

REUNIÓN ANUAL REM 2008

Título: **Algunos aspectos vinculados a la enseñanza de la proporcionalidad**

Nivel de Enseñanza: **Primaria**

Categorías de trabajo: **Trabajo de Investigación**

Comunicación oral

Autores: **María Elena Ruiz y Patricia Detzel**

Expositores: **María Elena Ruiz**

Institución a la que pertenecen: **Universidad Nacional del Comahue**

Dirección electrónica: ruiz.melena@gmail.com pdetzel@gmail.com

FUNDAMENTACIÓN

En los últimos años nos hemos abocado al estudio de las relaciones que los docentes y futuros docentes tienen con el saber a enseñar. Este estudio adquiere importancia pues las relaciones personales de los profesores con el saber y sus concepciones acerca de la enseñanza y del aprendizaje de la matemática, condicionan los contextos de aprendizaje que crean en su actividad de enseñanza (Schoenfeld, 1992).

Podemos decir, además, que coexisten influencias institucionales con las necesidades de un real desempeño docente, muestra de ello son algunos de los resultados obtenidos en un trabajo de investigación¹ acerca de la enseñanza de las funciones.

En relación a la enseñanza de la proporcionalidad, hemos realizado un estudio² con docentes de matemática de nivel primario, cuyo objetivo era caracterizar y comprender las concepciones de proporcionalidad presentes en los docentes y en cómo conciben la enseñanza de esta noción.

En este trabajo nuestro interés se centra en el análisis de algunos aspectos vinculados a la enseñanza de la proporcionalidad, teniendo en cuenta planificaciones que elaboran los docentes y lo que dicen acerca de la enseñanza de esta noción.

Nuestro objetivo es identificar y analizar algunos elementos que están presentes en la enseñanza de la proporcionalidad.

¹ Detzel, P. (2004), "La noción de función: dominios de experiencias en diferentes propuestas de enseñanza", Tesis de Maestría. UNCo, Neuquén.

² Ruiz, M. Elena (2005), "La proporcionalidad y su enseñanza: Un estudio con docentes de matemática", Tesis de Maestría. UNCo. Neuquén.

El marco teórico de referencia está constituido por teorías existentes en la Didáctica de la Matemática francesa, en particular la “teoría de las situaciones didácticas” de G. Brousseau. También forman parte de este marco teórico trabajos de Educación Matemática de la línea anglosajona entre los que se puede mencionar los de Schoenfeld.

METODOLOGÍA

La metodología que utilizamos en esta investigación es una metodología que nos permita acceder a informaciones de tipo cualitativo (Lincoln & Guba , 1985), pues lo que se busca es describir y comprender algunas cuestiones presentes en la enseñanza de la proporcionalidad, a partir de lo que proponen los docentes de matemática del nivel primario sobre la enseñanza de este concepto, tanto en las planificaciones como en su discurso.

Para ello consideramos entrevistas realizadas a docentes, el tipo de entrevistas a las que apelamos son las “entrevistas en profundidad” (Rodríguez Gómez, 1996). Nos interesan éstas en el sentido de que permiten llegar a obtener el punto de vista de los docentes del último ciclo del nivel primario. Según lo plantea Rodríguez Gómez (1996), la entrevista es uno de los medios para acceder al conocimiento, las creencias, los rituales de una determinada sociedad o cultura, obteniendo datos en el propio lenguaje de los sujetos, por lo que las entrevistas con los docentes dan lugar a que ellos expliciten lo que piensan sobre la proporcionalidad y cómo conciben su enseñanza.

Por otro lado, realizamos el análisis de las planificaciones que algunos de los docentes entrevistados nos facilitaron, las que nos permiten conocer cuáles son los elementos que tienen en cuenta para la enseñanza de la proporcionalidad.

Se llevaron a cabo entrevistas con ocho docentes voluntarios del último ciclo del nivel primario de la provincia de Río Negro, ya que es en este ciclo donde curricularmente la noción de proporcionalidad está presente.

ALGUNOS ASPECTOS EN LA ENSEÑANZA DE LA PROPORCIONALIDAD

Propósitos “declarados” para la enseñanza

Al realizar el análisis de las entrevistas nos encontramos con que la mayoría de los docentes considera como propósitos para la enseñanza de la proporcionalidad, el reconocimiento y la resolución de problemas ligados a la vida diaria.

En general, los docentes que expresan la “resolución de problemas” como propósito de la enseñanza de la proporcionalidad, manifiestan su preocupación de proponer situaciones “ligadas a la vida real”, “situaciones “concretas”. Las siguientes frases extraídas de las entrevistas ilustran lo dicho: que los alumnos “*puedan resolver problemas de la vida diaria*”, o “*relacionar la matemática con la realidad*” o para “*aplicarla en la economía de la casa o de otros oficios*”.

Del mismo modo, los docentes que muestran preocupación por las actividades de reconocimiento como superadoras de las meras actividades de cálculo, lo manifiestan expresando que los alumnos sepan “*reconocer si una situación es o no de proporcionalidad*”, o que sepan diferenciar si “*una situación es de proporcionalidad directa o inversa*”. También un docente planteó que el alumno pueda reconocer si “*una situación se puede resolver con regla de tres*”. En el mismo sentido, en términos de reconocimiento, un docente planteó como propósito que los alumnos “*reconozcan las propiedades de la proporcionalidad*” y otro que “*reconozcan que el porcentaje es un caso especial de la proporcionalidad*”.

Problemas de la vida diaria

Un modo de atender al propósito de “resolver problemas de la vida diaria”, parecería estar en la elección de magnitudes, según lo expresa un docente en la entrevista en relación a la selección de actividades para sus alumnos:

M³: ...

que sean atractivas desde, que se yo, desde lo que podemos decir que es atractiva la Matemática, o sea que, cosas que a los chicos les puedan interesar. Esto de poder relacionar por ejemplo la proporcionalidad, bueno, los kilos con el precio, con, o sea, cosas de la vida, o sea no usar por ejemplo, eh, no sé magnitudes que no...

E: *¿Que desconozcan?*

M: *Claro, si no, bueno, sí, yo sé que si 2 kg. de papas me salen 2 \$, bueno.*

Tanto en las planificaciones como en las entrevistas, observamos que un tipo de relación a la que recurren los docentes son aquellas que hacen intervenir “cantidad de un producto y su precio”. Estas hacen referencia a: cantidad de “caramelos”, “fotocopias”, “facturas”, “jamón”, etc.

Un problema que está presente en la planificación de un docente es el siguiente:

³ E, se refiere a entrevistador y M a maestro/a

Problema 4: Por 5 discos compactos pagué \$90. ¿Cuántos compactos del mismo precio puedo comprar con \$216?”

Si la intención es que los alumnos resuelvan problemas que se presentan en lo cotidiano, sabemos que no siempre, la cantidad de dinero que se tiene es un múltiplo de la cantidad de mercadería que se quiere comprar. Atendiendo a esto mantuvimos el siguiente diálogo en relación al Problema 4, con el docente:

E: *Ahora supónete que en lugar de \$216 le hubieras pedido con \$200.*

M: *Tal vez si ponen lo que les cuesta un disco, pero no aquí no van a poder hacerlo.*

E: *¿Y por qué no? ¿Cuántos CD comprarían con \$200?*

M: *Lo que pasa es que aquí les va a sobrar plata.*

E: *¿Entonces un valor así no lo pedirías?*

M: *Y no.*

E: *¿Y si tuvieran que hacer una tabla que muestre la relación en la cantidad de CD y el precio?, ¿qué valores le pondrías?*

M: *Le pondría valores que le den bien.*

Parecería ser que la intención del docente es presentar una situación problemática “de la vida real”, para que el alumno resuelva con alguna de las técnicas que comúnmente se presentan: regla de tres, reducción a la unidad, armar una proporción, despejar la incógnita. De acuerdo a lo dicho por el docente, observamos que no está presente en su proyecto analizar bajo qué condiciones esta situación es proporcional.

En este sentido nos interesa poner en evidencia que en la enseñanza de la proporcionalidad se presentan actividades que involucran magnitudes que se usan en lo cotidiano, con lo cual estarían atendiendo a su objetivo de “resolver problemas de la vida diaria”, pero los datos del problema se presentan de modo que siempre “den bien”, se pierde la oportunidad de poner en evidencia los alcances y límites de la proporcionalidad.

Funciones, proporcionalidad directa y regla de tres

En las entrevistas mantenidas con los docentes, observamos que en su discurso vinculan la noción de función con la de proporcionalidad, ya sea porque proponen en su proyecto de clase “función de proporcionalidad” o porque la presentan como noción previa, como podemos verlo en el siguiente extracto:

M: *En este caso con Proporcionalidad yo empecé con la parte de coordenadas y funciones, ¿sí? hicimos algunas actividades tipo juego de la batalla naval,...*

...

M: *Trabajamos en esto, que queden claros los ejes, los ejes vertical y horizontal. Una de las dificultades que surgió en algunos chicos fue el cambiar los valores de x y de y . O sea en el eje x colocar el valor de y , y en el eje de y colocar el valor de x .*

En la planificación de uno de estos docentes, bajo el título de “Proporcionalidad directa” comienza presentando una tabla:

x (l)	y (m^2)
3	24
6	
2	
8	

Esta tabla establece cuántos m^2 pueden pintarse con x litros de pintura.

Utiliza las letras x (l), e y (m^2) como variables para simbolizar las magnitudes en juego. Y luego muestra que haciendo el cociente entre los valores de y y de x se obtiene una constante, llamada k .

Resultado $\frac{y}{x} = 8$ ó equivalentemente $y = 8 \cdot x$

k es la constante de proporcionalidad

$$k = \frac{y}{x}$$

A continuación plantea, bajo el título de “Regla de tres”, el siguiente problema con una propuesta de resolución:

*Según la tabla anterior, con 3 l de pintura pintamos 24 m^2 .
¿Cuántos m^2 se pintan con 4,5l?*

3l	24 m^2
4,5l	y

Planteamos la proporción: $\frac{3}{4,5} = \frac{24}{y}$

Resolvemos:

$$3 \cdot y = 4,5 \cdot 24$$

$$y = \frac{4,5 \cdot 24}{3}$$

$$y = 36$$

Observamos que la tabla dada consta sólo de números enteros positivos. Cuando solicita el valor que le corresponderá a 4,5 litros, no lo agrega en la tabla, sino que lo presenta con enunciado de problema y propone como método para resolverlo la regla de tres simple.

Notemos que hay cierta disociación entre proporcionalidad y regla de tres, en el sentido que parecería ser que la tabla de “proporcionalidad directa” se usa cuando hay números naturales y la “regla de tres” se plantea cuando hay que pedir información sobre números racionales no enteros. En este caso, para resolver por regla de tres, se piden los metros cuadrados que pueden pintarse con 4,5 litros y también con 1,2 litros o cuántos litros se requieren para pintar 27 m^2 , cuya respuesta es 3,375 litros, mientras que los valores a completar en la tabla se refieren a 3, 6, 2 y 8 litros que corresponden a 24, 48, 16 y 64 m^2 respectivamente.

La presentación de las variables es *ostensiva*⁴, están dadas en las tablas, no surgen como necesidad de simbolización para la resolución de algún problema. A pesar que en la primera tabla dada, se enuncian las magnitudes en juego (litros y metros cuadrados), éstas no se usan en el sentido de analizar el cambio que se produce en una cuando la otra se modifica. Se sugiere un mecanismo de manejo de tabla que se reduce al cálculo de cocientes $\frac{y}{x}$ para encontrar la constante k . Luego, se emplea el mecanismo aprendido para un trabajo con otras tablas numéricas.

En esta planificación observamos que si bien las funciones son un contenido previo, no se trata a la proporcionalidad como un tipo particular de relación de cambio entre las variables. Es decir cómo y cuánto cambian unas cosas en relación con otras. Parecería que el objetivo de presentar antes las funciones es para que los alumnos dispongan de un lenguaje que es común a las funciones y proporcionalidad, como el nombre de las variables, x e y , las tablas, los ejes cartesianos, los gráficos, etc.

La disociación entre proporcionalidad y regla de tres, mencionada anteriormente, aparece nuevamente en la ejercitación propuesta para los alumnos.

Por un lado, plantea ejercitación con tablas, como las que se muestran a continuación:

⁴Berthelot y Salím (1992) expresan que las *prácticas ostensivas* (o simplemente *ostensión*) describen un conjunto de procedimientos didácticos caracterizados básicamente porque el docente suministra al alumno todos los elementos y relaciones constitutivas de la noción visualizada, mientras que el alumno escucha, observa y resuelve ejercicios de aplicación de las nociones dadas por el docente.

2. Los valores de x son directamente proporcionales a los valores de y . Halla la constante de proporcionalidad y calcula los valores que faltan.

x	y	x	y
4	0,40	6	600
2			3.000
8	0,80	45	
6			1.500

Tabla 1

3. Determina, en cada caso, si los valores de y son directamente proporcionales a los valores de x . En caso afirmativo, representa gráficamente y halla la constante de proporcionalidad.

x	y	x	y	x	y	x	y
4	2	9	3	7	28	2	3
5	2,5	6	2	2	8	4	5
12	6	12	6	3	12	6	9
3	1,5	8	4	5	20	3	4,5

Tabla 2

Todas las tablas están encabezadas con x e y , donde se destaca el rol de la constante. Observemos que trabajar con las tablas es sinónimo de buscar una constante dividiendo los valores que están en la columna de y con los de la columna x respectivamente. Podríamos decir en este sentido, que las letras x e y tienen un rol más de indicador que de variable.

Por otro lado, en la ejercitación se proponen una lista de problemas que involucra relaciones proporcionales, con tres datos y una incógnita, entre los que se encuentra el Problema 4, presentado anteriormente.

Según la propuesta de clase del docente, lo esperado en la resolución de este problema sería:

$$5 \text{ cd} \text{ --- } 90\$$$

$$x \text{ --- } 216\$$$

Se plantea la proporción: $\frac{5}{x} = \frac{9}{216}$

Se resuelve:

$$x = \frac{216 \times 5}{90}$$

$$x = 12$$

Como ya vimos anteriormente, este problema según los números que se propongan, mantiene la proporcionalidad o no. Pero, siguiendo el proyecto de enseñanza del docente, los problemas están dados para resolver por regla de tres y no analizar las condiciones bajo las cuales se podría o no resolver con esta regla.

Es decir, con este tipo de presentación del tema, ante las tareas solicitadas, el alumno tiene que realizar divisiones o multiplicaciones. Podríamos decir que las actividades propuestas para los alumnos dan lugar a *interacciones ficticias*.⁵, ya que el modo de decidir sería seguir el esquema propuesto por el docente (la regla o los indicadores en las tablas) y no necesita el conocimiento en juego, en este caso la proporcionalidad.

Reconocimiento de la proporcionalidad

Recordemos que uno de los propósitos considerado por la mayoría de los docentes tiene que ver con el reconocimiento de la proporcionalidad en relaciones.

Se vislumbra aquí una preocupación por las actividades de reconocimiento como superadoras de las meras actividades de cálculo. Sin embargo las acciones que se consideran después para dar cuenta de este propósito no son suficientes.

Por ejemplo para tratar las relaciones no proporcionales proponen tablas numéricas, completas, como la Tabla 2, presentada anteriormente o problemas.

En el caso de los problemas, prácticamente los únicos que se proponen son aquellos donde el tipo de magnitudes en juego alcanza para determinar la no proporcionalidad de dicha relación. Por ejemplo

Analiza si son o no proporcionales. En caso afirmativo, indica si la proporcionalidad es directa o inversa.

a) los kg. de pan y su precio+

b) la altura de una persona y su edad.

c) las bases y las alturas de los rectángulos de, por ejemplo, 24cm^2 de área.

Las situaciones que plantean relaciones en las que resulta conflictivo decidir si se trata de relaciones de proporcionalidad, por ejemplo, dependiendo del dominio de definición que se considere, el caso del Problema 4, están ausentes de sus proyectos e

⁵Una situación favorece *interacciones efectivas* del sujeto con las nociones si el conocimiento es necesario al sujeto como medio de decisión; por el contrario las interacciones que se producen son *ficticias* si el conocimiento no es el medio de control del sujeto, aunque esté presente en la situación. (Numerosos trabajos de didáctica de la matemática estudian los distintos tipos de interacciones de los alumnos con las nociones, entre éstos los de Fregona, 1995).

incluso uno de los docentes declara, como lo señalamos anteriormente, que las evitaría o que buscaría números para “que le den bien”.

El reconocimiento se hace por un pedido explícito, “mire en las tablas o analice si las siguientes magnitudes son proporcionales”. No se muestra que en un mismo problema pueda ocurrir que depende de cómo uno este planteando la relación entre las variables ésta puede ser o no proporcional, como por ejemplo el Problema 4 que ya analizamos.

La entrada a la proporcionalidad por función, ayudaría a percibir este tipo de situaciones, pues se tiene el recurso de la dependencia entre variables, y que según como considere la dependencia podemos establecer diferentes relaciones con características diferentes. En estos casos según la dependencia que tomemos la variación entre ambas puede o no ser proporcional. Es decir, en este caso, el dinero a pagar es directamente proporcional a la cantidad de mercadería, pero la cantidad de mercadería que puedo comprar no siempre es directamente proporcional al dinero que tengo. Aquí tienen un rol importante si las magnitudes son discretas o continuas, en este caso la mercadería es una magnitud discreta. Si fuera continua (ejemplo peso, capacidad, etc.) y la relación entre las magnitudes (precio y mercadería) fuera tal que es directamente proporcional, lo sería independientemente de cómo se las considere.

Una actividad de reconocimiento debería implicar un análisis de las condiciones que hacen que un problema pueda resolverse aplicando la proporcionalidad directa y no solamente por un pedido explícito. Debería implicar también la presentación de problemas que podrán ser candidatos a verse como problemas de proporcionalidad, cuando en realidad no lo son, como lo plantean, Paniza y Sadovsky en un documento de trabajo para la formación docente.⁶

CONCLUSIONES

Este trabajo permite tener una aproximación a la enseñanza de la proporcionalidad a partir de lo que los maestros dicen y planifican. Aquí solo nos detuvimos en algunos aspectos.

Uno de los propósitos de la enseñanza de la proporcionalidad que declaran los docentes es que ésta es una noción que es útil para resolver problemas de la vida diaria. Sin embargo, en las textualizaciones que realizan, este objetivo se ve desdibujado.

⁶ Paniza, M., Sadosky, P (1992), “El papel del problema en la construcción de conceptos matemáticos”, Material destinado a capacitación docente en la provincia de Santa Fé, FLACSO.

El uso de las funciones en la enseñanza de la proporcionalidad está reducido al uso de un lenguaje, uso de tablas y gráficos. Las letras x e y , aparecen más como indicadores que como variables, la dependencia entre ellas esta ausente.

No se presentan situaciones que con regularidades en las variaciones que puedan expresarse mediante una ley algebraica o una fórmula y además que la relación represente una función creciente. Es decir que efectivamente sean candidatos como sería el caso de la relación entre la edad de una persona y otra.

Existen problemas usuales en la enseñanza de la proporcionalidad en los que depende de los números y de cómo se establezcan las relaciones son o no proporcionales, pero esta situación generalmente pasa inadvertida.

BIBLIOGRAFÍA

- BOSCH Y CASABÒ, M. (1994): *La dimensión ostensiva en la actividad matemática. El caso de la proporcionalidad*, Tesis, Universidad Autónoma de Barcelona.
- BROUSSEAU, G. (2007), *Iniciación al estudio de la Teoría de las Situaciones Didácticas*. Ed. Zorzal, Bs. As.
- BROUSSEAU, G. (1986), “Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques”, *Recherches en Didactique des mathématiques*, Vol. 7/2, Ed. La Pensée Sauvage, Grenoble, traducción publicada en *Trabajos de Matemática*, Serie B, N° 19, Argentina, 1993, I.M.A.F., U.N. de Córdoba.
- DETZEL, P. (2004), “La noción de función: dominios de experiencias en diferentes propuestas de enseñanza”, Tesis de Maestría. UNCo, Neuquén.
- FREGONA, D. (1995), *Les figures planes comme “milieu” dans l’enseignement de la géométrie: interactions, contrats et transpositions didactiques*. Thèse Université. Francia.
- LINCOLN y GUBA, E. (1985), *Naturalistic Inquiry*. Sage Publications.
- RODRÍGUEZ GÓMEZ, G. y otros (1996) “*Metodología de la investigación cualitativa*”, Ediciones Aljibe, España.
- RUIZ, M. Elena (2005), “La proporcionalidad y su enseñanza: Un estudio con docentes de matemática”, Tesis de Maestría. UNCo. Neuquén.
- SCHOENFELD, A. (1992), “Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics”, in *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning*, (Ed.) Grouws, Macmillan, New York.