http://dx.doi.org/10.23925/2237-9657.2021.v10i1p129-150

Realizando uma atividade lúdica/matemática com o uso do GeoGebra e do Tangram discutida à luz da Teoria da Atividade

Performing a playful/mathematical activity using GeoGebra and Tangram discussed in the light Activity Theory

MARIA DEUSA FERREIRA DA SILVA[1]

ROBÉRIO PEREIRA ROCHA[2]

RESUMO

O presente artigo é uma introdução a uma pesquisa de mestrado sobre os pressupostos teórico-metodológicos, em fase de construção, sendo desenvolvida junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (PPGEn - UESB). Trazemos a discussão de uma atividade matemática: a construção de uma das figuras que podem ser formadas com as peças do Tangram, usando as opções de isometria no plano do GeoGebra. Inicialmente, faremos uma abordagem a respeito da Teoria da Atividade de Engeström (TA). A seguir, realizaremos uma breve exploração do GeoGebra, usando opções de isometrias no plano. Depois, construiremos a figura e a analisaremos, com base numa discussão à luz da TA, observando o grau de dificuldade envolvido nesse processo, bem como discutiremos o pensamento matemático envolvido nessa forma de construção não usual. Nas considerações finais, abordaremos como a TA permeará a perspectiva teórico-metodológica da pesquisa em construção.

Palavras-chave: *GeoGebra, Teoria da Atividade, Tangram.*

ABSTRACT

The present article is an introduction to a master's research, to construct the theoretical-methodological assumptions, being developed together with the Postgraduate Program in Teaching - PPGEn, of the State University of Southwest Bahia - UESB. We bring up the discussion of a mathematical activity: the construction of one of the figures that can be formed with the "pieces" of the Tangram, using the options of isometry in the GeoGebra plane. Initially, we will address the Engestrom Activity Theory (TA). Next, we will briefly explore GeoGebra using isometric options in the plane. Then we will

[1] Pós-Doutora, Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB). Programa de Pós-Graduação em Ensino -PPGEn. maria.deusa@uesb.edu.br

[2] Mestrando, Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB), roberio.rocha2005@gmail.com

build the figure and analyze it, based on a discussion in the light of Activity Theory, observing the degree of difficulty involved in this process, as well as, we will discuss the mathematical thinking involved in this form of non-traditional construction. In the final considerations, we will discuss how TA will allow the theoretical and methodological perspective of research under construction.

Keywords: *GeoGebra, Activity Theory, Tangram.*

Introdução

Há muito vimos estudando o papel que as Tecnologias Digitais (TD) podem desempenhar no ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos, ao mesmo tempo em que as utilizamos em nossas aulas. Nessa perspectiva, podemos até fazer um paralelo com o que Borba, Gadanidis e Scucuglia (2014) discutem sobre as fases das tecnologias digitais em educação matemática. Perpassando nossas vivências com o uso das TD, nas práticas de sala de aula, identificamos essas fases sendo contempladas, de alguma forma.

Nesse sentido, preparar atividades com a utilização das TD e levá-las para a sala de aula tem sido uma prática pedagógica recorrente. Contudo, nem sempre paramos para refletir de que modo tais atividades podem ser tratadas à luz de teorias da aprendizagem. Muitas vezes, nem sequer relatamos essa experiência vivida. No entanto, é certo que muitas dessas experiências poderiam se constituir como elementos desencadeadores de processos cognitivos, embasados em teorias, retroalimentando a discussão sobre o tema, trazendo novos elementos e/ou fortalecendo construções teóricas ainda em aberto.

Foi nessa linha que vimos a possibilidade de tomar uma atividade que é normalmente trazida para a sala de aula como uma atividade lúdica: a construção das peças do Tangram[3] e, posteriormente, a montagem de figuras como casinha, barquinho, gatinho, etc. O aspecto matemático, quando tratado, se encerra na construção das peças, em que, estabelecidas as relações matemáticas entre as

[3] O Tangram, segundo Ribeiro et al. (2012), é um quebra-cabeça chinês, de origem milenar, com o qual pode-se formar cerca de 1700 figuras.

mesmas e usando elementos da Geometria Plana, alguns conceitos matemáticos são abordados: ponto, ponto médio, polígonos regulares, proporcionalidade entre as peças, frações, porcentagem, parando nisso. A construção das figuras é apenas uma ação lúdica, sem um "pensar" matemático sobre ela. Todavia, quando mudamos as "peças físicas" – as ferramentas mediadoras lápis e papel - e passamos à construção das figuras com o uso da tecnologia digital (o GeoGebra), e empregamos as opções de isometria no plano, exige-se de nós todo um pensar matemático-com-a-tecnologia (BORBA, GADANIDIS & SCUCUGLIA, 2014). Foi a partir desse pensar matemático-com-tecnologia que buscamos uma aproximação com a Teoria da Atividade (TA) (ENGESTRÖM, 1987).

Para fomentar o exercício de pensar-com-tecnologia, o construirmos, propormos e realizarmos a atividade matemática "Construção de figuras do Tangram empregando as opções de isometria no plano, com o uso do GeoGebra", decidimos ampliar a discussão sobre a mesma, conduzindo-a para o campo teórico-cognitivo. Isso se deu a partir da percepção de que tal atividade que, aparentemente, parece uma tarefa simples, um exercício lúdico sem reflexão matemática, não o é. Isso se é feita com o uso do GeoGebra, nessa perspectiva; embora muitos professores de matemática da educação básica considerem essa prática como algo trivial, uma diversão para prender a atenção dos alunos. Todavia, o que a atividade nos mostra, se feita com o uso do "opções de isometria" no plano do GeoGebra, é que essa não é uma tarefa tão fácil. Ela é repleta de decisões e ações que envolvem diversas estratégias matemáticas. Tal dificuldade, de fato, ocorre porque para a construção de uma única figura, é necessário mobilizar vários conceitos matemáticos. Desse modo, mediada pela TD, tal atividade deixa de ser "trivial" e toma uma nova dimensão, permitindo que se perceba seu real aspecto cognitivo e os conceitos matemáticos nela envolvidos. O que fazemos sobre o Tangram[4] é realizar uma série de transformações. Isso nos permite fazer uma aproximação com o que Souto e

[4] O qual denominamos de Tangram básico.

Borba (2015) discutem como transformações expansivas em uma atividade, para eles:

> As mudanças, em geral, estão relacionadas às transformações expansivas (ou aprendizagem expansiva) que aqui devem ser entendidas como: movimentações em um sistema de atividade que almejam solucionar ou construir entendimentos sobre um dado problema ou conteúdo matemático de uma forma crítica que até então não havia sido imaginada dentro do próprio sistema (SOUTO; BORBA, 2015, p.5).

Desse modo, a construção de uma figura do Tangram, com o uso do GeoGebra, requer, na sua construção, que os sujeitos envolvidos realizem "movimentações expansivas" no sentido de reorganizarem o pensamento acerca do que sabem, tais como: mobilizar conhecimentos matemáticos; trabalhar esses conhecimentos mediados pela nova ferramenta, o GeoGebra; tomar decisões, seguindo uma sequência de procedimentos: as regras para atingirem o objetivo, a construção do objeto proposto (a figura) e, após isso, poder movimentá-lo e visualizá-lo em diferentes posições, ampliando e ressignificando a percepção do mesmo. Portanto, cremos que, a partir dessa breve apresentação, é possível detalhar o desenvolvimento da atividade sob uma perspectiva teórica, no campo cognitivo, tomando por referência a TA. Assim, nas próximas seções, vamos detalhar um pouco mais o que preconiza cada uma dessas teorias e como elas se articulam com a atividade proposta usando TD.

1 -Teoria da Atividade e o Triangulo de Engeström com TD

A Teoria da Atividade "tem como eixo central as transformações que ocorrem nas inter-relações que se estabelecem entre o ser humano e o ambiente no desenvolvimento de atividades" (SOUTO; BORBA, 2016, p 4). Ela se fundamenta nos princípios da escola Histórico-Cultural da psicologia soviética e comumente é dividida em três gerações. A primeira geração da TA se baseia na teoria vygotskyana de mediação cultural, concebendo-se toda ação humana mediada por instrumentos e orientada para determinado objeto. A ideia foi cristalizada por Vygotsky no modelo triangular como um ato "complexo e mediado” (figura 1), expresso geralmente com a tríade sujeito-objeto-artefato mediador. Nessa perspectiva, o indivíduo não poderia ser entendido separadamente dos meios culturais e sociais no qual está imerso; a sociedade, do mesmo modo, não poderia ser entendida (vista) sem os indivíduos que a compõem e os artefatos que ela mesma produz. Contudo, Engeström e Miettinem (1999) citam que o modelo de ação mediada de Vygotsky (figura 1) não distingue a mediação com outros indivíduos e as relações sociais existentes entre eles.

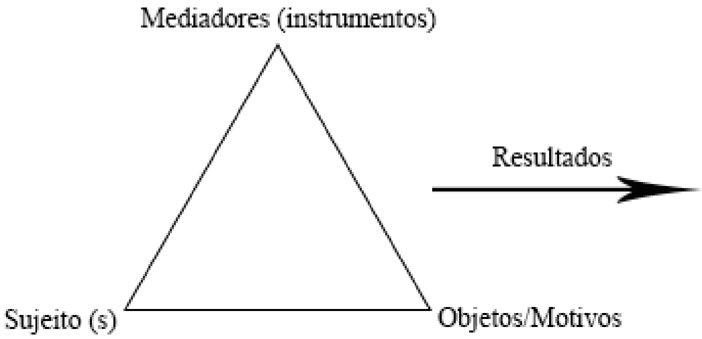


Figura 1- Modelo da Primeira Geração da Teoria da Atividade
Fonte: Engeström (1987)

Para Piccolo (2012), a segunda geração da TA (figura 2) se deu a partir de estudos de Engeström (1999), baseando-se no modelo de Leontiev, “tendo por foco a análise das relações socialmente estabelecidas em um sistema de atividade” (PICCOLO, 2012, p.287). Desse modo, Engeström expandiu o modelo de Leontiev, na medida em que incorporou novos elementos de análise, com a seguinte composição: artefatos, sujeitos, objetos, divisão de trabalho, regras e comunidade. Esses dois últimos elementos vieram, de fato, ampliar os estudos de Leontiev em relação ao seu sistema de atividade hierarquizado entre atividade, ações e operações. Portanto, para Piccolo, a inovação de Engeström (1999) para a TA é o pensar sobre as relações entre sujeito-sujeito, quando o objeto para o qual se dirige uma atividade é o próprio sujeito. Segundo o autor, tal relação não foi bem desenvolvida por Leontiev, necessitando de aprofundamentos teóricos.

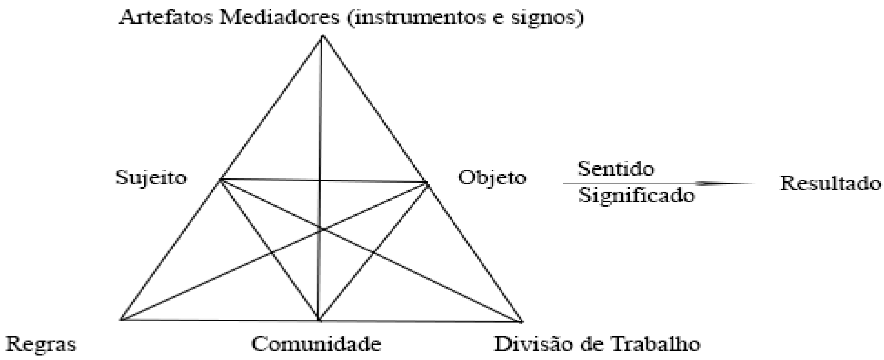


Figura 2 - Modelo da Segunda Geração da TA
Fonte: Engeström, 1987.

As ideias de rede de atividade exigiram a necessidade de uma terceira geração, a qual em Engeström (2001), o modelo elementar se estabelece em, no mínimo, dois sistemas de atividade que interagem. Na figura 3, estes objetos do sistema de atividade vão de um estado bruto, sem reflexão (objeto 1), para um objeto coletivo significativo para o sistema de atividade (objeto 2), até um objeto potencialmente partilhado pelos dois sistemas de atividade (objeto 3).

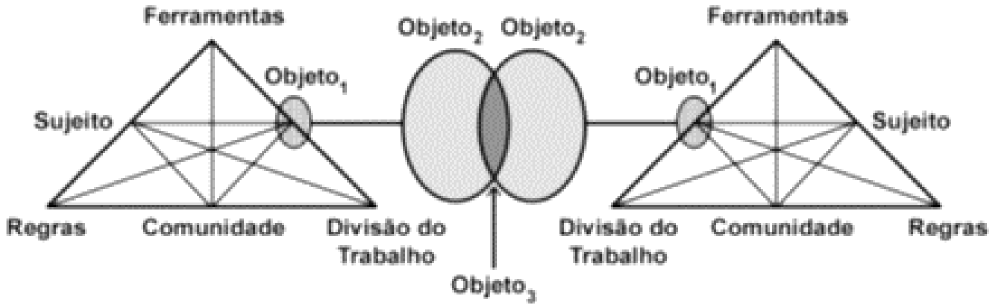


Figura 3. Dois sistemas de atividade em interação
Fonte: Engeström, 2001.

Mas afinal, o que é relevante na TA? Que conceitos fundamentais ela traz?

Souto (2013) destaca que existem dois elementos fundamentais para se compreender a atividade humana que alicerça a TA; o primeiro é que para a existência da atividade humana é necessário o objeto, “atividade sem objeto é desprovida de significado” (p.46); e, segundo, os artefatos, os quais são produtos da ação humana e ao mesmo tempo mediadores da atividade humana. Assim, “passam a ser entendidos como mediadores culturais pelos quais os indivíduos agem na estrutura social, material e psicológica” (p.45). Ainda para Souto:

> As inter-relações que marcam o desenvolvimento da atividade humana são caracterizadas por trocas mútuas entre seres humanos e artefatos, as quais revelam o potencial transformador de uma atividade. Os seres humanos se transformam e se reorganizam, por meio da transformação, da reorganização de atividades, que por sua vez, transformam-se, reorganizam-se por meio do desenvolvimento de novos artefatos (SOUTO, 2013, p. 45-46).

Desse modo, o desenvolvimento humano - social, cultural e psicológico - foi marcado por atividades humanas que construíram e se utilizaram de artefatos, que por sua vez modificaram e reorganizaram as próprias atividades humanas, tendo como objetivos: manter a sobrevivência, melhorar a qualidade de vida, evoluir e produzir excedente. Nesse sentido, a TA se propõe a explicar como essas relações entre objeto, artefatos e seres humanos ocorrem nas diversas atividades humanas, sendo útil também aos propósitos educacionais; essa teoria revela que a todo instante estamos sendo modificados pela introdução de novos artefatos, os quais também estamos produzindo, num movimento contínuo. Por exemplo, no passado recente, a introdução dos computadores nas atividades humanas veio a modificar, substancialmente, muitas dessas atividades e, atualmente, as tecnologias digitais, em especial a internet, têm provocado novas discussões acerca da ação humana sobre os artefatos e se ela em si é um artefato ou objeto. Isso leva a movimentos cíclicos e inconclusos (SOUTO, 2013).

2 - O software GeoGebra e isometria no plano: para além de transformações

Ministrar aulas de matemática exige uma conduta que estimule o educando, por meio da qual métodos e aplicações precisam ser apresentados de forma clara para facilitar o processo de ensino-aprendizagem. Nesse tocante, inserir as Tecnologias Digitais (TD) tem sido uma forma de tornar esse ensino mais prazeroso, haja vista propiciarem situações que estimulam o pensamento, favorecem a visualização e permitem que situações matemáticas, antes estáticas, se tornem dinâmicas. Tudo isso pode facilitar a compreensão de conceitos e favorecer a aprendizagem.

Conforme vimos anteriormente, Borba, Gadanidis & Scucuglia (2014), quando tratam das fases das TD em educação matemática, estaríamos vivendo a quarta fase, a qual é caracterizada pelo surgimento de diversos recursos tecnológicos, incluindo o uso mais intenso do software de matemática dinâmica GeoGebra. Portanto, o uso cada vez maior do GeoGebra, bem como os avanços nos recursos que ele oferece, tem mostrado que ele é um software que carrega as características descritas no parágrafo anterior, se constituindo em uma importante ferramenta para tornar o processo de ensino e aprendizagem de matemática mais fácil. De acordo com seu site oficial[5], o GeoGebra é um software de matemática dinâmica direcionado a todos os níveis de ensino que reúne Geometria, Álgebra, Planilha de Cálculo, Gráficos, Probabilidade, Estatística e Cálculos Simbólicos em um único pacote de fácil utilização.

Como veremos posteriormente na revisão da literatura, não há dúvidas de que o GeoGebra tem sido densamente explorado para os mais diversos conteúdos matemáticos, sendo indiscutíveis suas potencialidades. Contudo, neste artigo o exploramos usando as opções de isometrias no plano, para construir uma das possíveis figuras com o Tangram, algo ainda incomum no uso do GeoGebra. Encontramos em Silva *et al* (2018) e Silva (2020)[6] algumas dessas construções. Lembramos que uma isometria pode mudar somente a posição da figura na qual ela foi aplicada, sem alterar sua forma e dimensões. Para atingir os nossos objetivos, iremos aplicar quatro tipos de isometria no plano: *reflexão em relação a uma reta, reflexão em relação a um ponto, rotação em torno de um ponto e translação por um vetor*. Observemos a figura 4:

[5] https://www.GeoGebra.org/about

[6] GeoGebra Materiais: https://www.GeoGebra.org/m/apMUMZ7M (acessado em: 11/07/2020).

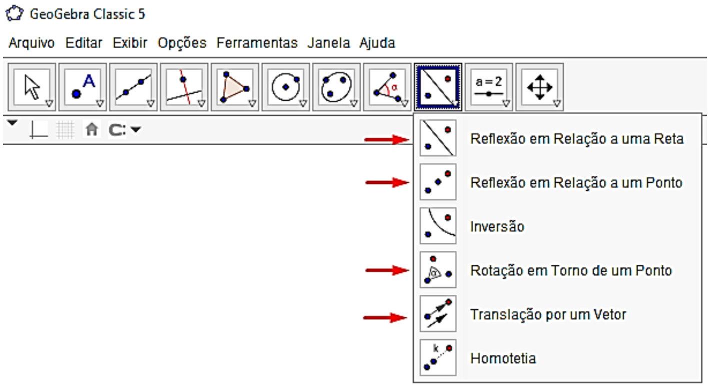


Figura 4 - Menu das isometrias no plano no mesmo
Fonte: Figura nossa, utilizando o GeoGebra.

A isometria de reflexão em relação a uma reta ou segmento de reta ocorre quando existe um segmento de reta ou reta, eixo de simetria, passando pela figura ou fora dela, atuando como espelho, refletindo simetricamente a imagem da figura, afirma Souza e Pataro (2014). Observemos a figura 5:

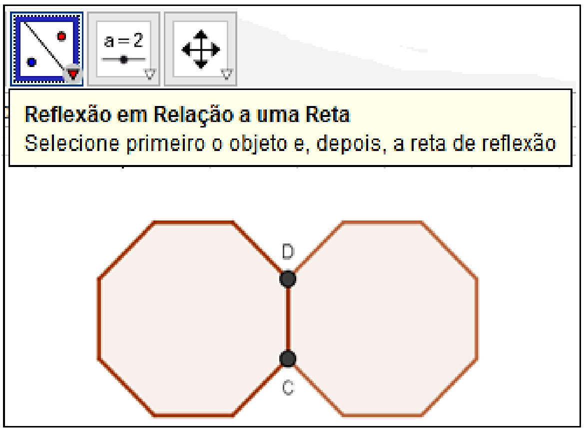


Figura 5 - Isometria de reflexão da figura em relação ao segmento $\overline{\mathrm{DC}}$ e respectivo comando no GeoGebra
Fonte: Figura nossa, utilizando o GeoGebra.

Segundo Lima (2007), isometria de reflexão em relação a um ponto P é a transformação geométrica que associa a cada ponto A do plano, um ponto A' tal que:

- Se $A = P$ então $A' = P$
- Se A diferente de P então A' está na semi-reta oposta à semi-reta $\overrightarrow{\mathrm{PA}}$ e os segmentos $\overline{\mathrm{PA}}$ e $\overline{\mathrm{PA}'}$ são congruentes. Observemos a figura 6:

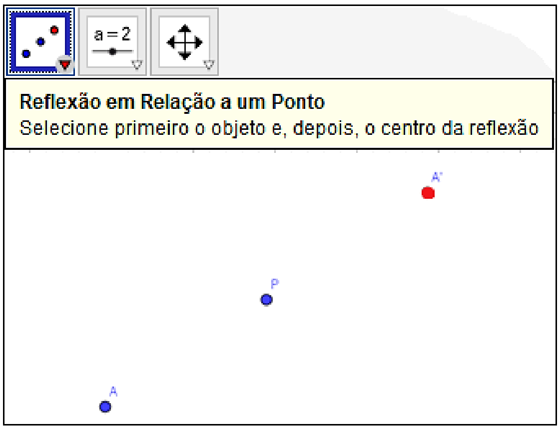


Figura 6 - Isometria de reflexão do ponto A em relação ao ponto P e o seu respectivo comando no GeoGebra
Fonte: Figura nossa, utilizando o GeoGebra.

Conforme Sousa e Pataro (2014), denominamos isometria de rotação a transformação em que cada ponto da figura é rotacionado em torno de um ponto P (chamado centro de rotação) de acordo com determinado ângulo e sentido. A imagem seguinte (figura 7) representa uma rotação de 90°, no sentido anti-horário, de uma figura em relação ao ponto P.

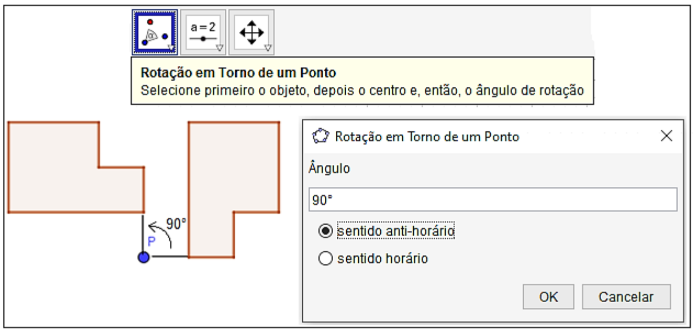


Figura 7 - Isometria de rotação de uma figura em torno de um ponto referencial e o seu respectivo comando no GeoGebra, incluindo a janela para definir o sentido e medida do ângulo:
Fonte: Figura nossa, utilizando o GeoGebra.

Ainda segundo Sousa e Pataro (2014), a transformação representada pelo deslocamento de uma figura baseado em uma distância, uma direção e um sentido determinados por um vetor, conservando seu tamanho e sua forma normal, é denominada isometria de translação. Nesse caso, a figura se desloca de um lugar para outro, sem rotacionar ou refletir, conforme a figura 8:

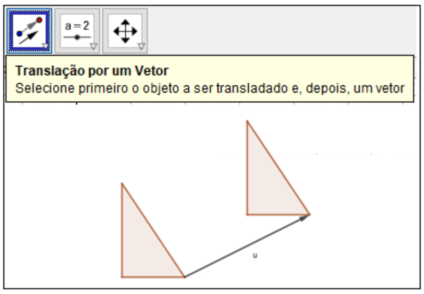


Figura 8 - Isometria da translação de um triângulo sobre um vetor u e o respectivo comando no GeoGebra.
Fonte: Figura nossa, utilizando o GeoGebra.

Desse modo, por meio dessas transformações, podemos mudar a posição inicial de uma figura, sem modificar suas propriedades e características. Ainda, se feitas no GeoGebra, podemos suprimir (ocultar) a figura inicial. Então, usando essas possibilidades trazidas pelo software, na próxima seção vamos construir uma figura do Tangram.

3 – Revisão da literatura

Em relação a estudos sobre as opções de isometria do plano vinculadas ao uso do software GeoGebra temos alguns trabalhos como os de Oliveira (2018), Bulgarelli (2018) e Dickel (2019). Oliveira (2018) depois de uma análise a partir dos pressupostos da análise descritiva, os resultados apontaram que: a) o software GeoGebra tem potencial significativo no auxílio ao ensino de Geometria; b) o estudo incrementou corpo docente confiança no intuito de desenvolver essa tecnologia junto aso seus discentes; e c) o estudo incentivou o corpo docente a superar as práticas tradicionais de ensino da Geometria. Segundo Oliveira, através da pesquisa, foi facilmente percebida a satisfação dos professores ao terem o acesso a fontes de conhecimento inovadoras, objetivando a otimização de suas práticas pedagógicas. Bulgarelli (2018) constatou que, através de atividade lúdica envolvendo a construção de um caleidoscópio no GeoGebra, os alunos são motivados ao estudo dos comandos de isometrias e, também, demonstram maior interesse para solucionar os problemas e exercícios que abordam tal conteúdo. Dickel (2019) visualizou importantes resultados nas atividades geométricas desenvolvidas por estudantes do 3º ano do Ensino Médio, com base na Teoria das Tecnologias Cognitivas e nas análises cognitivas do arrastar. Os resultados da pesquisa apontam para a compreensão dos conceitos envolvendo isometria que surgem a partir da manipulação do GeoGebra através do arrastamento.

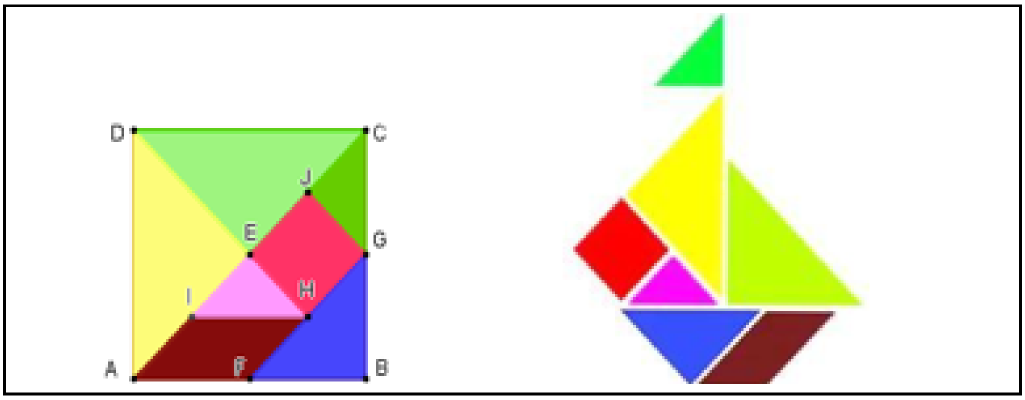
No contexto da utilização do Tangram como facilitador do estudo de matemática temos alguns estudos como o de Santos (2019) que concluiu que o Tangram, quando utilizado adequadamente pelo professor, pode contribuir significativamente para a formalização e apropriação de conceitos fracionários. Santos também descobre que a utilização de recursos manipulativos, especificamente o Tangram, pode instigar a criatividade, a abstração, a curiosidade e a percepção espacial dos alunos.

Em um artigo com uma abordagem envolvendo o GeoGebra e o Tangram, Homa e Groenwald (2016), concluíram que o uso dos objetos digitais sobre o plano quadriculado do GeoGebra permitiu a visualização das relações entre as áreas dos objetos e a unidade de área. Durante construção dos objetos sobre o plano quadriculado por alunos foi possível determinar as dimensões das arestas e os ângulos somente através da visualização das figuras geométricas formadas por peças do Tangram, permitindo que o aluno trabalhasse com a representação polar sem a necessidade da apresentação formal dos conceitos. Também relacionando o GeoGebra e Tangram, Silva e Gautério (2019), concluem que, quando os alunos são desafiados a lidar com os conceitos, eles os compreendem mais facilmente e, além disso, as atividades lúdicas em equipe, no caso específico da pesquisa, contribuem para o desenvolvimento da autonomia, da criticidade e da colaboração, já que os induzem à interação entre os que já compreendem o conteúdo e os que desejam compreender.

Julgamos que essa seja uma abordagem fértil para pesquisas, visto que, através de buscas em internet não encontramos nenhum estudo nacional formalizado que abordasse simultaneamente o Tangram, o GeoGebra e as opções de isometria do plano como potencializadores de ensino da matemática. É necessário destacar que, como já foi dito, encontramos em Silva *et al* (2018) e Silva (2020) algumas dessas construções, mas sem uma abordagem teórico-metodológica.

4 - Construção de figura do Tangram utilizando os comandos de isometria do plano do GeoGebra

Utilizando os comandos do GeoGebra supracitados, podemos construir figuras do Tangram, de maneira mais sofisticada e cognitiva que, numa atividade em grupo, pode gerar situações de conflitos cognitivos entre os alunos dando origem a tensões que, de acordo com a TA, podem ocasionar uma aprendizagem expansiva. A seguir, temos, no quadro 1, a imagem de um Tangram, cujas peças formam a imagem de um barquinho, que está ao seu lado.

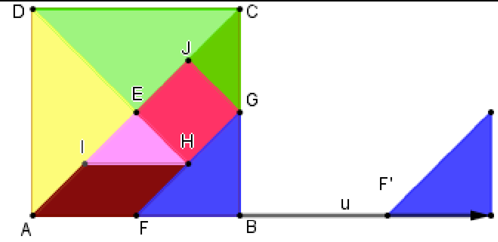


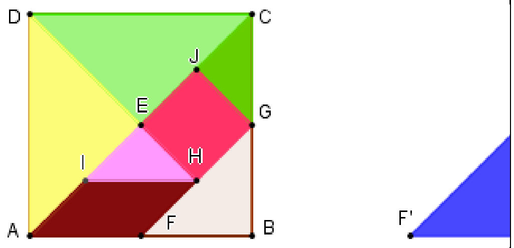
Quadro 1: Figura a ser construída
Fonte: Quadro nosso, utilizando o GeoGebra.

É a essa construção, inclusive obedecendo as cores correspondentes a cada elemento geométrico do Tangram, que vamos nos ater.

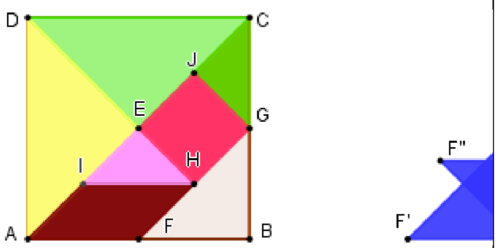
O quadro 2 representa o passo a passo da construção da figura acima, utilizando os comandos de isometria no plano do GeoGebra.

1° passo: transladar o triângulo médio azul pelo vetor u:	2° passo: ocultar o triângulo transladado e o vetor utilizado, para limpar os vestígios da transformação.

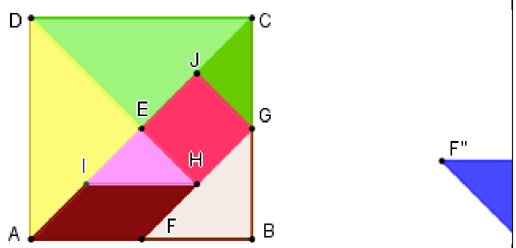
<table>
<tr>
<td>


</td>
<td>


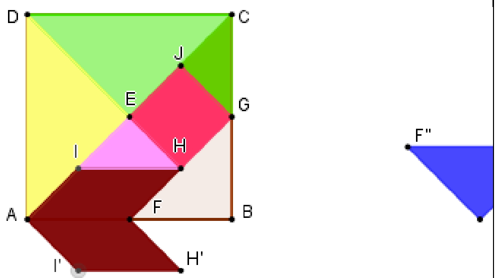
</td>
</tr>
<tr>
<td>
3° passo: rotacionar em 45° no sentido horário o triangulo médio em relação ao vértice B’:



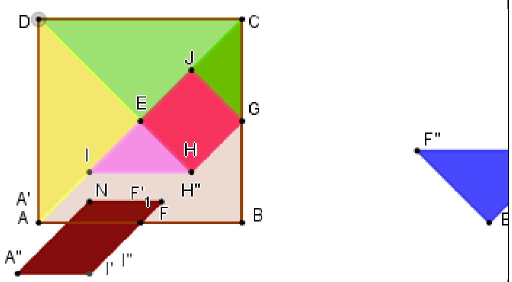
</td>
<td>
4° passo: ocultar o triângulo médio anterior à rotação. Por ser sempre processo análogo, a partir de agora, vai ficar implícita a ocultação dos vestígios das transformações:



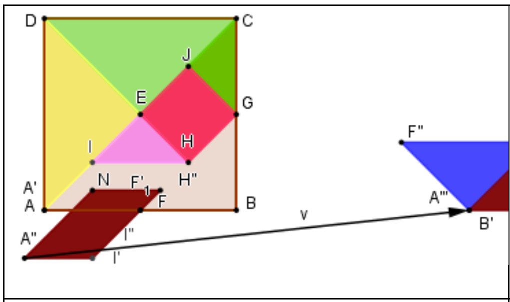
</td>
</tr>
<tr>
<td>
5° passo: refletir o paralelogramo em relação à sua base inferior:

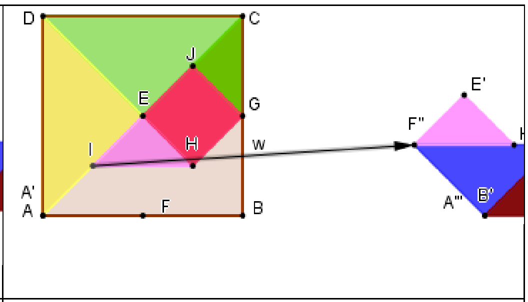


</td>
<td>
6° passo: rotacionar em 45° no sentido anti-horário o paralelogramo refletido em relação ao vértice I’:

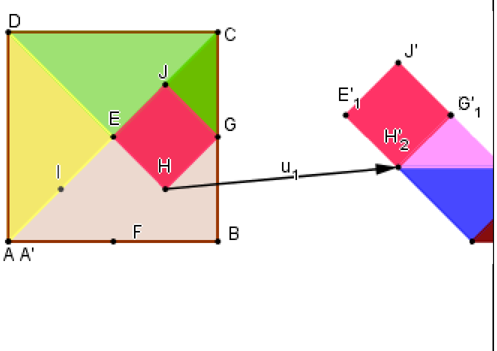


</td>
</tr>
<tr>
<td>7° passo: transladar pelo vetor v, de extremidades A’’ e B’, o quadrilátero rotacionado:</td>
<td>8° passo: transladar pelo vetor w, de extremidades I e F’’, o triângulo menor rosa:</td>
</tr>
</table>

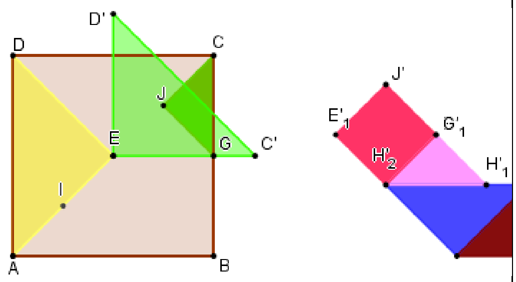




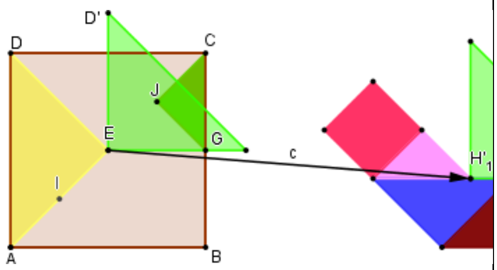
9° passo: transladar pelo vetor u₁, de extremidades H e H₂', o quadrado:



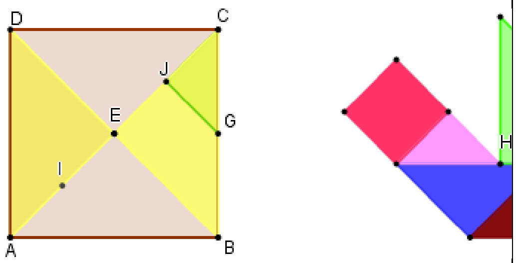
10° passo: rotacionar em 45° no sentido horário em relação ao vértice E o triângulo maior verde:



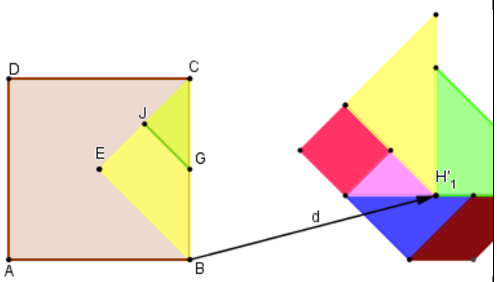
11° passo: transladar pelo vetor c, de extremidades E e H₁', o triângulo maior verde:



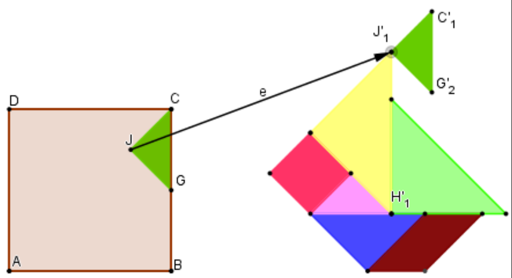
12° passo: refletir em relação ao vértice E o triângulo maior amarelo:

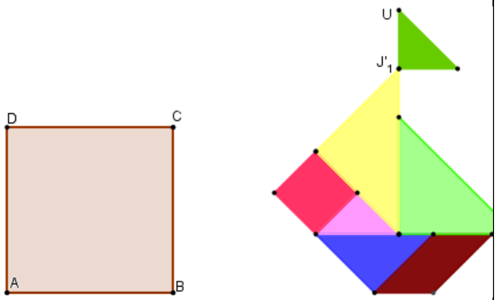
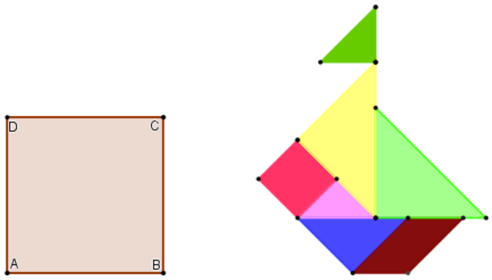


13° passo: transladar pelo vetor d, de extremidades B e H₁', o triângulo maior amarelo:



14° passo: transladar pelo vetor e, de extremidades J e J₁', o triângulo menor verde:



15° passo: rotacionar em 45° no sentido anti-horário em relação ao vértice J_1' o triângulo menor verde: 	16° passo: para concluir, refletir triângulo menor verde em relação ao lado $\overline{UJ'_1}$ e ocultar os vestígios. 

Quadro 2: Passos demonstrando a formação de uma figura utilizando isometrias no GeoGebra
Fonte: Quadro nosso, utilizando o GeoGebra.

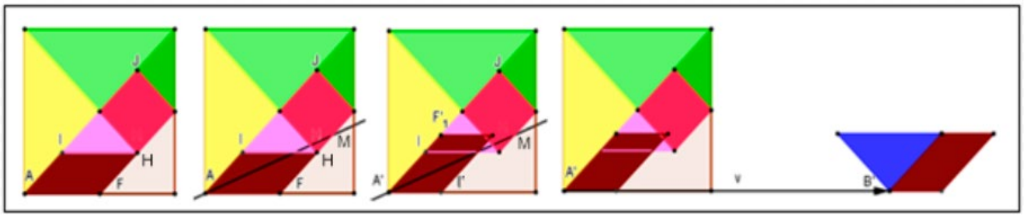
Ao usar as opções de isometria do plano nessas construções, são exigidos do aluno raciocínios abstratos, decisões e habilidades inerentes a rotações, translações e reflexões.

5 - Discussão das transformações, fazendo uma analogia com a Teoria da Atividade

Podemos conjecturar a compatibilidade e presença dos princípios da TA com os processos transcorridos durante a construção de uma figura de Tangram, tendo como ferramenta mediadora o GeoGebra e utilizando os comandos de isometria do plano. Isso se dá quando, por exemplo, no 1º passo da transformação da figura do Tangram (vide quadro 1), ao ter noções de amplitude e sentidos de rotação de ângulos, o indivíduo utiliza o artefato GeoGebra, o qual lhe proporciona um pensar matemático-com-tecnologia. Ele experimenta, simula, realiza procedimentos de tentativa e erro até que seja possível a movimentação desejada, e, com processos análogos, conclua as demais transformações. A presença de regras, embora implícitas, do jogo também é uma das características que dão a essa atividade as propriedades de vinculá-la à TA, haja vista que tais regras representam um dos seis elementos que compõem um sistema de atividades. Ressalte-se que a obediência a elas é uma das condições necessárias para o transcorrer da atividade, pois as peças do Tangram só se movimentam através da utilização das opções de isometria, dessa forma, não é possível alterar essa condição.

É possível, inclusive, detectar uma possibilidade de aprendizagem expansiva, como também é conhecida a TA, quando o indivíduo, mesmo conseguindo formar a figura desejada, reflete sobre tal construção e percebe que a quantidade de passos dados poderia ser reduzida e resolve refazê-la, utilizando-se de novas estratégias, diminuindo o número de passos, ou seja, percebe que não há uma única forma (único mecanismo de procedimentos). Nesse caso, se pensarmos a atividade como uma competição com diversos participantes, perceberemos fortes tensões entre eles, em busca de diferentes estratégias para a construção do mesmo objeto, na qual o vencedor será aquele que conseguir montar a figura utilizando o menor número de passos. Em outras palavras, podemos dizer que o indivíduo estava em uma situação estável, e, em um dado momento, surge um desejo ou necessidade que o impulsiona na busca pelo "diferente". Esses questionamentos, críticas, autocríticas que originam tensões podem ser consideradas como possibilidades expansivas, conforme Souto (2013), e a inserção do elemento novo, como no caso o uso do GeoGebra, pode fazer emergir esse início.

Na construção aqui apresentada, ao fazermos inicialmente a "movimentação" do paralelogramo para a posição estabelecida no barquinho, foi necessária a utilização de três passos (5º, 6º e 7º passos, conforme os quadros 2 e 3). Porém, alguns dias depois, fazendo uso de um pensar matemático-com-a-tecnologia de (BORBA, GADANIDIS & SCUCUGLIA, 2014), na tentativa melhorar essa etapa da transformação, realizamos novas simulações e encontramos uma alternativa para reduzir essa etapa de três movimentos para apenas dois, ou seja, fizemos uma reflexão do paralelogramo em relação à bissetriz do ângulo FÂI (vide o quadro 3, a seguir). Dessa forma, o lado menor do paralelogramo ficou na posição horizontal (posição desejada) e a sua inclinação, para a direita (posição estabelecida no barquinho), restando apenas transladar pelo vetor v com extremidades em A′ e B′, conforme o quadro 3. Então, a partir dessa nova forma de "mover" a figura, consideramos tratar-se de uma situação respaldada pela TA, pois nela pensamos estar em sintonia com o que Souto (2013) considera como uma aprendizagem expansiva.



Quadro 3: Sequência de etapas em que existe a redução de um dos passos na construção da figura
Fonte: Quadro nosso, utilizando o GeoGebra.

Para a realização do movimento representado no quadro 3, faz-se necessário demonstrar que o segmento $\overline{A'I'}$ está posicionado na mesma reta suporte que o segmento $\overline{AF}$. Podemos demonstrar essa situação da seguinte maneira:

Como a semi-reta $\overrightarrow{AM}$ é bissetriz do ângulo IÂF, então os ângulos IÂM e MÂF são congruentes. Dessa forma, ao realizarmos a reflexão do paralelogramo AIHF em relação à bissetriz $\overrightarrow{AM}$, o segmento $\overline{A'I'}$, conforme necessidade supracitada, irá se posicionar na mesma reta suporte em que estava posicionado o segmento $\overline{AF}$.

Julgamos que, através de observação atenta durante essa construção, podemos identificar, em períodos curtos de tempo, além dessas situações mencionadas, que alguns miniciclos de aprendizagem potencialmente expansivos poderão ocorrer, conforme Engeström e Sannino (2010). Portanto, do exposto, vimos que a TA pode se constituir em um referencial teórico para analisarmos o pensamento matemático envolvido na construção de uma figura obtida a partir das "peças" do Tangram, observando as transformações (movimentações) realizadas sobre tais objetos, sendo o GeoGebra essa ferramenta mediadora que se interpõem entre o sujeito que vai realizar a ação e o resultado que se deseja alcançar.

Considerações finais

Essa abordagem nos permite vislumbrar que a Construção de figuras do Tangram utilizando os comandos de isometria do GeoGebra é repleta de decisões e ações que diversas estratégias matemáticas. Essa complexidade ocorre porque para a construção de uma única figura é necessária a mobilização e interação de diversos conceitos matemáticos. Dessa forma, a atividade deixa de ser trivial, tomando uma nova dimensão, onde é percebida a necessidade do aspecto cognitivo. Ainda conforme Engeström e Sannino (2010), as estratégias realizadas durante as tentativas de superação dos possíveis miniciclos potencialmente expansivos da atividade poderão ser submetidas à análise, mediante os diálogos existentes entre os sujeitos envolvidos na atividade, objetivando identificar as aprendizagens expansivas durante as construções.

Os *seis componentes* de um sistema de atividades e as prováveis inter-relações entre esses componentes na realização de uma atividade, baseado em Engeström (1987), são facilmente identificados durante a formação das figuras de Tangram por meio de isometrias no GeoGebra. Os *sujeitos* do sistema, que no nosso caso são os alunos e o professor pesquisador, normalmente se referem aos indivíduos envolvidos no sistema que tenham poder de ação na atividade. O *objeto*, que em nossa futura pesquisa é representado pelo Tangram, é a matéria-prima ou o espaço do problema que é orientado pela atividade com o intuito de transformá-lo em resultado. Em nosso estudo, o computador e o software GeoGebra representam os *artefatos*, que são tanto as ferramentas físicas, quanto as ferramentas psicológicas (signos). A *comunidade* que, particularmente, será representada pela direção escolar, pelos alunos e pelo professor pesquisador constituem todos os indivíduos que, de alguma forma, compartilham da execução da atividade. As *regras*, como exemplo, a maneira como serão formadas as figuras do Tangram, representam as normas e convenções explícitas e implícitas, que conduzem as relações dentro do sistema de atividade. Como a atividade será realizada em grupos, a *divisão do trabalho* corresponde às maneiras como serão distribuídas e organizadas as ações e operações.

É nessa perspectiva que estamos organizando nossa pesquisa, ou seja, com o aporte teórico-metodológico da TA, queremos investigar, através de uma abordagem qualitativa do tipo pesquisa interventiva, os prováveis conflitos cognitivos entre os alunos envolvidos nas estratégias matemáticas durante a construção das figuras. Dessa forma, pretendemos realizar a pesquisa com um grupo de alunos (no máximo 10) do 2º ano do ensino médio, de uma escola pública estadual, Município de Vitória da Conquista (BA). Os alunos, participantes da pesquisa (sujeitos da pesquisa) serão convidados a participarem de chats (via google meet) onde receberão instruções sobre uso do GeoGebra e, especialmente, sobre isomeria no plano; em seguida, serão desafiados a construírem algumas figuras do Tangram. Também será criado um grupo de WhatsApp (feito especialmente para a pesquisa) para acompanharmos as dúvidas, progressos, discussões, etc. Os alunos serão divididos em grupos (para trabalharem remotamente), quando será solicitado que cada grupo grave seus diálogos e salve suas construções. Esses áudios, vídeos e imagens, bem como os diálogos dos chats e do grupo de WhatsApp serão os dados da pesquisa. Ressaltamos que todo esse processo ainda está em construção, podendo sofrer alteração.

Referências

BORBA, Marcelo de Carvalho; SCUCUGLIA, Ricardo R. da Silva; GADANIDIS, George. *Fases das Tecnologias digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento*. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2014.

BULGARELLI, Camila de Castro *Isometrias no Ensino Básico*. 2018. 259f. Dissertação apresentada ao Instituto de Matemática, Estatística e Computação

Científica como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestrado Profissional - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, São Paulo, 2018

DA SILVA, Raquel Silveira; GAUTÉRIO, Vanda Leci Bueno. Práticas Multidisciplinares: Atividades Lúdicas e Tecnologia Digital aliada ao estudo de Artes e Geometria. *RELACult-Revista Latino-Americana de Estudos em Cultura e Sociedade*, v. 5, n. 4, 2019. Disponível em http://periodicos.claec.org/index.php/relacult/article/view/1253 Acesso em: 24/09/2020

DICKEL, Marley Tais *GeoGebra e isometrias: a ação de arrastar na construção de conceitos*. 2019. 93f. Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2019.

ENGESTRÖM, Y. (2001). <*Expasive learning at work: toward an activity theoretical reconceptualization. Journal of Education and Work*.> Último acesso em 09/07/2020.

ENGESTRÖM, Y. *Activity Theory and expansive design. Theories and practices of interation design*, 2006.

ENGESTRÖM, Y. *Learning by expanding: ten years after. 1999*. Disponível em: < *http://lchc.ucsd.edu/MCA/Paper/Engestrom/expanding/toc.htm*.> Último acesso em 09/07/2020.

ENGESTRÖM, Y. *Learning by expanding: an activity-theoretical approach to developmental research*. 1987 (Helsinki, Orienta-Konsultit). Versão online, disponível em: < *http://lchc.ucsd.edu/MCA/Paper/Engestrom/expanding/toc.htm*.> Último acesso 09/07/2020.

ENGESTRÖM, Y., MIETTINEN, R.; PUNAMÄKI, R-L. (Eds.). *Perspectives on activity theory*. Cambridge: Cambridge University Press, 1999.

ENGESTRÖM, Y; SANNINO, A. *Studies of expansive learning: Foundations, findings and future challenges*. Educational Research Review, v. 5, 2010.

HOMA, Agostinho Iaqchan Ryokiti; GROENWALD, Claudia Lisete Oliveira. *Incluindo tecnologias no currículo de matemática: planejando aulas com o recurso dos tablets*. Revista Union, v. 48, p. 22-40, 2016.

LEONTIEV, A. N. *O desenvolvimento do psiquismo*. Lisboa: Livros Horizonte, 1978.

LIMA, Elon Lages. *Isometrias*. Rio de Janeiro: SBM, 2007.

OLIVEIRA, Edicionina Marinho Gomes. *Estudo da isometria por meio do software GeoGebra: implicações pedagógicas de um curso de formação continuada com professores do 6º ao 9º ano em uma escola da rede pública de Amarante do Maranhão/MA*. 2018. 152f. Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação, Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas, da Universidade do Vale do Taquari - UNIVATES, Lajeado, Maranhão, 2018.

OLIVEIRA, Marta Kohl. *Vygotsky: aprendizado e desenvolvimento: um processo sócio-histórico*. São Paulo: Scipione, 1997.

PICCOLO. M.G. *Historicizando a teoria da atividade: do embate ao debate*. Psicologia e Sociedade. 2012

RIBEIRO, Elizete Maria Possamai et al. *Sequência didática: Tangram*. Sombrio: IFC, 2012.

SANTOS, Solange Ferreira dos. *O uso do Tangram como proposta no ensino de frações*. 2019. 134 f. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal de Goiás, Jataí, 2019.

SILVA, M. D. F et. tal. *Atividades Matemáticas com o GeoGebra*. (E-book. Orgs. SILVA, Maria Deusa F & ARAÚJO, Taiane. R. O). Amazon, 2018., n.p.n.

SILVA, M. D. F *GeoGebra Materiais*. Disponível em: <https://www.GeoGebra.org/m/apMUMZ7M>. Acesso em: 11/07/2020.

SOUSA, J.; PATARO, P. M. *Vontade de saber matemática*. São Paulo: Editora FTD, 2014.

SOUTO, D. L. P. *Transformações Expansivas em um curso de Educação Matemática a distância online*. 2013. 279 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" - UNESP. Rio Claro, 2013a.

SOUTO, D. L. P; BORBA, M.C. *Seres humanos-com-internet ou internet-com-seres Humanos: uma troca de papéis?* Relime, Vol. 19 (2), Júlio de 2016.

VYGOTSKY, L. *Mind em Society*. MA: Harvard University Press, 1978.

Recebido em 28/07/2020