

Probabilidad en diferentes países del mundo: enseñanza de la probabilidad en educación primaria

Probability in different countries of the world: teaching probability in primary education

Camilo López,¹
Pedro Gómez²

Resumen: En este estudio, analizamos los temas que se enseñan en probabilidad en 57 países. Para ello, construimos una estructura conceptual en la que presentamos los conceptos, representaciones y fenómenos que le dan sentido a este tema en este nivel educativo. Con la información de esta estructura conceptual, revisamos la información curricular de probabilidad hasta grado cuarto de los 56 países que participaron en el estudio internacional TIMSS 2015 y de Colombia. Luego, comparamos la información curricular de los países analizados con la información encontrada en Colombia. Constatamos que aproximadamente 45% de los países que participaron en el TIMSS aún no incluye información para la enseñanza de la probabilidad en sus currículos o solamente incluyen el término probabilidad. En los otros países y en Colombia, identificamos que los temas más comunes se relacionan con determinar la posibilidad de ocurrencia de sucesos (posibles, imposibles, seguros) en contextos de la vida diaria que involucran incertidumbre o azar. Concluimos que, aunque la literatura muestra la importancia de abordar la probabilidad en el currículo, su enseñanza aún requiere mayor atención en este nivel educativo.

Fecha de recepción: 29 de octubre de 2020. **Fecha de aceptación:** 8 de junio de 2022.

¹ Facultad de Educación, Bogotá, Colombia, clopezcamilom@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-6116-2324>

² Facultad de Educación, Bogotá, Colombia, argefuentes@uniandes.edu.co, orcid.org/0000-0001-9929-4675

Palabras clave: *Currículo, Educación primaria, Probabilidad, Estructura conceptual, Enseñanza de la Probabilidad.*

Abstract: In this study, we analysed the topics taught in probability in 57 countries. We made a conceptual structure in which we present the concepts, representations and phenomena that give meaning to this topic at this educational level. Based on that information, we reviewed the curricular information on probability up to the fourth grade in the 56 countries that participated in the international TIMSS 2015 study and in Colombia. Then, we compared the curricular information of the countries analyzed with the information found in Colombia. We found that approximately 45% of the countries that participated in TIMSS still do not include information for teaching probability in their curricula or only include the term probability. In the other countries and in Colombia, we identified that the most common topics are related to determining the possibility of the occurrence of events (possible, impossible, certain) in everyday life contexts that involve uncertainty or chance. We concluded that, although the literature shows the importance of including probability in the curriculum, its teaching still requires higher attention at this educational level.

Keywords: *Curriculum, Primary education, Probability, Conceptual structure, Teaching of probability.*

1. INTRODUCCIÓN

Los conocimientos probabilísticos han sido útiles a lo largo de la historia para responder preguntas relacionadas con el azar o para estudiar situaciones en las que se hace necesario predecir. En civilizaciones antiguas, el hombre identificó que existían situaciones en las que no tenía certidumbre de lo que pasaría. Los juegos de azar fueron una de las primeras razones para el nacimiento de la probabilidad (López y Morera, 2012).

La probabilidad está inmersa en la historia, en nuestra cultura y en la sociedad en la que vivimos. Los conocimientos en probabilidad permiten que los individuos comprendan conceptos en otras áreas y resuelvan preguntas que surgen en nuestra sociedad. En la literatura se fomenta la importancia de

alfabetizar a nuestros estudiantes en probabilidad para afrontar las diferentes situaciones que aparecen en su vida diaria y laboral (Gal, 2002; Gal, 2005; Sánchez y Batanero, 2011). Por estas razones, la inclusión de la probabilidad es importante para los currículos de las escuelas y de las universidades (Gal, 2002).

En los últimos años, se ve una tendencia por incluir la enseñanza de la probabilidad en la educación primaria dada su importancia en la sociedad en la que vivimos (Batanero, 2013; Franklin *et al.*, 2007; Ortiz y Alsina, 2017). Algunos países siguen las recomendaciones del NCTM (Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas de Estados Unidos) para la enseñanza de la probabilidad desde los primeros niveles educativos para que los estudiantes accedan a los conocimientos probabilísticos en las escuelas (NCTM, 2000; Vásquez y Alsina, 2014). No obstante, la investigación sobre qué y cómo los estudiantes deberían aprender en probabilidad en primaria es un tema que debe abordarse con prioridad, dado que la probabilidad ha sido poco y mal abordada en el currículo de matemáticas en este nivel educativo (Alsina, 2016; Fischbein, 1975; López *et al.*, 2015). Por lo tanto, en la literatura se promueve el desarrollo de trabajos que permitan indagar sobre los temas que se tratan en probabilidad en primaria para realizar aportes y contribuir a su enseñanza (Alsina, 2016). En el mismo sentido, se considera importante conocer el panorama de esta área en diferentes países y realizar comparaciones curriculares (López, 2015; Merino y Reyes, 2013).

En este estudio, indagamos por los temas que se enseñan en probabilidad en los países participantes en el TIMSS 2015 (Mullis *et al.*, 2016) y los comparamos con la información curricular de Colombia.

2. MARCO CONCEPTUAL

En este apartado, describimos los fines de la enseñanza de la probabilidad en la escuela. Posteriormente, concretamos los temas que la literatura sugiere que se deben enseñar en primaria.

2.1 FINES DE LA EDUCACIÓN EN PROBABILIDAD EN LAS ESCUELAS

La enseñanza de la probabilidad contribuye a formar individuos con pensamiento crítico para abordar situaciones que involucran incertidumbre y toma de decisiones. La probabilidad es útil para estudiar fenómenos aleatorios y realizar predicciones en situaciones cercanas y cotidianas. Los conocimientos

probabilísticos son necesarios para estudiar experimentos aleatorios que se requieran en otros campos de estudio (Nilsson, 2013).

Enseñar probabilidad en las escuelas contribuye a los fines políticos, sociales, formativos y culturales que se relacionan con la educación matemática (Rico *et al.*, 1997). La enseñanza de la probabilidad contribuye a que los ciudadanos comprendan los fenómenos que surgen en la sociedad (fines políticos); solucionen situaciones en la vida diaria y en el campo laboral (fines sociales); desarrollen conocimientos para describir y analizar grandes cantidades de datos que permitan predecir y tomar decisiones (fines formativos); y reconozcan la importancia de la probabilidad en nuestra cultura, su papel en la historia y en el desarrollo de nuestra humanidad (fines culturales).

2.2 PROBABILIDAD EN PRIMARIA: REVISIONES CURRICULARES

Merino y Reyes (2013) compararon los temas que se enseñan en probabilidad en primaria en los currículos de España y Chile. En España se centra en el estudio de situaciones cercanas a los estudiantes que involucran el azar. En el currículo español se reconoce la importancia de la probabilidad para la toma de decisiones y la resolución de problemas en la vida diaria; se fomenta la distinción entre sucesos posibles, imposibles, seguros y su posibilidad de ocurrencia de manera intuitiva con un lenguaje verbal. En Chile, se considera el uso de objetos manipulables como dados y monedas (juegos) para la simulación de experimentos aleatorios y para describir la posibilidad de ocurrencia de sucesos en términos de posible, poco posible, imposible y/o seguro. También se incluye el uso de software educativos para la simulación de experimentos aleatorios y la comprensión de las nociones de incertidumbre y azar en la vida diaria.

López (2015) indagó sobre la enseñanza de la probabilidad en primaria en diferentes países de Latinoamérica con base en la información curricular ofrecida por el estudio SERCE de la UNESCO (Murillo y Román, 2009) para los grados tercero y sexto. Se encontró que los conceptos de probabilidad se abordan dentro del área de la estadística y no se identificó una tendencia común en los países de la región sobre cuándo debe enseñarse la probabilidad de un evento en un experimento aleatorio. Aunque se nombra la importancia de la inclusión de la probabilidad en primaria en la literatura, se encontró que la enseñanza de la probabilidad se formaliza después del grado sexto en la mayoría de los países. En los países que se trata la probabilidad hasta grado sexto, se consideran exclusivamente nociones intuitivas e introductorias para el estudio de la probabilidad (posibilidad de ocurrencia de sucesos).

2.3 TEMAS PARA PROBABILIDAD EN PRIMARIA

En primaria, la enseñanza de la probabilidad se fundamenta en desarrollar nociones y conceptos probabilísticos para comprender y estudiar fenómenos aleatorios (Gal, 2005). Las nociones de azar, posibilidad y aleatoriedad se comienzan a desarrollar en este nivel educativo para reconocer su relación con la predicción y la toma de decisiones en diferentes situaciones de la vida real (Merino y Reyes, 2013; Nacarato y Grando, 2014). La resolución de problemas que impliquen el uso de nociones de probabilidad en diferentes contextos matemáticos y no matemáticos (relación de la probabilidad con otras áreas) es un punto importante (HodnikČadež y Škrbec, 2011).

La literatura sugiere que se aborden nociones que permitan distinguir situaciones no aleatorias y aleatorias en experiencias cotidianas. Es importante que se enseñe a usar términos como imposible, probable y seguro para expresar la ocurrencia de sucesos, y comparar su posibilidad de ocurrencia (igualmente posible o más posible), para luego cuantificar con un número entre 0 (suceso imposible) y 1 (suceso seguro) esa posibilidad de ocurrencia (Fernandes *et al.*, 2009; Tsakiridou y Vavyla, 2015). Se deben realizar experimentos aleatorios para observar los diferentes resultados que surgen en dichos experimentos con los propósitos de predecir posibles resultados y comparar la probabilidad de dichos sucesos (Alsina, 2016; Batanero *et al.*, 2016).

Para comprender el significado de probabilidad, se deben distinguir entre tres tipos de concepciones: subjetiva, clásica y frecuentista. Las experiencias de los estudiantes, la noción de frecuencia y la razón de probabilidad fortalecen la comprensión de la probabilidad de sucesos que se relacionan con situaciones aleatorias. (Gomez-Torres *et al.*, 2016).

Por último, en la literatura se promueve que se desarrollen temas como el espacio muestral, sucesos complementarios, mutuamente excluyentes y el uso de listas organizadas, objetos manipulativos como dados o monedas y diagramas de árbol (Pareja, 2011). La enseñanza de los principios de multiplicación (multiplicativo y aditivo) y las técnicas de conteo (permutación, variación y combinación) pueden abordarse en primaria de manera intuitiva (Ramos, 2016). La tecnología juega un papel relevante para aprender probabilidad: se deben usar recursos tecnológicos para observar los distintos resultados de un experimento aleatorio y fortalecer los conceptos probabilísticos (Alsina, 2016; Tsakiridou y Vavyla, 2015).

2.4 ESTRUCTURA CONCEPTUAL DE PROBABILIDAD

Utilizamos los fundamentos teóricos descritos en el apartado anterior para construir una estructura conceptual para probabilidad en primaria. Esta estructura conceptual contiene los posibles temas que pueden abordarse. Organizamos los temas con base en los conceptos pedagógicos del análisis didáctico en su apartado de análisis de contenido: conceptos y procedimientos, representaciones y fenomenología (Cañadas *et al.*, 2018). En la figura 1, caracterizamos los conceptos y procedimientos del tema, presentamos las formas en las que estos conceptos se representan y, describimos los fenómenos que estudia la probabilidad.

Conceptos y procedimientos

La probabilidad en primaria se centra en abordar conceptos y procedimientos que permitan comprender situaciones aleatorias en diferentes contextos. Para ello, realizamos experimentos aleatorios en los que identificamos la ocurrencia de sucesos, establecemos el espacio muestral y determinamos su probabilidad con una cantidad entre 0 y 1.

Para asignar probabilidad a un suceso, consideramos las concepciones de probabilidad. Usamos la concepción subjetiva al asignar probabilidad basados en creencias, gustos o experiencias personales. Con base en la concepción frecuentista, asignamos probabilidad por medio de la frecuencia observada de un suceso en la realización de un experimento aleatorio varias veces. La concepción clásica se basa en el supuesto de equiprobabilidad (misma probabilidad de ocurrencia) y se define como el cociente entre la cantidad de los casos favorables de un suceso y la cantidad de todos los posibles resultados. La probabilidad de un suceso se basa en tres criterios: (a) la probabilidad de un suceso es un número mayor o igual a 0, (b) la probabilidad del espacio muestral es 1 y (c) dado un conjunto de sucesos mutuamente excluyentes dos a dos (con intersección vacía), la probabilidad de la unión de esos sucesos es igual a la suma de las probabilidades de cada suceso.

Las técnicas de conteo son procedimientos útiles en probabilidad para establecer la cantidad total de posibles resultados que se espera en un experimento aleatorio o para contar los resultados posibles que corresponden a un suceso. En general, se conocen tres técnicas de conteo: combinación, permutación y variación. Las permutaciones son agrupaciones en las que el orden de los objetos importa. Las combinaciones son agrupaciones en las que el orden

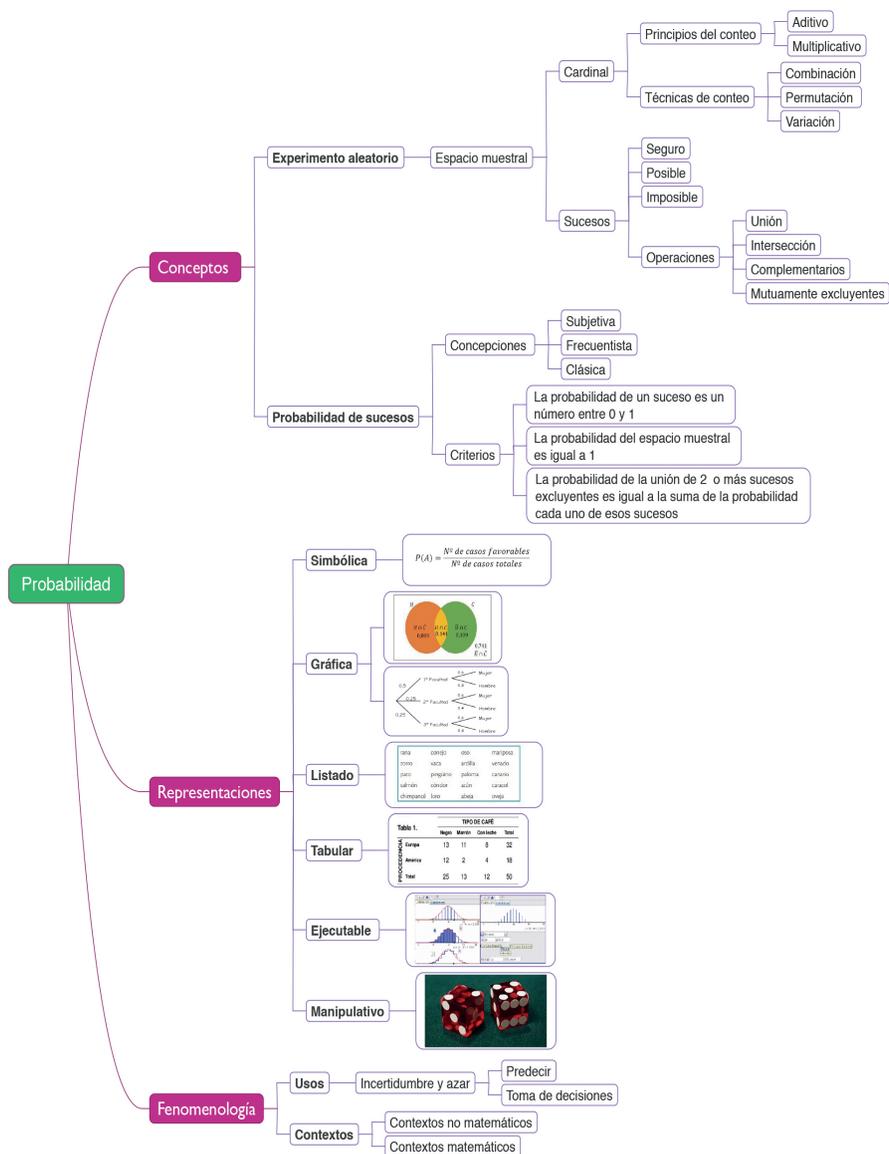


Figura 1. Estructura conceptual para probabilidad en primaria.

no importa. Las variaciones son agrupaciones en un conjunto de elementos al que realizamos modificaciones (por ejemplo, el orden de los elementos) para hacer que el nuevo conjunto sea diferente del original.

Representaciones

Para el estudio de probabilidad, usamos representaciones para comprender y afianzar los conceptos de la probabilidad que se aplican en diversos contextos de las matemáticas y fuera de ellas. La representación simbólica nos permite relacionar conceptos y procedimientos que realizamos en probabilidad (por ejemplo, concepción clásica). Usamos el diagrama de árbol o un listado para visualizar todos los posibles resultados (espacio muestral) en un experimento aleatorio. Las monedas o los dados son objetos manipulables que usamos para simular experimentos aleatorios para observar algunos resultados y contrastarlos con predicciones intuitivas. La representación ejecutable (programa o software) nos permite simular un experimento aleatorio una gran cantidad de veces, visualizar los resultados y reforzar la concepción frecuentista de la probabilidad. Representamos información de experimentos aleatorios en una representación tabular al tener que establecer una relación entre dos variables (tablas de doble entrada).

Fenomenología

La probabilidad es útil para estudiar fenómenos aleatorios en la vida diaria. Estos fenómenos están relacionados con situaciones que involucran azar o incertidumbre. Por ejemplo, usamos conceptos probabilísticos para predecir cuál equipo de fútbol ganará el siguiente mundial, los valores de una variable económica en el mercado el siguiente mes, la cantidad de años que vivirá una persona al considerar algunas variables de riesgo o enfermedades, o el clima que tendremos la siguiente semana. Respecto a los contextos, podemos usar conceptos probabilísticos en contextos de las mismas matemáticas para consolidar y comprender la estructura y las nociones de la probabilidad. Asimismo, aplicamos conceptos para resolver problemas en contextos no matemáticos y de la vida diaria.

Relaciones en la estructura conceptual

Con base en la información de la figura 1, podemos establecer relaciones entre los conceptos, las representaciones y la fenomenología. Por ejemplo, pensemos en una lotería que consiste en sacar de manera aleatoria 6 balotas de 45 balotas numeradas con los números del 1 al 45. Supongamos que una persona desea seleccionar un boleto con 6 números distintos para jugar la lotería, pero antes de jugar se pregunta: ¿cuál es la probabilidad de ganar? Para contestar esta pregunta, la persona debe reconocer que esta es una situación aleatoria en un contexto no matemático. Luego, debe asignar la probabilidad a un suceso que, en este caso, es un suceso posible. Para asignar esta probabilidad, se requiere de algún tipo de concepción. Puede que la persona piense que, si selecciona el número de su suerte, la probabilidad de ganar sea muy alta o que si selecciona los números que han salido con mayor frecuencia en los últimos juegos de la lotería tenga más posibilidades de ganar. Desde una concepción clásica, consideramos que cualquier boleto de todos los posibles tienen la misma probabilidad de salir. Para determinar la cantidad de todos los posibles boletos que podrían salir en esta lotería, utilizamos la técnica de combinación. Por último, se podrían usar unas balotas para simular el experimento aleatorio y observar algunos posibles resultados o simular una gran cantidad de veces este experimento con el uso de un programa como GeoGebra.

Estructura conceptual para los propósitos de este estudio

En este marco conceptual, hemos presentado una estructura conceptual (figura 1) que construimos con base en la literatura y que nos permitió concretar los posibles temas de probabilidad que se abordan en primaria. Utilizaremos la información de esta estructura conceptual en este estudio para revisar la información curricular en un conjunto de países y en Colombia y, establecer los temas que se están tratando en estos países respecto a la probabilidad. Adicionalmente, compararemos los temas que se tratan en Colombia con los de los otros países.

3. OBJETIVOS

- Establecer los temas que se enseñan en probabilidad en primaria en los países que participaron en el estudio TIMSS 2015.
- Identificar los temas que se enseñan en probabilidad en primaria en Colombia.
- Comparar los temas que se abordan en Colombia con los que se abordan en los países que participaron en el TIMSS 2015.

4. MÉTODO

En este apartado, describimos las fuentes de información para este estudio y presentamos los procedimientos que usamos para analizar la información curricular de los países de la muestra y los documentos curriculares colombianos.

4.1 FUENTES DE INFORMACIÓN PARA EL ANÁLISIS DEL ESTUDIO

Para indagar por los temas que se enseñan en probabilidad en primaria, conformamos una muestra de 56³ países de diferentes regiones del mundo con la información del estudio internacional TIMSS 2015, que se realizó para medir el rendimiento de los estudiantes de grados cuarto y octavo en Matemáticas y Ciencias. Revisamos la información curricular que ofrece este estudio para cada uno de los países participantes respecto a la probabilidad hasta el grado cuarto.

En Colombia, la educación primaria se desarrolla en cinco años: desde grado primero hasta grado quinto. En este país, la enseñanza y el aprendizaje de la probabilidad se relaciona con el pensamiento aleatorio. Los profesores colombianos utilizan documentos curriculares para identificar lo que se debería enseñar respecto a este pensamiento en primaria. Analizamos los siguientes documentos curriculares colombianos: *Estándares básicos de competencias de matemáticas* (Gobierno de Colombia - Ministerio de Educación Nacional (MEN), 2006) y *Derechos*

³ Los países participantes fueron Alemania, Arabia Saudita, Armenia, Australia, Bahrein, Bélgica (flamenco), Botsuana, Bulgaria, Canadá, Chile, Chipre, Croacia, Dinamarca, Emiratos Árabes Unidos, Eslovaquia, Eslovenia, Estados Unidos, España, Inglaterra, Finlandia, Francia, Georgia, Holanda, Hon Kong, Hungría, Indonesia, Irán, Irlanda, Irlanda del norte, Israel, Italia, Japón, Jordania, Kazajistán, Kuwait, Líbano, Lituania, Malasia, Malta, Marruecos, Nueva Zelanda, Noruega, Omán, Polonia, Portugal, Qatar, República Checa, República de Corea, Rusia, Serbia, Singapur, Sudáfrica, Suecia, Tailandia, Taiwán y Turquía.

básicos de aprendizaje (MEN, 2016), para establecer los temas que se enseñan en probabilidad en primaria. El documento de los estándares fue publicado antes del estudio TIMSS, mientras que, el documento de los DBA fue publicado después. Por lo tanto, si Colombia hubiese participado en el estudio internacional, la información a la que se tendría acceso estaría en el documento de los estándares.

Para la revisión de la información de los países y Colombia, usamos los temas de la estructura conceptual de la figura 1. Cada tema corresponde a un código. Codificamos la información que encontramos en segmentos de texto relacionados con probabilidad en los grados correspondientes. Por ejemplo, segmentos de texto que tienen frases como “distinguir el espacio muestral relacionado con un experimento aleatorio” o “comprender la concepción clásica de la probabilidad”. Codificamos esta información con los códigos “Espacio muestral”, “Experimento aleatorio” y “Concepción clásica” respectivamente.

Comparamos los temas que se enseñan en Colombia y en los países de la muestra a partir de la información obtenida con la revisión del TIMSS 2015 y con los dos documentos curriculares colombianos. En lo que sigue, describimos los procedimientos para la codificación de la información de los documentos analizados.

4.2 CODIFICACIÓN TEMAS PROBABILIDAD EN LA MUESTRA DE PAÍSES, TIMSS 2015

Para codificar la información, realizamos una matriz en la que las filas corresponden a los países (numerados y organizados aleatoriamente), y las columnas son los códigos de la estructura conceptual. Codificamos la información de cada país al asignar un número 1 a los segmentos de texto relacionados con el código. Por ejemplo, en la tabla 1, presentamos la codificación de cuatro países con algunos códigos.

Tabla 1. Ejemplos de la codificación en cuatro países

Países	Conceptos				Conteo		Concepciones			
	Deterministas	Aleatorias	Sucesos	Variación	Permutación	Combinación	Subjetiva	Clásica	Frecuentista	Axiomática
País 1	1	1	1		1	1		1		
País 2		1	1					1		
País 3										
País 4	1	1	1				1	1	1	

Obtuvimos la frecuencia de cada uno de los códigos y determinamos las frecuencias porcentuales para identificar el porcentaje de países de la muestra en los que se enseña dicho tema. Por ejemplo, el código “espacio muestral”, tuvo 35% de frecuencia porcentual. Durante el proceso de codificación, encontramos que hay países que no incluyen probabilidad en primaria (por ejemplo, el país 3 de la tabla 1) o que incluyen únicamente el término probabilidad sin hacer referencia a temas específicos. También, encontramos que hay temas que consideramos en la estructura conceptual y no encontramos en ninguno de los países. Describimos con mayor detalle estas ideas en los resultados de este estudio.

4.3 CODIFICACIÓN DE TEMAS EN COLOMBIA

Los estándares básicos de competencias de matemáticas propuestos por el MEN es el documento más usado por los profesores del país para elaborar su planeación. Este documento tiene dos partes: marco conceptual y estándares organizados por grupos de grados (1-3, 4-5, 6-7, 8-9 y 10-11). Nos centramos en codificar la información de los estándares de la segunda parte del documento para los grados 1-3 y 4-5. Por ejemplo, encontramos el siguiente estándar en el pensamiento aleatorio para los grados cuarto y quinto: “Conjeturo y pongo a prueba predicciones acerca de la posibilidad de ocurrencia de eventos” (MEN, 2016, p. 83). Codificamos esta información con los códigos “Predecir” y “Sucesos”.

El documento de los Derechos básicos de aprendizaje (DBA) no tiene un marco conceptual en el que se pueda identificar información respecto al

pensamiento aleatorio. No obstante, encontramos segmentos de texto que hacen referencia a los temas que se deberían abordar en probabilidad en cada uno de los grados de la escuela en Colombia. Por lo tanto, codificamos la información que encontramos para los grados de primero a cuarto de primaria.

Establecimos los temas que encontramos en cada uno de los documentos y comparamos los temas que aparecen en el documento de los DBA y no en los estándares, ya que, los DBA fueron publicados 10 años después. Este procedimiento nos permite identificar los temas que se han incluido en el currículo colombiano en ese periodo de tiempo.

Por último, comparamos la información de los temas que encontramos en Colombia (ambos documentos) con la información encontrada en los otros países (TIMSS 2015). A continuación, presentamos los resultados de este estudio.

5. RESULTADOS

A continuación, presentamos los temas que se consideran en los países que participaron en el estudio TIMSS 2015 y los que se tratan en Colombia, y comparamos estos resultados.

5.1 TEMAS QUE SE TRATAN EN PAÍSES DEL TIMSS 2015

Como primer resultado, encontramos que 21 países de la muestra no incluyen probabilidad en primaria hasta grado cuarto. En la mayoría de los currículos de estos países, encontramos un espacio con información que hace referencia al análisis de datos o el manejo de la información; sin embargo, no hay referencia a temas de probabilidad. Adicionalmente, encontramos que otros 4 países incluyen probabilidad, pero únicamente se hace referencia al término y no se especifica cuáles temas se deben enseñar en esta área. En la figura 2, mostramos las proporciones que corresponden a los países que incluyen temas de probabilidad, el porcentaje de los países que no la incluyen y los países que solo incluyen el término en sus currículos.

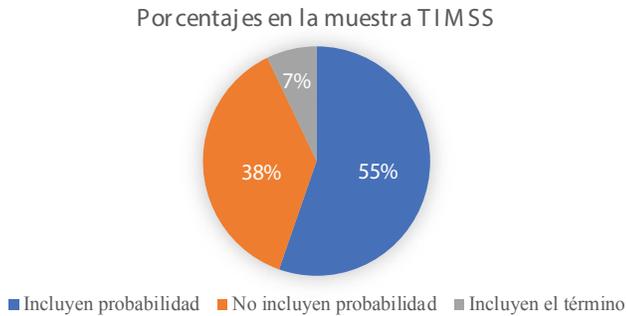


Figura 2. Inclusión de probabilidad en los currículos de primaria en el TIMSS 2015.

En lo que sigue, presentamos los resultados de la codificación de los documentos de los 31 países que sí incluyen temas específicos de probabilidad en sus currículos. En la figura 3, mostramos los códigos con base en sus frecuencias porcentuales organizadas de menor a mayor frecuencia. Identificamos lo que es más y menos común en los currículos de estos países.

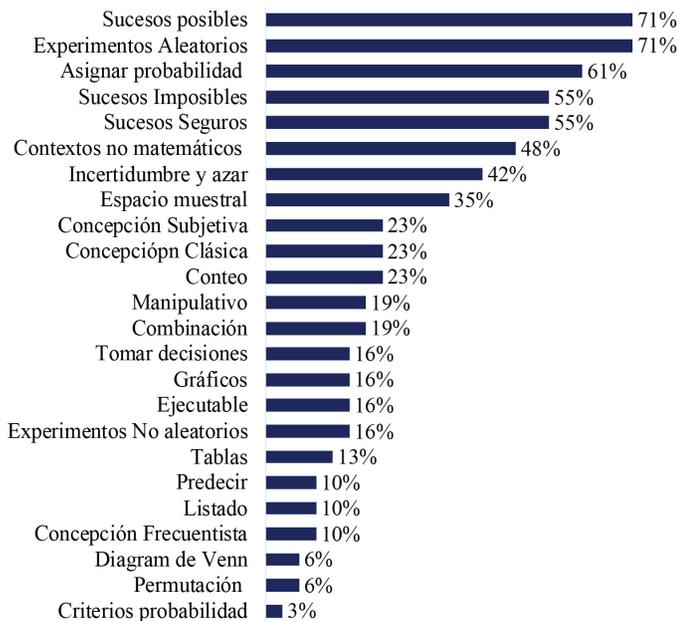


Figura 3. Temas en los países que incluyen la probabilidad.

No encontramos ningún tema que sea común en más de 75% de estos 31 países. Podemos agrupar los temas de la figura 3 según la proporción de los países que los tratan en cuatro grupos. En el primer grupo (con al menos 42% de estos países) ubicamos la preocupación por abordar cuestiones básicas de la incertidumbre y el azar que se centran en la idea de experimento aleatorio en contextos no matemáticos, para abordar la noción de suceso imposible y seguro, y la asignación de probabilidad. En el segundo grupo (con una proporción de al menos 19%), encontramos la noción de espacio muestral, las concepciones subjetiva y clásica, y algunas nociones de conteo. Se destaca que, en el tercer grupo, con una proporción de países inferior al 17%, se encuentran las representaciones más usuales. Finalmente, en el cuarto grupo, con frecuencias inferiores al 11%, se ubican otras representaciones, la concepción frecuentista y técnicas más avanzadas de conteo.

En el primer grupo, los temas más frecuentes son sucesos posibles y experimentos aleatorios. Esto nos indica que la enseñanza de la probabilidad se centra en estudiar situaciones o experimentos aleatorios y establecer la posibilidad de ocurrencia de sucesos (sucesos posibles 71%, sucesos imposibles y seguros 55% respectivamente). 61% de los países incluye el tema de asignar o calcular probabilidad a sucesos. En algunos países, no se describe con detalle cuáles aspectos, características o concepciones se enseñan para determinar esas probabilidades. Sin embargo, pudimos identificar que, en 23% de los países, se enseñan la concepción clásica y la concepción subjetiva. La concepción frecuentista se considera en 10% de los países. El espacio muestral se enseña en 35% de los países.

Encontramos que aproximadamente 25% de los países considera la enseñanza de nociones de conteo. La técnica de combinación tiene la mayor frecuencia (19%), seguida por la permutación con 6%. Los criterios de probabilidad se enseñan únicamente en uno de los países de la muestra.

En cuanto a las representaciones, el uso de dados, monedas u objetos manipulables es lo más común en este nivel educativo (19%). 16% de los países incluye representaciones gráficas o ejecutables para la enseñanza de la probabilidad. 10% de los países considera la enseñanza del listado para nombrar todos los posibles resultados a un experimento aleatorio.

Respecto a la fenomenología, identificamos que lo más frecuente es el estudio de situaciones en contextos no matemáticos (48%) que involucren las nociones de incertidumbre y azar (42%). Pocos países hacen referencia a la enseñanza de la probabilidad para predecir (16%) o tomar decisiones (10%).

Los resultados de este primer análisis nos muestran que la probabilidad no se incluye en gran parte de los países o solamente incluye el término. En los países que sí incluyen probabilidad, los temas con mayores frecuencias (mayores al 42%) se relacionan con conceptos para establecer la posibilidad de ocurrencia de sucesos y determinar la probabilidad de ellos. En estos países se considera el estudio de las situaciones en contextos no matemáticos que involucran el azar y la incertidumbre. Encontramos temas que se incluyen poco en los currículos como las concepciones de probabilidad, nociones de conteo y las representaciones. No encontramos ningún país que incluya principios de conteo (aditivo y multiplicativo) u operaciones de conjuntos (mutuamente excluyentes o disyuntos).

5.2 TEMAS QUE SE TRATAN EN COLOMBIA

En la tabla 2, presentamos los resultados que obtuvimos con base en la codificación de los documentos curriculares colombianos (Estándares y DBA). En la columna Estándares, mostramos los temas encontrados hasta grado quinto de primaria, ya que, en este documento los temas vienen por ciclos de grados (1-3 y 4-5). En la columna DBA, mostramos los temas que encontramos hasta grado cuarto de primaria. Una estrella en la columna Estándares o DBA en la tabla 2 significa que encontramos al menos un segmento de texto que se relacionaba con ese código en el documento correspondiente.

Encontramos que el documento de los estándares es el documento con menor información. Los temas se centran en el concepto de suceso y algunos aspectos fenomenológicos. En la tabla 2, se observa que la información que tiene los estándares se enfoca en predecir y comparar la posibilidad de ocurrencia de sucesos en términos de sucesos posibles, imposibles y seguros en situaciones de la vida cotidiana. En el documento, se sugiere que la posibilidad de ocurrencia de los sucesos se base en la experiencia de los estudiantes o en situaciones que hayan vivido. Esta idea puede estar relacionada con la enseñanza de la concepción subjetiva de la probabilidad.

En el documento de los DBA, se incluyen todos los temas que se consideran en los estándares. Adicionalmente, se incluye la enseñanza del espacio muestral y se hace explícito que se enseñe a distinguir situaciones aleatorias y no aleatorias. En este documento, se incluye la enseñanza de las representaciones de listados o diagramas para representar todos los posibles resultados que se relacionan con una situación aleatoria.

Tabla 2. Resultados codificación probabilidad Colombia

Códigos	Estándares (2006, 1-5)	DBA (2016, 1-4)
Conceptos		
Experimentos aleatorios		★
Experimentos no aleatorios		★
Sucesos posibles	★	★
Sucesos seguros	★	★
Sucesos imposibles	★	★
Espacio muestral		★
Concepción subjetiva	★	★
Representaciones		
Listado		★
Gráficas/diagramas		★
Fenomenología		
Predecir	★	★
Incertidumbre y azar	★	★
Contextos no matemáticos	★	★

La información de los estándares corresponde a los temas que se enseñan en Colombia hasta grado quinto, mientras que los DBA tienen los temas hasta grado cuarto. Al revisar el grado quinto en los DBA, encontramos que se incluye la asignación de probabilidad de sucesos simples (concepción clásica). Sin embargo, este tema no se incluye en la tabla, ya que, usamos los temas hasta el grado cuarto de los DBA para la comparación con los otros países del TIMSS.

En el siguiente apartado, comparamos los resultados obtenidos en Colombia con la información obtenida en los países del TIMSS 2015.

5.3 COMPARACIÓN DE TEMAS EN COLOMBIA Y PAÍSES DEL TIMSS 2015

En la figura 4, presentamos los resultados que obtuvimos al comparar los temas que se tratan en Colombia (tabla 2) con los temas que se tratan en los países que participaron en el TIMSS 2015 (figura 2).

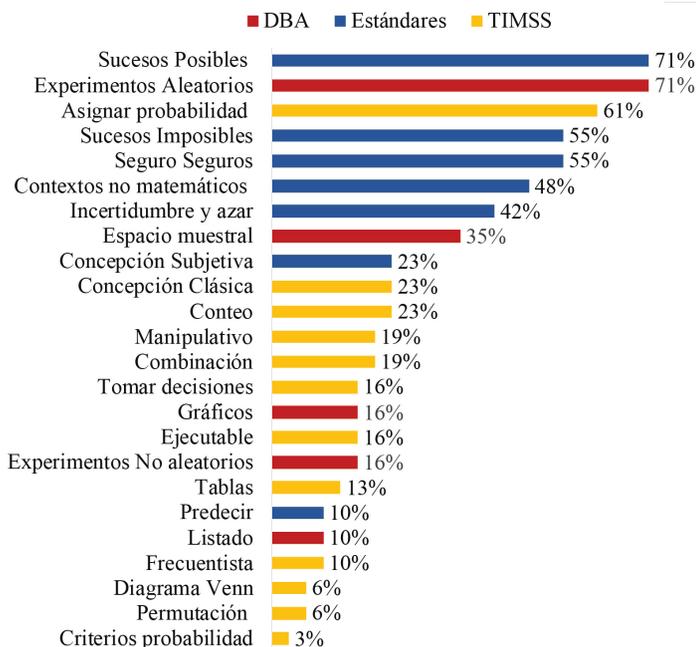


Figura 4. Comparación temas Colombia y países.

En la figura 4, utilizamos el color azul para resaltar los temas que se enseñan en Colombia con base en el documento de los estándares y que también se enseñan en los países del TIMSS. Estos temas corresponden a la información que hubiera tenido este estudio internacional sobre la enseñanza de la probabilidad en Colombia. En los países del TIMSS y en Colombia (según estándares, tabla 2) la enseñanza de la probabilidad se centra en abordar la posibilidad de ocurrencia de sucesos (posibles, seguro e imposible) en contextos no matemáticos que involucran incertidumbre y azar.

En color rojo, mostramos los temas que se abordan en los países del TIMSS y en Colombia, con base en la columna DBA de la tabla 2, donde la enseñanza

de la probabilidad en primaria se centra en estudiar experimentos aleatorios, experimentos no aleatorios, espacio muestral y el uso de representaciones como gráficos (diagramas) y listados para enumerar los posibles resultados que se relacionan con un experimento aleatorio.

En color amarillo, destacamos los temas que se incluyen en los países del TIMSS pero que no se abordan en Colombia; por ejemplo, la asignación de probabilidad, las técnicas de conteo como la combinación y permutación o el uso de representaciones como el manipulativo y el ejecutable.

6. CONCLUSIONES

En este estudio, buscamos indagar por los temas que se enseñan en probabilidad en primaria en diferentes países del mundo, para ello presentamos sus principales resultados, contrastamos los resultados con la revisión de la literatura y, describimos algunas posibles ideas para continuar con este trabajo de investigación sobre probabilidad en primaria.

Confirmamos los resultados obtenidos por López (2015) para América Latina en el contexto de los países que participaron en el TIMSS 2015: la omisión o el débil tratamiento de la probabilidad es una situación generalizada. 38% de los países que participaron en el estudio TIMSS 2015 no incluye probabilidad en sus currículos hasta grado cuarto. Adicionalmente, 7% de la muestra seleccionada incluye solamente el término probabilidad. Estos resultados muestran que, a pesar de que la literatura considera importante abordar la probabilidad en primaria (Alsina, 2016; Fischbein, 1975; López *et al.*, 2015), este propósito no se está logrando.

Indagamos por los temas que se enseñan en los países que incluyen la probabilidad en primaria. Los temas más comunes se relacionan con la posibilidad de ocurrencia de sucesos en términos de sucesos posibles, imposibles y seguros. En 61% de los países se considera enseñar a calcular la probabilidad de sucesos. Algunos países consideran la concepción clásica (23%) o la concepción frecuentista (10%). Encontramos temas con poca frecuencia como las técnicas de conteo (combinación con 19% y permutación con 6%). Destacamos, en contraposición con lo que sugiere la literatura, que las representaciones se abordan en una proporción reducida de los países que tratan la probabilidad (como p. ej., manipulativa con 19% o ejecutable con 16%).

En Colombia, los temas tratados en los estándares se centran en la posibilidad de ocurrencia de sucesos y en reconocer que la probabilidad es útil para abordar situaciones de incertidumbre y azar en contextos no matemáticos. Diez años después, en el documento de los DBA, se comienza a incluir la enseñanza de experimentos aleatorios, experimentos no aleatorios, espacio muestral y el uso de representaciones como listado y diagramas. Dado que los DBA son posteriores al estudio TIMSS, esta situación particular en Colombia puede indicar que estos temas se hayan comenzado a incluir en los currículos de otros países.

En Colombia, se consideran algunos de los temas que se incluyen en el currículo de al menos un país de los analizados. Pero constatamos que aún en el documento más reciente de los DBA, no se incluyen temas como el conteo, las representaciones manipulativa y ejecutable, y la concepción frecuentista que la literatura considera relevantes.

En el caso de Colombia, constatamos un avance entre el documento de los estándares (2006) y el documento de los DBA (2016). El segundo documento incluye una cantidad importante de nuevos temas. Es posible que muchos países hayan avanzado de esta manera en los últimos años. Esto debe ser objeto de un nuevo estudio.

Los propósitos de este estudio se relacionan con indagar por los temas que se enseñan en probabilidad en los países que participaron en el estudio TIMSS 2015 y en Colombia. Los resultados se restringen a los países de esa muestra. Un nuevo estudio podría aumentar el tamaño de la muestra para tener una visión más global de la situación.

Somos conscientes de que el contenido es solo un aspecto del currículo. En este estudio, no indagamos por la forma como los documentos curriculares formulan las expectativas de aprendizaje para ese contenido, sugieren metodologías para aprenderlo y enseñarlo, o proponen esquemas de evaluación. Estas cuestiones deben ser objeto de otros estudios.

En este estudio, nos habría gustado indagar también por la enseñanza de la probabilidad en primaria en Latinoamérica con la información del estudio TERCE 2013. Sin embargo, en un estudio que realizamos recientemente sobre los temas que se enseñan en estadística en primaria (López y Gómez, Sometido), constatamos que la información de este estudio no es confiable para los propósitos del proyecto. Por lo tanto, desistimos usarlo como fuente de información.

Incentivamos a otros colegas y países a indagar por los temas que se enseñan en probabilidad en primaria. Consideramos importante revisar el panorama actual de la probabilidad respecto al aprendizaje, la metodología o la evaluación

en primaria. Finalmente, se podría continuar con este estudio al indagar por los temas que se enseñan en grados superiores al grado cuarto primaria. Por ejemplo, se podría utilizar la información del estudio TIMSS para establecer los temas que se enseñan hasta el grado octavo de los países participantes.

REFERENCIAS

- Alsina, Á. (2016). La estadística y la probabilidad en educación primaria. ¿Dónde estamos y hacia dónde debemos ir? *Aula de Innovación Educativa*, 251, 12-17.
- Batanero, C. (2013). La comprensión de la probabilidad en los niños: ¿qué podemos aprender de la investigación. *Atas do III Encontro de probabilidades e estatística na escola*, 9-21.
- Batanero, C., J Chernoff, E., Engel, J., Lee, H. S. y Sánchez, E. (2016). Research on teaching and learning probability. Springer Nature. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-31625-3>
- Cañadas, M. C., Gómez, P. y Pinzón, A. (2018). Análisis de contenido. En P. Gómez (Ed.), *Formación de profesores de matemáticas y práctica de aula: conceptos y técnicas curriculares* (pp. 53-112). Universidad de los Andes.
- Fernandes, J. A., Batanero, C., Contreras, J. y Díaz, C. (2009). A simulação em Probabilidades e Estatística: potencialidades e limitações. *Quadrante*, 18(1y2), 161-183. <https://doi.org/10.48489/quadrante.22836>
- Fischbein, H. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children* (vol. 85). Springer Science & Business Media.
- Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M., y Scheaffer, R. (2007). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report*. American Statistical Association.
- Gal, I. (2002). Adults' statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. *International statistical review*, 70(1), 1-25. <https://doi.org/10.1111/j.1751-5823.2002.tb00336.x>
- Gal, I. (2005). Towards "probability literacy" for all citizens: Building blocks and instructional dilemmas. En *Exploring probability in school* (pp. 39-63). Springer. https://doi.org/10.1007/0-387-24530-8_3
- Gomez, E., Batanero, C., Diaz, C. y Contreras, J. M. (2016). Developing a Questionnaire to Assess the Probability Content Knowledge of Prospective Primary School Teachers. *Statistics Education Research Journal*, 15(2), 197-215. <https://doi.org/10.52041/serj.v15i2.248>
- HodnikČadež, T. y Škrbec, M. (2011). Understanding the concepts in probability of pre-school and early school children. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 7(4), 263-279. <https://doi.org/10.12973/ejmste/75203>

- López, C. y Gómez, P. (Sometido). Estadística en primaria. Documento sometido a la *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (RELIME)*.
- López, C. C. y Morera, J. F. (2012). Caracterización de las concepciones de probabilidad: un estudio realizado con estudiantes de secundaria [Trabajo de grado para optar a título de licenciado en Matemáticas, Universidad Pedagógica Nacional de Bogotá]. Repositorio Universidad Pedagógica Nacional de Bogotá. <http://repository.pedagogica.edu.co/bitstream/handle/20.500.12209/2192/TE-15461.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- López, N. R. (2015). La enseñanza de la estadística en educación primaria en América Latina. *REICE: Revista iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*, 13(1), 103-121.
- López, R. B., Rodríguez, M. T., Povedano, N. A. y Fanjul, N. N. J. (2015). Enseñanza y aprendizaje de la estadística y la probabilidad. En *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Primaria* (pp. 323-343). Pirámide.
- Merino, R. M. y Reyes, K. R. (2013). Comparación entre los contenidos del currículo chileno y español en el área de estadística y probabilidad. *Probabilidad Condicionada: Revista de didáctica de la Estadística*, (2), 137-142.
- Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas*. Autor. https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-340021_recurso_1.pdf
- Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2016). *Derechos básicos de aprendizaje (versión 2)*. Autor. <https://web2paradesarrollarpensamientomat.blogspot.com/2017/01/derechos-basicos-de-aprendizaje-v2.html>
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O. y Foy, P., y Hooper, M. (2016). TIMSS 2015 International Results in Mathematics. <http://timssandpirls.bc.edu/timss2015/international-results/>
- Murillo, J. y Román, M. (2009). Mejorar el desempeño de los estudiantes de América Latina: algunas reflexiones a partir de los resultados del SERCE. *Revista mexicana de investigación educativa*, 14(41), 451-484.
- Nacarato, A. M. y Grando, R. C. (2014). The Role of Language in Building Probabilistic Thinking. *Statistics Education Research Journal*, 13(2), 93-103. <https://doi.org/10.52041/serj.v13i2.283>
- NCTM. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston: NCTM.
- Nilsson, P. (2013). Challenges in seeing data as useful evidence in making predictions on the probability of a real-world phenomenon. *Statistics Education Research Journal*, 12(2), 71-83. <https://doi.org/10.52041/serj.v12i2.305>
- Ortiz, C. V. y Alsina, Á. (2017). Lenguaje probabilístico: un camino para el desarrollo de la alfabetización probabilística. Un estudio de caso en el aula de Educación Primaria. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 31(57), 454-478.

- Pareja, J. (2011). Probabilidad. En I. Segovia y L. Rico-Romero (Eds.), *Matemáticas para maestros de Educación Primaria* (pp. 427-450). PIRÁMIDE.
- Ramos, M. N. (2016). *La combinatoria en la educación primaria: una alternativa de enseñanza* [Tesis de Maestría, Universidad Autónoma de Guerrero] repositorio RIUA-GRO. <http://ri.uagro.mx/handle/uagro/472>.
- Rico, L., Marín, A. y Romero, I. (1997). Fines de la educación matemática y proyectos curriculares. En L. Rico (Ed.), *Bases teóricas del currículo de matemáticas en educación secundaria* (pp. 319-375). Síntesis.
- Sánchez, E. y Batanero, C. (2011). Manejo de la información. *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Casos y perspectivas*, 64-92.
- Tsakiridou, H. y Vavyla, E. (2015). Probability concepts in primary school. *American Journal of Educational Research*, 3(4), 535-540. <https://doi.org/10.12691/education-3-4-21>
- Vásquez, C. y Alsina, Á. (2014). Enseñanza de la Probabilidad en educación primaria. Un desafío para la formación inicial y continua del profesorado. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 85, 5-23.

Autor de correspondencia

CAMILO LÓPEZ

Dirección: Facultad de Educación, Universidad de los Andes,
Calle 18A # 0-19 Este, Bogotá, Colombia
clopezcamilom@gmail.com