



Instructions for authors, subscriptions and further details:

<http://redimat.hipatiapress.com>

The complexity of the notion to teach in the assessment of the pre-professional practice of future Ecuadorian mathematics teachers

Eulalia Calle¹, Adriana Breda², and Vicenç Font²

1) Universidad de Cuenca, Ecuador

2) Universitat de Barcelona, España

Date of publication: October 24th, 2022

Edition period: October 2022-February 2023

To cite this article: Calle, E., Breda, A., & Font, V. (2022). The complexity of the notion to teach in the assessment of the pre-professional practice of future Ecuadorian mathematics teachers. *REDIMAT – Journal of Research in Mathematics Education*, 11(3), 218-249. doi: [10.17583/redimat.10986](https://doi.org/10.17583/redimat.10986)

To link this article: <http://dx.doi.org/10.17583/redimat.10986>

PLEASE SCROLL DOWN FOR ARTICLE

The terms and conditions of use are related to the Open Journal System and to [Creative Commons Attribution License](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/) (CCAL).

The complexity of the notion to teach in the assessment of the pre-professional practice of future Ecuadorian mathematics teachers

Eulalia Calle
*Universidad de
Cuenca*

Adriana Breda
*Universidad de
Barcelona*

Vicenç Font
*Universidad de
Barcelona*

*(Received: 24 September 2022; Accepted: 11 October 2022;
Published: 24 October 2022)*

Abstract

Reflections on the complexity of mathematical objects, and the connection of the components of this complexity, are frequent in many of the theoretical approaches used in the area of Mathematics Education. As a consequence of these reflections, there is a tendency for mathematics teachers training to contemplate didactic sequences so that teachers consider the complexity of the mathematical object to be taught in the didactic sequences that they design and implement with their students. In this line, the first objective of this work is to determine the role of mathematics taught in the assessment guide of work practice used by the guidance teachers of the Mathematics Education Career at the University of Cuenca; while the second objective is to describe an instruction process whose objective is to incorporate in this guide the assessment of the mathematics taught, in particular the assessment of the incorporation of the complexity of the mathematical object to be taught. The results show that the guide does not value the mathematics taught and that in the didactic sequences implemented by future teachers according to it, they do not consider the complexity of the object to be taught.

Keywords: Mathematics teacher training; Assessment of the practice; Representativity of the complexity of the mathematical object to be taught.

La complejidad de la noción a enseñar en la valoración de la práctica preprofesional de futuros profesores de matemáticas ecuatorianos

Eulalia Calle
Universidad de
Cuenca

Adriana Breda
Universidad de
Barcelona

Vicenç Font
Universidad de
Barcelona

(Recibido: 2 Septiembre 2022; Aceptado: 11 Octubre 2022;
Publicado: 24 Octubre 2022)

Resumen

Las reflexiones sobre la complejidad de los objetos matemáticos, y la conexión de los componentes de esta complejidad, son frecuentes en muchos de los enfoques teóricos utilizados en el área de la Educación Matemática. Como consecuencia de estas reflexiones hay una tendencia a que la formación del profesorado de matemáticas contemple secuencias didácticas para que los profesores tengan en cuenta la complejidad del objeto matemático a enseñar. En esta línea, el primer objetivo del presente trabajo es determinar el papel que tienen las matemáticas enseñadas en la guía de valoración de la práctica preprofesional utilizada por los docentes tutores de la Carrera de Educación Matemática de la Universidad de Cuenca; mientras que el segundo objetivo es describir un proceso de instrucción cuyo objetivo es incorporar en esta guía la valoración de las matemáticas enseñadas, en particular la valoración de la incorporación de la complejidad del objeto matemático a enseñar. Los resultados muestran que la guía no valora las matemáticas enseñadas y que en las secuencias didácticas implementadas por los futuros profesores siguiendo esta guía no tienen muy en cuenta dicha complejidad.

Palabras clave: Formación de profesores de matemáticas; Valoración de la práctica; Representatividad de la complejidad del objeto matemático a enseñar.

En la investigación centrada en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, se ha considerado un tema de interés el estudio de las conexiones matemáticas, dado que contribuyen a la comprensión de los conceptos matemáticos (García García, 2019; Hiebert & Carpenter, 1992; Koestler et al., 2013; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2014; Rodríguez-Nieto et al., 2021; Zengin, 2019). Los resultados de la investigación sobre las conexiones han sido considerados en currículos de diferentes países; en particular, se tuvieron en cuenta en los estándares y principios del NCTM (2000) “cuando los estudiantes conectan ideas matemáticas, su comprensión es más profunda y duradera. Pueden ver conexiones matemáticas en la rica interacción entre temas matemáticos, en contextos que relacionan las matemáticas con otras materias, y en sus propios intereses y experiencia” (p. 64). La importancia que se da al establecimiento de conexiones matemáticas, en particular las llamadas conexiones intramatemáticas, va de la mano con la importancia que se da en la Educación Matemática a la reflexión sobre *la complejidad de los objetos matemáticos*.

Las reflexiones sobre la complejidad de los objetos matemáticos y la conexión de los componentes de esta complejidad, son frecuentes en muchos de los enfoques teóricos utilizados en el área de la Educación Matemática, en particular, los Criterios de Idoneidad Didáctica (CID) del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento e Instrucción Matemáticos (EOS) consideran la reflexión sobre la complejidad de los objetos matemáticos como uno de los componentes del conocimiento que debe tener el profesor de matemáticas en el ejercicio de su profesión (Breda et al., 2018; Godino, 2013; Godino et al., 2007, 2019). Como consecuencia de estas reflexiones hay una tendencia a que la formación del profesorado de matemáticas contemple secuencias didácticas para que los profesores tengan en cuenta la complejidad del objeto matemático a enseñar en las secuencias didácticas que diseñen e implementen con sus alumnos (Calle et al., 2021, 2023).

Las investigaciones sobre la incorporación de este componente en la formación de profesores han puesto de manifiesto los siguientes aspectos (Font et al., 2020): 1) aunque no se incorpore explícitamente la enseñanza de los componentes e indicadores de los CID, algunos de ellos, y en particular el componente <<muestra representativa de la complejidad del objeto matemático>>, están presentes de manera implícita cuando los profesores o futuros profesores hacen valoraciones de propuestas didácticas (suyas o de otros) (Breda, 2020; Breda et al., 2017; Breda & do Rosário Lima, 2016); 2)

Incorporar el componente <<muestra representativa de la complejidad del objeto matemático>> para valorar la idoneidad epistémica de un proceso de enseñanza y aprendizaje, no es tarea fácil, ni para los formadores ni para sus alumnos (futuros profesores o profesores en servicio), pero se puede enseñar como parte del proceso de formación del profesorado (Calle et al., 2021, 2023; Font, Breda, & Pino Fan, 2017; Hummes, 2022; Seckel & Font, 2020). En estos dispositivos formativos, se hace hincapié en la necesidad de realizar un estudio preliminar orientado a la reconstrucción de un significado global sobre el objeto matemático que se quiere enseñar para poder ser conscientes de su complejidad (Font et al., 2020).

En esta línea, el primer objetivo del presente trabajo es determinar el papel que tienen las matemáticas enseñadas en la guía de valoración de la práctica preprofesional utilizada por los docentes tutores de la Carrera de Educación Matemática de la Universidad de Cuenca; mientras que el segundo objetivo es describir un proceso de instrucción cuyo objetivo es incorporar en esta guía la valoración de las matemáticas enseñadas, en particular la valoración de la incorporación de la complejidad del objeto matemático a enseñar.

Después de esta introducción, se presenta el referente teórico de esta investigación: Los Criterios de Idoneidad Didáctica, la metodología cualitativa utilizada para el análisis de los datos, los resultados obtenidos y su discusión, así como unas conclusiones finales.

Marco Teórico: Criterios de Idoneidad Didáctica

El principal referente de esta investigación es el constructo Criterios de Idoneidad Didáctica (CID). La noción de idoneidad didáctica es una herramienta teórica para la valoración de procesos de instrucción. Fijado un tema específico en un contexto educativo determinado, la noción de idoneidad didáctica (Breda et al., 2018; Godino, 2013) lleva a poder responder preguntas del tipo: ¿Cuál es el grado de idoneidad didáctica del proceso de enseñanza-aprendizaje implementado?, ¿qué cambios se deberían introducir en el diseño e implementación del proceso de instrucción para incrementar su idoneidad didáctica en futuras implementaciones?

La idoneidad didáctica de un proceso de instrucción se define como el grado en que dicho proceso (o una parte del mismo) reúne ciertas características que permiten calificarlo como óptimo o adecuado para conseguir la adaptación entre los significados personales logrados por los

estudiantes (aprendizaje) y los significados institucionales pretendidos o implementados (enseñanza), teniendo en cuenta las circunstancias y recursos disponibles (entorno). Un proceso de instrucción logrará un alto grado de idoneidad didáctica si es capaz de articular de forma coherente y sistémica, los seis criterios parciales de idoneidad siguientes: Idoneidad epistémica, para valorar si las matemáticas que están siendo enseñadas son “buenas matemáticas”; Idoneidad cognitiva, para valorar, antes de iniciar el proceso de instrucción, si lo que se quiere enseñar está a una distancia razonable de aquello que los alumnos saben, y, después del proceso, si los aprendizajes adquiridos están cerca de aquello que se pretendía enseñar; Idoneidad interaccional, para valorar si las interacciones resuelven dudas y dificultades de los alumnos; Idoneidad mediacional, para valorar la adecuación de los recursos materiales y temporales utilizados en el proceso de instrucción; Idoneidad afectiva, para valorar la implicación (intereses y motivaciones) de los alumnos durante el proceso de instrucción; Idoneidad ecológica, para valorar la adecuación del proceso de instrucción al proyecto educativo del centro, las directrices curriculares, las condiciones del entorno social y profesional.

En Breda y Do Rosário Lima (2016) y Breda, Pino-Fan y Font (2017) se aporta un sistema de componentes e indicadores que sirve de guía de análisis y valoración de la idoneidad didáctica, que está pensado para un proceso de instrucción en cualquier etapa educativa. En la Tabla 1 se detallan los criterios y componentes de idoneidad didáctica.

Tabla 1
Criterios y componentes de idoneidad didáctica.

Criterio	Componentes
Epistémico	Errores, Ambigüedades, Riqueza de procesos, Representatividad de la complejidad de los objetos matemáticos a enseñar
Cognitivo	Conocimientos previos, Adaptación curricular a las diferencias individuales, Aprendizaje, Alta demanda cognitiva
Interaccional	Interacción docente-discente, Interacción entre discentes, Autonomía, Evaluación formativa

Fuente: Morales-López y Font (2019).

Tabla 1 (continúa)

Criterios y componentes de idoneidad didáctica.

Criterio	Componentes
Mediacional	Recursos materiales, Número de estudiantes, horario y condiciones del aula, Tiempo
Afectivo	Intereses y necesidades, Actitudes, Emociones
Ecológico	Adaptación al currículo, Conexiones intra e interdisciplinarias, Utilidad sociolaboral, Innovación didáctica

Fuente: Morales-López y Font (2019).

Tanto los componentes como los indicadores de los CID se han confeccionado a partir de un consenso presente en el campo de la comunidad educativa, teniendo en cuenta las tendencias actuales en la enseñanza de las matemáticas, los principios y estándares para la enseñanza de las matemáticas (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000) y los resultados de la investigación en el área de Didáctica de las Matemáticas (Breda et al., 2018).

En particular, para la idoneidad epistémica se ha tenido en cuenta un principio fundamental del EOS que, con los matices propios de cada enfoque, es (o puede ser) asumido por otros enfoques teóricos del área. Nos referimos al principio que se puede formular de la siguiente manera: los objetos matemáticos emergen de las prácticas, lo cual conlleva su complejidad (Font et al., 2013; Rondero & Font, 2015). De este principio se deriva un componente (representatividad de la complejidad de la noción a enseñar) cuyo objetivo es que se tenga en cuenta, dentro de lo posible, dicha complejidad en el diseño y rediseño de las secuencias didácticas (Font et al., 2020; Pino-Fan et al., 2013).

El componente *Representatividad de la complejidad de los objetos matemáticos a enseñar* (entendida como pluralidad de significados parciales), se refiere al grado de representatividad e interconexión de los significados institucionales implementados (o pretendidos) respecto de un significado de referencia (Giacomone et al., 2018b). Cada uno de estos significados permite resolver tipos de problemas diferentes, por lo cual, si se quiere enseñar una muestra

representativa de significados parciales es necesario presentar una muestra variada de problemas (Font, Breda, & Seckel, 2017) y, a su vez, si se quiere conseguir que el alumno sea competente en la resolución de una variedad de problemas, donde el objeto matemático en cuestión tiene un rol determinante para su resolución, es necesario que los alumnos dispongan de una red de significados parciales bien conectados entre sí. En consecuencia, dado que se considera importante que los profesores de matemáticas tengan en cuenta la complejidad del objeto matemático que se pretende enseñar (entendida ésta como pluralidad de significados) en el diseño, implementación, valoración y rediseño de procesos de instrucción, son necesarios procesos formativos que permitan a los profesores reflexionar sobre la complejidad de los objetos matemáticos y su posible aplicación en su práctica docente con la finalidad de mejorarla.

En el siguiente cuadro (Font, Breda, & Seckel, 2017) se recogen los indicadores del componente *Representatividad de la complejidad de los objetos matemáticos a enseñar* del criterio de idoneidad epistémica.

Tabla 2

El componente Representatividad de la complejidad y sus indicadores.

Componente de la Idoneidad Epistémica	Indicadores
Representatividad de la complejidad de los objetos matemáticos a enseñar	<ul style="list-style-type: none"> a) Los significados parciales (definiciones, propiedades, procedimientos, etc.) son una muestra representativa de la complejidad de la noción matemática que se quiere enseñar b) Los significados parciales definiciones, propiedades, procedimientos, etc.) son una muestra representativa de la complejidad contemplada en el currículo de la noción matemática que se quiere enseñar. c) Para uno o varios significados parciales seleccionados para su implementación, ¿se contempla una muestra representativa de problemas?

Fuente: Font, Breda y Seckel (2017).

Tabla 2 (continúa)

El componente Representatividad de la complejidad y sus indicadores.

Componente de la Idoneidad Epistémica	Indicadores
Representatividad de la complejidad de los objetos matemáticos a enseñar	d) Para uno o varios significados parciales seleccionados para su implementación, ¿se contempla el uso de diferentes modos de expresión (verbal, gráfico, simbólico...), tratamientos y conversiones entre los mismos?

Fuente: Font, Breda y Seckel (2017).

En primero lugar, hay que valorar si los significados parciales (definiciones, propiedades, procedimientos, etc.) seleccionados para su implementación son una muestra representativa de la complejidad de la noción matemática que se quiere enseñar (para ello la mirada se dirige a las matemáticas). En segundo lugar, dado que el currículo contempla parte de estos significados parciales, hay que valorar si la muestra de significados presentes en el proceso de instrucción son también una muestra representativa de los contemplados en el currículo (en el currículo en general, en la etapa o ciclo o en el curso donde se realiza la implementación). Una vez seleccionados uno o varios significados parciales para su implementación, valorar como mínimo, si se contempla una muestra representativa de representaciones del objeto y de problemas en los que se aplica o emerge.

La noción de idoneidad didáctica está siendo utilizada ampliamente como herramienta para organizar la reflexión del futuro profesor (o en activo) sobre su propia práctica o sobre la práctica ajena, en programas de formación de profesores o futuros profesores (Esqué de los Ojos & Breda, 2021; Giacomone et al., 2018a; Hummes et al., 2022; Maure et al., 2019; Seckel & Font, 2020), ya que facilita la reflexión sistemática de los profesores sobre la complejidad de los objetos matemáticos que enseñan y sobre los factores implicados en su estudio.

Metodología

En esta sección explicamos el contexto institucional, los participantes y las características metodológicas para cada uno de los dos objetivos.

Contexto Institucional: La Práctica Preprofesional en la Formación Inicial de Profesores

En el plan de Carrera de Ciencias Experimentales de la Universidad de Cuenca, los futuros profesores realizan cuatro prácticas preprofesionales en centros de secundaria: en la primera, fundamentalmente se hacen prácticas de observación y apoyo docente; en la segunda, diseñan e implementan una secuencia de tareas de aproximadamente unas 12 horas de clase; en la tercera práctica vuelven a diseñar e implementar una secuencia de tareas de aproximadamente unas 12 horas de clase, pero ahora después de haber cursado asignaturas de didáctica de las matemáticas que les da herramientas teóricas que no se tenían en la práctica dos y; la cuarta práctica preprofesional consiste en la colaboración con proyectos de vinculación con la sociedad organizados por la universidad (por ejemplo, un proyecto de apoyo pedagógico a estudiantes adultos).

En su práctica preprofesional el futuro profesor cuenta con dos tutores, el de la universidad (Docente tutor) y el profesor de la institución donde se realiza la práctica (Docente orientador). Entre las herramientas valorativas utilizadas para guiar la práctica, están: 1. *Guía de Reflexión* de una sesión de aprendizaje, en donde el docente tutor pide al futuro profesor consignar las actividades realizadas durante la sesión de clases y responder a preguntas como ¿qué intenciones tenía la actividad?, ¿Qué hicieron los estudiantes durante la actividad?, ¿cómo interviene el docente durante la actividad?, además de presentar comentarios y reflexiones (ficha usada sobre todo en la práctica preprofesional uno); 2. *Ficha de Apoyo a la Docencia*, en donde el docente orientador de la institución de práctica evalúa si el practicante apoyó en el desarrollo del trabajo en el aula, si demostró tener creatividad y ser propositivo, si cumplió con las tareas encomendadas con responsabilidad e interés y si su interacción en el aula fue cálida y empática; 3. *Matriz de Autoevaluación*, en donde el practicante debe auto valorar su actividad de acuerdo a criterios como, si conoce en qué consiste la práctica preprofesional, si asistió puntualmente a la jornada de prácticas, si planificó las tareas

asignadas para cumplir la labor, si todas las actividades asignadas las ha cumplido en los tiempos establecidos, si ha sido capaz de proponer espontánea y oportunamente sugerencias para el mejoramiento de los procesos, si ha aportado con creatividad para la solución viable de problemas, si ha demostrado habilidad para aprender y consolidar conocimientos a través de las prácticas, si ha demostrado responsabilidad en la ejecución de actividades y las ha aplicado dentro del tiempo establecido, si se ha adaptado a los diferentes ambientes de la práctica, si se ha involucrado en las actividades propuestas por el docente tutor, si ha demostrado afectividad con el grupo de estudiantes que ha hecho la práctica preprofesional, además de otros aspectos que el practicante puede considerar importantes; 4. *Ficha de Seguimiento* a la ejecución de clases, considerada como documento central de evaluación por contener 20 indicadores que sirven de referente para la evaluación de la práctica preprofesional por parte del docente tutor (ver primera columna de la tabla 3). Estas tres últimas fichas se usan, sobre todo, en la práctica 2, y lo que en cierta manera es sorprendente, también en la práctica preprofesional tres, teniendo en cuenta que los futuros profesores en la práctica tres ya tienen más conocimientos sobre Didáctica de las Matemáticas.

Los futuros profesores y sus tutores en estas cuatro guías elaboran informes o narrativas sobre la experiencia del futuro profesor durante su fase de prácticas, respondiendo a determinadas consignas (preguntas de la guía). Con el análisis detallado de las consignas propuestas se puede inferir qué parte de los conocimientos y competencias didáctico-matemáticas desarrolladas por los futuros profesores, hasta ese momento de su formación, se quieren evaluar.

En este artículo nos interesa, primero, determinar los criterios que orientan las prácticas de los futuros profesores de la Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales de la Universidad de Cuenca para que las secuencias didácticas sean cada vez mejores; razón por la cual vamos a enfocarnos en la Ficha de Seguimiento a la ejecución de clases que es el documento 4 de la evaluación de la práctica preprofesional de los futuros profesores de matemáticas de la carrera supra mencionada.

En paralelo a la práctica preprofesional 2, los futuros profesores cursan la asignatura de Didáctica de la Matemática cuyo objetivo es dar elementos teóricos que permitan desarrollar su capacidad de reflexión sobre la práctica dos que han implementado. En el segundo objetivo dos se describe un proceso de instrucción en esta asignatura en un grupo de 26 futuros profesores.

Metodología para el Primer Objetivo

La metodología para el primer objetivo es un análisis de contenido con categoría a priori (indicadores, componentes y criterios del constructo CID). Para el primer objetivo se consideran las preguntas orientadoras de la ficha de seguimiento (primera columna de la tabla 3) y se reinterpretan como orientaciones para que el futuro profesor realice una buena práctica docente, a continuación, estas orientaciones se reinterpretan en términos de indicadores, componentes o criterios del constructo CID. Por ejemplo, una de las preguntas de la ficha es: ¿La motivación activó los aprendizajes previos de los alumnos? Mediante un análisis de contenido inferimos que la incorporación de esta pregunta en la guía se debe a que los autores de la guía consideran que los futuros profesores deben procurar motivar a sus alumnos, (orientación para la práctica) y, además, valoran positivamente conseguir la motivación de los alumnos. Pero, también, consideran importante tener en cuenta los conocimientos previos de los alumnos en el proceso de aprendizaje, es decir que los autores de la guía consideran que los futuros profesores deben procurar tener en cuenta dichos conocimientos previos, por tanto, se está considerando que se debe diseñar la instrucción teniendo en cuenta los conocimientos previos de los alumnos (orientación para la práctica) y, además, valoran positivamente tener en cuenta los conocimientos previos de los alumnos. Una vez entendida la pregunta en estos términos, se reinterpreta en términos de indicadores, componentes y criterios del constructo CID, en particular esta orientación se relaciona con el indicador “Selección de tareas de interés para los alumnos” del componente “Intereses y necesidades” del “criterio de idoneidad afectivo”, y también, se reinterpreta en términos del indicador “Los alumnos tienen los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema (bien se han estudiado anteriormente o el profesor planifica su estudio)” del componente “Conocimientos previos” del “criterio de idoneidad cognitivo”.

Cada uno de los autores codificó cada pregunta de la ficha de acuerdo con el proceso acabado de explicar, siendo el porcentaje de acuerdo entre los tres investigadores del 92%. Las diferencias de codificación entre los investigadores se discutieron y se llegó a un consenso.

Metodología para el Segundo Objetivo

Si bien las preguntas de la ficha, en general, se podían reinterpretar en términos de indicadores, componentes y criterios del constructo CID, la pauta de indicadores y componentes de dicho constructo es mucho más completa que la ficha de seguimiento analizada. Por esta razón, se realizó un proceso de instrucción para enseñar el constructo CID con la finalidad de que los futuros profesores en el futuro (por ejemplo, en la práctica preprofesional tres) organizaran su reflexión a partir de esta herramienta de valoración, o bien a partir de la guía de seguimiento enriquecida con algunas preguntas relacionadas con componentes de los CID no contemplados en la guía actual. En particular, el énfasis se puso en la explicación de los componentes e indicadores del criterio de idoneidad epistémico ya que era el menos presente en la guía de seguimiento y, muy en especial, en el componente “representatividad de la complejidad del objeto matemático a enseñar”. Para ello, se siguió la estructura básica de los ciclos formativos cuyo objetivo es la enseñanza del constructo CID (Calle et al., 2023).

En la sección de resultados se narra la implementación de la secuencia didáctica, desde la óptica del docente que imparte la asignatura. La metodología usada para realizar esta narrativa tiene aspectos de las siguientes metodologías: 1) narrativa (una mirada a una historia de uno mismo), 2) autoetnografía (una mirada a sí mismo dentro de un contexto más amplio) y autoestudio (una mirada a uno mismo en acción, generalmente dentro de contextos educativos) (Hamilton et al., 2008), en las que se privilegia el yo/nosotros.

En este caso, dado que se pretendía, en especial, enseñar a los futuros profesores la importancia de tener en cuenta, para la enseñanza y aprendizaje de un determinado objeto matemático, una muestra representativa de los diferentes significados de dicho objeto en el diseño, valoración y rediseño de secuencias de tareas, el proceso de instrucción se diseñó teniendo en cuenta el siguiente principio: para poder usar este componente en la valoración y rediseño de secuencias de tareas, el profesor, como mínimo, debe conocer los diferentes significados del objeto matemático a enseñar (significado holístico) y sus conexiones, debe conocer cuáles de estos significados están incluidos en el currículum y debe poder seleccionar y/o crear tareas en las que se tenga que usar un determinado significado del objeto matemático que se pretende enseñar.

En el diseño de la secuencia didáctica participaron los tres autores y en la implementación la primera autora. A partir de los diarios de clase y de la documentación del campus virtual, para este segundo objetivo, se ha realizado una narración, desde la perspectiva del formador, de lo que fue la enseñanza realizada. Esta implementación la consideramos como un estudio de caso múltiple que se enmarca en las investigaciones en Didáctica de las Matemáticas de tipo cualitativo-descriptivo.

Resultados

En esta sección se presentan los resultados relacionados con los dos objetivos específicos de la investigación.

Resultados Relacionados con el Primer Objetivo Específico

Se han analizado los indicadores consignados en la ficha de seguimiento a la ejecución de clases que es el documento 4 de la evaluación de la práctica preprofesional de los futuros profesores de matemáticas, de la Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales de la Universidad de Cuenca. Esta ficha de seguimiento a la ejecución de clases, ha sido elaborada para la evaluación de los futuros profesores. Por tanto, estrictamente no es una guía para que los alumnos orienten el diseño y la implementación de sus clases, pero les conviene tenerla presente ya que son evaluados con base en ella.

Como resultado de la aplicación de la metodología de análisis de contenido descrito en la sección anterior, las preguntas de la ficha de seguimiento se han podido reinterpretar en términos de criterios de idoneidad didáctica como se especifica en la Tabla 3:

Tabla 3.

Relación de las preguntas de la ficha de seguimiento con los CID.

Preguntas de la ficha de seguimiento	CID
¿Asumió las sugerencias dadas oportunamente por el profesor de aula y/o profesor tutor?	No se aplica
¿La motivación activó los aprendizajes previos de los alumnos?	Afectiva/Cognitiva Afectiva

Tabla 3. (continúa)

Relación de las preguntas de la ficha de seguimiento con los CID.

Preguntas de la ficha de seguimiento	CID
¿Mantuvo el interés de los alumnos durante el proceso de Aprendizaje?	Interaccional
¿Facilitó el trabajo de grupo o de pares, mixtos y heterogéneos?	No se aplica
¿Su presentación externa responde a exigencias mínimas de un Educador?	No se aplica
¿Llegó a clase con anticipación?	
¿La estrategia empleada responde a una metodología activa?	Cognitiva
¿Dosificó el desarrollo de las actividades de aprendizaje de acuerdo al tiempo disponible y al grado de desarrollo y aprendizaje en los alumnos?	Mediacional /Cognitiva
¿El material didáctico fue adecuado y oportuno para los aprendizajes esperados?	Mediacional /Cognitivo
¿Las actividades del proceso responden a las destrezas con criterio de desempeño que se pretenden conseguir y constituyen actividades significativas?	Ecológica/Cognitiva
¿Las actividades programadas apuntaron al desarrollo de las destrezas con criterio de desempeño previstas y a la integración de las diferentes áreas?	Ecológica
¿Cumplió con los tres momentos (anticipación, construcción y consolidación) establecidos en la Planificación de tareas de aprendizaje?	Ecológico/Cognitiva
¿Propició la confrontación de lo conocido con lo que se pretende desarrollar?	Cognitiva
¿Demostró preparación y dominio de los temas trabajados?	Epistémico
¿Las orientaciones para el trabajo individual y/o grupal fueron claras y oportunas?	Interaccional
¿Hizo un acompañamiento oportuno durante el trabajo individual y/o grupal?	Interaccional/Cognitiva
¿Facilitó y respetó la participación de las y los estudiantes?	Interaccional
¿Se mantuvo cercano a los alumnos y ejerció su función normativa?	Interaccional
	Interaccional/Cognitivo

Tabla 3. (continúa)

Relación de las preguntas de la ficha de seguimiento con los CID.

Preguntas de la ficha de seguimiento	CID
¿Fue creativo para solucionar dificultades y limitaciones que se presentaron en la sesión de aprendizaje?	Interaccional
¿Su voz y desplazamiento fueron adecuados dentro del aula y/o fuera de ella?	

Las preguntas calificadas como “No se aplica” son preguntas que no se relacionan con el diseño o implementación de la secuencia de tareas”. Por ejemplo, la pregunta “¿Su presentación externa responde a exigencias mínimas de un Educador?”.

Tal como se había previsto, la mayoría de las preguntas de la ficha se podían reinterpretar en términos de indicadores, componentes y criterios del constructo CID. De las 20 preguntas, tres (calificadas como “No se aplica”) son preguntas que no se relacionan con el diseño o implementación de la secuencia de tareas; dos se relacionan con la idoneidad afectiva; dos se relacionan con la idoneidad mediacional; tres se relacionan con la idoneidad ecológica; ocho se relacionan con la idoneidad cognitiva; siete se relacionan con la idoneidad interaccional; y una se relaciona con la epistémica.

De esta reinterpretación destaca, como resultado significativo, que las orientaciones para implementar unas buenas matemáticas (idoneidad epistémica) tienen poca relevancia en la ficha de seguimiento.

Resultados Relacionados con el Segundo Objetivo Específico

El principal resultado de este segundo objetivo es la implementación del ciclo formativo que pretende enriquecer la ficha de seguimiento de la institución incorporando indicadores y componentes de los CID, en particular, el componente representatividad de la complejidad del objeto matemático a enseñar, mediante un proceso de instrucción específico.

Breve descripción de la implementación proceso de instrucción para enseñar el constructo CID

En paralelo a la práctica preprofesional 2, los futuros profesores cursan la asignatura de Didáctica de la Matemática cuyo objetivo es dar elementos

teóricos que permitan desarrollar su capacidad de reflexión sobre la práctica dos que han implementado y que puedan ser usados en el futuro (por ejemplo, en la práctica tres). La metodología usada en esta asignatura consiste en talleres, trabajos colaborativos, discusiones y análisis de textos, presentación de planificaciones y exposición de prácticas docentes. En esta asignatura se trabajaron tanto la ficha de seguimiento como los CID, de acuerdo con la siguiente secuencia.

En una primera fase se realizaron dos talleres llamados de análisis didáctico y, en el primer taller se presentó un episodio de clase como contexto de reflexión. Este primer taller tenía por objetivo que los futuros profesores de matemáticas realizaran un análisis didáctico de este episodio basado en la experiencia y conocimientos previos que tuviesen, ya que se les propusieron preguntas guías muy generales. Se propuso a los alumnos la lectura y análisis del episodio descrito en Font, Planas y Godino (2010) de la manera siguiente: 1) Lectura individual del contexto del problema y de la transcripción; 2) Formación de grupos de tres o cuatro personas; 3) Análisis didáctico del episodio de clase en grupo; 4) Elaboración de conclusiones; 5) Presentación de sus conclusiones a los otros grupos. Para el análisis didáctico del punto 3 se sugirieron las siguientes preguntas guía: a) ¿Cuáles son los personajes que aparecen en este episodio? Analice el comportamiento de cada uno de los personajes (qué dicen, qué hacen, cómo actúan, por qué actúan de esa manera); b) Identifique los objetos matemáticos presentes en esta tarea: lenguaje, conceptos-definiciones, proposiciones, procedimientos y argumentos.

En el segundo taller el episodio a analizar en grupos de cuatro era el video¹ de una clase sobre proporcionalidad geométrica impartida por un profesor de secundaria ecuatoriano. Para realizar el análisis didáctico se les suministró la guía de la Tabla 4.

Las consignas de la pauta se agrupan en cuatro bloques y en los tres primeros se pide describir, interpretar (explicar) y valorar y la cuarta se puede interpretar como sugerencias de mejora. Hay nueve cuestiones sobre describir, tres sobre interpretar (explicar) y dos sobre valorar y una para la mejora.

Tabla 4

Guía de reflexión didáctica.

Tarea de reflexión didáctica (guía para los futuros profesores)	
	<p>¿Qué contenido matemático se requiere para resolver el problema?</p> <p>¿Qué significados (algebraico, geométrico, trigonométrico...), caracterizan el contenido que se está abordando?</p> <p>¿Cuál es el contexto y nivel educativo en que se ubica el problema?</p>
<p>Descripción</p> <p>¿Qué sucede?</p>	<p>¿Qué hacen los participantes para resolver el problema?</p> <p>¿Sobre qué discuten más?</p> <p>¿Qué recursos utilizan?</p> <p>¿Qué conocimientos previos deben tener los participantes para poder resolver el problema?</p> <p>¿Qué dificultades/conflictos de aprendizaje se manifiestan?</p> <p>¿Qué normas (regulaciones, hábitos, costumbres) hacen posible y condicionan el desarrollo de la resolución del problema?</p>
<p>Explicación</p> <p>¿Por qué sucede?</p>	<p>¿Por qué se estudia ese contenido?</p> <p>¿Por qué se usa un problema realista para estudiar el contenido?</p> <p>¿Por qué actúan los participantes de la manera en que lo hacen?</p>
<p>Valoración</p> <p>¿Qué se podría mejorar?</p>	<p>Emitir un juicio razonado sobre la forma en la que los participantes resuelven el problema, indicando las actitudes más significativas que ellos tienen para llegar a la solución del problema. ¿Hay alguna actitud negativa de ellos?</p> <p>¿Podemos hablar de aprendizaje, cuando los estudiantes intentan resolver problemas del contexto? Explique.</p>
<p>Limitaciones de la información</p>	<p>¿Qué información adicional sería necesario añadir, para que la resolución del problema fuera más precisa y fundamentada?</p>

En los dos talleres se presentan casos o episodios (sin teoría, es decir no se les explican nociones específicas para realizar el análisis didáctico, en particular aún no se les había explicado el constructo CID) y se propone a los participantes la lectura y análisis de episodios de clase para que hagan un análisis individual y grupal a partir de sus conocimientos previos, creencias y

valores, y dándoles pautas muy generales. La puesta en común de los análisis realizados permite observar algunas regularidades, entre otras las siguientes:

- a) Los futuros profesores, cuando opinan sobre un episodio de aula, expresan comentarios en los que se pueden hallar aspectos de descripción y/o explicación y/o valoración.
- b) Las opiniones de estos futuros profesores se pueden considerar evidencias de diferentes tipos de conocimientos (relacionados con las matemáticas, con aspectos cognitivos, con el entorno curricular, cultural y sociolaboral, con la gestión de la interacción, con aspectos emocionales y afectivos, con el uso de recursos, etc.).
- c) Cuando las opiniones tienen un componente valorativo importante, se pueden inferir criterios que, en su opinión, deben guiar la práctica del profesor (por ejemplo, si han considerado que la gestión del profesor del primer episodio analizado no ha motivado a los alumnos, se infiere que ellos consideran importante realizar su práctica docente procurando motivar a sus alumnos y, además, que valoran positivamente conseguir la motivación de los alumnos).

El siguiente paso consistió en determinar si los valores implícitos o explícitos en sus comentarios son sus valores individuales o más bien son valores que la comunidad interesada en la Educación Matemática está transmitiendo a sus miembros (por ejemplo, a los futuros profesores). A partir de esta pregunta se llega a la conclusión de que, sobre todo, son criterios que gozan de un cierto consenso en la comunidad y que ellos concuerdan con este consenso por su propia experiencia y formación o bien lo asumen sin casi discusión. También se concluye que lo que ellos están consensuando o asumiendo son aspectos relacionados con tendencias sobre cómo debe ser la enseñanza de las matemáticas, que se pueden encontrar en los congresos de Educación Matemática, en los currículos, en los cursos de formación de profesores inicial y permanente, etc. Dicho de otra manera, se hallan inmersos en un entorno que les envía el mensaje de que, si quieren realizar una enseñanza de matemáticas de calidad tienen que seguir estas tendencias.

El siguiente paso fue hacerles observar que en su caso se había comprobado el siguiente *fenómeno** que se observa con cierta regularidad:

- d) El futuro profesor de matemáticas utiliza ciertos criterios sobre cómo deben implementarse las clases para que éstas sean de calidad, cada vez mejores, etc. (*criterios que orientan la práctica*)

- e) Estos criterios son similares, incluso cuando los profesores son de distintos países, culturas, religiones, nivel educativo, etc. (*gozan de un cierto consenso en una parte importante de la comunidad de educación matemática*).
- f) Estos criterios están relacionados con las tendencias actuales sobre la enseñanza de las matemáticas (*por tanto, tienen relación con los resultados y constructos teóricos generados en el área de la Didáctica de las Matemáticas*).

Por último, se dedicó tiempo a explicitar dichas tendencias ya que su enseñanza está prevista en el programa de la asignatura. Entre otras, por ejemplo, la tendencia a la presentación de matemáticas contextualizadas y la tendencia de que saber matemáticas incluye la competencia para aplicarlas a situaciones de la vida real.

A continuación, se les hizo observar que este mismo fenómeno se podía inferir en las preguntas orientadoras de la ficha de seguimiento ya que algunas se pueden reinterpretar como orientaciones para que el futuro profesor realice una buena práctica docente. Por ejemplo, una de las preguntas de la ficha es: ¿La motivación activó los aprendizajes previos de los alumnos? Se explicó que se puede inferir que la incorporación de esta pregunta en la guía se debe a que sus autores consideran que los futuros profesores deben procurar motivar a sus alumnos, por tanto, se está considerando que se debe motivar a los alumnos (orientación para la práctica) y, además, valoran positivamente conseguir la motivación de los alumnos.

Seguidamente, después de resaltar el papel del consenso en el fenómeno*, de acuerdo con la perspectiva consensual, se propuso a los futuros profesores establecer un consenso local (en el grupo) sobre los criterios a tener en cuenta para considerar un proceso de enseñanza y aprendizaje como bueno, de calidad, idóneo, mejor, etc.

El siguiente paso fue comentar que, desde el área de la Didáctica de las Matemáticas, diferentes autores han realizados intentos por recopilar criterios para orientar la práctica del profesor para que ésta sea de calidad, óptima, etc. ([Praetorius & Charalambous, 2018](#)). Se trata de una recopilación de criterios que gozan de un amplio consenso en el área. Uno de los enfoques teóricos que ha trabajado en esta línea es el EOS, desarrollando la noción de idoneidad didáctica.

A continuación, se les explicó la noción de idoneidad didáctica y los CID (ver la sección de marco teórico) y se reflexionó sobre los criterios acordados

por ellos y su relación con los CID, así como sobre las preguntas de la ficha de seguimiento y su relación con los CID. Los criterios se presentaron no como principios ya elaborados, sino que, se crearon momentos y espacios para su generación como resultado de consensos en el grupo. También se les hizo observar que el hecho de que los futuros profesores hubiesen usado implícitamente criterios que se pueden reinterpretar en términos de los CID antes de conocerlos (lo mismo con las preguntas de la guía), permite refinar el fenómeno* con una cuarta conclusión: los criterios usados por los profesores (y también las preguntas de la ficha de seguimiento) se pueden reinterpretar en término de los CID (fenómeno**).

El siguiente paso fue hacer operativos los CID mediante su desglose en componentes e indicadores. El proceso de enseñanza y aprendizaje de los CID con sus componentes e indicadores, fue la parte central del ciclo formativo que estamos describiendo y fue la que ocupó más tiempo. Mediante diferentes tareas el grupo fue acordando diferentes componentes e indicadores de los criterios, los cuales encajan fácilmente con los propuestos en Breda, Pino-Fan y Font (2017). Eso les generó una rúbrica (con criterios, componentes e indicadores) para ayudar a los futuros profesores en la valoración de su práctica y guiar su rediseño, pero que es muy diferente a las guías docentes cuyo propósito es ayudar a los maestros a dar forma a la instrucción y guiar su acción y toma de decisiones (Remillard, 2018).

Por ejemplo, para la emergencia del componente “Muestra representativa de la complejidad del objeto matemático que se quiere enseñar”, primero se remarcó que actualmente hay una tendencia a considerar que saber matemáticas incluye la competencia para aplicarlas a situaciones de la vida real, y que dicha tendencia, en algunos países, se ha concretado en el diseño de currículums basados en competencias. Se hizo hincapié en que la idea de competencia en el fondo pone de relieve que las matemáticas que se enseñan han de ser útiles para resolver problemas en diferentes contextos, tomando como primer ejemplo problemas que se resuelven aplicando significados parciales diferentes del teorema de Thales (Font, Breda y Seckel, 2017). Después se reflexiona sobre la complejidad de la noción de otros objetos matemáticos, entre ellos los de función (Font et al., 2012), inecuación (Monje et al., 2018), derivada, mediatriz y pendiente, y se hizo hincapié en que cada problema exige poner en funcionamiento un tipo de significado parcial diferente del objeto matemático y que la otra cara de la moneda de la

competencia en el uso de la noción del objeto matemático en la resolución de una variedad de problemas era la enseñanza de sus diferentes significados.

Se trata de que los futuros profesores pasasen de un punto de vista ingenuo y optimista, que presupone que el alumno fácilmente realizará la transferencia del conocimiento matemático generado en un solo contexto a otros contextos nuevos y diferentes, a otro punto de vista más prudente. En este último punto de vista, si bien se considera que la posibilidad de transferencia creativa se puede enseñar, se asume que, sin un trabajo sobre una muestra representativa de la complejidad del objeto matemático que se quiere enseñar y la articulación y conexión de los componentes de dicha complejidad, es difícil que se pueda aplicar el objeto matemático a diferentes contextos.

De esta manera, cada CID se fue desglosando en componentes (Tabla 1) e indicadores para cada componente, (Godino, 2013; Sánchez, Font, et al., 2021) de acuerdo con la rúbrica que se presenta en Breda, Pino-Fan y Font (2017).

Se terminó este paso resaltando que: 1) el constructo CID pretende ofrecer al profesor una pauta para orientar el diseño y rediseño de su práctica docente; 2) ellos lo pueden usar como pauta para organizar su práctica; 3) los CID se consideran como normas que son principios, en lugar de normas que son reglas que operan de la manera todo o nada (se aplican o no se aplican, se siguen o no se siguen). De esta manera, la idoneidad se puede entender como la calidad relativizada y condicionada por el contexto y el juicio del profesor.

El último paso fue que la profesora del curso ilustró el uso de los CID como pauta para el análisis y valoración de procesos de instrucción, analizando una hora grabada en video (de las 12 que aproximadamente habían implementado cada futuro profesor) confeccionando una retroalimentación específica para cada uno de los 26 futuros profesores que cursaban la asignatura Didáctica de las Matemáticas.

A continuación, sigue, a modo de ejemplo, la retroalimentación sobre la idoneidad epistémica realizada por la formadora a la futura profesora (la futura profesora A) que, en su implementación, fue la que más tuvo en cuenta, implícitamente, la idoneidad epistémica. En esta retroalimentación, la explicación de la profesora formadora pretende ilustrar cómo podían usar los futuros profesores los componentes de la idoneidad epistémica para la planificación y valoración de sus clases.

Esta futura profesora diseñó e implementó su clase sobre el tema “ecuaciones de la recta”.

Esta futura profesora cometió algún error en su clase de la que no fue consciente. En particular cometió el error ilustrado en la Figura 1:

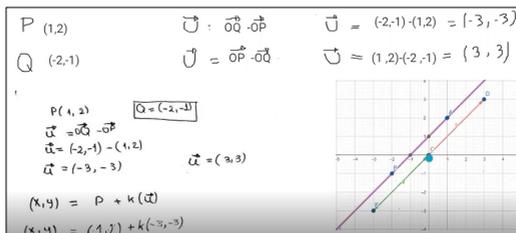


Figura 1. Error matemático cometido por la futura profesora A.

La intervención de la profesora formadora consistió en hacerle observar: 1) que hay un error matemático de representación ya que un vector y su opuesto se representan con el mismo símbolo y 2) que en una futura implementación debería procurar no volver a cometer este tipo de errores.

Con relación al componente ambigüedades la futura profesora A realizó explicaciones poco precisas, de las que tampoco fue consciente, que pudieron ser causa de interpretaciones ambiguas (es decir, diferentes a las esperadas por ella) en sus alumnos. Por ejemplo, usó la notación de la Figura 2:

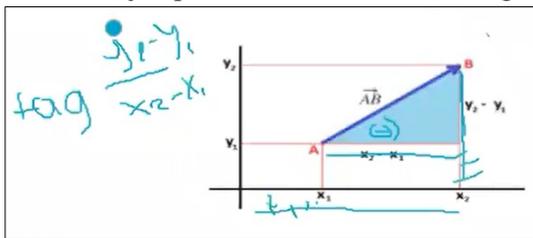


Figura 2. Notación utilizada por la futura profesora A.

En este caso la profesora formadora de futuros profesores le hizo observar que esta interpretación de la pendiente como la tangente que forma la recta con la línea paralela al eje de abscisas podría resultar ambigua para sus alumnos, ya que no especificaba de qué ángulo era la tangente. Otra ambigüedad que le hizo observar la profesora formadora fue la ambigüedad derivada de la transposición de términos que realizó en una expresión algebraica para obtener otra expresión equivalente, conforme Figura 3:

$$y - y_1 = 3(x - x_1)$$

$$y - 3 = 3(x - 1)$$

$$y = 3x - 3 + 3$$

$$y = 3x$$

Figura 3. Expresión algebraica ambigua realizada por la futura profesora A.

Se trata de una ambigüedad potencial derivada del uso de una metáfora objetual. Con las expresiones equivalentes se suelen usar expresiones como <<pasar al otro lado restando>>. En estos comentarios se usa implícitamente la metáfora de <<transposición de términos o metáfora operacional (un objeto matemático es considerado como un dispositivo donde sus elementos se pueden “pasar”, “cruzar”, “quitar”, “colocar”, ser “llevados”, “transferidos”, “transformados” o “trasladados” de un lugar a otro bajo ciertas reglas)>> (Abrate et al., 2008).

Con relación a la riqueza de procesos el tema “ecuaciones de la recta” no facilita el diseño e implementación de secuencias que fomenten procesos relevantes de la actividad matemática. Ahora bien, hay un proceso que tiene mucha relevancia en el tema que es el proceso de tratamiento, es decir realizar transformaciones de expresiones simbólicas dentro del mismo registro. En este caso la futura profesora A si tuvo en cuenta este proceso y también la conversión del registro simbólico al geométrico y, además, realizó procesos de conexiones intramatemáticas ya que conectó tres interpretaciones de la pendiente (trigonométrica, vectorial y funcional). Para este componente la observación de la profesora formadora fue resaltar los procesos activados y señalar que otros procesos como la resolución de problemas o la modelización no estuvieron presentes. Por último, comentó que en un rediseño quizás este tipo de procesos más transversales se podría incorporar.

Con relación al componente “Representatividad de la complejidad de la noción a enseñar” la futura profesora A presentó dos significados para la recta. 1) recta como una secuencia infinita de puntos que tiene una única inclinación y una única pendiente, 2) conjunto de puntos del plano cuyas coordenadas

cumplen una ecuación. También presenta tres significados de la pendiente: trigonométrica, vectorial y funcional. Ahora bien, su foco de atención es la interpretación de la recta como el conjunto de puntos del plano cuyas coordenadas cumplen una ecuación y presenta tres formas de representar la ecuación de una recta: la vectorial, la paramétrica y la cartesiana, además de la representación geométrica (Figura 4):

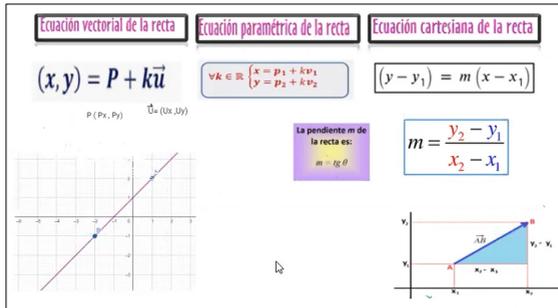


Figura 4. Representaciones de la ecuación de la recta trabajados por la futura profesora A.

Para el significado de recta que prioriza para la implementación, la profesora A contempló una variedad de tipos de problemas, como, por ejemplo (Figura 5):

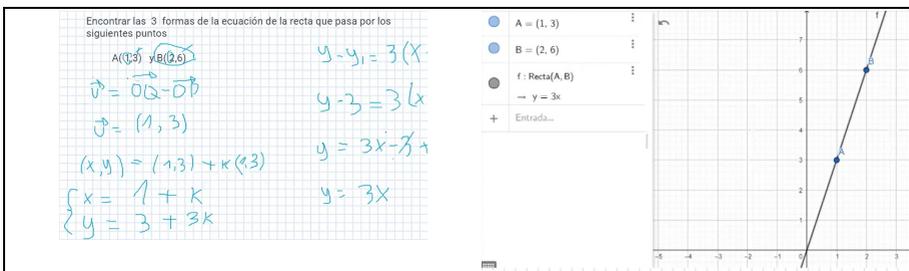


Figura 5. Ejemplo de problema trabajado por la futura profesora A para un mismo significado de la recta.

Para este componente, los comentarios de la profesora formadora se limitaron a poner de manifiesto la variedad de significados interconectados presentes en la clase implementada por la futura profesora A y a señalar que,

sin embargo, se requiere trabajar otros tipos de problemas para reforzar los aprendizajes. También comentó que pensar en la complejidad del objeto matemático podría dar como resultado algún significado parcial que quizás se podría incorporar en un rediseño de la clase.

Análisis y Discusión de Resultados

Con relación a los resultados del primer objetivo hay dos aspectos a discutir, el primero es por qué las preguntas de la ficha de seguimiento se pueden reinterpretar como indicadores, componentes o criterios del constructo CID y el otro es por qué casi no se contemplan preguntas sobre la idoneidad epistémica en la ficha.

En relación con el primer aspecto, los criterios acordados por el grupo de profesores que diseñó la ficha de seguimiento se pueden considerar una evidencia del fenómeno**, observado en otras investigaciones (Llinares et al., 2022). El motivo por el cual los CID se infieren en la ficha de seguimiento, pensada para orientar hacia la mejora la práctica del futuro docente, sin haberseles enseñado el uso de esta herramienta para guiar la reflexión sobre la práctica, se puede explicar por los orígenes del constructo ya que estos criterios, sus componentes e indicadores se han seleccionado a partir de la condición de que debían de contar con un cierto consenso en el área de la didáctica de las matemáticas, aunque fuese local. Por tanto, una explicación plausible de porqué los criterios, sus componentes e indicadores se puedan inferir en las preguntas de la ficha de seguimiento es que reflejan consensos sobre cómo debe ser una buena enseñanza de las matemáticas ampliamente asumidos en la comunidad de educadores matemáticos; y es plausible pensar que el uso implícito que hacen los diseñadores de la ficha se debe a su formación y experiencia previa, la cual les hace partícipes de dichos consensos.

En relación con el segundo aspecto, la casi total ausencia de preguntas en la ficha relacionadas con la idoneidad epistémica, una explicación plausible se halla en el tipo de formación inicial y continua actual en Ecuador que evidencia un conocimiento insuficiente en matemáticas y su didáctica en el profesorado de matemáticas ecuatoriano, tal como pone de manifiesto, el informe del Instituto Nacional de Evaluación Educativa (INEVAL) al cual se hace mención en el informe sobre la formación de profesores ecuatorianos (Martínez Jara et al., 2018).

Los resultados relacionados con el segundo objetivo son coherentes con las investigaciones previas señaladas en la introducción que han puesto de manifiesto que incorporar el componente muestra representativa de la complejidad del objeto matemático para valorar la idoneidad epistémica de un proceso de enseñanza y aprendizaje, no es tarea fácil, ni para los formadores ni para sus alumnos (futuros profesores o profesores en servicio), pero se puede enseñar como parte del proceso de formación del profesorado (Calle et al., 2021, 2023; Font, Breda, & Pino-Fan, 2017; Seckel & Font, 2020). Entre otras razones, por la necesidad de realizar un estudio preliminar orientado a la reconstrucción de un significado global sobre el objeto matemático que se quiere enseñar para poder ser conscientes de su complejidad.

En el caso de la futura profesora usada como ejemplo, se ha evidenciado que comete errores y, también, que propicia ambigüedades, aunque no es consciente de ello. Se trata de un resultado coherente con otras investigaciones (Sánchez, et al., 2021) y de los que son conscientes, los futuros profesores de matemáticas. En estas investigaciones se ha evidenciado, por ejemplo, que aquellos futuros profesores que no son conscientes de haber cometido un error, no significa que no lo hayan hecho, ya que hay ejemplos en los que el error puede ser identificado por el tutor del centro escolar, por sus alumnos, por el profesor de la universidad (como en este caso) y, en el contexto del Covid-19, a través de las clases grabadas en video.

En relación con el fomento de la riqueza de procesos se ha propiciado los procesos de tratamiento y conversión entre representaciones y también las conexiones intramatemáticas entre diferentes significados parciales y diferentes representaciones. Ahora bien, no se han propiciado otros procesos relevantes más transversales como la modelización, la resolución de problemas, la formulación de conjeturas o la argumentación.

En relación con tener en cuenta el componente representatividad de la complejidad del objeto matemático a enseñar, la futura profesora contempla dos significados para la recta y tres para la pendiente, presenta diferentes representaciones para la recta (ecuaciones vectorial, paramétrica y cartesiana y la representación gráfica) y propone una cierta variedad de tipos de problemas; por lo que se puede considerar que en cierta manera ha tenido en cuenta implícitamente la complejidad del objeto matemático a enseñar. En cambio, los otros futuros profesores la tuvieron mucho menos en cuenta.

Si bien incorporar el componente muestra representativa de la complejidad del objeto matemático para valorar la idoneidad epistémica de un proceso de enseñanza y aprendizaje, no es tarea fácil, ni para los formadores ni para sus alumnos en muchos países, en el caso del Ecuador es especialmente difícil si se tiene en cuenta la débil formación matemática y didáctica de los profesores ecuatorianos, tal como se documenta (Martínez Jara et al., 2018) en el reporte sobre Ecuador incluido en el informe, coordinado por Yamamoto y Malaspina (2018), sobre la Educación Matemática en la región andina.

Consideración Final

El hecho de que la institución no considere prioritario la contemplación de los aspectos epistémicos en la evaluación de las prácticas docentes de sus estudiantes (resultados del primer objetivo), es un resultado que puede facilitar que esta institución ahora vea como problemático algo que antes no se consideraba así: porqué dan tan poca importancia a valorar la calidad matemática que imparten sus alumnos. Una vez, asumido como problemática la ficha de seguimiento que se usa para la práctica preprofesional dos y tres (sobre todo que no se contemple una pauta enriquecida con preguntas para reflexionar sobre las matemáticas enseñada en la práctica preprofesional tres), se pueden propiciar cambios en la institución ya que procesos de instrucción realizados en la asignatura de Didáctica de las Matemáticas, como el que se ha descrito aquí, pueden ser la base para generar una ficha de seguimiento enriquecida con preguntas relacionadas con la calidad de las matemáticas enseñadas (por ejemplo, la ficha de seguimiento enriquecida con componentes e indicadores de la idoneidad didáctica).

Agradecimientos

Este trabajo se desarrolló en el marco de proyectos de investigación en formación docente: PGC2018-098603-B-I00 (MINECO / FEDER, EU), PID2021-127104NB-I00 (MINECO / FEDER, EU) y Competencias y conocimientos del docente de primaria y secundaria para la enseñanza de las matemáticas en modalidad híbrida (SENACYT/FIED21-002).

Notas

Link del video: https://www.youtube.com/watch?v=60s_0Ya2-d8. Último acceso 29 de agosto de 2022.

Referencias

- Abrate, R., Font, V., & Pochulu, M. (2008). Obstáculos y dificultades que ocasionan algunos modelos y métodos de resolución de ecuaciones. *Proyecciones*, 6(2), 49-57.
<https://ria.utn.edu.ar/handle/20.500.12272/5998>
- Baldin, Y., & Malaspina, U. (2018). *Mathematics Teacher Education in the Andean Region and Paraguay: A Comparative Analysis of Issues and Challenges*. Springer Briefs in Education.
<https://eric.ed.gov/?id=ED611159>
- Breda, A. (2020). Características del análisis didáctico realizado por profesores para justificar la mejora en la enseñanza de las matemáticas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 34(66), 69-88.
<https://doi.org/10.1590/1980-4415v34n66a04>
- Breda, A., & do Rosário Lima, V. (2016). Estudio de caso sobre el análisis didáctico realizado en un trabajo final de un máster para profesores de matemáticas en servicio. *Journal of Research in Mathematics Education*, 5(1), 74-103. <https://doi.org/10.17583/REDIMAT.2016.1955>
- Breda, A., Font, V., & Pino-Fan, L. R. (2018). Criterios valorativos y normativos en la Didáctica de las Matemáticas: el caso del constructo idoneidad didáctica. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 32(60), 255-278. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v32n60a13>
- Breda, A., Pino-Fan, L. R., & Font, V. (2017). Meta didactic-mathematical knowledge of teachers: Criteria for the reflection and assessment on teaching practice. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 13(6), 1893-1918.
<https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.01207a>
- Calle, E., Breda, A., & Font, V. (2021). Reflection on the Complexity of Mathematical Objects in the Initial Training of Teachers. *Journal of Higher Education Theory and Practice*, 21(13), 197-214.
<https://doi.org/10.33423/jhetp.v21i13.4801>

- Calle, E., Breda, A., & Font, V. (2023). Significados parciales del teorema de Pitágoras usados por profesores en la creación de tareas en el marco de un programa de formación continua. *Uniciencia*, 35(1).
- Esqué de los Ojos, D., & Breda, A. (2021). Valoración y rediseño de una unidad sobre proporcionalidad, utilizando la herramienta Idoneidad Didáctica. *Uniciencia*, 35(1), 38-54. <https://doi.org/10.15359/ru.35-1.3>
- Font, V., Breda, A., & Pino Fan, L. R. (2017). Análisis didáctico en un trabajo de fin de máster de un futuro profesor. En José María Muñoz Escolano, Alberto Arnal-Bailera, Pablo Beltrán-Pellicer, María Luz Callejo de la Vega, & José Carrillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXI* (pp. 247-256). Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.
<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6262024&info=resumen&idioma=SPA>
- Font, V., Breda, A., & Seckel, M. J. (2017). Algunas implicaciones didácticas derivadas de la complejidad de los objetos matemáticos cuando estos se aplican a distintos contextos. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, 10(2), 1-23.
<https://doi.org/10.3895/rbect.v10n2.5981>
- Font, V., Ferreres, S., Vanegas, Y. M., Rubio, N., Adan, M., & Carvajal, S. (2012). Desarrollo de la competencia en el análisis y valoración de la idoneidad de las matemáticas enseñadas. *Revista Del Congreso Internacional de Docència Universitària i Innovació (CIDUI)*, 1(1).
- Font, V., Godino, J. D., & Gallardo, J. (2013). The emergence of objects from mathematical practices. *Educational Studies in Mathematics*, 82(1), 97-124.
- Font, V., Pino-Fan, L. R., & Breda, A. (2020). Una evolución de la mirada sobre la complejidad de los objetos matemáticos. *Paradigma*, XLI, 107-129. <https://doi.org/10.37618/paradigma.1011-2251.2020.p107-129.id846>
- Font, V., Planas, N., & Godino, J. D. (2010). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Infancia y Aprendizaje*, 33(1), 89-105. <https://redined.educacion.gob.es/xmlui/handle/11162/79270?locale=attribute=es>

- García García, J. (2019). Escenarios de exploración de conexiones matemáticas. *Números: Revista de Didáctica de Las Matemáticas*, 100, 129-133.
<http://funes.uniandes.edu.co/14747/1/Garcia2019Escenarios.pdf>
- Giacomone, B., Godino, J. D., & Beltrán-Pellicer, P. (2018a). Desarrollo de la competencia de análisis de la idoneidad didáctica en futuros profesores de matemáticas. *Educação & Pesquisa*, 44(1), e172011.
<https://doi.org/10.1590/S1678-4634201844172011>
- Giacomone, B., Godino, J. D., & Beltrán-Pellicer, P. (2018b). Developing the prospective mathematics teachers' didactical suitability analysis competence. *Educação e Pesquisa*, 44, e172011-e172011.
<https://doi.org/10.1590/S1678-4634201844172011>
- Godino, J. D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación En Educación Matemática*, 8(11), 111-132.
<https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/14720>
- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2), 127-135.
<https://doi.org/10.1007/s11858-006-0004-1>
- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2019). The onto-semiotic approach: Implications for the prescriptive character of didactics. *For the Learning of Mathematics*, 39(1), 37-42. <https://www.jstor.org/stable/26742011>
- Hamilton, M. L., Smith, L., & Worthington, K. (2008). Fitting the methodology with the research: An exploration of narrative, self-study and auto-ethnography. *Studying Teacher Education*, 4(1), 17-28.
<https://doi.org/10.1080/17425960801976321>
- Hiebert, J., & Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. En D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research of mathematics teaching and learning* (pp. 65-79). Macmillan.
- Hummes, V. B. (2022). *Uso combinado del Lesson Study y de los Criterios de Idoneidad Didáctica para el desarrollo de la reflexión sobre la práctica en la formación de profesores de matemáticas*. Tesis doctoral no publicada. Universitat de Barcelona.

- Hummes, V. B., Breda, A., Font, V., & Silva, R. S. da. (2022). Lesson study e idoneidad didáctica en la reflexión sobre la práctica del profesor de matemáticas. *Seminário Internacional de Lesson Study No Ensino de Matemática*, 417-424. <https://doi.org/10.36524/9786589716907>
- Koestler, C., Felton-Koestler, M. D., Bieda, K., & Otten, S. (2013). *Connecting the NCTM process standards and the CCSSM practices*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Llinares, S., Breda, A., Climent, N., Fernández, C., Font, V., Lupiáñez, J. L., Moreno, M., Perez-Tyteca, P., Ruiz-Hidalgo, J. F., & Sánchez, A. (2022). Formación y desarrollo profesional del profesorado de matemáticas. En Lorenzo J. Blanco Nieto, Nuria Climent Rodríguez, María Teresa González Astudillo, Antonio Moreno Verdejo, Gloria Sánchez-Matamoros García, Carlos de Castro Hernández, & Clara Jiménez Gestal (Eds.), *Aportaciones al desarrollo del currículo desde la investigación en educación matemática* (1.a ed., Vol. 1, pp. 480-530). Editorial Universidad de Granada.
- Martínez Jara, M., Castillo Domenech, P., Trelles Zambrano, C., Calle Palomeque, E., Ayala Trujillo, A., Rivadeneira Loo, F., & Auccahuallpa Fernández, R. (2018). Report on mathematics teacher preparation in Ecuador. En *Mathematics Teacher Education in the Andean Region and Paraguay* (pp. 19-45). Springer.
- Maure, L., González, R., Maya, C., & Bustamante, M. (2019). Hallazgos en la formación de profesores para la enseñanza de la matemática desde la idoneidad didáctica. Experiencia en cinco regiones educativas de Panamá. *Revista Inclusiones*, 6(2), 142-162.
- Monje, Y., Seckel, M. J., & Breda, A. (2018). Tratamiento de la inecuación en el curriculum y textos escolares chilenos. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 32(61), 480-502.
- Morales-López, Y., & Font, V. (2019). Valoración realizada por una profesora de la idoneidad de su clase de matemáticas. *Educação e Pesquisa*, 45, 1-19. <https://doi.org/10.1590/S1678-4634201945189468>
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and Standards*. Reston.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2014). *Principles to action: Ensuring mathematical success for all*. Reston.

- Pino-Fan, L. R., Castro, W. F., Godino, J. D., & Font, V. (2013). Idoneidad epistémica del significado de la derivada en el currículo de bachillerato. *Paradigma*, 34(2), 129-150.
- Praetorius, A.-K., & Charalambous, C. Y. (2018). Classroom observation frameworks for studying instructional quality: looking back and looking forward. *ZDM*, 50(3), 535-553.
- Remillard, J. T. (2018). Examining teachers' interactions with curriculum resource to uncover pedagogical design capacity. En *Research on mathematics textbooks and teachers' resources* (pp. 69-88). Springer.
- Rodríguez-Nieto, C. A., Font Moll, V., Borji, V., & Rodríguez-Vásquez, F. M. (2021). Mathematical connections from a networking of theories between extended theory of mathematical connections and onto-semiotic approach. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 1-27.
- Rondero, C., & Font, V. (2015). Articulation of the mathematical complexity of the arithmetic mean. *Enseñanza de Las Ciencias*, 33(2), 29-49. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.1386>
- Sánchez, A., Breda, A., Font, V., & Sala, G. (2021). ¿Qué errores detectan los futuros profesores en las clases de matemáticas que imparten? *Revista Del Congrés Internacional de Docència Universitària i Innovació (CIDUI)*, 5, 1-13.
- Sánchez, A., Font, V., & Breda, A. (2021). Significance of creativity and its development in mathematics classes for preservice teachers who are not trained to develop students' creativity. *Mathematics Education Research Journal*. <https://doi.org/10.1007/s13394-021-00367-w>
- Seckel, M. J., & Font, V. (2020). Competencia reflexiva en formadores del profesorado de matemática. *Magis, Revista Internacional de Investigación En Educación*, 12(25), 127-144. <https://doi.org/10.11144/JAVERIANA.M12-25.CRFP>
- Zengin, Y. (2019). Development of mathematical connection skills in a dynamic learning environment. *Education and Information Technologies*, 24(3), 2175-2194. <https://doi.org/https://doi.org/10.1007/s10639-019-09870-x>

Eulalia Calle es profesora agregada de la Universidad de Cuenca, Ecuador.

Adriana Breda es profesora lectora en la Universitat de Barcelona, España.

Vicenç Font es profesor titular de universidad, en la Universitat de Barcelona, España.

Dirección de contacto: La correspondencia directa sobre este artículo debe enviarse al autor. **Dirección Postal:** Paseo de la Vall d'Hebron, 171, Edificio de Llevant, planta 1, despacho 165; 08035, Barcelona (España). **Email:** eulalia.calle@ucuenca.edu.ec; adriana.breda@ub.edu; vfont@ub.edu