

---

# Curiosidades del 2021

*Todos los números tienen alguna curiosidad, aquí compartimos algunas del 2021.*

---

El 2021 no sólo es la yuxtaposición de dos enteros consecutivos (20 y 21) sino que también es el producto de dos primos consecutivos (43 y 47) que a su vez se escriben ¡como sumas de enteros consecutivos! Es decir:

$$2021 = 43 \cdot 47 = (21 + 22) \cdot (23 + 24).$$

Además, el reverso de 2021 es 1202 y tanto la suma como el producto de 2021 con su reverso dan números capicúas (palíndromos):

$$2021 + 1202 = 3223,$$

$$2021 \cdot 1202 = 2429242.$$

Más aún, el cuadrado del reverso es el reverso del cuadrado y tenemos

$$1202^2 + 2021^2 = 1444804 + 4084441.$$

## *Expresiones con los dígitos*

- 2021 puede ser escrito con las operaciones elementales en forma ascendente o descendente (con los dígitos o permitiendo también el 10):

$$\begin{aligned} 2021 &= 1 + 2 \times (3^4 \times (5 + 6) + 7 \times (8 + 9)) \\ &= 12 \times (3 \times 4 + 5 + 6) \times 7 + 89 \\ &= (1 + 2 \times 3 + 45 \times 6) \times 7 + 8 \times 9 + 10, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2021 &= (9 \times 8 + 7 + 6) \times 5 \times 4 + 321 \\ &= (-9 + 8) \times 7 - 6 \times (5 - (4 + 3)^{2+1}) \\ &= 10 + 9 + 87 + 65 + 43^2 + 1. \end{aligned}$$

También existen expresiones de este tipo usando factoriales o raíces cuadradas o ambas ¿te animás a encontrar una?

- 2021 puede ser escrito usando solo uno cualquiera de los dígitos:

$$\begin{aligned}
 2021 &= (1 + 1)^{11} - (1 + 1 + 1)^{(1+1+1)} \\
 &= (2 \times 22 + \frac{2}{2})^2 - 2 - 2 \\
 &= (3 - \frac{3}{3})^{\frac{33}{3}} - 3^3 \\
 &= 4 + (4 + 4) \times (4^4 - 4) + \frac{4}{4} \\
 &= 5 + \frac{(5+5)^{(5-\frac{5}{5})+55}}{5} + 5 \\
 &= 6 + 66 \times (6 \times 6 - 6) + 6 \times 6 - \frac{6}{6} \\
 &= \frac{77+7}{7} + 7 \times (7 \times (7 \times 7 - 7) - 7) \\
 &= 8 \times (8 + 8) \times (8 + 8) - 8 - 8 - \frac{88}{8} \\
 &= (\frac{9+9}{9})^{\frac{99}{9}} - (9 + 9 + 9).
 \end{aligned}$$

- La misma representación usando un único dígito  $a$ :

$$2021 = \frac{(aaaaa - a) \times (a + a) + a \times aa}{a \times aa}$$

para cualquier  $a \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ .

- Usando los mismos dígitos en bases y potencias:

$$\begin{aligned}
 2021 &= -1^6 + 2^1 + 3^7 - 6^3 + 7^2 \\
 &= 1^8 - 3^5 + 4^9 + 5^6 - 6^7 + 7^3 + 8^4 - 9^1,
 \end{aligned}$$

y usando además dígitos consecutivos:

$$\begin{aligned}
 2021 &= -1^3 - 2^5 + 3^6 + 4^1 + 5^2 + 6^4 \\
 &= 0^4 + 1^7 + 2^8 - 3^9 + 4^6 + 5^2 + 6^1 + 7^5 + 8^3 + 9^0.
 \end{aligned}$$

### *Números primos*

- Si consideramos los primos menores que 100 y formamos todos los pares de primos consecutivos (dominós):

$$(2, 3), (3, 5), (5, 7), \dots, (83, 89), (89, 97)$$

entonces la suma de todos estos pares da 2021. Es decir

$$2021 = 2 + 2(3 + 5 + 7 + \dots + 83 + 89) + 97.$$

- 2021 es la suma de 33 más los primeros 33 números primos:

$$2021 = 33 + p_1 + p_2 + \dots + p_{33} = 33 + (2 + 3 + 5 + \dots + 127 + 131 + 137).$$

*Cuadrados, cubos y otras potencias*

- 2021 como suma de 3 cuadrados. Hay 17 formas, y usando al menos un primo tenemos:

$$\begin{aligned}
 2021 &= 2^2 + 9^2 + 44^2 \\
 &= 4^2 + 18^2 + 41^2 \\
 &= 6^2 + 7^2 + 44^2 \\
 &= 6^2 + 31^2 + 32^2 \\
 &= 7^2 + 26^2 + 36^2 \\
 &= 12^2 + 14^2 + 41^2 \\
 &= 14^2 + 23^2 + 36^2 \\
 &= 17^2 + 24^2 + 34^2 \\
 &= 22^2 + 24^2 + 31^2.
 \end{aligned}$$

¿Te animás a encontrar las 8 que faltan?

- 2021 como suma de 4 cuadrados:

$$2021 = 2^2 + 21^2 + 26^2 + 30^2.$$

- 2021 como suma de cubos o potencias cuartas:

$$\begin{aligned}
 2021 &= 11^3 + 7^3 + 7^3 + 1^3 + 1^3 + 1^3 + 1^3 \\
 &= 6^4 + 5^4 + 3^4 + 2^4 + 1^4 + 1^4 + 1^4.
 \end{aligned}$$

- 2021 como suma de potencias y sumas con los mismos dígitos:

$$\begin{aligned}
 2021 &= 1^8 + 44^2 + 73^0 + 83^1 = 18 + 442 + 730 + 831 \\
 &= 2^8 + 41^2 + 75^0 + 83^1 = 28 + 412 + 750 + 831 \\
 &= -5^1 + 45^2 + 162^0 = -51 + 452 + 1620.
 \end{aligned}$$

*Ternas pitagóricas*

- 2021 satisface las siguientes ternas pitagóricas:

$$\begin{aligned}
 2021^2 + 180^2 &= 2029^2 \\
 2021^2 + 43428^2 &= 43475^2 \\
 2021^2 + 47472^2 &= 47515^2 \\
 2021^2 + 2042220^2 &= 2042221^2.
 \end{aligned}$$

*Cuadrados mágicos*

Un cuadrado mágico de tamaño  $n$  es un arreglo de  $n \times n$  donde se colocan los números  $1, 2, \dots, n^2$ , de modo tal que todas las filas y columnas y las 2 diagonales principales tienen la misma suma. Damos 3 cuadrados mágicos  $7 \times 7$  donde las filas, columnas y diagonales principales son números primos palindrómicos.

1 3 1 1 1 3 1	1 3 7 1 7 3 1	7 1 7 7 7 1 7
3 2 9 1 9 2 3	3 3 3 1 3 3 3	1 1 2 0 2 1 1
1 9 5 2 5 9 1	7 3 6 2 6 3 7	7 2 2 6 2 2 7
1 1 2 0 2 1 1	1 1 2 0 2 1 1	7 0 6 9 6 0 7
1 9 5 2 5 9 1	7 3 6 2 6 3 7	7 2 2 6 2 2 7
3 2 9 1 9 2 3	3 3 3 1 3 3 3	1 1 2 0 2 1 1
1 3 1 1 1 3 1	1 3 7 1 7 3 1	7 1 7 7 7 1 7