

# Experiencias Docentes

## Aprendiendo a modelizar con grafos

Cristina Jordán Lluch y Esther Sanabria Codesal

Revista de Investigación



Volumen XI, Número 2, pp. 055–066, ISSN 2174-0410  
Recepción: 12 Ene'21; Aceptación: 5 Abr'21

1 de octubre de 2021

### Resumen

En este trabajo presentamos una actividad incluida en la evaluación de unas prácticas, cuyos contenidos están relacionados con la teoría de grafos y sus múltiples aplicaciones a problemas reales. Incluimos algunos enunciados de los problemas entregados, que demuestran el aprendizaje y las habilidades alcanzadas por los alumnos en este campo.

**Palabras Clave:** Teoría de grafos, modelización, evaluación, competencias

### Abstract

In this work we present an activity included in the evaluation of some practices, whose contents are related to the graph theory and its multiple applications to real problems. We include some statements of the problems delivered, which demonstrate the learning and skills achieved by students in this field.

**Keywords:** Graph theory, modelling, evaluation, skills

## 1. Introducción

Las aplicaciones de la teoría de grafos han experimentado un gran crecimiento en los últimos tiempos, ya que los grafos constituyen una herramienta muy útil para modelizar problemas muy variados tanto del ámbito científico como de la vida real.

Académicamente, esta materia siempre ha formado parte de los programas de contenidos en las titulaciones de informática, en concreto de los diferentes planes de estudios implementados en la actual Escuela Técnica Superior de Ingeniería Informática (ETSINF) de la Universitat Politècnica de València (UPV).

A partir de un temario teórico, en el que se enseñaba los diferentes algoritmos y se analizaban con todo detalle las trazas de estos, fuimos poco a poco, al tiempo que aparecían los

ordenadores en las aulas y la facilidad para interactuar con ellos, haciendo un mayor hincapié en el aspecto de la modelización de los problemas propuestos [12].

En este trabajo presentamos la metodología que hemos implementado en nuestras aulas y los resultados que hemos obtenido, con el objetivo de ilustrar la interacción que una teoría matemática abstracta tiene con el mundo real, y mostrar una forma de motivar a nuestros alumnos y mejorar su aprendizaje a la hora de modelizar un problema. Presentamos, además, algunos de los problemas que ellos mismos han propuesto para mostrar su acercamiento a este campo, lo que consideramos una prueba del éxito de la metodología llevada en clase y la actividad propuesta.

## 2. ¿Cómo acercamos la modelización a nuestros alumnos?

La transformación del enfoque dado a esta materia, desde un punto de vista algorítmico-teórico hacia la modelización, ha sido paulatina. La aparición, en los laboratorios de las clases de prácticas, de ordenadores y conexión a internet, nos ha permitido plantear problemas más realistas (en los que la modelización es de vital importancia), y resolverlos no solo sobre el papel, sino con la ayuda de programas de cálculo simbólico, como por ejemplo Mathematica© ([12]).

Por otra parte, el cambio de paradigma impulsado por la implantación del Espacio Europeo de Educación Superior (EEES), dio un vuelco importante a las metodologías universitarias, focalizando la atención en el alumno y su aprendizaje, convirtiendo al profesor en un guía y orientador que le facilite alcanzar los conocimientos requeridos ([5], [7],[14]).

Este nuevo escenario en la enseñanza nos acercó más a nuestros estudiantes, y así nuestra docencia empezó a apoyarse no solo en material docente impreso sino también en vídeos y otros materiales interactivos, ya fueran de producción propia u obtenidos en internet (de plataformas docentes como Riunet, Canales de Youtube, etc.), y decidimos así, rediseñar los contenidos de cada unidad temática.

La conjunción de esta metodología con el nuevo material, gran parte de él en formato vídeo, dio lugar a una OCW ([6], [7]) de contenido más teórico, y dos MOOC [3, 4], totalmente enfocados a la modelización. Simultáneamente, dirigimos un par de proyectos finales de carrera que dieron como fruto un software, SWGraphs, muy sencillo de manejar y totalmente orientado a nuestros objetivos, que ha sido muy bien recibido y utilizado por nuestros alumnos desde el curso 2012-2013.

En vez de empezar con definiciones y propiedades y finalizar con ejercicios, como es habitual, nos decidimos a comenzar cada unidad temática introduciendo un problema tipo (sencillo de entender) que nos interesase resolver, el cual motive la introducción y desarrollo teórico de los nuevos conceptos que vamos a estudiar, relacionándolos además con otros contenidos ya conocidos, o trabajados en temas anteriores. De esta manera, terminamos resolviendo el problema inicialmente planteado y proponiendo otros de mayor complejidad ([1], [8], [9], [10], [11], [13]).

Estos cambios se fueron realizando, a lo largo de los años, en las diferentes asignaturas en las que la teoría de grafos formaba parte importante de la materia (Complementos de Matemáticas, asignatura obligatoria de cuarto, Estructuras Matemáticas para la Informática II, obligatoria de tercero), o constituía el total de la materia (Teoría de grafos, asignatura optativa

de tercero, Grafos, modelos y aplicaciones, optativa de cuarto), o bien formaba parte de las prácticas de laboratorio (Matemática Discreta, asignatura obligatoria de primero) ([12]). La evaluación debía reflejar esta nueva metodología. Así, los actos de evaluación pasaron de ser solo exámenes, a combinar este tipo de pruebas (más tradicionales) con problemas para entregar, realización de pósteres a final de curso, preguntas en clase, etc. ([7]).

Centramos este trabajo en comentar las prácticas de laboratorio de una asignatura de formación básica del Grado en Ciencia de Datos de la ETSINF de la UPV. Matemática Discreta (MAD) se imparte durante el primer semestre del primer curso, y consta de 6 créditos, de los cuales 4.5 corresponden a teoría y seminario y 1.5 a prácticas de laboratorio.

En las 10 sesiones, de hora y media, de las prácticas de laboratorio de la asignatura, es donde impartimos la teoría de grafos. Los puntos que recoge el temario son:

- Conceptos básicos de la teoría de grafos
- Accesibilidad. Algoritmo BFS
- Problema de los caminos más cortos. Algoritmo de Dijkstra
- Conexión. Algoritmo de obtención componentes conexas y fuertemente conexas
- Árboles. Algoritmo de Kruskal
- Introducción a las redes sociales

Contamos con un temario amplio, teniendo en cuenta nuestra intención de introducir al alumno en el mundo de la modelización. Por ello, disponer de vídeos grabados que recogen los cinco primeros temas (vídeos del primero de los MOOC ([3], [4])) nos ayuda en nuestro objetivo.

Para evaluar las prácticas de laboratorio utilizábamos un examen de los primeros temas (un 15% de la nota final) y un trabajo relativo a las redes sociales (10 % de la nota final). El examen de prácticas constaba de dos partes. En la primera se realizaban preguntas de corte teórico, relativas a los diferentes conceptos expuestos, la realización de alguna traza sencilla y la resolución de algún problema a partir de las propiedades introducidas. La segunda, con un peso de 0.5 puntos de los 1.5 totales, consistía en una pregunta “realista” con 3 cuestiones, resolubles con alguno de los algoritmos vistos en clase, tras una adecuada modelización previa. A continuación, transcribimos un ejemplo de este tipo de problemas:

*Se han inaugurado dos grandes supermercados, PrecioJusto, en las cercanías de 8 poblaciones que reciben una gran cantidad de turistas cada verano. Podemos ver un mapa de la zona en la figura1, donde los números representan los km entre poblaciones, o poblaciones y PrecioJusto, respectivamente.*

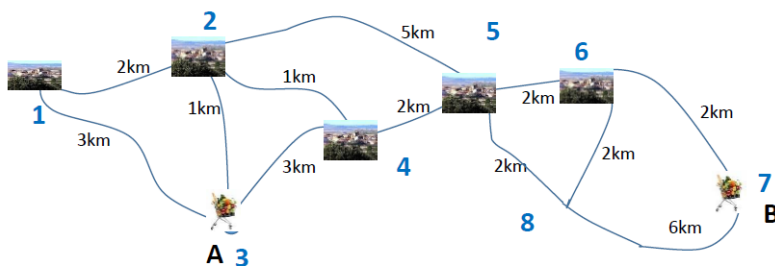


Figura 1. Mapa de la zona donde se han inaugurado los PrecioJusto

a) *¿Cuál es el número mínimo de km que deberán recorrer los habitantes de la población 5 para ir a PrecioJusto?*

b) *Debido a unas obras de alcantarillado las carreteras que unen 2 con 5, y 4 con 5 están en obras, lo que produce atascos monumentales.*

b.1) *¿A qué centro (PrecioJusto A y PrecioJusto B) tendrán acceso los habitantes de los distintos pueblos si no quieren pasar por el tramo en obras?*

b.2) *Por otra parte, los ayuntamientos se plantean dónde ubicar, mientras duran las obras, el camioncito que normalmente aparca, una vez a la semana, en las afueras del pueblo 5 para que los habitantes de los pueblos depositen allí los pequeños enseres, pequeños electrodomésticos, etc., que ya no les sean de utilidad. Piensan que quizás haya que ponerlo en varios sitios diferentes cada semana dado que, debido a los atascos, los vecinos no se desplazarán hasta el camión si deben pasar por las obras. ¿Cuántas veces y dónde les sugerirías emplazarlo a la semana? ¿Con qué concepto de la teoría de grafos está relacionada esta pregunta?*

c) *Terminadas las obras de alcantarillado y, dado el estado en que han quedado parte de las carreteras, y la alta afluencia de veraneantes, los gerentes de los PrecioJusto A y B hablan con los ayuntamientos para que mejoren los accesos a estos centros. El ayuntamiento se queja de que le va a costar mucho dinero, a lo que los supermercados replican que no hace falta que lo renueven todo, pero sí lo suficiente para que desde cualquier población se pueda llegar sin problemas de carretera a cualquiera de ellos y que, en ese caso, colaborarán económicamente. Hacen hincapié en que la población 4 debe estar unida al PrecioJusto A, dado el gran número de habitantes, con una buena carretera y además lo más corta posible. ¿Qué les recomendarías hacer? ¿Cuál sería el coste total del proyecto si el coste es proporcional a los km entre poblaciones?"*

A la hora de corregir los exámenes, observábamos que los alumnos no realizaban correctamente la modelización de los problemas propuestos, sino que indicaban directamente el algoritmo que pensaban aplicar, el cual introducían en SWGraphs para calcular la solución. En algunos casos, aplicaban el algoritmo adecuado, pero en muchos otros no, porque en vez de seguir las pautas que habíamos trabajado en el aula, se dejaban guiar por el "aspecto" del enunciado, donde, deliberadamente, utilizábamos palabras que podían inducir a confusión si no se paraban a pensarlo, o no se fijaban en los detalles. Como resultado, la solución que a nosotros nos ocupaba página y media o dos, a ellos les ocupaba 4 o 5 líneas y, al no indicarnos la modelización utilizada, la considerábamos incompleta.

Dado que solo habíamos trabajado 4 o 5 algoritmos, enunciar problemas diferentes a los problemas tipo trabajados en clase y, por tanto, de trivial solución, resultaba bastante costoso. Por ello, en el curso que ahora termina, 2019-2020, decidimos hacer un experimento. En lugar de pedir que resolvieran un problema, les propusimos que inventasen uno y lo resolvieran. Para ello, publicamos una rúbrica indicando la valoración de los diferentes aspectos del enunciado y resolución a valorar: creatividad, desarrollo, justificación, presentación, etc., que además les sirviera de guía para elaborarlo.

La experiencia ha sido altamente satisfactoria. Nos hemos encontrados con algunos trabajos muy pobres y/o con falta de imaginación, pero en general, la mayoría de ellos eran originales y muy trabajados. Y lo más importante, consideramos que el aprendizaje ha sido más significativo, ya que elaborar un problema requiere un manejo de los conocimientos aprendidos más allá de la mera aplicación, es decir, habilidades que se encuentran en categorías superiores en la taxonomía de Bloom ([2]).

### 3. Resultados de la actividad desarrollada en MAD

Los alumnos de prácticas que participaron en la experiencia correspondían a dos grupos, uno de mañana (38 alumnos) y otro de tarde (35 alumnos). En este último, la tasa de asistencia a clase fue muy baja (50%), debido a que esta no se controlaba y el horario era poco atractivo para los alumnos, ya que se impartía los viernes a las 18.30. Creemos que esta falta de asistencia ha sido determinante en la implicación de los alumnos con esta nueva metodología, puesto que la calidad de los trabajos presentados ha sido, de media, peor que en el grupo de la mañana, en determinados puntos han tenido más fallos que estos últimos y 4 de ellos no lo presentaron.

En la realización de los problemas, se les pedía creatividad y que utilizaran al menos un par de los algoritmos estudiados, debiendo resolver completamente el problema tras realizar una modelización adecuada, bien explicada, y dar una solución en el mismo contexto que se había planteado la pregunta. Recordamos que los algoritmos trabajados en clase, a lo largo del curso, son: Obtención de componentes conexas y fuertemente conexas, BFS, Dijkstra y Kruskal.

Resumimos, a continuación, algunas características de los problemas entregados.

#### 3.1. Temáticas escogidas

Los temas con los que han trabajado los alumnos han sido variados, ya que les dimos mucha libertad al respecto, y realmente nos ha sorprendido la diversidad de propuestas diferentes, que agrupamos en el siguiente esquema:

- a) Problemas en contextos similares a los ejemplos trabajados en el aula (problemas tipo)
  - a.1) Relativos a viajes y desplazamientos en diferentes ámbitos: Camino de Santiago, Interrail, rutas marítimas por el mar Mediterráneo, vuelos suspendidos, recorridos en metro y/o atajos en recorridos variados.
  - a.2) Relacionados a la organización de eventos y la distribución: Carteros y/o mensajeros optimizando el reparto de mercancías (por carretera o en una urbanización), conciertos en una gira musical, planes de huida, carreras populares, eventualidades diversas que acontecen en una población.
- b) Problemas en contextos diferentes y/o realmente originales, en diferentes ámbitos
  - b.1) Profesional: Disposición de domos de vigilancia, relaciones de comorbilidad entre trastornos mentales para la elaboración de diagnóstico.
  - b.2) Científico: Análisis de redes neuronales, mapeado del sistema nervioso, análisis de las secuelas tras un accidente para desarrollar una rehabilitación específica, estrategia de investigación rentable en el campo del envejecimiento celular.

b.3) Socioeconómico: Ubicación de paneles solares y eólicos, reducción de cables submarinos entre América, Europa y norte de África, situar emisoras de radio atendiendo a frecuencias, diseñar una autovía paneuropea, mejorar traslados al hospital, tras accidentes de tráfico, reparto de agua en aldeas de Nigeria y Congo, optimización de problemas relacionados con el cultivo de la vid.

b.4) Medioambiental: Rutas migratorias de golondrinas o ardillas por la Península Ibérica.

b.5) Histórico: Comercio entre las potencias europeas del siglo XVII, leyenda sobre un laberinto griego, transmisión de información en la antigua Grecia.

b.6) Ocio: Mejorar la estrategia de juego de un equipo de fútbol analizando los mejores pases, iluminación de las barracas en las fiestas patronales, movimientos en el ajedrez, relacionados con videojuegos, Star Wars, universos paralelos o galaxias postapocalípticas.

Como vemos, todos los problemas se encuentran enmarcados en ámbitos realistas, pero queremos resaltar los dos trabajos de aplicaciones profesionales reales, citados en el punto b.1), dado que sus autores ya contaban con una titulación previa: Ingeniero de telecomunicaciones y psicólogo, respectivamente, y han encontrado una aplicación a lo estudiado en teoría de grafos a sus ámbitos de trabajo, lo que nos satisface enormemente.

### 3.2. Algoritmos

En la mayoría de los problemas, los alumnos han aplicado 3 de los algoritmos estudiados, sin embargo, observamos que en 21 de las propuestas presentadas (8 de la mañana y 13 de la tarde) los autores utilizaron mal el algoritmo de Kruskal. Y eso, a pesar de que hacemos mucho hincapié en el tipo de situaciones que se modelizan con este algoritmo, porque ya sabemos, por la experiencia de cursos anteriores, que es un punto negro del temario, puesto que, en general, les resulta difícil determinar cuándo deben aplicarlo. La diferencia en el número de estudiantes que no lo aplicaron de forma correcta entre los dos grupos (mañana y tarde), puede ser debida a la menor asistencia a las sesiones de prácticas en el grupo de tarde, como ya hemos comentado.

### 3.3. Presentación

En la rúbrica especificábamos que los trabajos debían estar bien redactados, sin faltas de ortografía y correctamente presentados. Obviamente, hemos encontrado trabajos que carecían de estas características (5 de 69), existiendo una graduación en el resto de aceptable a muy bueno.

Aproximadamente 15 problemas entran en la categoría de excelentes, no solo por idear un problema de interés resoluble con la materia estudiada, sino por incorporar los antecedentes y la motivación del problema, darle un formato adecuado, incluir bibliografía, etc. Pero incluso en los trabajos donde el problema tratado no era demasiado original, se han preocupado en redactar e ilustrar el enunciado, de manera que este facilitara la lectura y el entendimiento del mismo. Además, es importante resaltar que, en la mayoría de los casos, se han citado las fuentes de información.

## 4. Algunos de los problemas entregados en la actividad

Presentamos a continuación los enunciados de tres problemas entregados en esta actividad. Cabe señalar que la selección ha sido difícil, debido al alto nivel de las propuestas. Los autores de los ejercicios seleccionados son: Pablo Riera Cardá, Arnau García Cucó y Lexin Zhou.

El trabajo de Pablo (Problema 1), a pesar de ser un problema con un contexto bastante habitual en la teoría de grafos, destaca por su presentación y por ser un trabajo académico en el que quedan reflejados prácticamente todos los conceptos estudiados en la asignatura. Los Problemas 2 y 3, de Arnau y Lexin, respectivamente, muestran cómo aplicar la teoría de grafos a campos científicos muy actuales.

### 4.1. Problema 1

*El pueblo de San Ireneo es un pequeño pueblo perdido en las montañas. Tú, como alcalde del pueblo, estás al mando de todas las decisiones que se toman en él para lograr que todos los habitantes vivan en paz.*

*Esta mañana te ha llegado el nuevo plano que vas a colgar en el ayuntamiento y que encargaste hace un tiempo a Estudios Gráficos Priecar.*

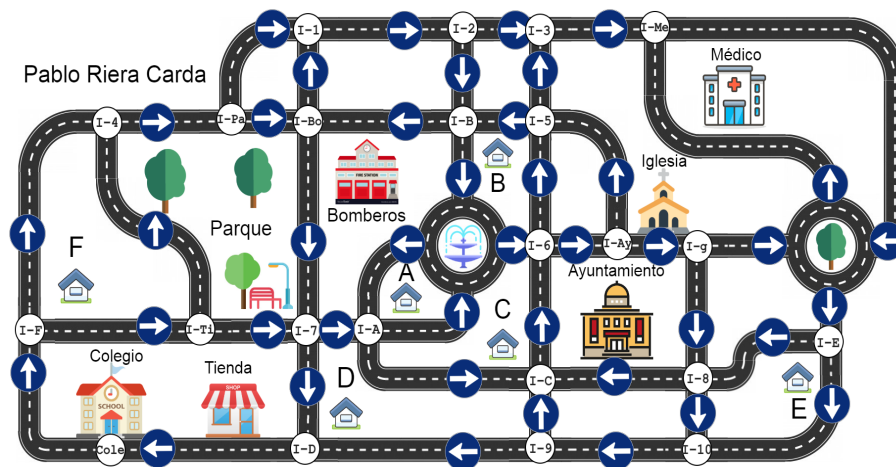


Figura 2. Plano nuevo encargado a Estudios Gráficos Priecar.

*Este plano permite identificar todos los puntos importantes de San Ireneo y cómo llegar a ellos. Al ser un pueblo pequeño, todas las calles son de sentido único, y como marca la ley, está prohibido circular en sentido contrario. Además, en un segundo plano (figura 3) se indica la longitud del tramo de vía, para que los turistas puedan decidir la ruta que seguir.*

*En ambos planos se indican edificios importantes mediante fotos reales, acompañados del nombre (Ayuntamiento, Bomberos...). Además, aparecen las casas de algunas familias destacadas, indicadas por la inicial del apellido. Los lugares de interés se indican mediante puntos blancos (○) que representan diversos lugares según el texto que tienen en su interior: las intersecciones son los cruces de vías, que permiten el cambio de dirección y sentido, respetando siempre la señalización de la calle a la que te incorporas, y están*

numerados (I-1, I-2, etc.). Las intersecciones que coinciden con la entrada de un edificio presentan las mismas características que las anteriores, además de permitir la entrada al edificio que señalan. Estas últimas, en vez de estar numeradas, contienen las dos primeras letras de los edificios a los que permiten la entrada (I-Ay, de Ayuntamiento; I-Bo, de Bomberos, etc.). Finalmente, el colegio tiene su propio punto de interés que no coincide con una intersección. Además, hay dos rotondas, la de la fuente y la del árbol.

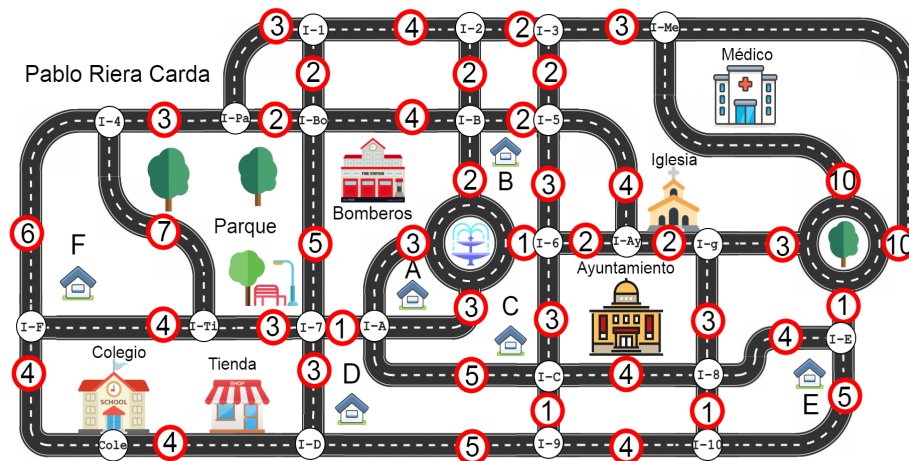


Figura 3. Plano nuevo con las longitudes de cada vía.

En el primer plano se representa también el sentido en el que se debe circular, marcado por flechas (↑). Aunque a primera vista parece que hay demasiadas indicaciones, conforme vas circulando las puedes ir mirando en las señales verticales de circulación. El segundo plano representa mediante un círculo con el borde rojo (○) la longitud de cada vía.

a) Ahora que ya está el plano real colocado, hace falta utilizarlo para ayudar a los vecinos a solucionar los problemas. Es una suerte que el informático haya instalado el SWGraphs en el ordenador, para ahorrarte el trabajo de tener que resolverlo todo a mano. Ahora, y antes de que nadie llame pidiendo ayuda, tienes que modelizar el plano y representarlo en el programa.

b) Justo cuando acabas de terminar de representar el plano en el ordenador, llama la familia Escobar (Casa E) pidiendo una ruta para llevar a sus hijos al colegio. Además, se ha comprometido a pasar a recoger a los hijos de las familias Colonques (Casa C) y Fuster (Casa F) y llevarlos a todos juntos. Para ahorrar el mayor tiempo y combustible posible, te pide que le marques una ruta a seguir. ¿Cuál es esa ruta?

c) Te asomas por la ventana del ayuntamiento y ves que, en el árbol de la entrada, hay un pobre gato atrapado en sus ramas. Rápidamente, te decides a llamar a los bomberos para que socorran al pobre animalito, pero antes de realizar la llamada, se te ocurre buscar la ruta más corta para salvarlo cuanto antes. Es una suerte que los bomberos en servicio de urgencia puedan ir en la dirección opuesta a la indicada por las señales, ¿cuál es la ruta más corta teniendo esto en cuenta? ¿Cuánto tiempo se ahorran gracias a esto?



d) Tras ver como salvan al pobre gato, te vuelves a tu despacho para tomar un merecido descanso, pero de repente llama un número privado. El emisor de la llamada, al que no reconoces, te replica en tono cabreado que tu planificación de calles no está bien diseñada. Te reprocha que salió del "Parque" hace media hora y que no ha podido llegar a su destino, sin especificar cual, argumentando que no había forma de llegar. Te preguntas, ¿hay algún punto en todo el pueblo que sea inaccesible desde el parque?

e) Finalmente, hoy tienes una reunión con el concejal de urbanismo. Tenéis que cambiar todo el sistema de tuberías público antes de que llegue el invierno y sea demasiado tarde. Este sistema de tuberías debería de conectar todos los puntos de interés del pueblo y llevar el agua a que se filtre en la rotonda de la fuente, para más tarde redistribuirla entre todos los puntos de interés del pueblo. Además, debéis de reducir al máximo el coste del sistema de tuberías, para poder invertir el dinero en otros proyectos. El sistema de tuberías que tenéis que construir debéis situarlo por debajo de las carreteras (aunque el sentido de éstas no afecta en nada a la realización del proyecto), por lo que las distancias serán equivalentes. ¿Cuál es el recorrido para garantizar un coste mínimo de dicho sistema?

f) Pasa un tiempo y se termina el sistema de tuberías, justo cuando van a caer las primeras nevadas. Tras un temporal, quedan todas las calles cortadas a causa de la nieve, excepto el casco histórico del pueblo, que queda libre para la circulación. Los únicos puntos de interés a los que se puede acceder son  $V = \{I-A, \text{"Fuente"}, I-6, I-Ay, I-Ig, I-8, I-C\}$  y las únicas calles por las que está permitido circular en coche son  $E = \{(I-A, \text{"Fuente"}), (\text{"Fuente"}, I-A), (\text{"Fuente"}, I-6), (I-6, I-Ay), (I-Ay, I-Ig), (I-Ig, I-8), (I-8, I-C), (I-A, I-C), (I-C, I-6)\}$ . ¿Cuántas zonas hay donde puedes llegar desde ese punto a cualquiera de la misma zona y viceversa?

## 4.2. Problema 2

Una de las mayores aplicaciones hoy por hoy de la teoría de grafos se encuentra en el campo de las redes neuronales artificiales. Pero ¿por qué no implementar también dicha teoría al campo de la biología? ¿Por qué no usar esta rama de la matemática discreta para estudiar el funcionamiento del sistema nervioso humano?

Una persona llega a un hospital después de sufrir un accidente de tráfico. Sufrir una fractura en las vértebras 23, 24 y 25. Los nervios en esta zona han quedado severamente dañados y probablemente no pueda recuperarlos. El sistema médico del hospital quiere descubrir qué secuelas podría tener este accidente para esta persona a fin de desarrollarle una rehabilitación más específica. Sabiendo que el lóbulo frontal es la parte del cerebro que efectúa las respuestas motoras a los estímulos, desarrolle una lista de órganos que no se verían afectados a largo plazo por la lesión medular y, por tanto, sobre los que habría que realizar la rehabilitación.

La empresa IRobot ha construido un robot de forma humanoide diseñado para el rescate de personas en incendios llamado FireFighter4002. Este robot debería ser capaz de elaborar las funciones que un bombero podría hacer normalmente, minimizando así los riesgos de este cuerpo. Para el desarrollo del robot, han decidido implantar el diseño del cuerpo humano en este individuo, puesto que parece el más óptimo para esta función. El cableado que se ha

usado es de tres tipos. El primero, más caro y que recorre los nervios centrales tiene una velocidad de 10 Gb/s. El segundo, más barato, pero con un punto de fusión relativamente bajo, se ha empleado para los músculos principales (brazos, muslos, tórax, abdomen y pelvis) y tiene una velocidad de 1 Gb/s. El tercero, con un punto de fusión muy alto y bastante barato, se ha empleado para los antebrazos y piernas. Su velocidad es de 100 Mb/s.

Sin embargo, el nivel de reacción que está dando el FireFighter4002 frente a una pared que le caía encima no es el óptimo, resultando que el robot se estropeaba en las pruebas de acción al no poder dar un salto atrás para esquivarla. Para mejorar el diseño, se ha decidido detectar el recorrido que efectúa el estímulo hasta llegar a los muslos, para implementar un nuevo chip que procese más rápidamente la información y añada velocidad de respuesta.

Viendo el éxito que tuvo el robot FireFighter4003, IRobot ha decidido mejorar el diseño del robot en el nuevo modelo FireFighter5000. El principal problema que le han visto al modelo 4003 es su tamaño. El robot tenía dificultades al introducirse dentro de edificios derruidos o en elementos. Al ver este problema, los ingenieros han decidido ahorrar todo el cableado posible y se han replanteado todo el robot, tomando ahora como premisa que un estímulo puede recorrer el cableado en una dirección y en la contraria. ¿Cuál sería el cableado óptimo que debería tener el robot FireFighter5000?

### 4.3. Problema 3

Al final de 2017, después de que AlphaGo aplastara al mejor jugador de Go, un famoso juego de mesa, el futuro de la inteligencia artificial en el mercado se ha aclarado aún más.

Una nueva empresa en Valencia, España, llamada "ASI", desea crear una red neuronal artificial propia para mejorar la eficiencia de sus robots con capacidad de aprendizaje automático. Tras haber considerado varios factores, se ha logrado una base de red neuronal, dividida en tres partes:

1. Capa de entrada, donde se recibe la información,
2. Capa oculta, lugar desde el que se transmite y dónde se clasifica la información obtenida. Es semejante a un conjunto de redes con diferentes distancias, las cuales representan el coste temporal del desplazamiento de un nodo a otro en milisegundos,
3. Capa de salida, en la que se dictamina el resultado.

Nos planteamos las siguientes preguntas:

a) Es posible desplazarse desde cualquier nodo oculto (elemento de capa oculta) de la Red a otro? Justifica tu respuesta.

b) Si quitamos las rutas entre (5,23), (6,9) y (10,11) debido a reducciones de coste. ¿Siguen conectados los nodos? Justifica la respuesta.

c) Se desea minimizar el tiempo de reacción en sus robots después de haber recibido ya la información. Es decir, la mejor ruta desde las entradas de los nodos ocultos (V2, V3, V4)

para poder llegar a cada uno de los cuatros salidas (A, B, C o D). ¿Podrías ayudarlo a decidir las tres mejores rutas en las que se minimiza el tiempo de reacción de sus robots?

d) Debido a un error en el sistema computacional de la empresa, la red encargada de los nodos del modelo AX (V14, V15 y V16) se deshabilita durante tres días. ¿Es posible fabricar sus robots usando esta red neuronal durante ese periodo?

e) Posteriormente, contabilidad determina que con las reservas de la empresa no son capaces de producir la cantidad de robots que necesitan. Por ello, es preciso eliminar los enlaces innecesarios, a causa de su alto coste, y priorizar las rutas más eficientes (que reaccionan en menos tiempo) para formar una red neuronal que incluya todos los nodos ocultos anteriores, con el objetivo de ajustarse al presupuesto, ¿cómo recomendarías proceder?

f) Sin embargo, en el inventario de la empresa aún quedan muchas existencias de nodos del modelo FX (V2, V5, V17 y V23). Así pues, se desea que la nueva red neuronal incluya una ruta BRP (Best Red's Path) que enlace los nodos de dicho modelo, manteniendo además la conexión de todos los nodos ocultos principales entre sí, con el objetivo de minimizar el coste. ¿Cómo aydarías a decidir dicha red neuronal?

## 5. Conclusiones

En la actualidad, la modelización en teoría de grafos está siendo de utilidad en numerosos y variados campos. Por ello, hemos optado por hacer hincapié en este aspecto en nuestras clases de prácticas de laboratorio de la asignatura MAD, relativas a este tema.

El transformar la evaluación de esta parte de la asignatura en un problema a plantear y resolver, en lugar de una pregunta de examen centrada en la resolución, previa modelización, de un problema real, ha sido muy positivo. Creemos que hemos conseguido trasladar a nuestros alumnos la utilidad de la modelización y han comprendido realmente en que consiste, así como las dificultades que conlleva.

Consideramos además que, de esta manera, los alumnos no solo trabajan las competencias científicas específicas de la materia, sino que también trabajan competencias transversales como "Comprensión e integración" y "Análisis y resolución de problemas", en diferentes grados, y dependiendo de la temática escogida, en algunos casos también han trabajado las competencias de "Responsabilidad ética, medioambiental y profesional" y/o "Conocimiento de problemas contemporáneos".

## Referencias

- [1] CARREÑO, A., SANABRIA-CODESAL, E., *Análisis de redes sociales mediante cadenas de Markov*, MSEL, 12 (1), 2019.
- [2] CHURCHES, A., *Welcome to the 21st Century (Taxonomía de Bloom para la era digital)*, <http://eduteka.icesi.edu.co/articulos/TaxonomiaBloomDigital>
- [3] CONEJERO, J. A, JORDAN, C., *MOOC: Aplicaciones de la teoría de grafos a la vida real (I)* <https://www.edx.org/course/aplicaciones-de-la-teoria-de-grafos-la-upvalenci-201x-1>

- [4] CONEJERO, J. A, JORDAN, C. MOOC: *Aplicaciones de la teoría de grafos a la vida real (II)* <https://www.edx.org/course/aplicaciones-de-la-teoria-de-grafos-la-upvalenci-x-tgv201x-2-0>
- [5] CORDERO, A., JORDAN, C., TORREGROSA, J.R., *How do current students face maths problems solving?* Proceedings of INTED2015 Conference, 2015
- [6] JORDAN, C., OCW: *Estructuras matemáticas para la informática 2*, <http://www.upv.es/ocwasi/2010/6024>
- [7] JORDAN, C., SANABRIA-CODESAL, E. *La asignatura OCW Estructuras matemáticas para la informática 2 y los créditos ECTS*, XIX CUIEET, Barcelona, 2011
- [8] JORDAN, C., SANABRIA-CODESAL Y PEREZ PEÑALVER, M. J., *Estrategias matemáticas en la ONU*, Pensamiento Matemático, II (2), 2012.
- [9] JORDAN, C Y SANABRIA-CODESAL, *Grafos hamiltonianos en el diseño de viajes*, MSEL, 6 (2), 2013.
- [10] JORDAN, C. Y SANABRIA-CODESAL, *Piedra, papel y tijera y sus generalizaciones*, MSEL, 6 (2), 2013.
- [11] CALVO, M. ET AL., *Modelos de la teoría de grafos aplicados a problemas de competiciones de programación*, INRED, 2016.
- [12] JORDÁN, C., SANABRIA-CODESAL, E., TORREGROSA, J. R., CORDERO, A. Y CONEJERO, J. A. *Evolución de la docencia en Teoría de Grafos en las últimas décadas*, INRED, 2017.
- [13] PÉREZ-BENITO C., MORILLAS, S., JORDAN, C., CONEJERO, J.A., *Determinación de componentes conexas en el análisis de zonas homogéneas y de detalle en imágenes a color*, MSEL, 11 (1), 2018.
- [14] VALERO-GARCÍA, M., ESPONA, M., *Adaptación de asignaturas al EEES*, Curso de formación permanente del ICE de la UPV, (Curso 2009-2010).

**Sobre las autoras:**

Nombre: Cristina Jordán Lluch

Correo Electrónico: [cjordan@mat.upv.es](mailto:cjordan@mat.upv.es)

Institución: Departamento de Matemática Aplicada (Universitat Politècnica de València)

Nombre: Esther Sanabria Codesal

Correo Electrónico: [esanabri@mat.upv.es](mailto:esanabri@mat.upv.es)

Institución: Departamento de Matemática Aplicada (Universitat Politècnica de València)