

La enseñanza de la adición con números naturales en la escuela primaria multi-grado

Teaching natural number sums in multi-grade primary school

Lorena Trejo Guerrero¹

Resumen: El presente trabajo muestra los resultados de una investigación terminada en relación a la comprensión del Sistema Métrico Decimal en la escuela primaria. Diseñamos, implementamos y analizamos una situación didáctica mediante juegos en el patio. Consiste en sumar unidades y decenas. Para interpretar nuestros resultados analizamos los registros en los cuadernos de los niños y los usos de los números, así como las conversaciones entre los estudiantes, al realizar las actividades del juego en equipos integrados por alumnos de primero, segundo y tercer grados, de una escuela primaria pública multi-grado. Lo que nos permitió identificar las condiciones de los niños del medio rural, su nivel de aprendizaje y la reflexión crítica de la práctica docente en el área de matemáticas en escuelas donde los profesores trabajan con dos o más grados a la vez.

Palabras clave: *multigrado, enseñanza, aprendizaje cooperativo, número.*

Abstract: The present work shows the results of a completed investigation in relation to the understanding of the Decimal Metric System in primary school. We design, implement and analyze a didactic situation through games in the

Fecha de recepción: 1 de agosto de 2020. **Fecha de aceptación:** 5 de diciembre de 2022.

¹ Universidad Pedagógica Nacional Unidad 131. Hidalgo, ltrejoge@gmail.com, orcid.org/000-0001-9654-1589

yard. They consist of adding units and tens. To interpret our results, we analyzed the records in the children's notebooks and the uses of numbers, as well as the conversations between students, when carrying out the game activities in teams made up of first, second and third grade students from a multi-grade public primary school. This allowed us to identify the conditions of rural children, their level of learning and critical reflection of teaching practice in the area of mathematics in schools where teachers work with two or more grades at the same time.

Keywords: *multigrade, teaching, cooperative learning, number.*

INTRODUCCIÓN

El conocimiento se construye en el aula gracias a un proceso de interacción entre los alumnos, el profesor y el contenido matemático. Es necesario analizar no solo la actividad constructiva de los estudiantes (ideas previas sobre el contenido, predisposición para el aprendizaje, etc.) sino también a los mecanismos de influencia o de ayuda pedagógica, rol que desempeña el profesor, así como la naturaleza del contenido a enseñar, diferenciar si lo que se enseña es un concepto o un procedimiento para llegar a comprender un concepto (Porlán, 1998).

Una función de la escuela primaria es ofrecer al alumno la oportunidad de desarrollar habilidades y construir conocimientos para resolver problemas de diversa índole que favorezca su desarrollo integral.

Los planes y programas (SEP, 2017) proponen llevar a las aulas una matemática que permita a los alumnos construir los conocimientos a través de actividades que susciten su interés y los hagan involucrarse y mantener la atención hasta encontrar la solución de un problema. Por lo anterior, cabe destacar que al término de la educación primaria, los alumnos conocerán reglas, algoritmos, fórmulas y definiciones que son necesarios para alcanzar soluciones a diferentes problemas de matemáticas que se les pudieran presentar, tanto en la escuela como fuera de ella.

Para que el alumno construya sus conocimientos matemáticos es necesario que el maestro elija y diseñe problemas con los que el niño desarrolle nociones y procedimientos a través de las interrogantes que ellos se planteen. Nuestro estudio considera los conocimientos escolares y extraescolares que poseen los alumnos,

los procesos que siguen para construir nuevos conocimientos y; las dificultades que enfrentan en su aprendizaje, como punto de partida para resolver problemas y para avanzar hacia el conocimiento formal. Así mismo, se pretende que el alumno desarrolle la habilidad para expresar ideas, la capacidad de razonar, de crear, de imaginar y convivir en el trabajo colaborativo a través de juegos, en donde mientras unos adquieren nuevos conocimientos, otros reafirman los mismos.

Los números naturales se enseñan desde el primer grado de primaria, con el fin de proporcionar experiencias donde los significados que adquieren en diversos contextos y las diferentes relaciones que pueden establecerse entre ellos, permitan comprender las características del Sistema Métrico Decimal. Por lo tanto, los niños desde el primer grado deben resolver problemas aritméticos de estructura aditiva desde su ingreso a la escuela primaria al interactuar con sus compañeros de los otros grados durante las actividades propias de las escuelas multigrado.

Debido a que nuestra investigación va dirigida a los tres primeros grados de educación primaria, nos parecen importantes los planteamientos del National Research Council (2001), donde proponen que la investigación en matemática educativa con respecto a la enseñanza de las matemáticas en preescolar y los primeros grados de primaria, desarrolle de cinco competencias clave para que los niños puedan formular problemas matemáticos, representarlos y resolverlos:

1. Aritmética del preescolar: que el niño tenga disponibles materiales concretos para manipularlos libremente o bien el uso de sus dedos.
2. Solucionar problemas verbales: mostrar a los niños pinturas con diversos elementos, por ejemplo, pueden ser aves, animales o frutas colocadas en referencia a algún árbol en el caso de los pájaros o de una cesta en relación a las frutas y preguntarle al niño, ¿cuántas frutas están dentro de la cesta y cuántas fuera?
3. Razonamiento adaptativo: es la capacidad de razonar lógicamente acerca de las relaciones entre conceptos construyendo analogías.
4. Disposición productiva: una buena actitud que lo motive a aprender, el juego suele ser un buen recurso para crear buenas actitudes de aprendizaje en colectivo.
5. Evitar problemas con numerales muy grandes: los niños pequeños no pueden resolver problemas cuyos recursos no tengan a la mano (material concreto) o en sus manos (dedos).

Desde los planteamientos anteriores, es necesario que el docente cuente con conocimientos disciplinares en torno a los números naturales, las reglas del sistema de numeración decimal; y, cómo resolver las operaciones aritméticas básicas con dichos números. Debe contar con habilidades comunicativas para ayudar a los estudiantes a desarrollar una comprensión profunda de conceptos matemáticos y socializar los métodos de solución entre ellos.

También, el profesor debe contar con habilidades didácticas, que le permitan atender las necesidades reales de aprendizaje de sus alumnos, escuchar y responder al conocimiento matemático que ellos comparten, así como conocer cuáles son las dificultades que enfrentarían durante las actividades.

La labor docente en aulas de primero, segundo y tercer grados en escuelas multi-grado, consiste en atender al mismo tiempo a niños que cursan la educación primaria, lo que demanda al docente organizar y planificar el trabajo didáctico, de tal manera, que pueda articular y relacionar los contenidos de las asignaturas y hacerlas accesibles para el aprendizaje de sus alumnos, proceso también complejo. Se debe procurar en todo momento, atender adecuadamente a todos los niños con los diversos ritmos de aprendizaje de cada uno.

Generalmente para su desempeño docente tiene a la mano materiales como: libros de texto gratuito, libros para el maestro y ficheros de actividades didácticas, los cuales han sido elaborados para trabajar cada grado, es decir, no están pensados para el trabajo con dos o tres grados a la vez. Nuestro trabajo tiene como propósito ofrecer a los profesores de escuelas multigrado bi-docentes, una alternativa de enseñanza desde nuevas perspectivas, basadas en la investigación en el ámbito de la Matemática Educativa.

Si consideramos que el niño construye su conocimiento matemático en interacción con el medio ambiente, sus compañeros, su profesor y el contenido matemático; el medio más utilizado de comunicación es el lenguaje natural, entendiéndose este como el lenguaje coloquial, con el cual los profesores presentan de manera accesible el contenido matemático a los alumnos, debido a que si los alumnos no logran comprender un contenido cabalmente, crean concepciones erróneas.

Reconocemos que una de las fuentes de comunicación entre el profesor y sus alumnos es de manera oral en la vida cotidiana escolar, debido a que los niños de primer grado están en el proceso de aprendizaje del lenguaje escrito; por lo tanto, consideramos al lenguaje como una de las herramientas más importantes de los profesores. Pero, es preciso para un buen funcionamiento del intercambio de significados adecuados, un lenguaje que se aproxime

paulatinamente al uso de palabras que se requieren en cada espacio de interacción social o en el desarrollo de disciplinas científicas, en cuyo caso se trata del lenguaje técnico de cada una de ellas, específicamente aquí, se trataría del lenguaje propio de la matemática.

PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

En el presente trabajo nos propusimos abordar cómo el alumno, apoyándose en el uso del lenguaje cotidiano, adquiere la noción de número natural, a la par que interactúa con sus compañeros y con su maestra durante juegos en el patio. Así mismo, al identificar qué realizaron los niños de los tres grados al jugar con sus compañeros, cómo el niño de primer grado al interactuar con sus compañeros de segundo y tercer grados construye paulatinamente su conocimiento y, a su vez, cómo los niños de segundo y tercer grados al verificar los procedimientos de sus compañeros de primer grado, reafirman sus conocimientos.

A partir del diseño e implementación del juego de patio, se analizaron las estrategias de solución, los diálogos entre los niños al realizarse los juegos, así como las intervenciones de la maestra. El contenido seleccionado fue sumar cantidades pequeñas (de una y dos cifras) con números naturales, para propiciar el tránsito hacia la comprensión del sistema decimal de numeración en la escuela primaria.

Nuestras preguntas de investigación quedan planteadas de la siguiente manera: 1) ¿Qué beneficios se obtienen de los juegos de patio, para favorecer la comprensión de la adición de números naturales? Con respecto a los alumnos: 2) ¿Cómo mediante la interacción que se propicia en el juego, los niños comprenden las características del Sistema Decimal de Numeración?

MARCO TEÓRICO

En el marco teórico presentamos los elementos que nos permitieron interpretar las prácticas escolares en nuestra investigación, enfocándonos en las características de los problemas de estructura aditiva con números naturales en la escuela primaria, el uso del algoritmo convencional y las funciones del Sistema de Numeración Decimal. Partimos de revalorar la importancia del juego como estrategia didáctica para la enseñanza de la matemática escolar, con interés en el intercambio de significados

durante las conversaciones entre los niños y sus compañeros y con la maestra. Finalmente, presentamos las características de la escuela multi-grado.

Mayer (1986) nos lleva a cuestionarnos ¿Qué sucede cuando el alumno recibe una información numérica y debe utilizar reglas de las matemáticas para deducir una respuesta numérica? Es una forma de razonamiento deductivo. Para lo cual es necesario indagar en lo que debe saber una persona al presentar una respuesta numérica, el autor menciona que es importante considerar lo siguiente:

Conocimiento esquemático: tipo de problema.

Conocimiento operativo: cómo llevar a cabo la secuencia de operaciones.

Conocimiento estratégico: técnicas para saber cómo utilizar los diversos tipos de conocimientos.

Un algoritmo es un procedimiento exacto para llevar a cabo una tarea, desde los planteamientos de Mayer (1986). Su uso sugiere una tendencia evolutiva en la cual los más pequeños utilizan modelos simples pero ineficaces, a diferencia de los más grandes, que utilizan modelos más complejos pero eficaces. En esta propuesta didáctica trabajamos con suma de cantidades pequeñas donde el uso de algoritmos convencionales de la aritmética elemental y su representación son puntos de análisis con información interesante.

PROBLEMAS DE ESTRUCTURA ADITIVA

Desde lo que plantea Vergnaud (1991) entiéndase por problemas de estructura aditiva “el conjunto de situaciones cuyo tratamiento implica una o varias adiciones o sustracciones”, su esquema básico es de la forma $a + b = c$. Utilizamos esta estructura al sumar cantidades pequeñas para obtener un total (de puntos obtenidos por cada equipo al final del juego).

Vergnaud (1991) menciona que la enseñanza de la noción de número en la escuela primaria es la más importante de las matemáticas, desde la serie numérica como conteo, la correspondencia biunívoca y la equivalencia entre conjuntos, el número como medida, la suma de números, hasta los niveles más abstractos; para lo cual hay que tener cuidado de no enseñarlo de manera arbitraria, sino otorgando “sentido” dentro de un desarrollo sistemático. La resolución de problemas trae a colación diversas formas de representación mental, al ocuparse de tareas como

son: selección, organización de informaciones, decisiones en los procedimientos de cálculo que se pudiesen utilizar para resolverlo (Polya, 1965).

Uno de los problemas más importantes de la didáctica, visto en el campo de la educación matemática, es el de conocer el orden en el cual las nociones pueden ser adquiridas por el niño, teniendo en cuenta que el orden de complejidad, no puede ser más que un orden parcial, que dará lugar eventualmente al aprendizaje simultáneo de nociones relativamente independientes (Vergnaud, 1991).

BASE NUMÉRICA DECIMAL

Una base numérica es el número de unidades de cierto orden necesarias para formar una unidad de orden inmediatamente superior (Garcíadiego, 2014. p. 354).

En la escuela primaria, se pretende desde el primer grado a iniciar a los niños que ingresan a comprender paulatinamente las características de los números y sus operaciones básicas. Se utiliza el Sistema de Numeración Decimal, en el cual se requiere ese mismo número de dígitos para poder expresar todos los números que deseemos, sin importar lo grande que podría ser algún número. En este caso vamos a usar los dígitos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0. A partir del número 10, cualquier número, por grande que sea, se puede expresar como la combinación de cualquiera de estos dígitos (Garcíadiego y Carpio, 2014). La base 10 combina la sencillez de aumentar o reducir unidades con el número ideal de dígitos para expresar las cantidades, ni son muchos, ni son pocos.

LA IMPORTANCIA DEL LENGUAJE

Consideramos que el lenguaje es una herramienta que ayuda a facilitar la adquisición de competencias lingüísticas, es el instrumento simbólico mediante el cual cada uno organiza su entorno; es comunicación y por medio de este el ser humano organiza su pensamiento; tiene un desarrollo diferente cuando es oral o cuando es escrito; presenta una dimensión sociocultural, exhibiendo también un trascendente canal de comunicación pedagógica (Bourdieu y Passeron, 1970).

Por lo anterior, si la escuela tiene la función de que los niños comprendan diversos textos, instrucciones y todo tipo de indicaciones dentro del espacio escolar, los profesores generalmente recurren a las intervenciones orales, estas proveen las condiciones deseables para que a través de situaciones

comunicativas los niños, en interacción con sus pares, y compañeros de otros grados, como es el caso de la escuela multi-grado, desarrollen y pongan en práctica sus conocimientos previos, o reproduzcan cánones establecidos, o ejecuten indicaciones al jugar con sus compañeros.

Para el análisis del lenguaje, cuando los alumnos interactúan oralmente entre sí durante las actividades escolares, Cazden (1991), menciona que, en la conversación entre iguales los niños, a diferencia de las conversaciones con el maestro, solo con sus compañeros pueden aportar elementos intelectuales, dan directrices o las cumplen, hacen preguntas o contestan las que les planteen sus compañeros. Es por lo tanto, necesario el análisis del intercambio lingüístico entre los niños, durante los juegos.

Retomamos el análisis conversacional del discurso de Thompson (1993) para nuestra investigación, cuyo principio metodológico clave de este análisis, es estudiar ejemplos de interacción lingüística en el ámbito real en que ocurren; y, poner una cuidadosa atención a las maneras en que se organizan, donde los participantes producen un orden por medio de la aplicación rutinaria y recurrente de las reglas conversacionales.

Flanders (1970) pretende captar la influencia que genera el uso del lenguaje verbal del profesor en el clima del aula y en el rendimiento del alumno. En relación con ello establece los siguientes estilos de enseñanza:

- Estilo directo: consistente en exponer las propias ideas, fundado en la autoridad y competencia del profesor.
- Estilo indirecto: propio de los profesores que tienen en cuenta las ideas de sus alumnos y promueven el diálogo.

EL JUEGO

Durante el juego se desarrollaron diferentes aprendizajes, por ejemplo, en torno a la comunicación con otros, los niños aprenden a escuchar, comprender y comunicarse con claridad. En relación con la convivencia social, aprenden a trabajar de forma colaborativa para conseguir lo que se proponen y a regular sus emociones; aprenden a explorar, cuidar y conservar lo que valoran; al enfrentarse a problemas de diversa índole, reflexionan sobre cada problema y eligen un procedimiento para solucionarlo.

Bruner (1982, p. 46) plantea con respecto a los juegos de la infancia y la niñez, que son el elemento básico y el deleite de la inmadurez humana, ya que todos ellos dependen, en alguna medida, del uso y del intercambio del lenguaje. Hay juegos que están constituidos por el lenguaje; y, solo pueden existir donde el lenguaje está presente. Con frecuencia ofrecen la primera ocasión para el uso sistemático del lenguaje del niño con el adulto.

ALGUNAS CARACTERÍSTICAS DE LA ESCUELA MULTI-GRADO

El trabajo docente en aulas multigrado según investigaciones realizadas en las clases de matemáticas y en el estado de Hidalgo (Block, 2015; Trejo y Valdemoros, 2015) implica atender simultáneamente a niños de diversos grados, lo que demanda al profesor organizar y planificar el trabajo de tal manera que pueda articular y relacionar los contenidos de las diversas asignaturas y grados, además, trate de evitar la fragmentación de la enseñanza y atienda adecuadamente a todos los niños con diferentes maneras y ritmos de aprendizaje y trabajar el mismo tipo de cálculo como lo mencionan Broitman *et al.*, (2015).

Entre las ventajas encontramos que son grupos poco numerosos lo cual permite atender “casi” de manera personal a cada uno de los alumnos. Desventajas: para organizar las clases los maestros de la escuela multi-grado requieren emplear los mismos materiales elaborados para las escuelas por grado: libros de texto gratuito, libros para el maestro y ficheros de actividades didácticas. Otra desventaja importante es la falta de apoyo de algunos padres de familia para reforzar el trabajo en casa.

REFLEXIÓN DE LA PRÁCTICA PROPIA

Es conveniente desarrollar la habilidad de la observación de la práctica personal, en la que Elliott (1993), se muestra a favor de un modelo alternativo, si consideramos que el estilo de enseñanza se transforma; y, es importante reconocer esos cambios al observar los resultados de los alumnos en la construcción de su conocimiento durante su proceso de aprendizaje, que no es más que un reflejo de estrategias didácticas adecuadas. La investigación acción permite entonces reconocer las habilidades didácticas que propicien que los estudiantes puedan comprender mejor los conceptos que se abordan en la escuela.

Por lo anterior, la sistematización y la generación de hábitos reflexivos, son necesarias para reconocer el efecto de las decisiones docentes en la enseñanza, llevarlas a cabo será con el fin de comprender críticamente las prácticas de enseñanza personales y realizar las modificaciones necesarias, a partir de acciones que respondan a las necesidades del contexto (Bennet, 1979). Esto se debe realizar con la idea de proponer nuevas formas de abordar las problemáticas encontradas, y convertirse en oportunidades para observar las limitaciones propias y construir alternativas de acción, que guíen y mejoren la práctica docente, en beneficio de los alumnos.

MÉTODO

La investigación se realizó en una escuela primaria multi-grado bi-docente (cada maestra atiende tres grados) del sistema público en el estado de Hidalgo, en la zona escolar 105, Cuyamaloya, perteneciente al Sector 02, Tulancingo de Bravo. La maestra tuvo a su cargo un grupo de diez alumnos, cuatro de primero, cuatro de segundo y dos de tercer grado, sus edades oscilan entre los seis y ocho años. La maestra tiene una amplia experiencia en escuelas multi-grado, veintidós años de servicio.

El trabajo experimental de corte cualitativo, que consistió en implementar juegos en el patio se organizó en ocho sesiones durante ocho semanas, una sesión por semana. El juego del tiro al blanco fue el centro de atención durante todas las sesiones. En el trabajo de campo, revisamos cuidadosamente la dinámica de interacción lingüística durante los juegos. Para validar los significados que surgen en el patio, durante la clase de matemáticas, utilizamos como criterio básico los significados de las acciones desde el punto de vista de la maestra y sus alumnos.

Uno de los instrumentos metodológicos de gran utilidad fue la observación participante (Taylor y Bogdan, 1999), debido a que nos sentimos involucradas en todo momento, es decir, participamos en la observación y reflexión de la práctica propia, nuestros registros en el diario del profesor, nos permitieron recopilar y organizar los datos durante el trabajo de campo; para la posterior construcción de categorías para el análisis sistemático.

LA PROPUESTA DIDÁCTICA, SUMAR EL TOTAL DE PUNTOS OBTENIDOS

Los planes y programas (SEP, 2017) proponen definir la intención didáctica al momento de planear la clase, de ahí que, la claridad de objetivos e intenciones resulta fundamental para ajustar las actividades si se quiere lograr un nivel de comprensión.

Las orientaciones didácticas proporcionan una visión más amplia del contenido que se pretende estudiar, por ejemplo, la importancia de este como parte de la matemática básica, sus vínculos con otros contenidos, el nivel de profundidad que se pretende alcanzar, algunos problemas en los que el contenido tiene aplicación y, en algunos casos, se mencionan recursos adicionales que se pueden utilizar para el estudio.

Esta propuesta pretende proporcionar una mayor atención a los alumnos, profundizar en el tema, favorecer la colaboración, la ayuda mutua y la tutoría –los niños de mayor grado apoyan a los de menor grado–, estimular la puesta en común de los conocimientos adquiridos y atender el nivel de los alumnos al diseñar actividades apropiadas que incluyan a los tres grados.

CRITERIOS PARA LA SELECCIÓN Y USO DE RECURSOS O MATERIALES EDUCATIVOS

Cuando se trabaja con un tema común es importante considerar lo siguiente: las funciones del profesor tienen que ver con planificar de manera flexible para permitir adaptaciones a las necesidades de los alumnos. Deben tomar en cuenta los conocimientos de los alumnos al inicio de las actividades. Establecer tareas adecuadas susceptibles de realizarse con la ayuda pertinente, y fijar objetivos comprensibles con el propósito de que las actividades tengan un sentido claro para los alumnos (Pozo, 1999).

Es necesaria la reflexión acerca de la didáctica de las matemáticas en la labor de todo el que enseña, así como reconocer el efecto de las decisiones docentes en la enseñanza según sus convicciones (ya sean matemáticas o didácticas). La profesora propone a la clase actividades que considera adecuadas, la interpretación y realización de las mismas depende de las habilidades de cada alumno, desde sus concepciones individuales hasta concepciones cada vez más elaboradas y vastas, hacia modelos correctos de los conceptos esperados y deseados por la actividad didáctica como lo plantea (D'Amore, 2005, p. 155).

Por lo anterior, es necesario revalorar el trabajo colaborativo entre estudiantes de los tres grados debido a que, permite a los alumnos más hábiles ayudar a los que están en el proceso a la adquisición de un conocimiento nuevo.

Si bien los maestros se enfrentan no solo a comprender un contenido curricular; en el caso de las matemáticas en la escuela primaria, sino además los obliga a crear sus propios medios de transferencia de ese contenido, con la finalidad de ponerlos de manera accesible a sus alumnos, retomamos a Chevallard (1998) quien menciona que “se designa con el término transposición didáctica el conjunto de transformaciones que sufre un saber a efectos de ser enseñado”.

ANTECEDENTES

Consideramos necesario revisar los antecedentes o conocimientos previos que el alumno de cada grado fue acumulando desde el inicio del curso escolar, hasta el momento de la implementación de nuestra propuesta. Lo importante es poner en común los conocimientos o aprendizajes previos, que los números adquieran, el significado adecuado al contexto de la clase, de acuerdo con lo planteado por Shuard y Rothery (1984). Esta propuesta la implementamos en el último bimestre del curso escolar, en los meses de mayo y junio, una vez abordados los contenidos completos del Bloque cuatro del primer grado (se trabajan cinco bloques durante el ciclo escolar), de no ser así, consideramos que los niños de primer grado no estarían listos para poder jugar adecuadamente con sus compañeros de los otros dos grados. Lo anterior, posiblemente porque los niños de primer grado, son más dependientes y necesitan relacionarse con su maestro de manera individual, una vez que tienen una relación estable, podrán tener interés en el aprendizaje de sus compañeros y ser conscientes de su relación con ellos (Sató, 2018). La escuela multi-grado proporciona oportunidades de convivencia con niños de otros grados debido a la convivencia diaria,

Desde el inicio del ciclo escolar (última semana de agosto del año anterior) se abordaron temas en primer grado con los siguientes tipos de problemas:

- Se reúnen dos cantidades en una sola.
- Se agrega o quita a una cantidad inicial.
- Se comparan dos cantidades.

En los antecedentes en segundo y tercer grados se reafirman tres aspectos. El primero, es que se utilizan cantidades más grandes (sumas de cantidades de dos cifras). El segundo, se refiere a que, mientras en primer grado el resultado que se busca en los problemas de suma es el total, en este grado el resultado que se busca puede ser un sumando. Por ejemplo: “En la cooperativa escolar se obtuvieron \$340 el lunes y al cierre del martes había \$590. ¿Cuánto dinero se obtuvo el martes?” La traducción del problema al lenguaje matemático es $340 + - = 590$. El tercer aspecto, se refiere al uso del algoritmo usual para sumar. Este último, se apoya en las reglas del sistema decimal de numeración, en particular la necesidad de sumar unidades con unidades, decenas con decenas, etc., y la de cambiar diez unidades de un orden por una del siguiente.

Cabe agregar que para iniciar con el uso del algoritmo convencional, conviene partir de una escritura horizontal a la escritura en columnas y analizar lo que pasa si las cantidades no se acomodan de manera correcta.

Retomamos de Planes y Programas de primer grado de primaria el siguiente contenido del Bloque cinco: Plantean y resuelven problemas de suma con números naturales de una y dos cifras usando el algoritmo convencional de la suma.

ACTIVIDADES DE LENGUAJE

Expresión oral: comunicar procedimientos de resolución. Argumentar resultados.

Los recursos didácticos que usamos son los que se muestran en la siguiente tabla de fuente propia.

Tabla 1. Recursos didácticos

Para el maestro	Para el alumno
<ul style="list-style-type: none">• Juegos de piso (Tiro al blanco)• Costales de semilla (dos)• Gises de colores	<ul style="list-style-type: none">• Lápiz• Goma• Cuaderno

Propósito: que los alumnos realicen la suma de los puntos obtenidos en los tiros de cada uno de los integrantes del equipo e identifiquen en sus resultados, las cifras que representan las unidades, las decenas y las centenas.

Indicaciones iniciales para todo el grupo: explicar el juego, el uso de materiales, que promuevan el intercambio de saberes de los niños, en este caso fue con equipos integrados por los tres grados juntos.

El “tiro al blanco”, es un juego que consiste en dibujar círculos concéntricos en la cancha de la escuela y colocar un número en cada uno de los círculos, a diez pasos del blanco se colocan los puntos de tiro, los alumnos deberán lanzar un “costal” de tela (manta) lleno de semillas, el peso del costal permitirá que este no se resbale al caer al piso.

Se forman dos equipos integrados por dos niños de primero, dos de segundo y uno de tercer grados (cinco niños en cada equipo); quienes por turnos lanzan su costal, los números registrados serán los que señalen el lugar donde cae este.

En una tabla, en el cuaderno, se escriben los nombres de los participantes. Pasan dos integrantes, uno de cada equipo y tira uno a la vez. Anotan en el cuadro donde está su nombre el número en el que cayó su costal; se juegan seis rondas por cada equipo. Al final del juego, cada equipo suma los subtotales de cada ronda, se comparan los resultados totales de los dos equipos y gana el equipo que obtenga el número mayor de puntos.

Se realizaron ocho sesiones una por semana, con seis rondas diferentes en cada una, se cambiaron los integrantes de los equipos, no todos son los mismos que en la sesión anterior.

En cada sesión se cambiaron los números. Trabajamos con las siguientes variantes:

PRIMERA SESIÓN

Se colocan los números 1, 2, 3, 4 y 5 ubicando el 1 en el centro del círculo y el 5 al extremo.

Esa manera de acomodar los números, permite a los niños pequeños lanzar el costal de semillas con más frecuencia al círculo de la orilla, lo cual en algunas ocasiones hace que el tiro caiga fuera del círculo, por lo tanto, no hay puntos para el equipo. En este caso es necesario analizar cómo se ponen de acuerdo para registrar el “cero”.

Álvaro de segundo grado: El tiro de Naomi cayó fuera del círculo, no hay puntos para el equipo.

Naomi: Entonces ¿Qué anotamos en mi cuadro?

Álvaro: Nada.

Rodrigo de tercer grado: Mejor anoten el cero, sino se van a equivocar a la hora de hacer la suma de los puntos.

En la conversación interactúan tres integrantes de un solo equipo, aquí podemos observar que los niños se ponen de acuerdo para representar “cero puntos” escribiendo el 0 en el cuadro de Naomi, tal parece que hay una necesidad de representar algo que sabemos que no cuenta en este caso para ganar el juego. Esta necesidad de representar la nada, es parte de la historia natural del cero.

Nuestras reflexiones anteriores son respaldadas por Kaplan (2004, p. 70) quien menciona que aunque es importante tener el símbolo para el cero, el concepto interesa más, “...lo que importa aquí –en la India– es el carácter que tomaría ese concepto: ¿Sería la idea de la ausencia de cualquier número o la idea de un número para tal ausencia? ¿Sería la marca de lo vacío o una marca vacía?” Si respondemos la primera pregunta, no consideraríamos al cero como un número, en cambio, en la segunda pregunta el cero es considerado un número que representa el vacío y podemos deducir que el cero es un número que representa la nada.

SEGUNDA SESIÓN

Se colocaron los números 9, 8, 7, 6 y 5, poniendo el 9 en el centro del círculo y el 5 en el extremo. Los niños de primer grado, por instrucciones de sus compañeros de segundo y tercer grados, tratan de lanzar el costal al centro del círculo para obtener el número mayor de puntos para su equipo. En esta ronda no hubo tiros fuera del círculo. Los niños de primer grado distinguen dónde está colocado el número mayor; el resto de los niños saben que deben intentar que su tiro caiga en los números mayores y como estos se encuentran en el círculo del centro no se sienten presionados a que su tiro caiga fuera de los círculos y no obtengan puntos para su equipo.

Pudimos constatar cómo se construye el conocimiento en función de un pensamiento estratégico (Mayer, 1986) a partir de interpretar las instrucciones para jugar, y claro, ganarle al equipo contrario, cómo, afinar el lanzamiento del costal a los números mayores.

En las dos rondas de esta sesión se usaron números de una cifra, esto no quiere decir que la suma de los puntos no rebase el 10; los niños ya saben que si sumamos varios números de una cifra, podemos obtener un número de dos cifras como resultado. Esto les permitirá utilizar adecuadamente el Sistema de Numeración Decimal, al reconocer una jerarquía de orden superior, al escribir el resultado de una suma por ejemplo, el dígito que se encuentre en el extremo

derecho representa las unidades, que sería la primera jerarquía; el que le sigue a la izquierda representa a las decenas, y así en adelante (Garcíadiego, 2014).

Además, para respaldar lo anterior retomamos a Vergnaud (1991), en referencia a la didáctica, desde sus propias palabras con referencia a la educación matemática:

[...] uno de los problemas más importantes de la didáctica, es el de conocer el orden en el cual las nociones pueden ser adquiridas por el niño, teniendo en cuenta que el orden de complejidad así determinado, no puede ser más que un orden parcial, que dará lugar eventualmente al aprendizaje simultáneo de nociones relativamente independientes. (Vergnaud, 1991)

TERCERA SESIÓN

Se colocaron solo números pares de una cifra, tales como 2, 4, 6 y 8, situando el 2 en el centro del círculo y el ocho al extremo. En este caso, como el número más grande se colocó en la orilla del círculo, los niños procuraron atinarle a este, con el riesgo de que su tiro saliera del círculo.

La intención de colocar solo números pares es que los niños reconozcan que la suma de estos dará como resultado un número par, así al reconocer que la suma del total de puntos es un número par, sabrán que su respuesta es correcta, aunque esto no quiera decir que no puedan equivocarse. En esta ronda, por experiencias anteriores, los niños identificaron dónde está el número más grande y solo los alumnos de tercer grado notaron que al sumar números pares obtienen como resultado un número par. Hubo dos tiros fuera del círculo en ambos equipos.

Los registros de Rodrigo son los más completos, se apegan a las indicaciones iniciales. Anota en el cuadro donde está su nombre, el número en el que cayó su costal. Al final del juego, sumó los subtotaes de cada ronda de su equipo; comparó los resultados totales de los dos equipos y su equipo ganó por 42 puntos más que el otro equipo. Los registros se aprecian en la figura 1.

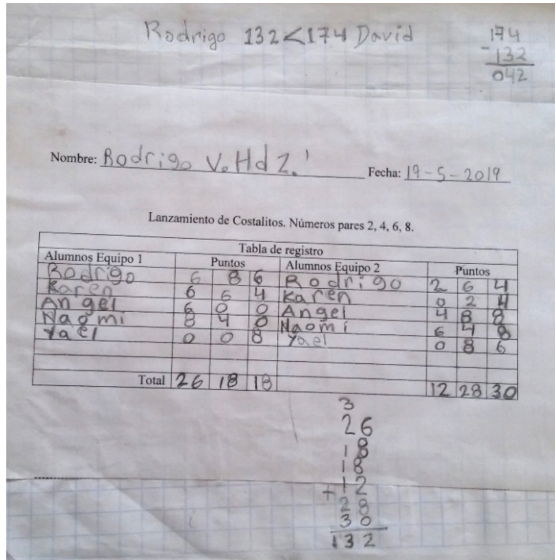


Figura 1. Registros de las seis rondas del juego.

Resalta que Rodrigo de tercer grado, realizó la resta de los puntos obtenidos de su equipo (que fueron más), para saber exactamente con cuántos puntos le ganaron al otro equipo. También anotó el signo “menor que” entre el total de puntos de su equipo y el del otro equipo. Lo cual, nos muestra que Rodrigo utiliza el conocimiento esquemático: tipo de problema; el conocimiento operativo: cómo llevar a cabo la secuencia de operaciones y el conocimiento estratégico: técnicas para saber cómo utilizar los diversos tipos de conocimientos, en concordancia con los planteamientos de Mayer (1986).

CUARTA SESIÓN

Se colocarán los números impares 1, 3, 5, 7, 9, poniendo el 9 en el centro del círculo. Los registros se aprecian en la figura 2.

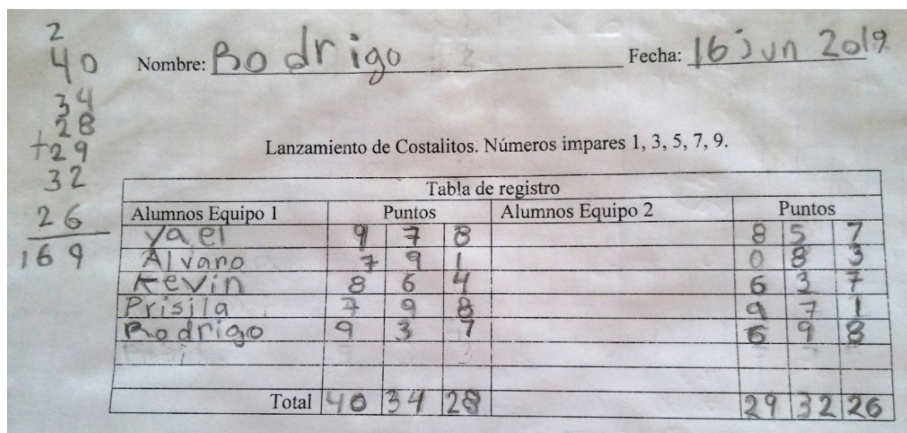


Figura 2. Registro de las seis rondas con números impares.

La intención de poner solo números impares es que los niños reconozcan que la suma de estas no siempre dará como resultado un número impar, esto es posible solo si se suman cifras impares. Durante el juego se les explicó que en el caso de haber jugado seis participantes el resultado de sumar seis números impares dará como resultado un número par. Es algo que llamó la atención de los niños de tercer grado, quienes una vez que comprendieron lo anterior lo explicaron a sus compañeros de segundo y primer grados.

David tercer grado: Ya le entendí, entonces si sumo el uno, más el tres y el cinco obtengo como resultado nueve, que es un número impar. Esto se debe a que sumé tres números impares.

Maestra: Así es, si sumas uno, más tres, más cinco (tres números impares), obtienes como resultado nueve y si a este resultado le sumas siete, obtienes como resultado dieciséis que es un número par. Porque sumaste cuatro números impares.

En los diálogos anteriores podemos notar que hay algunas características muy peculiares que los niños más grandes pueden descubrir, no así para los niños más pequeños, como son los casos de Kevin y Priscila (ambos de primer grado) que registraron números pares, sin embargo, estas experiencias les dan elementos para que en otras circunstancias en el transcurso del ciclo escolar puedan comprender las relaciones entre estos números.

QUINTA SESIÓN

Se colocan las decenas 20, 40, 60 y 80, ubicando el 80 en el centro del círculo.

En este caso sumaron decenas, los niños suponían que su resultado sería un número par, lo cual es correcto. No hubo tiros fuera del círculo, debido a que los más pequeños ya identifican el número mayor que en este caso es el 80 y está en el centro, esto permitió el lanzamiento al centro de los círculos concéntricos.

Además de identificar el número mayor, es importante mencionar que el niño pequeño reconozca que a diferencia del lenguaje escrito, que también aprende desde el primer grado, los números al transcribirlos solamente se escriben igual que las palabras de derecha a izquierda, caso contrario con los resultados de los números al realizar operaciones aritméticas de suma. Se reconoce una jerarquía de orden superior al escribir el resultado de una suma, por ejemplo, el dígito que se encuentre en el extremo derecho representa las unidades, que sería la primera jerarquía; el que le sigue a la izquierda representa a las decenas, que correspondería a la segunda jerarquía; el siguiente a las centenas, y así en adelante (Garciadiego, 2014, p. 358).

SEXTA SESIÓN

Se colocan las decenas 10, 30, 50, 70 y 90, situando el 10 en el centro del círculo.

En este caso sumaron decenas, los niños de segundo y tercer grados no sabían exactamente si su resultado sería un número par. Hubo tiros fuera del círculo con cero puntos para uno de los equipos, debido a que todos los niños identificaron al 90 como el número mayor que en este caso, está en el círculo de la orilla. Al final del juego la maestra preguntó: "¿Qué dificultades enfrentaron al sumar las decenas?" Los niños de tercer grado comenzaron a contar a los integrantes de su equipo, son cinco de cada uno.

Rodrigo de tercer grado: Al principio yo pensé que sería como sumar números impares de una cifra.

David de tercer grado: No, porque todos los números que sumamos son pares, fíjense, son el diez, treinta, cincuenta, setenta y noventa. Todos son pares.

Kevin de primer grado: Ha ya entendí. Todas las decenas son pares.

David de tercer grado: Sí.

Lo anterior nos permite suponer que los niños de primer grado comprenden el principio esencial de la base, que es la creación de unidades superiores (Garcíadiego, 2014, p. 356). En este caso después del 9 sigue el 10, el 11, 12, 13 y así sucesivamente, llegamos al 20 y sigue el 21, 22, 23, así hasta el 100. Sobre todo cuando sumaron los puntos obtenidos del equipo en las dos rondas.

SÉPTIMA SESIÓN

Se colocaron las decenas 10, 20, 30, 40 y 50, se escribió el 50 en el centro del círculo y el 10 en el círculo del extremo.

En esta ronda los niños se entusiasmaron al observar que el 50 estaba en el centro de los círculos, al tratar de atinarle al 50 y fallar, tenían la confianza de obtener algún puntaje para su equipo, aunque este no fuera el mayor. Los niños sabían que al sumar las decenas obtendrían tal vez un número mayor de 100, aquí ya estamos en la unidad superior del Sistema de Numeración Decimal, la centena. Es en el uso de los números en juegos que ocupan su lugar y adquieren sentido, los niños saben que su equipo deberá obtener más de 100 puntos para ganar el juego.

OCTAVA SESIÓN

Se colocan las decenas 60, 70, 80, 90 y 100, se dibujó el 60 en el centro del círculo y el 100 en el círculo de la orilla, solo en esta sesión incluimos el 100. Veremos cómo los niños relacionan las unidades superiores, las que representan a las decenas y a las centenas. Los registros se aprecian en la figura 3.

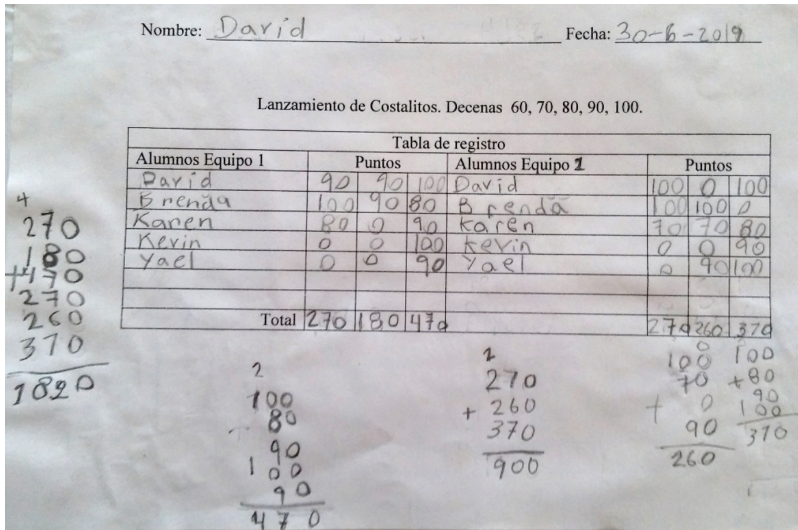


Figura 3. Registros de las seis rondas donde aparece el 100.

En esta ronda los niños se pusieron muy nerviosos, porque el 100 se colocó en la orilla, lo cual significaba que si quedaba fuera serían cero puntos para el equipo. Sabían que al sumar 100 más 100 obtendrían 200, nuevamente estamos en la unidad superior del Sistema de Numeración Decimal, la centena.

Aquí podemos advertir los diferentes significados que adquieren los números, de acuerdo a su uso, en los cuadros donde registran los puntos de cada uno de los integrantes del equipo, son solo eso, registros. Los mismos números acomodados fuera de los cuadros son utilizados para sumar la cantidad de los puntos. Observamos que los registros de David, tienen varias adiciones; podemos notar que coloca los números correctamente al sumar los puntos de cada ronda y las cantidades de las seis rondas también. Lo anterior indica que David sabe usarlos correctamente. Realizar sumas al final del juego, marca una significativa diferencia, no es lo mismo realizar montones de sumas de manera mecánica, las que el maestro escribe en el pizarrón, que realizarlas para obtener el total de los puntos acumulados al terminar de jugar. El juego del tiro al blanco es, sin duda, una fuente de aprendizaje relevante.

Al final del juego, al sumar los puntos, Brenda observa que Yael con el afán de atinarle al cien obtuvo tres tiros fuera, lo cual equivale a cero puntos. Lo muestran sus diálogos.

Yael segundo grado: Si todos le atinamos al 100 obtenemos 500 puntos.

Brenda segundo grado: Mira Yael, tanto que nos dijiste y te saliste de los círculos.

Los pasajes conversacionales anteriores serían incomprensibles para alguien que no estuvo presente en las clases. Para realizar el análisis fue necesario reflexionar en los mecanismos de intercambio lingüístico entre maestros y alumnos, y estos últimos con sus pares. Pusimos especial énfasis en los actos de “asignación de sentido” para lo cual es necesario tener un punto de “referencia” (Saussure, 1998) en este caso los números naturales y sus relaciones.

De igual manera observamos cuidadosamente cómo usaron los signos y los algoritmos, qué hizo la maestra para guiar a sus alumnos a construir su propio aprendizaje y descubrir el conocimiento de manera significativa. Por eso es importante la identificación de conceptos clave/fundamentales para la comprensión de contenidos más complejos.

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Consideramos que los niños de primer grado comprendieron, en su uso, las reglas del sistema decimal de numeración, mientras que los niños de segundo grado reafirmaron estos conocimientos y los de tercer grado, lograron establecer otras relaciones distintas a los objetivos de la clase. Todo lo anterior, permite a la maestra plantear situaciones didácticas para reforzar los contenidos tratados en la clase y por consiguiente, avanzar hacia contenidos más complejos.

Cuando el juego implica acción motriz, desarrollan capacidades y destrezas como rapidez, coordinación y precisión, y cuando requieren expresar sentimientos o representar una situación, ponen en marcha su capacidad creativa con un amplio margen de acción. El juego se convierte en un gran aliado para los aprendizajes de los niños, por medio de él descubren capacidades, habilidades para organizar, proponer y representar; asimismo, propicia condiciones para que los niños afirmen su identidad y también para que valoren las particularidades de los otros (SEP, 2017).

Las observaciones de todas las sesiones nos permitieron acercarnos a indagar cómo los niños de manera sencilla usan los mismos números para los usos que se requieren en ese momento; es decir, adquieren sentido y referencia solo para ese momento específico, con la finalidad de acumular la mayor cantidad de puntos posibles.

Lo anterior beneficia a los alumnos de primer grado, con ayuda de sus compañeros de mayor experiencia comprenden paulatinamente cómo acomodar los números de manera correcta, para sumar pequeñas cantidades y de esta manera comprender poco a poco las características del sistema de numeración decimal (Duval, 1999).

Resulta legítimo crear un modo de re-crear el lenguaje colectivo, de tal manera que en ocasiones se utilizan los signos formales de la aritmética o se explican oralmente para que los alumnos puedan usar el conocimiento esencial de las propiedades aritméticas básicas. Colocar el cero en la casilla cuyo tiro cayó fuera de los círculos, resultó necesario para no confundir a los niños de primer grado en la suma de cinco cantidades, aunque saliera lo mismo anotar o no el cero, el resultado sería el mismo. La producción de significados, la intención de los individuos a fines concretos y posterior conversión en conocimiento, resultan importantes puesto que a partir de ello se estructuran las relaciones que se movilizan al interior de la escuela y marcan la dinámica social a través de una recíproca interacción lingüística entre maestro-alumno y alumno-alumno.

Los niños de primer grado, orientados por sus compañeros más grandes, identificaron el numeral que otorga más puntos, el reto fue desde ese momento, calcular la fuerza del tiro del costal, si este cae fuera de los círculos, el puntaje equivale a cero. Es indispensable que todos los niños interpreten las instrucciones, de lo contrario, sus compañeros se encargarán de explicarles detenidamente, lo cual confluye con lo expuesto por Cazden (1991), la conversación entre iguales aporta elementos intelectuales que ayudan a la comprensión de la tarea.

Es necesario considerar la naturaleza del proceso enseñanza-aprendizaje, en el cual, las relaciones entre profesores y alumnos, están determinadas ampliamente por las expectativas (a menudo implícitas del maestro), las cuales interfieren en modelar el comportamiento de los niños, esto sin duda influye en sus respuestas, por lo tanto, el niño construye una imagen de la resolución del problema según la cual “debe” antes de todo, producir la respuesta que sus compañeros de equipo esperan. Para llevar a cabo la tarea anterior de manera óptima, revisamos detenidamente y analizamos los datos recopilados, su naturaleza, su rol, su pertinencia, su manera de registrar en la tabla puntos acumulados, para de esta manera, deducir y explicar los procedimientos y la justificación de los resultados (Pozo *et al.*, 1994).

En esta perspectiva, consideramos importante que la profesora proponga construir varias imágenes del problema abordado. Pozo (1999), menciona que profesores

y alumnos mantienen verdaderas teorías implícitas sobre el aprendizaje y la enseñanza, profundamente enraizadas no solo en la cultura escolar dominante, en las actividades de enseñanza cotidianas, en la organización social del aula, en la evaluación, etc., sino también en la propia estructura cognitiva de profesores y alumnos. El cambio educativo requiere también promover un cambio en las concepciones de esos agentes educativos sobre el aprendizaje y la enseñanza.

Esas concepciones pueden ser aquellas que dificultan el aprendizaje; es necesario identificar si son resultado de antecedentes deficientes, o anticipar cuáles serán las dificultades que presenta la comprensión del sistema decimal de numeración cuando sumamos cantidades de una cifra y en otro juego sumamos cantidades de dos cifras. Cabe agregar que el uso del cero puede generar concepciones erróneas (Trejo y Valdemoros, 2015), cuando el costal cayó fuera de los círculos, los niños de tercer grado indicaban a los niños de primer grado, anotar el cero para no equivocarse a la hora de realizar la suma del total de puntos.

CONSIDERACIONES FINALES

A través del juego de tiro al blanco con los alumnos, y al realizar una reflexión crítica de la práctica nuestra, exploramos las posibilidades para mejorar las clases, enfocándonos en los usos de los números que hacen que los niños comprendan las características del Sistema Métrico Decimal. Analizar las conversaciones de los estudiantes entre sí, nos ayuda al diseño de nuevos juegos que propicien acciones concretas y reflexivas de los procesos de aprendizaje de los alumnos de la escuela primaria multi-grado específicamente.

Durante los juegos, pudimos revisar las características del lenguaje utilizado al momento de seguir las instrucciones y tratar de ganarle al otro equipo obteniendo la mayoría de puntos. Con todo ello, confirmamos que acumular los números mayores fue el reto, asumir que fueron distintos y que cuando el tiro cayó fuera no hubo puntos para el equipo, mantuvo el interés por el juego durante todas las sesiones.

Algo muy importante de mencionar es, el conocimiento de las ideas y representaciones de los alumnos sobre los contenidos que son objeto de aprendizaje escolar, es sumamente importante observar cómo los alumnos usan los números para registrar los puntos; y, cómo realizan las operaciones aritméticas para obtener el total de puntos acumulados y saber quién fue el ganador. Además de que los

alumnos más experimentados utilizaron el signo mayor que, lo cual los condujo a hacer una resta para precisar con cuántos puntos le ganó un equipo a otro. Lo anterior beneficia a ambos, a los alumnos porque tienen una manera diferente de aprender o reafirmar un contenido, lo que permite fortalecer las habilidades de planeación de la profesora en la enseñanza de las matemáticas, la reflexión crítica sobre la práctica docente propia y, fomenta la adaptación o el diseño de estrategias didácticas eficaces, acordes a las necesidades de los alumnos.

Otro punto de reflexión importante, es reconocer que en la escuela primaria predomina el uso del lenguaje oral y escrito en el proceso de enseñanza y aprendizaje de cualquier asignatura; y, está presente durante todo el proceso escolar, los alumnos requieren conversar sobre los temas. Por ello, es de suma importancia que la escuela contribuya al desarrollo de las competencias comunicativas de los alumnos. El uso del lenguaje se convierte en el principal elemento de interacción objetiva, ya que a través de este proceso se fundan las nuevas condiciones en la construcción del conocimiento.

La adquisición de experiencia laboral de los maestros en este tipo de escuelas se basa, a diferencia de la escuela de organización completa, en las habilidades que adquieren para ajustar el currículum oficial a las condiciones sociales y culturales de estas pequeñas comunidades. Con lo anterior, podemos comprender los retos y las dificultades de los profesores para presentar las actividades de enseñanza de manera accesible a sus alumnos. De este modo, los maestros se enfrentan no solo a comprender un contenido curricular, sino a crear sus propios medios de transferencia.

El diseño o adaptación de estas actividades, permiten un trabajo acorde con los avances y ritmos de aprendizaje de los alumnos, lo que es un principio básico del trabajo en multigrado. Cabe agregar que también dependen del tipo de escuela multigrado que se trate, ya sean aquellas que cuentan con un profesor (unitarias) dos, tres o cuatro profesores. Con respecto a los estudiantes de escuelas multi-grado, podemos decir que cuentan con experiencias y conocimientos peculiares propios del medio rural y diferente a los niños de escuelas en medios urbanos y semi-urbanos.

Una situación que debe fomentarse y aprovecharse en las escuelas multi-grado es el trabajo cooperativo, la ayuda mutua y las tareas compartidas entre los alumnos, quienes aprenden unos de otros y conocen lo que se trabaja en distintos grados, para que así, los niños pequeños vayan adquiriendo espontáneamente conocimientos de los alumnos mayores, quienes a su vez adquieren seguridad en sí mismos y reafirman sus conocimientos al apoyar a sus

compañeros. De ahí que es recomendable promover la realización de algunas actividades en equipos integrados por alumnos de diferentes grados.

Lo anterior nos permitió verificar la pertinencia de la secuencia de aprendizaje y superar las dificultades reconocidas por los alumnos. Los estudiantes mostraron gran entusiasmo al jugar con sus compañeros; aunque algunos presentaron mayores dificultades que otros para comprender las instrucciones, consideramos que fue una grata experiencia para ellos.

REFERENCIAS

- Bennet, N. (1979). *Estilos de enseñanza y procesos de los alumnos*. Morata.
- Block, D., Ramírez, M. y Reséndiz, L. (2015). Las ayudas personalizadas como recurso de enseñanza de las matemáticas en un aula multigrado. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 20(66), 7111-735.
- Bordieu, P. y Passeron, J. C. (1970). *La reproducción: Elementos para la teoría del sistema de enseñanza*. Editorial Laia.
- Broitman, C., Escobar, M., Sancha, I., y Urretabizcaya, J. (2015). Interacciones entre alumnos de diversos niveles de conocimientos matemáticos. Un estudio en un aula plurigrado de escuela primaria. *Yupana*, (8), 11-30. <https://doi.org/10.14409/yyu.v0i8.5014>
- Bruner, J. (1983). Capítulo 3. Jugar, juegos y lenguaje. En *El habla del niño. Cognición y desarrollo humano*. Editorial Paidós.
- Cazden, C. B. (1991). *El discurso en el aula: El lenguaje de la enseñanza y el aprendizaje*. Paidós.
- Chevallard, Y. (1998). *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. Aiqué.
- D'Amore, B. (2005). *Bases filosóficas, pedagógicas, epistemológicas y conceptuales de la Didáctica de la Matemática*. Reverté Ediciones.
- Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano*. Peter Lang Ediciones – Universidad del Valle.
- Elliot, J. (1993). *El cambio Educativo desde la investigación-acción*. Morata.
- Flanders, N. (1970). *Analyzing teaching behavior*. Addison – Wesley.
- Garciadiego, A. (2014). "Bases numéricas". En A. Garciadiego, *Infinito, paradojas y principios, Escritos históricos en torno a los fundamentos de las matemáticas* (pp. 353-386). Plaza y Valdéz.
- Kaplan, R. (2004). *Una historia natural del cero. La nada que existe*. Editorial Océano.
- Mayer, R. (1986). *Pensamiento, resolución de problemas y cognición*. Paidós.

- National Research Council. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. National Academy Press. <http://www.nap.edu>
- Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. Editorial Trillas.
- Porlán, R. (1998). *Qué y cómo enseñar desde una perspectiva constructivista*. Dimensión Educativa.
- Pozo, I. (1999). *Aprendices y maestros. La nueva cultura del aprendizaje*. Alianza.
- Pozo, I., Puy, P. M., Domínguez, J., Gómez, M. A. y Postigo, Y. (1994). *La nueva solución de problemas*. Editorial Santillana.
- Sató, M. (2018). El desafío de la escuela: crear una comunidad para el aprendizaje. Traducción de Virginia Meza H. El Colegio de México.
- Saussure, F. (1998). *Curso de lingüística general*. Fontamara.
- Secretaría de Educación Pública (2017). Planes y Programas de Estudio. Secretaría de Educación Pública.
- Secretaría de Educación Pública (2017). *Desafíos matemáticos. Libro para el alumno. Primer grado*. Secretaría de Educación Pública.
- Secretaría de Educación Pública (2017). *Desafíos matemáticos. Libro para el maestro. Primer grado*. Secretaría de Educación Pública.
- Shuard, H. y Rothery, A. (1984). *Children reading mathematics*. John Murray.
- Taylor, S. y Bogdan, R. (1999). *Introducción a los métodos cualitativos de investigación*. Paidós.
- Thompson, J. (1993). *Ideología y cultura moderna*. UAM.
- Trejo, L. y Valdemoros, M. (2015). El uso del lenguaje matemático en la enseñanza del número natural en la escuela primaria [Tesis para de doctorado en Ciencias en la especialidad de Matemática Educativa, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (CINVESTAV-IPN)].
- Vergrnaud, G. (1991). *El niño, las matemáticas y la realidad*. Trillas.

Datos de correspondencia:

LORENA TREJO GUERRERO

Dirección: 4^ª Cerrada de Oasis No 206, M.4, L. 26, Fraccionamiento Oasis de Doria, Pachuca de Soto, Hidalgo. C. P. 42083

Teléfono: +52 7711877806