



<http://dx.doi.org/10.23925/2237-9657.2021.v10i2p105-128>

O uso do GeoGebra para assegurar enriquecimento da comunicação matemática dos alunos: uma experiência na 7ª classe no contexto angolano¹

The use of GeoGebra to ensure the enrichment of students' mathematical communication: an experience in 7th grade in the Angolan context

COSTA MAHULA BIGE MALUNDO ²

0000-0001-7574-6331

KENGANA SEBASTIÃO ANDRÉ JOÃO ³

0000-0002-8111-3503

ASTRIGILDA SILVEIRA ⁴

0000-0003-1725-3090

JOSÉ MANUEL DOS SANTOS DOS SANTOS ⁵

0000-0002-6830-6503

RESUMO

O presente trabalho resulta de uma experiência em sala de aula, realizada com os alunos da sétima classe de uma escola situada na província do Bengo em Angola. No sentido de promover o diálogo reflexivo na construção de conceitos associados às retas no plano, os estudantes foram familiarizados com o GeoGebra, sendo exploradas as suas potencialidades. Simultaneamente, um estudo de natureza qualitativa foi desenvolvido, analisando-se as respostas a um questionário, o trabalho dos alunos e o diálogo ocorrido em sala de aula. O foco recaiu sobre a análise das construções das figuras geométricas realizadas e o desenvolvimento da comunicação e raciocínio matemático a partir das representações dessas construções. Os resultados mostraram que os alunos conseguiram construir e consolidar conceitos associados a retas no plano, assim como consolidar a comunicação matemática.

Palavras-chave: Comunicação Matemática; Geometria; GeoGebra.

¹ Este trabalho é também financiado, em parte, por fundos nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e a Tecnologia, I.P., no âmbito do projeto UIDB/05198/2020 (Centro de Investigação e Inovação em Educação, inED). O projeto tem o apoio da Organização de Estados Ibero-americanos para a Educação, a Ciência e a Cultura, através do escritório de Lisboa.

² Professor de Matemática no Ensino Geral em Angola – costam101991@gmail.com

³ Escola Superior Pedagógica do Bengo – kengana.joao@espbengo.ed.ao

⁴ Universidade de Cabo Verde – astrigilda.silveira@docente.unicv.edu.cv

⁵ Centro de Investigação e Inovação em Educação (inED), Escola Superior de Educação do Politécnico do Porto – santosdossantos@ese.ipp.pt

ABSTRACT

The present work results from a classroom experience, carried out with the seventh-class students at a school located in Bengo province in Angola. In order to promote reflexive dialogue in the construction of concepts associated with the lines in the plane, the students were familiar with GeoGebra, being explored its potentialities. Simultaneously, a qualitative study was developed, analyzing as answers to a questionnaire, the students' work, and the dialogue in the classroom. The focus was on the analysis of the interpretations of the geometric figures performed and the development of communication and mathematical reasoning from the representations of these constructions. The results that showed the students were able to build and consolidate concept associated with plane straight lines, as well as consolidate mathematical communication.

Keywords: *Mathematics Communication; Geometry; GeoGebra.*

Introdução

Trabalhar matemática com meios e métodos inovadores, nomeadamente usando aplicações computacionais, sempre foi, é, e será um assunto no centro das discussões sobre qualidade no ensino e aprendizagem desta disciplina. A utilização da tecnologia nas aulas de matemática implica a atualização do conhecimento tecnológico do professor com repercussões no seu conhecimento didático, com efeitos práticos quando o professor promove práticas letivas enquadradas nas novas competências adquiridas. Assumindo o professor que a matemática é uma ciência com aplicação ampla e extensiva, na vida quotidiana e para além desta, este necessita entender que a compreensão dos conceitos matemáticos, carecem do desenvolvimento de raciocínio, apelando a competências de abstração e de comunicação, que exigem tempo e persistência do estudante, situação que habitualmente leva os estudantes a perder o interesse ou desinvestirem na aprendizagem tendo o professor um papel essencial para reverter esta situação. Como consequência, alguns professores encontram grande dificuldade em selecionar meios e métodos que estimulem os alunos a manterem-se interessados e engajados na aprendizagem da matemática. Hoje, a nível global proliferam tecnologias e *softwares* apropriados ao ensino e aprendizagem da matemática, muitos professores apostam no uso destes *softwares* no sentido de conquistar, motivar e elevar o interesse dos seus alunos na aprendizagem da matemática. Apesar disso, no dia-a-dia laboral do contexto angolano, ainda é bastante comum encontrar professores que nunca experimentaram e, por isso, não conhecem a atratividade e a facilidade que tais recursos acrescentam ao ensino e aprendizagem da matemática.

No âmbito do processo de instalação do Instituto GeoGebra em Angola na Escola Superior Pedagógica do Bengo, com a finalidade de começar a introduzir as Tecnologias de Informação e Comunicação no processo de ensino e de aprendizagem da matemática para minimizar o problema supracitado, está sendo realizado um curso de formação de formadores que, por sua vez, estes se

encarregarão de replicar um conjunto de formações em GeoGebra aos outros professores angolanos de Matemática do ensino Geral. Os professores que participaram nesta formação assumiram dois compromissos, a saber: desenvolver as suas capacidades para o ensino e aprendizagem da matemática com o auxílio do GeoGebra; realizar uma experiência em sala de aula com o uso do GeoGebra que fosse um momento rico de desenvolvimento para os alunos e os professores envolvidos no processo. Neste artigo serão discutidos e apresentados os resultados obtidos ao longo de uma destas experiências em sala de aula.

1. Enquadramento teórico

O processo de ensino e aprendizagem de forma geral é conduzido para uns pela transmissão dos conhecimentos e para outros pela construção dos conhecimentos. Quer para aqueles que transmitem conhecimentos ou para os realizam o processo de construção dos conhecimentos o fazem por via da comunicação, sendo esta uma competência a desenvolver nos alunos, já apresentada como um pilar da matemática escolar no início deste século pelo NCTM (MARTIN, 2000), de acordo com o quadro de competências para o século XXI (Partnership for 21st Century Skills, 2014) e ratificada nos Programas de Matemática do 1º Ciclo do Ensino Secundário de Angola. De facto, em Angola, os referidos programas, estabelecem nas suas finalidades que o professor deve “promover a aquisição de informação, conhecimento e experiência em Matemática e o desenvolvimento da capacidade da sua integração e mobilização em contextos diversificados” (INIDE/MED, 2019, p. 8) na organização do processo de ensino e de aprendizagem da matemática. Tal objetivo deve incluir o desenvolvimento nos alunos a “capacidade de comunicar em Matemática, oralmente e por escrito, descrevendo, explicando e justificando as suas ideias, procedimentos e raciocínios, bem como os resultados e conclusões a que chega”, complementa a INIDE (ibid., p.8).

Face ao exposto, torna-se importante desenvolver os processos de comunicação em sala de aula de forma geral e, em particular, na disciplina de matemática, pois, por si só esta já é tida habitualmente pelos estudantes como uma disciplina de difícil compreensão. Assim, este estudo pretende averiguar como se desenvolve a competência da comunicação matemática nos alunos, mediada pelo uso do GeoGebra, num contexto educativo onde a tecnologia e este software nunca foi usado. A escolha do GeoGebra recai no facto de ser um software que “possui uma interface amigável que facilita a criação de construções matemáticas e modelos que permitem explorações interativas, arrastando objetos e alterando parâmetros” (BASNIAK & ESTEVAM, 2014, p. 13) o que permite intuir ou entender certos conceitos através da experimentação e da visualização, sendo um meio estimulador ou facilitador da comunicação das suas ideias e opiniões. O

desenvolvimento deste assunto em estudo é pertinente, por exemplo João e Distinto (2021) e Semana (2018) também abordam o papel da comunicação como fator importante para o sucesso do processo de ensino e de aprendizagem da matemática.

Usar as tecnologias como um facilitador no desenvolvimento das competências de comunicação matemática baseia-se em recomendações internacionais, evidenciadas pelo NCTM (MARTIN, 2000), traduzido pela APM, que defende que “um programa de matemática de excelência integra o uso de ferramentas matemáticas e de tecnologia como recursos essenciais para ajudar os alunos a aprender e perceber as ideias matemáticas, raciocinar matematicamente e comunicar o seu raciocínio” (APM, 2017, p. 10). Esta recomendação que, de certa forma, encontra eco no Currículo de Formação de Professores do 1º Ciclo do Ensino Secundário angolano, o qual refere que no desenvolvimento profissional do professor deve utilizar recursos informáticos pois lhe proporcionará “conhecimentos técnicos que lhe permitam usar o computador que é hoje um meio tecnológico essencial para grande parte das profissões, e nomeadamente para o professor” (INIDE/MED, 2003, p. 15). Isto, se considerarmos que para o professor de matemática o domínio de conceitos de informática básicos serão a base para a manipulação dos *softwares* matemáticos.

O uso de tecnologia no ensino e aprendizagem da matemática é evidenciada pelo quadro de avaliação da capacidade matemática nos países da OCDE, onde a literacia matemática deve incluir

explicitamente a utilização de ferramentas matemáticas. Estas ferramentas são equipamentos físicos e digitais, softwares e dispositivos de cálculo. As ferramentas matemáticas baseadas em computadores são de uso comum nos locais de trabalho do século XXI, e serão cada vez mais prevalentes à medida que o século avança. A natureza dos problemas relacionados com o trabalho e o raciocínio lógico expandiram-se com estas novas oportunidades – criando expectativas acrescidas de literacia matemática (OCDE, 2018, p. 12).

Assim, a experiência levada a cabo com recurso ao software matemático dinâmico GeoGebra, impulsionada pela formação de formadores em GeoGebra para Angola, potenciou este estudo, para a promoção da comunicação matemática em sala de aula.

Tendo em conta os aspetos até aqui abordados, utilizou-se a pesquisa de campo na perspetiva de Prodanov e Freitas (2013) “observação de factos e fenómenos tal como ocorrem espontaneamente, na coleta de dados a ele referentes e no registo de variáveis que presumimos relevantes, para analisá-los” (p. 59). Neste sentido, o estudo foi realizado em uma única comunidade, ou seja, o grupo

de alunos de uma escola da cidade do Caxito, buscando observar as interações comunicativas destes alunos ao longo do processo de construção do seu conhecimento matemático com recurso ao aplicativo GeoGebra.

A comunicação é uma capacidade humana que permite a nossa vida em sociedade, sendo um dos veículos privilegiados para partilharmos sentimentos e ideias, em suma é uma forma expedita de construção de conhecimento. A sala de aula é um local de interações sociais, e seguindo a teoria da aprendizagem de Vigotsky (1988), todos os intervenientes são potenciais mediadores da aprendizagem, realizada através da linguagem elemento presente na comunicação que se estabelece, na interação entre os sujeitos. Não poderemos ainda esquecer, que no nosso estudo, o software usado poderá vir a assumir também um papel de mediador de aprendizagem.

As representações desempenham um papel fundamental na aprendizagem da matemática e são essenciais para uma compreensão dos conceitos matemáticos (DUVAL, 1995; NCTM, 2007). A relevância das representações, na perspetiva de Duval (1995), justifica-se porque "os objetos matemáticos não são diretamente acessíveis à percepção imediata ou experiência intuitiva imediata como os chamados objetos "reais" ou "físicos". Por conseguinte, são necessárias formas representativas de significado (p. 268)". Como focos de análise nesta experiência, serão considerados a potencialidade do GeoGebra que permite obter múltiplas representações dos "objetos matemáticos" criados pelo utilizador e, por outro lado, a comunicação matemática que é em si mesma uma outra forma de representação.

A comunicação estabelece-se na presença no mínimo de uma díade de indivíduos, caracteriza-se por ser bidirecional, utilizando registos orais, simbólicos ou gestuais, existindo evidencia que modelos de comunicação multidimensionais, usados no ensino da matemática favorecem a aprendizagem (ADNYANA, SUARSANA, & SUHARTA, 2021). Deste modo, o professor tem de atender a composição de múltiplos registos na comunicação que se estabelece na sala de aula e, em particular, na(s) resposta(s) do aluno. É na resposta onde o professor tem de colocar a sua atenção para inferir se o seu processo de comunicação "*há sido satisfactorio, porque a partir de una comunicación eficiente y eficaz, para brindar al receptor la información deseada, podremos propiciar la comprensión científica.*" (NAVA, 2011, p.1)

As considerações anteriores remetem-nos a uma análise do que tem sido a comunicação na sala de aula, no contexto escolar deste estudo, ou como a comunicação em sala de aula tem contribuído para o processo de ensino e de aprendizagem da matemática. Podemos compreender que não basta somente que exista o professor, o aluno e os meios de ensino, mas é importante que o aluno dê uma resposta satisfatória que deixe claro que a comunicação das ideias

matemáticas, impulsionadas pelo professor e concebidas por ele que o professor pretende transmitir, foram exitosas.

A garantia de eficácia da comunicação estabelecida em aula, dada pelas respostas dos estudantes, implica que o professor, como elemento que incita a comunicação, tenha consciência do seu carácter multi-representacional, sendo necessário saber observar, ouvir, deixar que o aluno se expresse livremente, estar preparado para analisar a resposta expressa pelo aluno. Contudo, dado o carácter orgânico do grupo turma, a análise das respostas carece também de ser analisada coletivamente. A validação das respostas deve ser obtida num primeiro momento a partir do confronto das ideias entre os pares, devendo surgir um processo de comunicação passível de análise útil para o grupo turma e para a análise e avaliação dos objetivos a que o professor se propôs desenvolver em aula. Resulta do exposto uma resposta a seguinte questão:

Como assumir, no contexto deste estudo, a comunicação como elo importante no processo de ensino e de aprendizagem da matemática?

Numa primeira análise, uma resposta a questão anterior, que a comunicação tornar-se-á um elo importante no processo de ensino e de aprendizagem, quando o aluno deixar de: ser encarado como um mero recetor; estar limitado a responder de forma direta às questões propostas pelo professor; limitar-se a copiar fórmulas, expressões algébricas, procedimentos e resoluções de problemas (ESPINOSA, ÁVILA & MENDOZA, 2010). Porém, no caso da nossa experiência suportada pelo GeoGebra, solicitar este papel ativo ao aluno exige que o professor ao longo da aula apresente questões matemáticas desafiadoras, estimulando a exploração dos conceitos envolvidos e o estabelecimento de conjecturas passíveis de serem refutadas ou validadas no seio do grupo turma.

A comunicação em sala de aula contribuirá para o processo de ensino e de aprendizagem da matemática, quando o professor apelar a capacidade de imaginação dos alunos, apresentando situações do quotidiano, ou que apelem a outras conexões, levando os alunos a refletirem de forma individual ou coletiva no sentido de relacionarem essas situações quotidianas com os conceitos ou procedimentos matemáticos em estudo, ou reciprocamente, em suma olharem para a matemática como uma forma de modelar fenómenos da realidade. Desta forma, não se estaria simplesmente a usar a comunicação para melhorar o processo de ensino e de aprendizagem da matemática, mas também reforçando o papel da matemática pela sua utilidade para a sociedade, contribuindo para aumentar os níveis de motivação dos estudantes na sala de aula de matemática.

A comunicação na sala de aula de matemática não pode ignorar a linguagem própria da disciplina. Contudo, a proficiência dos alunos nesta linguagem tem de

ser desenvolvida de modo gradual, atingir o formalismo da linguagem matemática e tem de ser entendido como um processo longo e complexo. Retomando a teoria da aprendizagem de Vigotsky, esta se dá na Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP), "... O que as crianças podem fazer com a ajuda dos outros poderia ser, em certo sentido ainda mais indicativo de seu desenvolvimento mental do que aquilo que eles podem fazer sozinhos." (VYGOTSKY, 1978, p.85). Neste sentido, a linguagem a utilizar tem de estar próxima daquela que é entendida pelo indivíduo que aprende sendo paulatinamente modelada a níveis mais formais e mais próximos da linguagem matemática, sendo importante evitar a imposição precoce e prematura da linguagem matemática formal. Os alunos necessitam desenvolver o interesse pelas definições exatas e pelo poder comunicativo dos termos matemáticos convencionais, comunicando, inicialmente a partir das suas próprias palavras. (MARTIN, 2000)

Tendo em conta, ainda, o papel das representações na aprendizagem da matemática—e a comunicação na aula de matemática, oral ou escrita, tem de se considerar a utilização de esquemas, diagramas, gráficos, tabelas, imagens, símbolos, algoritmos, figuras, construções, expressões e símbolos que se identificam com os conceitos ou definições matemáticas (MARTIN, 2000). Deste modo,

“(...) a linguagem escrita (incluindo todo o tipo de registos escritos, simbólicos e representações icónicas) é uma forma de comunicação que tem um papel complementar fundamental no ensino-aprendizagem desta disciplina” (PONTE et al, 2007, p.45).

No caso deste estudo, quando se pretende comunicar sobre o conceito de retas ou a posição relativa entre retas no plano, poderemos usar diferentes tipos de construções geométricas, imagens e figuras que classificam diferentes tipos de retas ou ainda símbolos associados as retas. Deste modo, estaremos a usar uma linguagem que vai de encontro com aquilo que queremos comunicar matematicamente.

Geralmente, para comunicarmos-nos matematicamente por via de construções geométricas distorcemos os registos ou esquemas, originando nas figuras falta de precisão, muitas vezes originados pela ausência de materiais de desenho. Isto em algumas vezes acontece tanto ao professor como ao aluno, mas essa situação dentro e fora da aula de matemática pode ser suprida com o auxílio ao aplicativo GeoGebra.

Pois o uso do GeoGebra torna-se evidente no processo de ensino e de aprendizagem da matemática:

O aluno pode conjecturar e verificar as suas hipóteses graças aos recursos dos softwares, tais como realizar simulações e levantar

questões relacionadas ao uso da linguagem em funcionamento. Neste sentido o aluno tem a possibilidade de desenvolver hipóteses, testá-las, analisar resultados e elaborar conceitos (Zanin, 1997, p.29, como citado em LACERDA, 2018, p.31).

Corroboramos com os referidos autores na medida em que com o auxílio do aplicativo GeoGebra é possível comunicar os diferentes conceitos associados as retas, a partir das distintas construções e simulações das mesmas, permitindo aos alunos comprovar as características associadas a este conceito. Face ao exposto, o aplicativo GeoGebra pode servir de um meio propício para o processo de ensino de distintos conceitos matemáticos e facilitar a aprendizagem dos conteúdos com compreensão aos alunos com níveis de aprendizagens diferenciados.

Sobre este propósito, Gomes e Dos Santos (2021) recorreram ao software GeoGebra para trabalhar com alunos do 5.º ano que apresentavam baixo nível de rendimento, e estes conseguiram melhorar o seu desempenho, pois facilitou a compreensão e distinção dos conceitos de ângulo reto, raso, giro e nulo, assim como a identificação dos ângulos complementares e suplementares.

Isto reforça que a aposta no aplicativo GeoGebra no processo de ensino e de aprendizagem da matemática, é um caminho a seguir por ser um aplicativo que ganhou um enorme destaque, indo para além do domínio da Geometria, possibilitando a perceção imediata de relações entre representações geométricas e algébricas dos mesmos objetos, mas também se suportando em perspetivas pré-definidas que possibilitam a exploração de conceitos matemáticos num único contexto temático. Porém com o GeoGebra

a matemática é vista como um todo sendo que as crianças obtêm uma visão global. Esta visão auxilia os alunos a compreenderem eficazmente conceitos matemáticos relacionados com a atividade que estão a concretizar até porque conseguem observar o seu produto através da vertente gráfica. (Raposo, 2011 como citado em FERNANDES & FERREIRA, 2020, p.61)

Face à demonstração clara das vantagens que a utilização deste aplicativo pode trazer no processo de ensino e de aprendizagem da matemática, urge necessário um investimento por parte dos governos em particular de Angola. Mas também enquanto estes investimentos não chegam, os professores podem começar com aqueles recursos que eles têm, como é o caso do próprio telemóvel inteligente.

Existem casos, ou seja, localidades em Angola onde muitos alunos a partir do primeiro ciclo do Ensino Secundário, já possuem telemóveis inteligentes, mas não tiram um bom proveito dele. Neste caso, seria uma boa oportunidade aos professores desafiarem estes alunos de baixarem este aplicativo nos seus telemóveis e utilizá-las nas aulas de matemática preparadas para o uso do GeoGebra.

2. Problema e objetivos

Partindo da experiência vivenciada por dois dos autores deste estudo enquanto alunos no ensino primário, secundário, assim como professores no ensino geral em Angola, tem-se a percepção de que o processo de ensino e de aprendizagem da matemática ~~em Angola~~ neste país é caracterizado maioritariamente por uma estratégia de Ensino Direto, como o define João Pedro da Ponte (2005). Nesta estratégia de ensino, o professor tem sido o único transmissor e o aluno um mero recetor do conhecimento. Em alguns momentos o aluno é solicitado a responder algumas perguntas com respostas curtas e diretas, mas, não nem sempre consegue, por falta de argumentos gerada, bem como falta de tarefas de natureza diversa adequadas, nomeadamente, tarefas de resolução de problemas, exploração e de investigação, usando meios tecnológicos, que possibilitam desenvolver capacidades de raciocínio recorrendo a visualização e a manipulação dos objetos.

De facto, conjecturar a partir de construções, concretizações facilitadoras do pensamento abstrato e potenciadoras de interações e diálogos, com o professor ou com os outros colegas, é uma estratégia que pode desenvolver o raciocínio matemático enriquecendo a comunicação em sala de aula. Contudo são pouco frequentes a utilização de estratégias similares nas salas de aula da região onde se desenvolveu o estudo que aqui apresentamos. A experiência dos investigadores angolanos que participam neste artigo, nomeadamente na sua área geográfica de atuação, sendo um deles professor numa escola de formação de professores, aponta para o uso de algumas estratégias dos professores no desenvolvimento do raciocínio a partir de construções mentais abstratas, não existindo concretização, e muitas vezes baseadas em representações imprecisas ou pouco rigorosas.

Neste sentido, surge o presente estudo que visa entender como a utilização do *GeoGebra* pode promover a comunicação no momento da construção de conceitos matemáticos pelo aluno, levando a formulação da seguinte questão

“Como o *GeoGebra* pode contribuir para promover a comunicação matemática e propiciar a compreensão dos conceitos matemáticos?”.

Desta questão, emergiram dois objetivos para a intervenção junto dos estudantes, o primeiro, familiarizar os alunos com o aplicativo *GeoGebra* e, o segundo, utilizar as potencialidades do aplicativo *GeoGebra* para promover o diálogo reflexivo na construção de conceitos associados a reta.

3. Contexto

A escola a qual pertencem os alunos que participam neste estudo é uma instituição do Ensino Primário e do primeiro ciclo do Ensino Secundário, como uma gestão administrativa, patrimonial e académico pedagógico partilhado entre a

igreja católica e o Ministério da Educação de Angola, através do Gabinete provincial da Educação do Bengo. Esta escola está sediada no município do Dande, na cidade de Caxito Província do Bengo. Os seus alunos do primeiro ciclo do Ensino Secundário, com idades compreendidas entre doze e catorze anos, são oriundos maioritariamente da mesma Província. Nesta comunidade escolar, os alunos são dedicados ao estudo e mostram vontade e curiosidade de aprender matemática. Na implementação desta experiência foi notório que também se mostraram entusiastas em recorrer às Tecnologias de Informação e Comunicação no contexto da aula de Matemática. A instituição frequentada por estes estudantes é um “exemplo vivo” da participação dos missionários católicos na educação em Angola, com reputação histórica de rigor e de qualidade de ensino proporcionado aos seus alunos, sendo escolha de uma boa parte dos pais e encarregados de educação da classe média residentes na zona de influencia da instituição, facto que faz com que boa parte dos alunos da referida instituição tenham em casa acesso a um computador ou smartphone que lhes proporciona alguma habilidade em manusear tais equipamentos que, conseqüentemente, lhes permite acessar e usar o aplicativo *GeoGebra* com mais facilidade. Contudo, esta escola não possui computadores, para a concretização do projeto de investigação que se pretende conduzir, pelo que só participaram os alunos cujos encarregados de educação aceitaram a sua deslocação a um dos laboratórios de informática da Escola Superior Pedagógica do Bengo (ESPB), onde se realizou a experiência. Acresce ainda que o estudo enfrentou outros impasses por força das restrições pandémicas, o que limitou fortemente o número de alunos envolvidos.

Participam neste estudo seis estudantes da 7^a classe da instituição atrás referida, duas meninas e quatro meninos, aqueles cujos encarregados de educação concordaram que as atividades decorressem em regime presencial, em tempo de pandemia, deslocando-se os alunos a um dos laboratórios de informática de uma instituição da ESPB. A equipa de investigadores que promoveu o estudo inclui: o professor dos alunos que participam do estudo, designado por PI; um professor da ESPB, instituição de formação de professores da província do Bengo; e os dois formadores no curso formação de formadores em *GeoGebra* para Angola. O PI conduziu a intervenção junto dos alunos, os restantes investigadores acompanharam todos os trabalhos relativos à condução desta experiência de ensino, estando toda equipa de investigação envolvida de igual modo na realização deste estudo e na escrita deste artigo.

O estudo foi desenvolvido a partir de uma abordagem exploratória, baseada na realização de tarefas pelos alunos, auxiliadas com as capacidades de visualização do software *GeoGebra*. Os investigadores tendo consciência das limitações da estratégia do ensino direto procuraram desenvolver nesta aula a partir do trabalho dos alunos tarefas que lhes revelassem ideias matemáticas

sistematizadas, passíveis de serem construídas individualmente pelos estudantes, com a ajuda do professor, isto é, estratégia de ensino-aprendizagem exploratório⁶, pois ela tem como principal característica a não envolvimento total do professor, deixando “uma parte importante do trabalho de descoberta e de construção do conhecimento para os alunos realizarem” (PONTE, 2005, p. 13).

Nesta experiência, as tarefas integraram diversos graus de dificuldades e algumas são de natureza mais aberta propiciando a realização de explorações e momentos de discussão coletiva, constituindo-se “oportunidades fundamentais para a negociação de significados matemáticos e construção do novo conhecimento”, em consonância com o defendido por Ponte (2005, p. 24)–na estratégia de ensino e aprendizagem exploratória, pelo que a sequência com que aparecem deriva dos documentos formais da educação nacional (o Manual de Matemática do Aluno da 7ª Classe e o Programa de Matemática da 7.ª classe). A seguir apresenta-se o quadro 1 com a organização das atividades:

Atividade	Tempo	Modo de trabalho	Finalidades
1ª Familiarização com o <i>software</i>.	100 Min.	Individual	Explorar algumas ferramentas do aplicativo através de construções livres.
2ª Diagnóstico.	100 Min.	Individual	Diagnosticar a percepção dos alunos sobre os conceitos: paralelo, concorrente e transversal.
3ª Construção dos conceitos.	100 Min.	Individual	Definir ângulos e identificar os diferentes tipos de ângulos e suas relações.
4ª Sistematização dos conceitos.	100 Min.	Individual	Aplicar todos os conceitos estudados na realização de diversas tarefas.

Quadro 1. Fonte: (HENRIQUE & BAIRRAL, 2018, p. 54, adaptado)

Este trabalho focou-se em valorizar a capacidade de comunicação das próprias descobertas dos estudantes em relação às posições relativas de retas no plano, (as propriedades e relações entre os ângulos), etc. Dessa forma, introduziu-se o *software GeoGebra* para contribuir com a sua capacidade de visualização na abordagem metodológica do referido conteúdo.

4. Desenho metodológico

⁶Assumida aqui como “Estratégia de ensino e de aprendizagem exploratória”

Atendendo a problemática apresentada, os objetivos perseguidos, assim como o contexto e o local onde decorreu o estudo, optou-se para um estudo de natureza qualitativa (JOÃO, 2014; VALE, 2004). Neste tipo de estudo o investigador tem disponíveis distintos métodos para a colheita de dados.

Para este estudo, optou-se na fonte de evidências os documentos:

Este termo, é usado para referir a variedade de registos escritos e simbólicos, assim como todo o material e dados disponíveis; Os documentos incluem tudo o que existe antes e durante a investigação, incluindo relatórios, trabalhos de arte, fotografias, registos, transcrições, jornais, brochuras, agendas, notas, gravações em vídeos ou áudio, notas dos alunos, discursos, etc. (VALE, 2004, p.181)

Nesta direção, os documentos tomados como fonte de evidências no presente estudo, são os registos de construções feitas pelos alunos com recurso ao aplicativo GeoGebra, que serviram de base para eles alimentarem e fundamentarem as suas posições ao longo do diálogo reflexivo que tiveram com o professor e os colegas no momento de construção dos seus conhecimentos sobre conceitos associados a reta. Assim como alguns dados do questionário aplicado aos alunos.

Estes dados resultantes de tarefas matemáticas são apresentados em formatos de imagens fotográficos, pelo facto de os computadores utilizados pelos alunos disponibilizados pela sala de informática da Escola Superior Pedagógica do Bengo estar vedado a colocação de qualquer cabo ou pendrive.

Fruto do diagnóstico aplicado, constatou-se que esses alunos nas suas vidas académicas, nunca tiveram a oportunidade de aprenderem a matemática com recurso a um software educativo. Neste sentido, a análise dos dados foi feita num primeiro momento no questionário a eles aplicado.

Num segundo momento, analisou-se a capacidade que desenvolveram nas construções de figuras geométricas propostas pelo professor e simultaneamente a capacidade comunicativa ou reflexiva das suas ideias matemáticas por meio das representações dessas construções auxiliadas pelo aplicativo. Esta análise da capacidade comunicativa ou reflexiva das ideias matemáticas dos alunos por meio das representações, ou construções auxiliadas pelo aplicativo, maioritariamente foram feitas na base de narrativas “como modo de investigar a experiência” (FREITAS & FEORENTINI, 2007, p.66).

4. Análise e interpretação dos resultados

Partindo da ideia de que os alunos aprenderiam ou consolidariam conceitos matemáticos com o auxílio do aplicativo GeoGebra durante a aula, instalados na sala de informática da Escola Superior Pedagógica do Bengo, foi necessário aferir

então a partir de um questionário a frequência com esses alunos acedem o computador de forma geral, assim como no processo de ensino e de aprendizagem.

A figura 1 mostra claramente que todos os alunos participantes deste estudo, nunca tiveram acesso ao computador na sala de aula. Este facto apesar de ser lamentável em pleno século XXI e para um país que se quer afirmar no grupo de países em vias de desenvolvimento, passa ser também um desafio, pois, “uma educação de qualidade para todos, hoje em dia não pode ser obtida sem que se considere a dimensão tecnológica” (ARTIGUE, 2016, p.43).

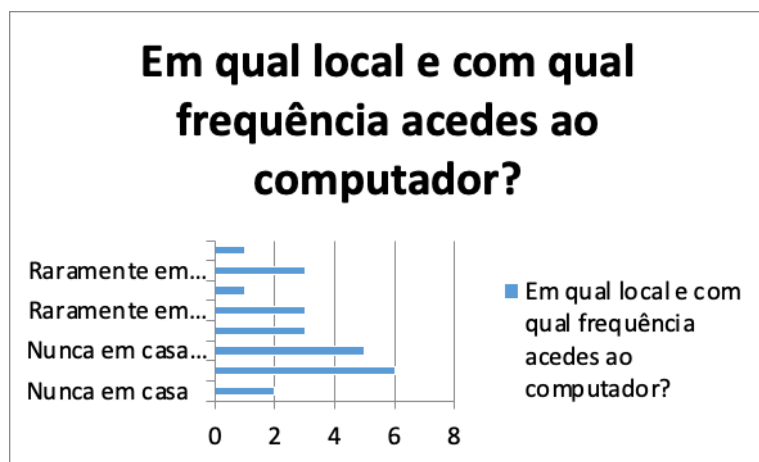


FIGURA 1: Gráfico de barras sobre o local de acesso dos estudantes ao computador.
FONTE: Dados de campo, elaborado pelos autores

O questionário também procurou saber a experiência do uso do computador de forma específica na aula de matemática. Apesar dos resultados apresentados no gráfico da figura 1, bem como a discussão já realizada permitir antever a resposta, arriscou-se questionar novamente aos alunos, na eventualidade que pudesse aparecer um caso isolado do uso de computadores no ensino e aprendizagem da matemática, contudo a resposta foi que nenhum aluno tinha usado o computador na aula de matemática.

Este resultado era esperado, para uma escola sem computadores nas salas de aula ou na biblioteca. Para efeitos levantam-se duas reflexões, uma por parte da capacidade de inovação dos professores desta escola ou escolas com realidades similares, e outra sobre o sucesso da matemática escolar. Refira-se que a semelhança de outras experiências realizadas, por exemplo no contexto de Cabo Verde, os professores com um único computador e com auxílio de um projetor multimédia, poderiam levar os seus alunos a viverem uma experiência matemática, será que estes reclamaram essas condições junto dos responsáveis educativos, se o tivessem feito as administrações educativas estariam interessadas em dar resposta. Estas questões só por si careceriam um estudo no contexto angolano, mas temos a

responsabilidade de aqui colocar estas interrogações, reforçadas ainda pela situação gerada pela pandemia do COVID19 onde os menos prejudicados foram aqueles que tinham acesso a meios tecnológicos.

Relativamente ao sucesso da matemática escolar importa que o Ministério da Educação de Angola como entidade responsável na elaboração dos programas, reconheça que “um programa de matemática de excelência integra o uso de ferramentas matemáticas e de tecnologia como recursos essenciais para ajudar os alunos a aprender e perceber as ideias matemáticas, raciocinar matematicamente e comunicar o seu raciocínio” (NCTM, 2017, p.79). Esta sim, seria um dos elementos essenciais para o sucesso da matemática escolar.

Partindo da visão referenciado pelo NCTM no parágrafo anterior, o presente estudo apresenta e analisa a seguir de que maneira o aplicativo GeoGebra ajudou os alunos a racionar matematicamente e comunicar seu o raciocínio.

Antes das aulas auxiliadas pelo GeoGebra, no laboratório de informática da ESPB, os alunos referiram ter muitas debilidades em relação a Geometria, observando-se inicialmente que muitos deles não conseguiam definir os conceitos, que num segundo momento viriam a ser associados às posições relativas de duas retas no plano (como concorrente, paralelo, ...).

No que concerne a primeira atividade (familiarização com o GeoGebra), o PI fez a apresentação do *software*, explorando-o para desenvolver destrezas tecnológicas através de construções geométricas simples numa primeira fase, posteriormente os alunos, com as ferramentas que cada um escolhesse, realizaram outras construções geométricas livremente.

Após os alunos se familiarizarem com o aplicativo, o PI orientou os alunos, solicitou que fossem à barra de ferramentas e seleccionassem no terceiro menu em cascata, a opção *Reta (Dois pontos)* e em seguida dessem dois cliques em duas diferentes regiões na *Folha 2D*. Com a mesma ferramenta que clicassem dos pontos já obtidos e depois mais outro em qualquer região da *Folha 2D*.

Face à estratégia de comunicação do PI com os seus alunos, estes por sua vez, conseguiram realizar as construções das representações geométricas, ilustradas nas figuras 2 a 4.

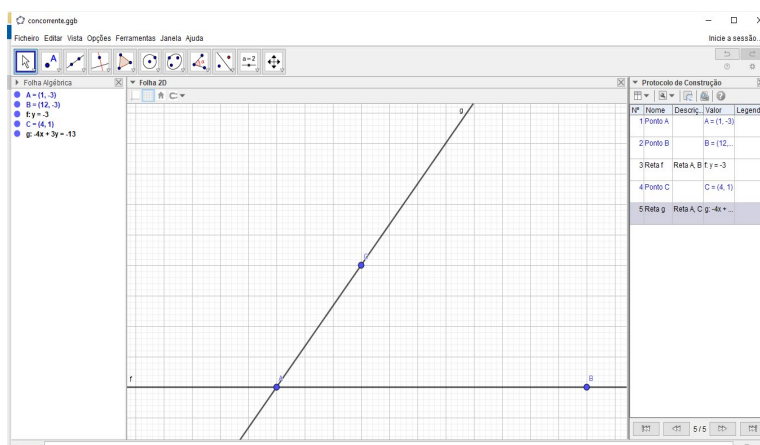


FIGURA 2: Construção de retas concorrentes pelo A2.

FONTE: Dados de campo recolhidos pelos autores.

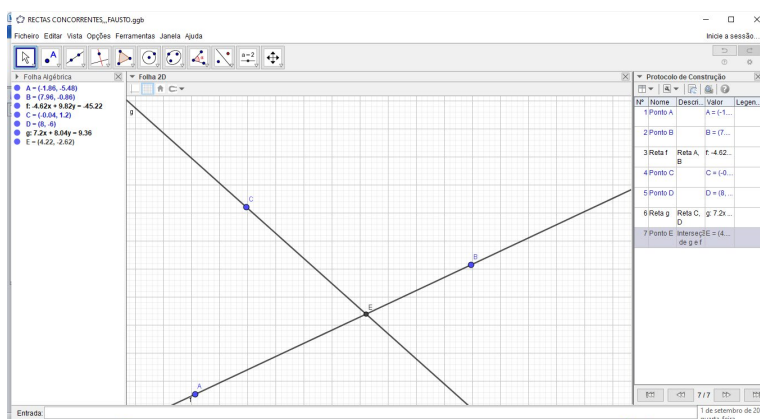


FIGURA 3: Construção de retas concorrentes pelo A4.

FONTE: Dados de campo recolhidos pelos autores.

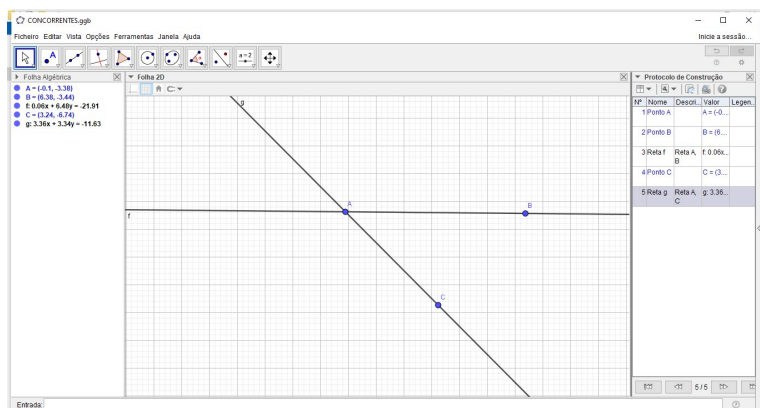


FIGURA 4: Construção de retas concorrentes pelo A6.

FONTE: Dados de campo recolhidos pelos autores.

As três representações anteriores mostram claramente como cada aluno elabora a sua representação do conceito matemático. O A2 e A6 parecem apresentar quase o mesmo raciocínio nas suas construções, pois escolheram o ponto A como o ponto de comum de intersecção entre a reta f e g , mas diferem ao posicionarem o ponto C . Por outro lado, o aluno A4 realiza uma representação diferente dos outros dois alunos (A2 e A6), pois ele encontra o ponto E comum as retas f e g . Apesar destas diferenças no momento de comunicarem os seus raciocínios a partir das representações todos argumentaram que seriam retas concorrentes por possuírem um ponto comum, onde se intercetam as retas f e g .

Dando sequência ao diálogo o PI solicitou aos alunos que clicassem no primeiro menu, da barra de ferramentas e, com o cursor, movessem o ponto C . Em seguida perguntou

PI: O que está a acontecer com o ponto de intersecção das retas f e g .

Todos alunos foram unânimes em responder que pelo que estavam visualizando nos seus computadores o ponto de intersecção entre as retas f e g , manteve-se intacto. Face às respostas dos alunos o PI voltou a perguntar

PI: Como denominariam retas com estas características?

Exceto o A1, que não conseguiu realizar a sua construção em tempo, todos os demais as denominaram como retas concorrentes. Pelo que o PI pediu que cada um definisse retas concorrentes partindo da ideia do que eles tinham visualizado. Surgiram várias formulações de *definição*:

A2: "é penso que se cruzam num ponto" diz A2,

A5: "são retas que se cruzam num único ponto".

Dando sequência a atividade, o PI solicitou aos alunos que introduzissem no campo de entrada as seguintes coordenadas $A=(0,0)$, seguido de um clique na folha gráfica, repetindo o mesmo procedimento para $B=(5,0)$, $C=(0,2)$ e $D=(5,2)$. Em seguida orientou o PI os alunos para que clicassem no terceiro menu, da barra de ferramentas, na opção *Reta (dois pontos)* e com ela traçassem as retas que pudessem passar nos pontos A , B , C e D , anteriormente definidos. Decorrente da comunicação feita pelo PI, alguns alunos conseguiram expressar as suas ideias matemáticas a partir das representações geométricas, apresentadas nas figuras 5 e 6, com o auxílio do aplicativo GeoGebra.

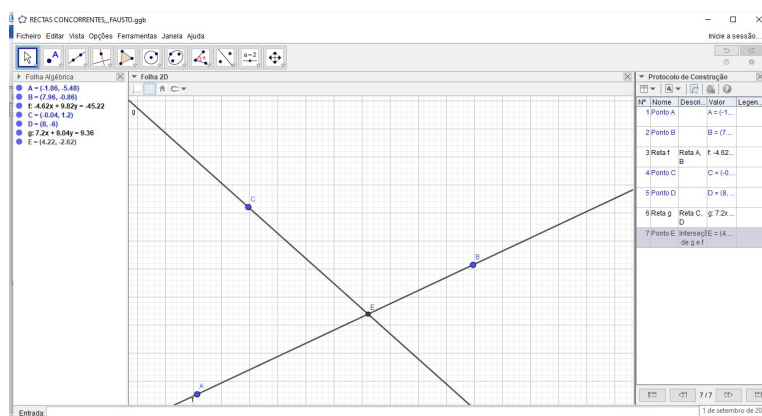


FIGURA 5: Produção do aluno A1 - Construção das retas que passam pelos pontos A, B e C.
FONTE: Dados de campo recolhidos pelos autores.

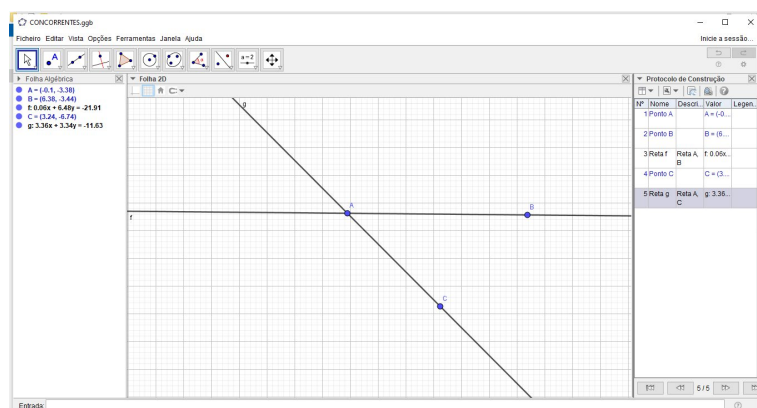


FIGURA 6: Produção do aluno A3 - Construção das retas que passam pelos pontos A, B e C.
FONTE: Dados de campo recolhidos pelos autores.

É interessante ver como estes dois alunos comunicaram o seu raciocínio. Apesar dos dois não terem representado o ponto D , mas conseguiram traçar retas paralelas que passam nos pontos A , B e C , em diferentes posições, ou seja, oblíqua e horizontal, socorrendo-se de uma das ferramentas do GeoGebra. Refira-se ainda que perante a abordagem destes alunos as retas construídas seriam sempre paralelas.

Partindo dos resultados apresentados pelos alunos o PI pediu que eles dissessem qual a posição das retas observadas, justificando as suas respostas. Os alunos responderam que: “estamos na presença de retas paralelas” afirmaram de forma unânime “porque elas não se cruzam”, concluíram A1, A3 e A5. Mesmo assim, Face aos pronunciamentos dos alunos, o professor solicitou que cada um clicasse a opção mover da primeira janela e movesse o A , B ou C e dissessem que podia acontecer com as retas. “Cruzam-se as retas” reagiram A2, A4 e A6, “mas retas paralelas não se podem cruzar” interrogaram-se A1, A3 e A5.

Fruto do clima gerado na turma, o professor pediu aos alunos que clicassem no terceiro menu da barra de ferramentas e clicassem na opção *Reta (dois pontos)* e arrastassem o cursor na *Folha 2D* e traçasse a reta que passasse nestes dois pontos, tendo em conta as possíveis representações feitas anteriormente. Em seguida clicassem no quarto menu da barra de ferramentas e selecionassem a segunda opção, que obrigava a usar a ferramenta *Reta paralela*, e voltasse a clicar o cursor na reta já definida e arrastassem o cursor em uma das regiões da *Folha 2D*.

Concluído a tarefa, o PI pediu que voltassem a clicar na opção mover da primeira janela e movessem o A , B ou C e dissessem o que podia acontecer com as retas. Desta vez houve gritos de satisfação: “agora já não se cruzam!” Responderam $A1$, $A3$ e $A5$, “estas agora sim são retas paralelas” concluíram $A2$, $A4$ e $A6$.

O aplicativo GeoGebra, ajudou os alunos a terem certeza e confiança do seu trabalho, assim como consolidarem o conceito de retas paralelas, que sem a manipulação dos objetos, seria difícil ter certeza de que a construção feita diz mesmo respeito a retas paralelas. Para além de ser exata a construção, economiza tempo, e detalhe de forma clara as ideias matemáticas do aluno.

Num outro momento da atividade, o PI solicitou aos alunos que traçassem a reta que passasse por dois pontos com uma distância de “dois quadradinhos”, em seguida selecionassem a primeira opção do quarto menu e clicassem sobre a reta e sobre o ponto B , na reta f sob mesma distância marcassem o ponto C , clicando no segundo menu logo na primeira opção. De modo análogo fizessem para encontrar o ponto D na reta g e o ponto E na reta g como simétrico de ponto D . Após os alunos terem cumprido as orientações do professor, voltou a solicitar-lhes que clicassem no oitavo menu a opção ângulos e com ela clicasse nos pontos com a seguinte ordem: C, B, D ; D, B, A ; A, B, E e E, B e C . obtiveram todos quase de forma similar nos seus respetivos computadores a figura 7.

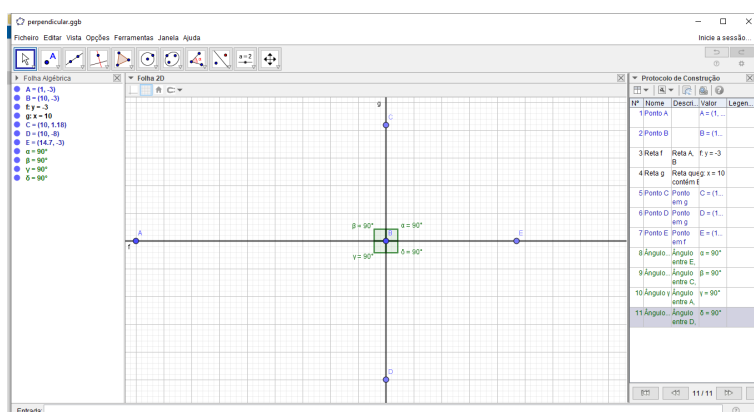


FIGURA 7: Produção do aluno $A2$ - Traçado de retas perpendiculares.

FONTE: Dados de campo recolhidos pelos autores.

Após terem feito a representação geométrica solicitada, o PI, voltou a pedir que movessem o ponto A , premindo o botão esquerdo do rato sobre o ponto, arrastando-o sobre o plano e que logo em seguida explanassem o que sucederia com os ângulos existentes na figura. Imediatamente soltou a voz A6 `` movendo o ponto A , os ângulos não mudam, continua sendo de 90° `, o apoiaram A1, A3 e A4. Face às respostas apresentadas, o professor interpelou-os,

PI: Como se chamam retas com estas características? E, porquê?

A5: ``Chamam-se retas perpendiculares, porque são retas que se cruzam num ponto e formam quatro ângulos de 90° ``.

Continuou o professor com as interpelações,

P: qual é a relação ou diferença existente entre retas concorrentes e retas perpendiculares?

A4: `` as retas concorrentes são retas que se cruzam num ponto e perpendiculares são retas que se cruzam num ponto, mas formam um ângulo de 90° ``

A3: `` a diferença é que elas se cruzam num ponto, mas que o fruto desse cruzamento forma ângulo de 90° e a outra não``.

Em paralelo, a orquestração da aula realizada pelo PI, retratada nos parágrafos anteriores, os alunos também tinham de fazer registos escritos, sendo estes importantes para a triangulação dos dados neste estudo. Vamos de seguida apresentar alguns desses registos.

No que concerne ao desenvolvimento do conceito de retas concorrentes no plano, para além da exploração acima apresentada também foram solicitados registos escritos. Perante a construção realizada, em todos os casos semelhantes à realizada pelo aluno A2, e ilustrada na figura 8, foi pedido aos alunos que movessem o ponto

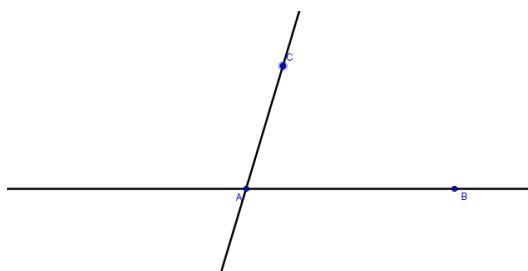


FIGURA 8: Retas concorrentes (construção do aluno A2).

FONTE: Câmara fotográfica do PI.

C e registassem por escrito as características das retas que tinham acabado de traçar, em relação a esta questão o aluno realiza o registo ilustrado na figura 9.

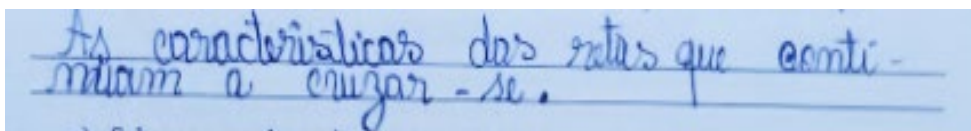


FIGURA 9: Retas concorrentes (1ª resposta do aluno A2).

FONTE: Câmara fotográfica do PI.

Mais à frente, é solicitado que o aluno diga como se denominam retas com essas características, ver figura 10, e posteriormente é requerido que o estudante diga por

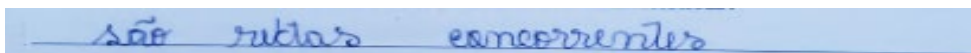


FIGURA 10: Retas concorrentes (2ª resposta do aluno A2).

FONTE: Câmara fotográfica do PI.

suas palavras o que entende por retas concorrentes, ver figura 11.

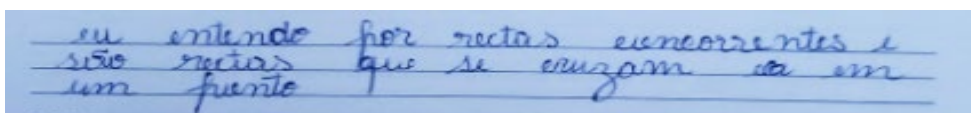


FIGURA 11: Retas concorrentes (3ª resposta do aluno A2)

FONTE: Câmara fotográfica do PI.

De facto foi possível verificar que os esquemas de registos escritos dos alunos acompanharam o decurso da comunicação oral decorrida em sala de aula. Contudo é importante notar que os registos escritos ocultaram o impasse que atrás se expos em relação as retas paralelas.

Por outro lado, os registos escritos em relação a consolidação do conceito de retas perpendiculares, permitiram encontrar respostas como por exemplo as do aluno A1, ver figura 11, o qual chegou mesmo ao ponto de diferenciar, ou relacionar, retas concorrentes e retas perpendiculares, embora com uma linguagem escrita pouco clara.

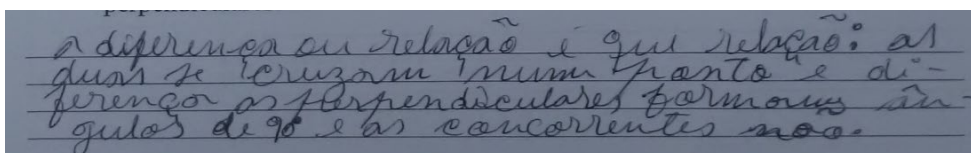


FIGURA 8: Produção do aluno A1 –Relacionando retas concorrentes e perpendiculares.

FONTE: Câmara fotográfica do PI.

Constata-se a intensão do aluno A1, em tentar dizer que duas retas perpendiculares também são concorrentes, pois, ambas possuem um ponto comum. Mas, nem todas retas concorrentes são perpendiculares, pois, nem sempre formam um ângulo de 90°. Observe-se ainda que o enunciado desta propriedade foi seguido por outros cinco colegas, que se expressaram de modo análogo.

A partir dos resultados deste estudo, quer pelo decurso da aula conduzida pelo PI, quer pela análise realizada por toda a equipa de investigação considerando todos os registos do trabalho dos alunos, pode perceber-se que os alunos conseguiram consolidar os conceitos associados as posições relativas de duas retas no plano, comunicando as suas ideias matemáticas com a ajuda da visualização e manipulação dos objetos potenciadas pelo uso do GeoGebra e da comunicação desenvolvida nesta experiência. Salienta-se ainda que o processo de planificação previa à experiência, a análise do decurso da mesma, bem como de todos os resultados obtidos foram de particular importância para: a aprendizagem dos alunos; o desenvolvimento profissional do PI; para a percepção de toda a equipa de investigação de como o ensino e aprendizagem da matemática com o uso do GeoGebra pode ser uma realidade no contexto angolano.

5. Conclusões

O estudo ora apresentado, vem cumprir com uma das metas do processo de formação de formadores em GeoGebra para Angola, que é, o desenvolvimento de experiências de ensino e de aprendizagem da matemática com o GeoGebra, bem como a elaboração de relatos de natureza pedagógica e científico que permitam divulgar experiências vivenciadas por professores e alunos. Neste sentido, os investigadores que conduziram este estudo, no qual se inclui o professor destes alunos, de natureza qualitativa, assinalaram uma problemática no processo de ensino e aprendizagem da matemática no contexto angolano, devidamente suportada por fundamentos teóricos-metodológicos no sentido mostrar a relevância que têm os softwares educativos, neste caso específico o GeoGebra, na construção de conceitos matemáticos a partir de uma comunicação em sala de aula que apele à ação, ao questionamento e a reflexão dos alunos.

Tendo em conta os objetivos estabelecidos para aula que integrou este estudo, conjugado com os resultados dos questionários aqui apresentados, assim como os resultados das análises produzidas fruto dos dados empíricos recolhidos, constata-se que os alunos conseguiram construir e consolidar conceitos associados à posição relativa de retas no plano, assim como consolidar o seu raciocínio e a sua comunicação matemática oral e escrita.

Diante dos factos enunciados no parágrafo anterior, conclui-se ainda que as potencialidades do aplicativo GeoGebra, desde que exploradas de modo adequado, podem propiciar uma experiência de ensino catalisador para a promoção da aprendizagem e comunicação da matemática na sala de aula e fora dela. Contudo, estes resultados, tem um alcance limitado pelo número de participantes e pelas

condições excepcionais em que se realiza, uma vez que só foi possível usando recursos tecnológicos por protocolo com uma instituição de ensino superior.

A experiência conduzida mostra que é possível usar o GeoGebra no ensino e aprendizagem da matemática com alunos da 7ª classe em geometria, com resultados interessantes e de alcance semelhante a outras experiências realizadas noutros países, contudo, o desafio reside em encontrar os recursos tecnológicos para o fazer. Criar oportunidades semelhantes a que aqui se apresenta carece do apoio das autoridades educativas angolanas, no sentido da disponibilização de recursos que viabilizem o uso de tecnologia nas salas de aula de um modo natural, investindo em políticas educativas adequadas que permitam a existência no mínimo de um computador e meios de projeção em sala de aula, permitindo que os professores possam oferecer aos seus alunos oportunidades de aprendizagem usando a tecnologia, como neste caso aconteceu com o uso do software livre GeoGebra no ensino e aprendizagem de um tópico da matemática que faz parte do currículo angolano.

Referências

ADNYANA, Putu Gede Widhy; SUARSANA, I. Made; SUHARTA, I. Gusti Putu. Multi-Representation Discourse Model and Math Problem Solving Skills of High School Students. **Journal of Learning Improvement and Lesson Study**, v. 1, n. 1, p. 40-48, 2021.

AMADO, João. **Manual de Investigação Qualitativa em Educação 3ª edição**. Imprensa da Universidade de Coimbra/Coimbra University Press, 2017.

ARTIGUE, M. (2016). **Os desafios do ensino de matemática na educação básica**. Paris: UNESCO. 2016.

DOS SANTOS, José Manuel Dos Santos; GOMES, Mariana. Classificação de ângulos através de uma estória em aulas de apoio a alunos com dificuldade de aprendizagem. **Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo**, v. 10, n. 1, p. 19-48, 2021.

DUVAL, Raymond. **Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels**. Berne: Peter Lang, 1995.

ESPINOSA, Alfonso Jiménez; ÁVILA, Nury Yolanda Suárez; MENDOZA, Sandra María Galindo. La comunicación: eje en la clase de matemáticas. **Práxis & Saber**, v. 1, n. 2, p. 173-202, 2010.

FERNANDES, Dárida; FERREIRA, Juliana Vaz Almeida Gomes. As Potencialidades do GeoGebra no 1.º Ciclo do Ensino Básico The Potentialities of GeoGebra in the 1st Cycle of Basic Education. **Revista do Instituto**

GeoGebra Internacional de São Paulo. ISSN 2237-9657, v. 9, n. 2, p. 52-77, 2020.

FREITAS, Maria Teresa Menezes; FIORENTINI, Dario. As possibilidades formativas e investigativas da narrativa em educação matemática. **Revista Horizontes**, v. 25, n. 1, p. 63-71, 2007.

HENRIQUE, Marcos Paulo; BAIRRAL, Marcelo Almeida. Do bolso para palma das mãos: retas e ângulos com GeoGebra Aplicativo. **Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo. ISSN 2237-9657**, v. 7, n. 3, p. 49-64, 2018.

JOÃO, Kengana Sebastião André; DISTINTO, David Mafuani. Avaliação Formativa da Comunicação Matemática. **Revista Angolana de Extensão Universitária**, v. 2, n. 3, 2020.

LACERDA, Alan Gonçalves. O diálogo e o GeoGebra na educação básica: implicações para os jovens futuros professores e sua formação. **Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo. ISSN 2237-9657**, v. 7, n. 2, p. 29-44, 2018.

MARTIN, W. Gary. **Principles and standards for school mathematics**. National Council of Teachers of, 2000.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCTM). **Princípios para a ação: assegurar a todos o sucesso em matemática**. Portugal: Associação de Professores de Matemática. 2017.

NAVA, Mario Castillo. ¿Es la comunicación un factor de aprendizaje de las matemáticas?. **Revista Iberoamericana de Educación**, v. 56, n. 3, p. 1-5, 1911.

OECD, Governing Board. PISA 2021 Mathematics Framework (first draft). 2018. <https://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa-2021-mathematics-framework-draft.pdf>

Partnership for 21st Century Skills. (2014). Framework for 21st century learning. <http://www.p21.org/our-work/p21-framework>

PONTE, João Pedro da et al. A comunicação nas práticas de jovens professores de Matemática. **Revista Portuguesa de Educação**, p. 39-74, 2007.

PONTE, João Pedro da. Gestão curricular em Matemática. **O professor e o desenvolvimento curricular**, p. 11-34, 2005.

PRODANOV, Cleber Cristiano; DE FREITAS, Ernani Cesar. **Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico-2ª Edição**. Editora Feevale, 2013.

SEMANA, Sílvia. A comunicação oral na promoção da autorregulação da aprendizagem dos alunos em Matemática. **Educação e Matemática**, n. 149, p. 9-12, 2018.

VALE, Isabel. Algumas Notas sobre a Investigação Qualitativa em Educação Matemática - O Estudo de Caso Isabel Vale, **Revista da Escola Superior de Educação de Viana do Castelo**. 171-202.

VIDEIRA, Ana Correia. **A comunicação matemática escrita na resolução de tarefas e o seu efeito na concretização do teste intermédio: um estudo com alunos do 11º ano de escolaridade do curso de ciências e tecnologias**. 2013. Tese de Doutorado.

VYGOTSKY, Lev Semenovich; COLE, Michael. **Mind in society: Development of higher psychological processes**. Harvard university press, 1978.

VYGOTSKY, Lev Semenovich. **El desarrollo de los procesos psicológicos superiores**. Barcelona, España: Grijalbo. 1998.