1998; Yang, 2003). Se detallan, a continuación, las componentes de cada bloque.

1. *Conocer y tener facilidad con los números y las operaciones*
   1.1 Comprender el significado de los números.
   1.2 Reconocer el tamaño relativo y absoluto de los números.
   1.3 Usar puntos de referencia.
   1.4 Usar representaciones de los números y las operaciones.
   1.5 Comprender las operaciones y sus propiedades.
2. *Aplicar el conocimiento y mostrar facilidad con los números y las operaciones en la resolución de problemas numéricos*
   2.1 Comprender la relación entre el contexto del problema y la operación necesaria.
   2.2 Ser consciente de que existen múltiples estrategias.
   2.3 Reconocer cuándo el resultado obtenido es razonable.

Aunque estas componentes se presenten separadas, están fuertemente interrelacionadas, siendo normal que en una misma tarea matemática se vean involucradas varias de ellas.

Por otra parte, Yang, Li, y Lin (2008) estudiaron la habilidad de alumnos de quinto de primaria en Taiwán, respecto a cuatro de las anteriores componentes del sentido numérico: *reconocer el tamaño relativo de los* *números* (1.2), *usar múltiples representaciones de los números y las operaciones* (1.4), *comprender el efecto relativo de las operaciones* (1.5) y *reconocer cuando un resultado obtenido es razonable* (2.3). Concluyeron que los mejores resultados se encuentran en las actividades que implican reconocer el tamaño relativo de los números, mientras que las mayores dificultades aparecen cuando deben reconocer si un resultado es razonable. Esto refleja que no todas las componentes del sentido numérico se abordan con igual dominio o seguridad.

El sentido numérico abarca un amplio dominio del conocimiento numérico que tiene una fuerte relación con la estimación y el cálculo mental. De hecho, el sentido numérico que posea una persona juega un papel importante para decidir el mejor método de cálculo para una determinada tarea: cálculo escrito, cálculo mental o estimación. McIntosh et al., (1992) y Sowder (1992) muestran que un uso flexible de los números al realizar estimaciones y reconocer cuándo una estimación es apropiada, es un indicador de un buen sentido numérico. En general, los alumnos que demuestran tener buenos resultados en actividades de cálculo escrito no siempre obtienen el mismo nivel de éxito en aquellas tareas en las que necesitan hacer uso del sentido numérico (McIntosh et al., 1992; Reys y Yang, 1998; Yang y Huang, 2004; Veloo, 2010). Las habilidades en el cálculo escrito no se transfieren a otras formas no algorítmicas de resolución de problemas, que impliquen el uso de sentido numérico. Los resultados de estos estudios confirman la idea de que las habilidades en cálculo escrito, sin comprensión, son poco útiles en contextos en los que se necesita algo más que los algoritmos.

Las investigaciones sobre sentido numérico se han realizado principalmente con alumnado de educación primaria (Alsawaie, 2011; Mohamed & Johnny, 2010; Sengul & Gulbagci, 2012; Veloo, 2010; Yang, 2003, 2005; Yang y Huang, 2004; Yang, Hsu, y Huang, 2004; Yang, Li y Lin, 2008; Yang y Tsai, 2010), y menos en la educación secundaria (Akkaya, 2016; Markovits y

Sowder, 1994; Reys y Yang, 1998; Veloo, 2010). Las investigaciones indican que tanto el alumnado de educación primaria como el de secundaria prefiere utilizar procedimientos rutinarios y aplicar reglas o algoritmos mecánicos, antes que emplear otros conocimientos más creativos o flexibles, que involucren relacionar conceptos y/o procesos, que serían indicativos de un buen sentido numérico pero que podrían resultar más complejos (Yang, Hsu & Huang, 2004).

Por otra parte, los estudios no muestran consenso sobre si los estudiantes incrementan su sentido numérico a medida que avanzan en los niveles educativos. Akkaya (2016) muestra que el rendimiento de los estudiantes de educación secundaria en tareas de sentido numérico es muy bajo para lo que se espera en estos niveles, en especial en las tareas referidas a relacionar diferentes tipos de números. Por otra parte, manifiesta la necesidad de realizar estudios para ratificar estos resultados.

2. Objetivos y metodología

La investigación que se presenta forma parte de un estudio más amplio que tiene como objetivo general analizar el uso del sentido numérico en alumnado de educación secundaria (Almeida y Bruno, 2014, 2016), en particular dos de las componentes: *usar puntos de referencia* (1.3) y *usar representaciones de los números y las operaciones* (1.4).

Para ello se diseñó una prueba compuesta por 12 tareas cuyo contenido numérico corresponde, como máximo, al primer curso de educación secundaria (12-13 años en España): ordenar, operar, estimar cantidades, estimar longitudes, en distintos ámbitos numéricos: con números naturales, fracciones, decimales.

Cada tarea se presentó en una hoja separada y los estudiantes tenían 3 minutos para contestar cada una de ellas. Se les indicó que para resolver las tareas no era necesario realizar cálculos exactos, sino que podían recurrir a otras estrategias que conocieran. Además se les pidió escribir todo lo que realizaran, aunque no formara parte de su respuesta final.

Esta prueba la contestaron 248 alumnos de 2º ESO y 199 de 4º ESO, de 7 centros públicos de Tenerife (España).

El objetivo de este artículo es profundizar en el análisis de las repuestas de estos 447 estudiantes a tres de las tareas de esa prueba, aquellas relacionadas con ordenar y operar con fracciones:

Tarea 1: Ordenar fracciones

Tarea 2: Estimar el resultado de una suma de fracciones, utilizando una representación gráfica.

Tarea 3: Estimar el resultado de la multiplicación de fracciones, utilizando una representación gráfica.

De las respuestas a cada tarea se extrajo la siguiente información: si la respuesta era correcta y el tipo de razonamiento utilizado. Los tipos de razonamiento se clasificaron en las siguientes categorías:

- *Sentido numérico*: utilizan alguna componente de sentido numérico.
- *Parcialmente sentido numérico*: la justificación combina el uso de componentes del sentido numérico con el uso de otros tipos de estrategias como reglas memorizadas y/o algoritmos.
- *Basado en reglas*: hacen uso de algoritmos o reglas memorizadas.
- *Otros*: utilizan reglas inventadas o no adecuadas a la situación; los argumentos no son suficientes; utilizan una justificación que no responde a la pregunta formulada.
- *Sin explicación*: Indican la respuesta pero no justifican.
- *Blanco*: no responden a la tarea.

3. Resultados

A continuación se presenta el análisis de las tres tareas numéricas seleccionadas, siguiendo la estructura de mostrar los porcentajes de éxito y de las diferentes estrategias de los alumnos y, por último se seleccionan ejemplos por su representatividad en los aspectos objeto del estudio.

3.1 Ordenar fracciones

La Tarea 1 tenía como objetivo analizar qué tipo de razonamiento utilizan los estudiantes para ordenar fracciones. Se trata de una tarea en un contexto puramente matemático y habitual en el tipo de actividades sobre fracciones que se plantea a los estudiantes de los primeros años de educación secundaria.

Tarea 1

Ordenar los siguientes números de menor a mayor:

$\frac{9}{20}, \frac{8}{5}, \frac{3}{10}$

Explica tu respuesta

El uso de sentido numérico en esta tarea puede aparecer al emplear representaciones gráficas de las fracciones para ordenarlas o al usar puntos de referencia, ya que una de las fracciones es mayor que la unidad y las otras próximas a ½ y 1/3.

En esta actividad prácticamente no hubo respuestas en blanco (Tabla 1). Los estudiantes de 2º de ESO tuvieron un bajo porcentaje de éxito (23.8%) y, aunque los de 4º de ESO mejoraron este porcentaje (52.8%), consideramos que es insuficiente, dada la complejidad de la tarea y lo habitual que es que los alumnos de estos cursos trabajen preguntas de este tipo.

Éxito de la tarea	2º ESO	4º ESO
Correcto	23.8	52.8
Incorrecto	74.2	44.8
Blanco	2	2.4

Tabla 1. Porcentajes de éxito en la Tarea 1

En cuanto al tipo de razonamiento utilizado en las respuestas, el porcentaje de uso de estrategias de sentido numérico fue bajo, 11.7% y 10.6% en 2º y 4º de ESO, respectivamente (Tabla 2). En 4º de ESO predomina el uso de reglas para resolver esta actividad (57.3%), mientras que en 2º hay aproximadamente un tercio de razonamientos incorrectos, aunque el porcentaje de respuestas basadas en reglas es similar (31.4%).

Tipo de estrategias	2º ESO	4º ESO
Sentido numérico	11.7	10.6
Parcialmente sentido numérico	0.4	1
Basado en reglas	31.4	57.3
Otros	38.8	24,1
Sin explicación	17	7

Tabla 2. Porcentaje de estrategias en la Tarea 1

Un 17% de alumnado de 2º de ESO y un 7% de 4º de ESO ordenan las fracciones sin explicar la estrategia seguida, lo que no nos permite indicar el razonamiento seguido. Los estudiantes que emplearon un razonamiento de sentido numérico, lo hicieron utilizando puntos de referencias para cada una de las fracciones. Las referencias más utilizadas fueron la unidad, ½, 1/3, o sus equivalentes en forma de decimal (Figura 1).

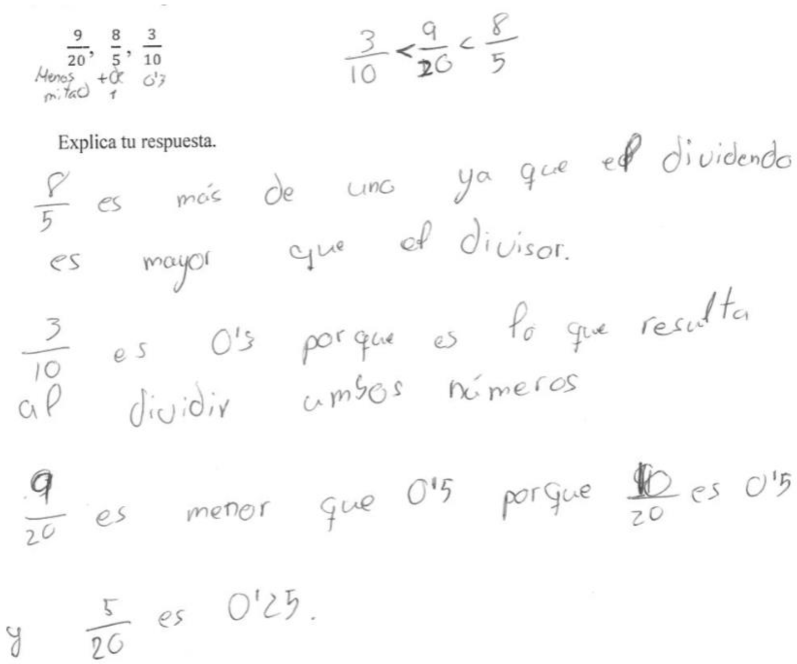


Figura 1. Respuesta correcta de sentido numérico (4º de ESO)

Las justificaciones basadas en reglas consistieron, principalmente, en calcular fracciones equivalentes usando el mínimo común múltiplo de los tres denominadores, para posteriormente comparar las fracciones (Figura 2). También en este grupo se incluyen las respuestas que muestran la realización del algoritmo de la división para expresar las tres fracciones en forma decimal y comparar los resultados.

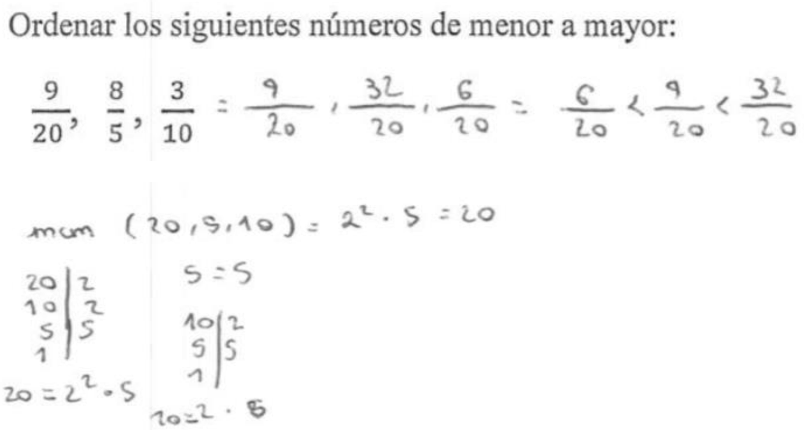


Figura 2. Respuesta correcta basada en reglas (2º de ESO)

El tipo de razonamiento clasificado como “Otros” corresponde a justificaciones que indican reglas no adecuadas, como ordenar teniendo en cuenta, únicamente, el numerador o el denominador (Figura 3). Este tipo de razonamientos se observó en algo más de un tercio de las respuesta de 2º de ESO y en casi un cuarto de las respuesta de 4º de ESO.

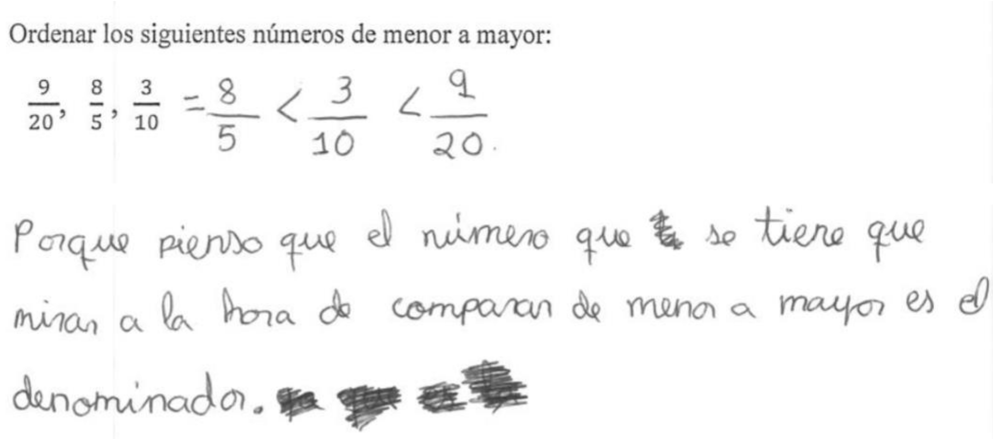


Figura 3. Razonamiento comparando solo denominadores (2º de ESO)

En resumen, esta tarea ha tenido un bajo éxito en ambos cursos, a pesar de ser habitual para los estudiantes. Los porcentajes de éxito y de razonamientos basados en reglas correctas son similares tanto en 2º como en 4º de ESO, por lo que quizás el hecho de buscar estrategias diferentes a la aplicación del mínimo común múltiplo, fue lo que llevó a los estudiantes a un mayor fracaso, aunque por otro lado, también ha dejado patente errores conceptuales importantes en el concepto de fracción.

Al igual que han mostrado otras investigaciones (p.e. Yang et al., 2004), los alumnos han recurrido principalmente a sus recursos procedimentales basados en reglas, en muchos casos incorrectas, siendo escaso el porcentaje de respuestas usando sentido numérico y mostrando dificultades importantes en el concepto de fracción.

3.2 Estimar una representación gráfica de suma de fracciones

La Tarea 2 consiste en una actividad que involucra la suma de fracciones. El enunciado está planteado en un contexto no matemático, pero también habitual para los estudiantes en el ámbito del aprendizaje de las fracciones. Además, el formato de presentación incluye dos circunferencias, como representación gráfica de las dos pizzas de las que habla la actividad. Se espera que esto invite al estudiante a realizar un dibujo de la situación del enunciado y así, no hacer uso de las reglas, que en este caso sería la suma de fracciones usando el mínimo común múltiplo.

Tarea 2

Carlos tiene dos pizzas. Su padre se come un tercio de una pizza. Su hermana se come media pizza. Su madre un cuarto de una pizza.

¿Cuánta pizza le queda a Carlos?

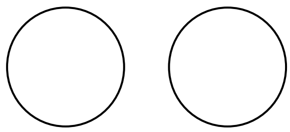
a) Más de una pizza.

b) Menos de una pizza.

c) Exactamente una pizza.

d) No le queda pizza.

e) No sé decidir sin realizar el cálculo exacto.



El objetivo es que los estudiantes hagan uso de la componente del sentido numérico 1.4 Usar representaciones de los números y las operaciones.

Los porcentajes de éxito mejoran con respecto a la Tarea 1, especialmente en 2º de ESO (Tabla 3). Sin embargo, no llegan a la mitad del alumnado en 2º de ESO y en 4º no llegan al 60%. De nuevo los porcentajes de éxito son superiores en 4º con respecto a 2º.

Éxito de la tarea	2º ESO	4º ESO
Correcto	44.8	57.3
Incorrecto	53.2	41.2
Blanco	2	1.5

Tabla 3. Porcentaje de respuestas correctas a la Tarea 2

La mayoría del alumnado utilizó la representación gráfica de las pizzas para responder a la tarea (Tarea 4). El uso de esta representación está relacionado con el sentido numérico, sin embargo, no suponen exclusividad en este tipo de razonamientos ya que se puede combinar el uso de la representación gráfica con el de algoritmos para la suma de fracciones (categorizado como "parcialmente sentido numérico").

Uso de la gráfica	2º ESO	4º ESO
Correcto	19.4	36.2
Incorrecto	64.5	45.2
No usa la gráfica	16.1	18.6

Tabla 4. Porcentaje de estudiantes que usaron la representación gráfica

Con respecto a las estrategias, al contrario de lo que ocurrió en la actividad anterior, una amplia mayoría de los estudiantes de 2º y 4º de ESO (81.5% y 76.4%, respectivamente) siguieron estrategias de sentido numérico (Tabla 5), lo que podría haberse visto favorecido por el contexto de la tarea y la representación gráfica mostrada. El porcentaje de alumnos que no justifican la respuesta es del 13.7% en 2º de ESO y del 17.6% en 4º. Esto supone un aumento considerable en respuestas sin justificación en 4º de ESO, en comparación con la tarea 1.

Tipo de estrategias	**2º ESO**	**4º ESO**
Sentido numérico	81.5	76.4
Basado en reglas	1.6	1
Parcialmente sentido numérico	1.6	5
Otros	1.6	0
Sin explicación	13.7	17.6

Tabla 5. Porcentaje de estrategias en el Tarea 2

Entre las respuestas que presentaban un razonamiento de sentido numérico se encontraron ejemplos en los que no se utilizó la representación gráfica, como el mostrado en la Figura 4.

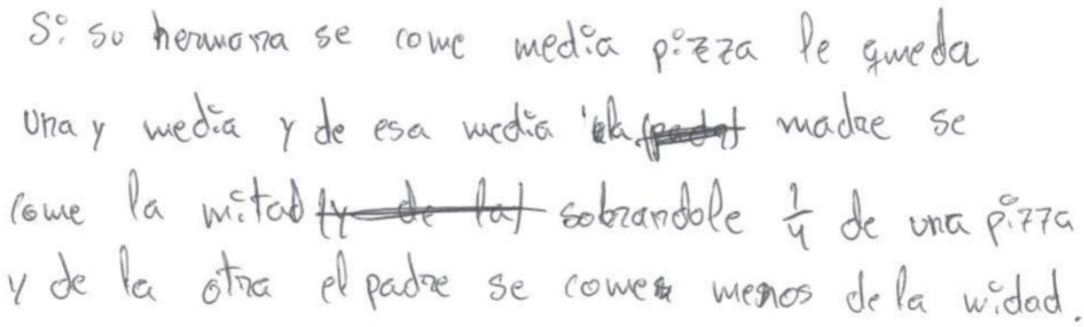

Si su hermana se come media pizza le queda una y media y de esa media la ~~(padre)~~ madre se come la mitad ~~(y de la)~~ sobrandole $\frac{1}{4}$ de una pizza y de la otra el padre se come menos de la mitad.

Figura 4. Respuesta correcta de sentido numérico (Tarea 2, 2º de ESO)

Aunque lo más común fueron respuestas análogas a la de la Figura 5, donde se muestra el uso correcto de la representación gráfica para responder con sentido numérico.

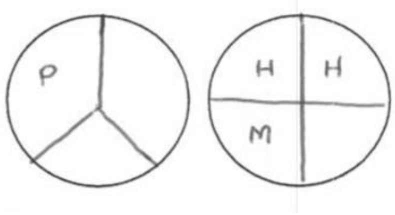


Figura 5. Respuesta correcta con sentido numérico (2º de ESO)

Las repuestas basadas en reglas o con razonamientos parcialmente con sentido numérico fueron escasas en esta tarea (Tabla 5) y todas tenían en común el uso del mínimo común múltiplo para sumar las fracciones, como se observa en la Figura 6.

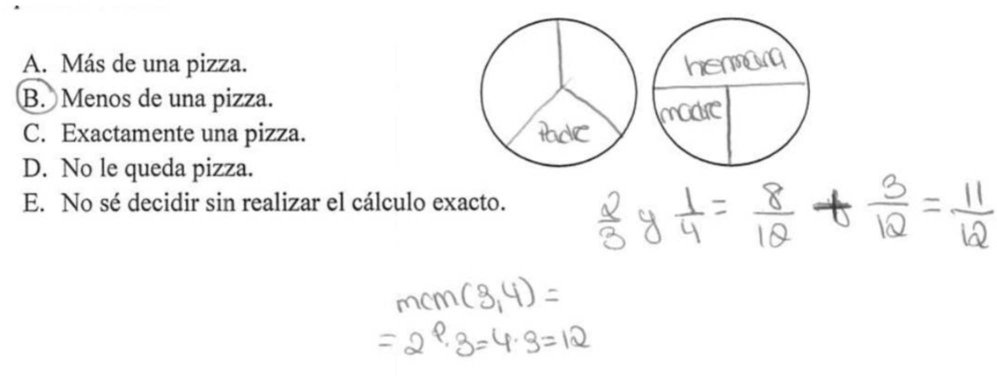


Figura 6. Respuesta correcta parcialmente sentido numérico (4º de ESO)

Lo más destacado de esta tarea fueron las numerosas respuestas incorrectas asociadas a la representación gráfica de las fracciones, un 64.5% en 2º de ESO y un 45.2% en 4º de ESO (Tabla 4). Se observaron muchos errores relacionados con las representaciones de 1/3 y 1/4. Por ejemplo, en la Figura 7 se muestra el uso de la representación gráfica que hace un alumno de 2º de ESO, en la que se observa que hace una correcta representación de la fracción ½ y ¼, y sin embargo, representa la fracción 1/3 menor que ¼.

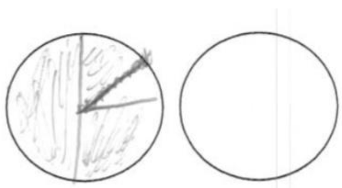


Figura 7. Respuesta incorrecta de sentido numérico (2º de ESO)

Otro tipo de error que se pudo observar en esta tarea fue el representar las fracciones tomando en cuenta únicamente el denominador, considerando que éste indica el número de partes en lugar del todo. En la Figura 8 se muestra un ejemplo de este tipo de error; el alumno representa ½ correctamente (H), pero representa 1/3 como tres partes (P) y ¼ como 4 partes (M). Esto refleja una dificultad en la comprensión de la fracción como parte-todo.

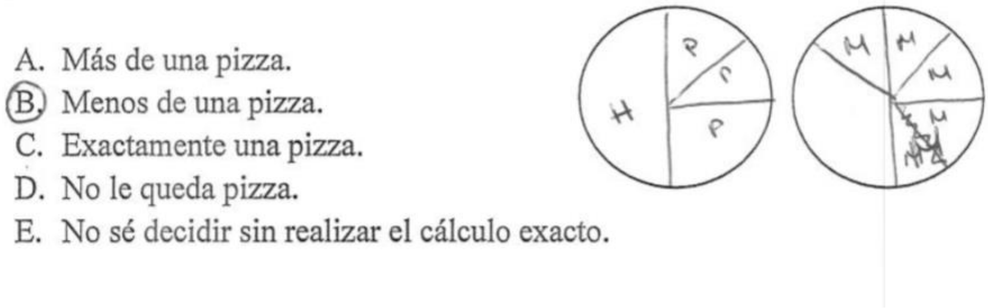


Figura 8. Respuesta incorrecta de sentido numérico (Tarea 2, 2º de ESO)

También se encontraron representaciones no estandarizadas de las fracciones que en general llevaron a respuestas incorrectas, como las que aparecen en la figura 9.

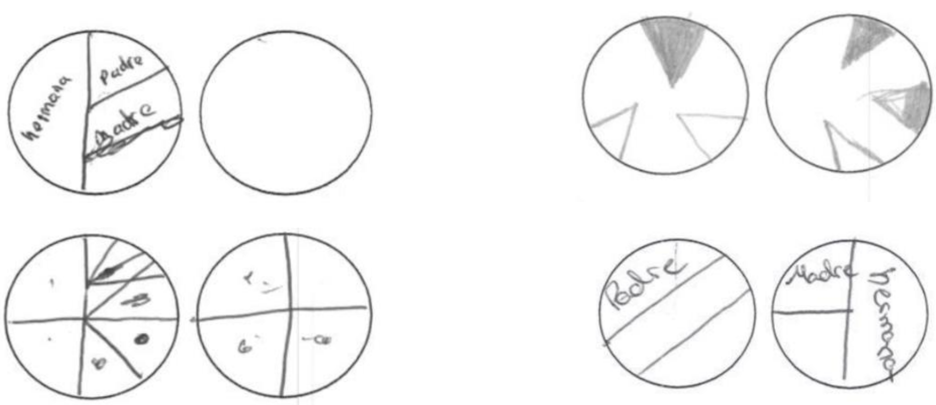


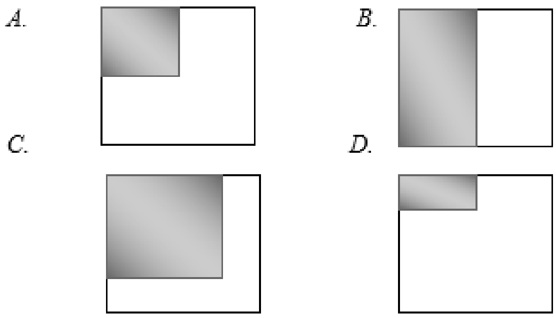
Figura 9. Respuesta incorrecta de sentido numérico (Tarea 2, 2º de ESO)

3.3 Estimar una representación gráfica de multiplicación de fracciones

En el tarea 3 se presenta una multiplicación de dos fracciones, asociada al área de un rectángulo. Los estudiantes tienen que decidir qué representación gráfica se aproxima más al producto de fracciones indicado.

Tarea 3

Si el lado del cuadrado mide 1, ¿qué área sombreada se aproxima más al producto $\frac{4}{9}$ x $\frac{1}{2}$? Explica tu respuesta



El diseño de esta tarea hace obligatorio el uso una componente del sentido numérico, ya que el estudiante debe interpretar una representación gráfica para responder a la misma.

Ésta fue la pregunta con menor porcentaje de éxito, de las tres analizadas. El porcentaje de respuestas correctas, tanto en 2º como en 4º de ESO, es inferior al 20%. Además, es la que tiene un mayor porcentaje de respuestas en blanco, 7.7% en 2º de ESO y 6.5% en 4º de ESO (Tabla 6). Se sigue manteniendo mejores resultados en 4º que en 2º, pero la diferencia entre los dos cursos es pequeña.

En esta tarea vuelve a aumentar el porcentaje de respuestas sin explicación, que alcanza casi el 30% en los dos cursos (Tabla 7). El porcentaje de respuesta en las que se utiliza únicamente sentido numérico no alcanza el

10% en ninguno de los cursos; nuevamente aparece el predominio del uso de algún algoritmo en algún momento de la respuesta, lo que en esta tarea se traduce en un razonamiento parcialmente sentido numérico.

Las tipologías de respuestas indican que el alumnado de secundaria no asocia la multiplicación de fracciones con el área de un cuadrado como el que se muestra en esta tarea. Estos resultados coinciden con los encontrados en otras investigaciones que señalan que el alumnado tiene dificultades para crear representaciones visuales con la multiplicación de fracciones (Wu, 2008).

Éxito de la tarea	**2º ESO**	**4º ESO**
Correcto	12.9	19.6
Incorrecto	79.4	73.9
Blanco	7.7	6.5

Tabla 6. Porcentaje de respuestas correctas al Tarea 3

Tipo de estrategias	**2º ESO**	**4º ESO**
Sentido numérico	4.8	9
Parcialmente sentido numérico	38.3	45.7
Otros	27.8	17.6
Sin explicación	29	27.6

Tabla 7. Porcentaje de estrategias en el Tarea 3 en 2º y 4º de ESO

Los razonamientos de sentido numérico serían aquellos que asocian el producto con el área de un rectángulo. Se puede ver un ejemplo en la Figura

10. En esta respuesta, el estudiante transforma el producto original en el producto de dos fracciones con igual denominador e indica la respuesta sin realizar la operación.

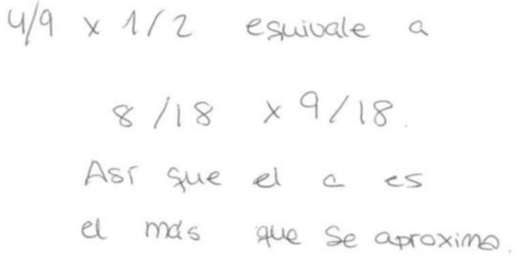
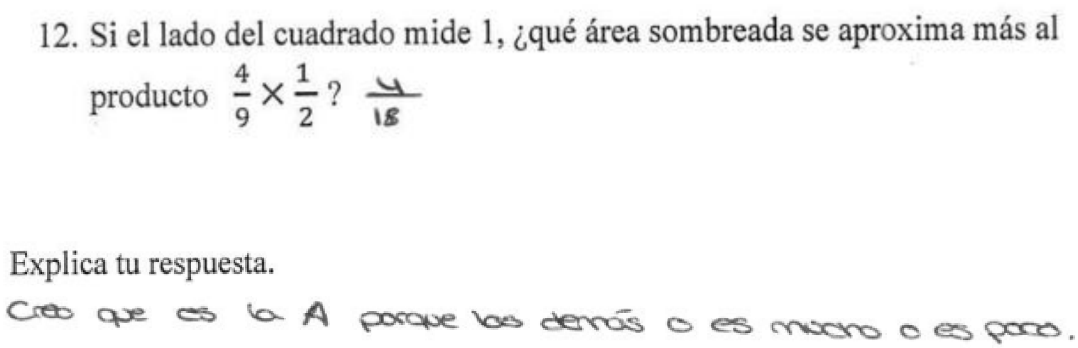

4/9 x 1/2 esquivale a
8/18 x 9/18.
Así que el a es
el más que se aproxima.

Figura 10. Respuesta correcta con sentido numérico (4º de ESO)

Son muy pocos los alumnos que realizan la tarea reflexionando en torno a la medida de los lados del cuadrilátero. Es decir, que la idea de que los factores de la multiplicación, en forma de fracción, se pueden asociar con la medida de los lados de un rectángulo, no está arraigada en el alumnado de secundaria de este estudio.

Los razonamientos o estrategias clasificados como parcialmente sentido numérico, que fueron los más frecuentes entre las respuestas, son aquellos en los que se calcula el resultado de la operación y, posteriormente, se busca el área que corresponde al resultado. Un ejemplo de este tipo de razonamiento es el que se muestra en la Figura 11.


12. Si el lado del cuadrado mide 1, ¿qué área sombreada se aproxima más al producto $\frac{4}{9}\times\frac{1}{2}$? $\frac{4}{18}$

Explica tu respuesta.
Creo que es la A porque los demás o es mucho o es poco.

Figura 11. Respuesta correcta parcialmente sentido numérico (2º de ESO)

Muchos de los estudiantes que utilizan este tipo de razonamiento, de parcialmente sentido numérico, responden incorrectamente a la tarea, bien porque siguen reglas erróneas en la multiplicación de fracciones, o porque asocian el resultado de la operación, 4/18, con un área sombreada no adecuada. Este último hecho está asociado al concepto de fracción como parte de un todo, por lo tanto, el error se considera significativo, dado que se refiere a la idea inicial de fracción con la que trabajan los alumnos desde etapas tempranas.

La Figura 12 muestra un ejemplo de este tipo de error. El estudiante realiza la operación correctamente, sin embargo, señala la D como respuesta, lo que podría significar una mala estimación del valor de 4/18 o un error en el concepto de fracción como parte todo.

Figura 12. Respuesta incorrecta parcialmente sentido numérico (2º de ESO)

El siguiente ejemplo es una combinación de los dos tipos de errores (Figura 13). En primer lugar, el estudiante confunde la regla de la división para realizar la multiplicación y además, asocia el resultado obtenido, 8/9, con la respuesta B, que correspondería a la fracción ½.

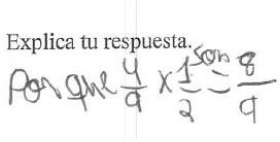


Figura 13. Respuesta incorrecta parcialmente sentido numérico (2º de ESO)

3. Conclusiones

Los resultados obtenidos invitan a una reflexión. Tal y como se esperaba, los porcentajes de éxito en 4º de ESO son superiores a los de 2º de ESO en las tres tareas. Sin embargo, difícilmente puede considerarse que los resultados sean adecuados, ya que las tareas analizadas correspondían, por su contenido matemático, al primer año de la educación secundaria y el mayor porcentaje de éxito que se obtuvo fue de un 57.3%, en las respuestas de los estudiantes de 4º de ESO a la tarea 2.

En general, los resultados indican que los estudiantes objeto de este estudio tienen dificultades importantes en aspectos relacionados con las fracciones: ordenar, representar y estimar el resultado de una suma o una multiplicación, lo que es consecuentes con investigaciones realizadas en otros contextos educativos (por ejemplo, Akkaya, 2016; Wu, 2008).

Se constata el fuerte apego de los estudiantes al uso de algoritmos, tal y como señalaban Yang et al. (2004). Se observa, además, que optar por los algoritmos no es garantía de éxito, puesto que en muchos casos no se recuerdan correctamente o porque las tareas incluyen aspectos que requieren el uso de la comprensión de los conceptos, como la estimación de la representación gráfica de una fracción.

Estos resultados avalan la necesidad de dar mayor protagonismo al sentido numérico en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática en los niveles educativos de primaria y secundaria. El desarrollo del sentido numérico persigue que los estudiantes adquieran habilidades en el manejo de los números que les sean útiles en el estudio de la propia matemática y fuera del contexto escolar. Se trata de promover un aprendizaje de los números que les permita ser más reflexivos y críticos, y conocer métodos diferentes a la ejecución de un algoritmo estándar (Anghileri, 2006; NCTM, 1989; 2000; Reys, 1991).

Las tareas utilizadas en este trabajo pueden llevar a un trabajo del sentido numérico en el aula si se crea un escenario que lo promueva. Por ejemplo, las tareas 1 y 2 pueden resolverse utilizando algoritmos tradicionales, pero pedir a los estudiantes que las resuelvan sin hacer uso de ellos abre el espacio a la reflexión, a la búsqueda de estrategias alternativas, y por lo tanto, lo que llevaría a aflorar la comprensión conceptual. Otra característica de las tareas que juega un rol importante en relación con el sentido numérico es el papel de la estimación numérica en las representaciones gráficas de los números (Tareas 2 y 3).

Agradecimientos: Este trabajo se ha realizado bajo la financiación del Proyecto de Investigación del Ministerio de Economía y Competitividad. Madrid. España. EDU2015-65270-R: *Una perspectiva competencial para la formación matemática y didáctica de profesores de educación Primaria y Secundaria: implicaciones para la enseñanza y el aprendizaje*.

Referencias

Akkaya, R. (2016). An Investigation into the Number Sense Performance of Secondary School Students in Turkey. *Journal of Education and Training Studies*, 4(2), 113-123

Almeida, R.; Bruno, A. (2014). Respuestas de estudiantes de secundaria a tareas de sentido numérico. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. 127–136). Salamanca: SEIEM.

Almeida, R.; Bruno, A. (2016). Uso de puntos de referencia y de representaciones gráficas para resolver tareas numéricas en secundaria. *PNA, 10*(3), 191-217.

Alsawaie, O.N. (2011). Number sense-based strategies used by high-achieving sixth grade students who experienced reform textbooks. *International Journal of Science and Mathematics Education* (Online First).

Anghileri, J. (2006). *Teaching Number Sense, 2nd Edition*. London: Continuum.

Markovits, Z.; Sowder, J. (1994). Developing number sense: an intervention study in grade 7. *Journal for Research in Mathematics Education,* 25(1) 4-29.

McIntosh, A.; Reys, B. J.; Reys, R. E. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the learning of mathematics,* 12(3), 2-8.

Mohamed, M.; Johnny, J. (2010). Investigating number sense among students. Procedia Social and Behavioral Sciences, 8, 317–324.

NCTM (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

NCTM (2000). *Principles and Standars for School Mathematics.* Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Reys, B.J.; Yang, D.C. (1998). Relationship between computational performance and number sense among sixth and eighth grade students in Taiwan. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(2), 225-237.

Sengul, S.; Gulbagci, H. (2012). An investigation of 5th grade Turkish students' performance in number sense on the topic of decimal numbers. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 46, 2289–2293.

Sowder, J. (1992). Estimation and number sense. In Grouws, D. (ed.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, pp. 245-275. MacMillan Publishing Company. New York.

Veloo, P.K. (2010). *The development of number sense and mental computation proficiencies: An intervention study with secondary one students in Brunei Darussalam*. Doctor Ph. University of Otago, Dunedin. New Zeland.

Wu, Z. (2008). Using the MSA model to assess Chinese sixth graders'mathematics proficiency. *Journal of Mathematics Education,* 1(1), 74-95.

Yang, D.C. (2003). Teaching and learning number sense – an intervention study of fifth grade students in Taiwan. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 1(1), 115–134.

Yang, D.C. (2005). Number sense strategies used by 6th grade students in Taiwan. Educational Studies, 31(3), pp. 317-333

Yang, D.C., Hsu, C.J.; Huang, M.C. (2004). A study of teaching and learning number sense for sixth grade students in Taiwan. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 2, 407-430.

Yang, D.C.; Huang, F.Y. (2004). Relations among computational performance, pictorial representation, symbolic representation and number sense of sixth-grade student in Taiwan. *Educational Studies*, 30(4), 373-389.

Yang, D.C.; Li, M.N.; Lin, C.I. (2008). A study of the performance of 5th graders in number sense and its relationship to achievement in mathematics. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 6, 789-807.

Yang, D.C.; Tsai, Y.F. (2010). Promoting Sixth Graders' Number Sense and Learning Attitudes via Technology-based *Environment. Educational Technology & Society*, 13(4), 112-125.