

Propuesta didáctica para el aprendizaje de la derivada con Derive

Walter Byron Pineda Izasa¹, César Augusto Hernández Suárez, William Rodrigo Avendaño Castro
Universidad Francisco de Paula Santander - Colombia

Resumen

En este artículo se hace una valoración de Derive, según sus posibilidades técnicas y pedagógicas para facilitar a los estudiantes el aprendizaje de cálculo diferencial. El objetivo fue implementar una propuesta metodológica en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la derivada de una función en la formación inicial de docentes de matemáticas. El enfoque fue cuantitativo, con carácter descriptivo. El instrumento de recolección de información fue la encuesta. Se trabajó con una muestra intencional de 48 estudiantes de un programa de formación inicial de docentes. La información se recolectó a través de un cuestionario tipo Likert de cinco alternativas. Los hallazgos muestran la facilidad de acceso, la sencillez del software y sus posibilidades pedagógicas para un uso adecuado de conceptos asociados con las aplicaciones de las derivadas. Se concluye que la incorporación de Derive facilita el aprendizaje de derivadas, pues permite un manejo apropiado de los conceptos y teorías trabajados en la propuesta metodológica.

Palabras clave: *software* didáctico, enseñanza asistida por ordenador, educación superior, estudiante universitario, enseñanza de las matemáticas

Autor de correspondencia:

¹ walterbyronpi@ufps.edu.co

Recibido: 29 de agosto de 2019

Revisado: 30 de octubre de 2019

Aprobado: 10 de febrero de 2020

Publicado: 08 de julio de 2020



Para citar este artículo: Pineda, W., Hernández, C., & Avendaño, W. (2020). Propuesta didáctica para el aprendizaje de la derivada con Derive. *Praxis & Saber*, 11(26), e9845. <https://doi.org/10.19053/22160159.v11.n26.2020.9845>

Didactic proposal for learning the derivative with Derive

Abstract

In this article, Derive is assessed according to its technical and pedagogical possibilities to facilitate students' learning of differential calculus. The objective was to implement a methodological proposal in the teaching-learning process of the derivative of a function in the initial training of mathematics teachers. The approach was quantitative, with a descriptive basis. The information collection instrument was the survey. We worked with a deliberate sample of 48 students from an initial teacher training program. The information was collected through a five options Likert-type questionnaire. The findings show the ease of access, the simplicity of the software and its pedagogical possibilities for proper usage of concepts associated with derivative applications. It is concluded that the adoption of Derive facilitates the learning of derivatives, since it allows an appropriate usage of concepts and theories addressed in the methodological proposal.

Keywords: educational software, computer-assisted instruction, higher education, university student, mathematics education

Proposta didática para a aprendizagem da derivada com Derive

Resumo

Neste artigo se faz uma valoração de Derive, segundo suas possibilidades técnicas e pedagógicas para facilitar aos estudantes a aprendizagem de cálculo diferencial. O objetivo foi implementar uma proposta metodológica no processo de ensino-aprendizagem da derivada de uma função na formação inicial de docentes de matemáticas. O enfoque foi qualitativo com caráter descritivo. O instrumento da colheita da informação foi a pesquisa de opinião. Trabalhou-se com uma amostra intencional de 48 estudantes de um programa de formação inicial de docentes. A informação coletou-se através de um questionário tipo Likert de cinco alternativas. Os achados mostram a facilidade de acesso, a simplicidade do software e suas possibilidades pedagógicas para um uso adequado de conceitos associados com as aplicações das derivadas. Conclui-se que a incorporação de Derive facilita a aprendizagem de derivadas já que permite um manejo apropriado dos conceitos e teorias trabalhadas na proposta metodológica.

Palavras-chave: software didático, ensino assistido por computador, educação superior, estudante universitário, ensino das matemáticas

Introducción¹

En un mundo que cambia rápidamente, se necesitan métodos cada vez más ingeniosos en el proceso de enseñanza-aprendizaje para involucrar y aceptar lo aprendido. Por una parte, con las TIC se ha abierto un abanico de posibilidades en el ámbito educativo, donde los maestros interactúan con los estudiantes. Además, permiten a los estudiantes aprender a su propio ritmo a través de diversas herramientas y apoyan a los docentes en la preparación de su enseñanza. También, desde la tecnología, los estudiantes y docentes acceden a una gran variedad de programas y herramientas de información y comunicación.

Por ello, diversas investigaciones promueven el uso efectivo de *software* en diferentes áreas de conocimiento para el proceso de enseñanza-aprendizaje, así como la incorporación de las TIC como medio didáctico, las cuales han propiciado el desarrollo de propuestas que facilitan el logro de una enseñanza más apropiada a los requerimientos de los estudiantes de estos tiempos (Sanabria, Ramírez, Gisbert & Téllez, 2015).

Por otro lado, muchas investigaciones han propiciado discusiones que llevan a los educadores a reflexionar sobre la adopción de las mejores alternativas de enseñanza de las matemáticas que brindan un aprendizaje más significativo para los estudiantes por medio de las TIC. Según Torres y Macías (2009), “existen diversas estrategias para que los docentes puedan orientar a los estudiantes durante la práctica y resolución de problemas matemáticos con el uso de las TIC, específicamente, mediante el uso del computador y... *software*” (p. 25).

En el caso de las matemáticas, el proceso de enseñanza-aprendizaje es complejo, tanto que estudiosos de este tema han propuesto una variedad de caminos metodológicos a fin de lograr mejoras. La particularidad de su aprendizaje exige un alto grado de abstracción. Esto limita a los estudiantes a la visualización y manejo de los conceptos abordados, lo que provoca confusión, errores y dificultades para abordar la solución de problemas.

En el caso particular de las derivadas, Díaz, Cruz, Velázquez y Molina (2019) sostienen que “la enseñanza del cálculo resulta bastante problemática” (p. 10). Argumentan que, aunque seamos capaces de enseñar a los estudiantes a realizar algunas derivadas, tales acciones están muy lejos de una verdadera comprensión de los conceptos y métodos de pensamiento de esta parte de las matemáticas. Por lo tanto, al no comprender los conceptos y nociones, los estudiantes pueden caer en obstáculos epistemológicos —aunque sean parte del proceso de aprendizaje—. No obstante, Prada y Hernández (2014) aducen también que las nociones o “las concepciones pueden ser un obstáculo en el proceso de enseñanza” (p. 51).

En ese sentido, el uso de *software* educativo matemático es cada vez más necesario para el logro de aprendizajes significativos. El apoyo de un *software* educativo proporciona al proceso de enseñanza-aprendizaje procedimientos para transmitir conocimientos de las relaciones que existen entre los diferentes conceptos y procedimientos matemáticos y los resultados obtenidos (Fonseca, Espeleta & Jiménez, 2009). De este modo, los conceptos

1. Este artículo es derivado del trabajo de investigación de posgrado titulado *Propuesta didáctica para el aprendizaje de la derivada de funciones de una variable real, mediado por el software DERIVE. Caso: estudiantes del programa académico de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Francisco de Paula Santander.*

y operaciones pueden ser expresados mediante representaciones algebraicas y gráficas en el *software*, lo cual permite una mayor comprensión de las nociones y procedimientos planteados, al usar las notaciones propias —simbólicas— de esta ciencia.

En el caso de los docentes en formación de matemáticas, se necesitan innovaciones que faciliten su aprendizaje. Así pues, el empleo del *software* educativo es una alternativa para consolidar un aprendizaje significativo y contextualizado de las matemáticas. Por eso, surge la necesidad de incorporar un *software* con el fin de ayudar a los estudiantes a comprender conceptos matemáticos abstractos como las derivadas, sus aplicaciones e interpretaciones, como medio de apoyo al trabajo del docente, que facilite el aprendizaje de dicho tema.

Por lo tanto, se propone la utilización de Derive, por sus posibilidades técnicas y pedagógicas, de uso fácil para el estudiante, no solo para el logro de un aprendizaje significativo, sino como una herramienta que podrá emplear en su formación académica y como futuro docente.

De acuerdo con lo expuesto, el objetivo de este estudio es valorar contextualmente Derive a través de la implementación de una propuesta metodológica sobre las aplicaciones de las derivadas en la formación inicial de docentes de matemáticas.

Programas de cálculo simbólico y Derive.

Un programa de cálculo simbólico [PdCS] es un programa de computador — Mathematica, Maple, Mathcad, Maple, Derive, Máxima, Geogebra...—, una página web —uno de los más conocido es WolframAlpha— o una *app* de celular —Geogebra, Desmos, Calculadora gráfica de Matlab, MathStep, Mathematics, Mathway...— o de calculadoras avanzadas —como el derive de la TI—, que facilita el cálculo simbólico y pueden trabajar con ecuaciones y fórmulas de manera simbólica, en lugar de numérica. Los PdCS son conocidos como sistemas algebraicos computacionales o sistemas de álgebra computacional —o CAS, del inglés *computer algebra system*— (Recio, 2000).

En cuanto a la docencia, su utilización cada vez es más común en el aula, en todos los niveles. Sin embargo, los precios de las licencias y su dificultad de acceso pueden limitar a veces su empleo. En cambio, el uso de programas libres —o demos como Derive— puede facilitar el acercamiento de estos programas a los profesores y estudiantes, por su acceso gratuito, como el Geogebra (Abánades, Botana, Escribano & Tabera, 2009).

En cuanto a las aplicaciones educativas de Derive, podemos mencionar las relacionadas con el álgebra lineal (Ortega, 2002), cálculo diferencial e integral (Camacho & Depool, 2004; Camacho, Depool & Garbín, 2008; Pico, Díaz & Escalona, 2017; Porres, Pecharromán & Ortega, 2017), matemáticas básicas (Álvarez, Peña & Díaz, 2018; Cabo, Llamazares & Peña, 2001) y aplicaciones matemáticas (Castellano, Jiménez & Urosa, 2012; Coronel, Guilcapi & Torres, 2018; Galán, González, Padilla & Rodríguez, 2006; García, García, Rodríguez & Villa, 2011). Derive es un programa tan versátil que se convierte en una herramienta tecnológica para el proceso educativo en el ámbito docente en la enseñanza de los primeros años de universidad.

Por otra parte, para Pico *et al.* (2017), las posibilidades didácticas de Derive radican en

que es un programa con capacidad para desarrollar cálculo simbólico, análisis gráfico y manipulación numérica. Entre sus principales características para el proceso de enseñanza-aprendizaje están la facilidad de su aprendizaje y la sencillez de su entorno de trabajo. Igualmente, [Fernández \(2018\)](#) indica que su potencial didáctico reside en la capacidad de combinar el cálculo simbólico con la representación gráfica y en que admite construir gráficos de dos y tres dimensiones. En este sentido, el procedimiento gráfico puede representar los datos, adjuntar sus tablas de valores y modificar escalas, colores, sombreados y otras características de los gráficos. Además, puede crear gráficos animados para el cálculo de límites, de derivadas y de integrales.

En consecuencia, los resultados de estas investigaciones apuntan hacia el éxito del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas con el uso de este *software*, debido a la interactividad que ofrece y su influencia en la motivación de los estudiantes. Asimismo, reportan las facilidades para solucionar problemas de matemática, al propiciar el desarrollo de habilidades cognitivas y metacognitivas a través de la ejecución de la propuesta metodológica.

Uso de *software* para el aprendizaje de la matemática.

El *software* educativo ha propiciado cambios significativos en la forma de enseñar y aprender ([Marcano, 2009](#)). Según [Morejón \(2011\)](#), el *software* educativo es un medio didáctico digital autónomo, elaborado por un equipo multidisciplinario, encaminado al desarrollo de la personalidad de los educandos desde el punto de vista afectivo y cognitivo, a partir de la integración de recursos multimedia y en correspondencia con los objetivos del currículo. Por otra parte, [Carranza \(2011\)](#) sostiene que el uso de este tipo de *software* permite que los estudiantes mejoren notablemente en su construcción de conocimientos matemáticos significativos, operativos y estructurados.

Ahora bien, se pueden implementar estrategias didácticas que integren distintas tecnologías, como el uso del *software* educativo, y desarrollar actividades de éxito. El docente debe poseer competencias TIC ([Gamboa, Hernández & Prada, 2018](#); [Hernández, Arévalo & Gamboa, 2016](#); [Hernández, Gamboa & Ayala, 2016](#); [Hernández, Prada & Ramírez, 2018](#)), para construir ambientes innovadores mediante la selección de estrategias y TIC adecuadas para que sus estudiantes logren sus objetivos de aprendizaje ([Martín, Hernández & Mendoza, 2017](#)), especialmente en matemáticas ([Arévalo, García & Hernández, 2019](#)), por lo que el *software* educativo es una de las herramientas importantes para el aprendizaje de los estudiantes ([Pumacallahui, 2015](#)) en matemáticas.

Según [Carranza \(2011\)](#), los estudiantes, cuando tienen la oportunidad de usar las TIC, interpretan y desarrollan mejor los ejercicios que se les plantean, y así obtienen mejores resultados en sus evaluaciones. Asimismo, [Pumacallahui \(2017\)](#) indica que el *software* para la enseñanza matemática es uno de los recursos que la tecnología ha brindado a las ciencias, por lo que se convierte en un aliado del docente, estudiante o investigador que trabaje en algún problema relacionado con la matemática.

En particular, este artículo se centra en el PdCS Derive. En su última versión (6.1), puede abordar complejos problemas de álgebra, cálculo y matrices y vectores. Asimismo,

puede procesar variables algebraicas, expresiones, ecuaciones, funciones, vectores, matrices y expresiones booleanas. Posee un entorno visual cómodo y sencillo que soporta todo tipo de gráficas y representaciones. Es uno de los programas más utilizados en entornos relacionados con las matemáticas, universidades y trabajos de ingeniería (Sierra, 2010).

Método

Se desarrolló bajo un enfoque cuantitativo, con un carácter descriptivo y diseño de campo. Este enfoque permitió determinar, de forma objetiva, la valoración contextual de Derive a través de una propuesta metodológica para el aprendizaje de aplicaciones de las derivadas en funciones algebraicas. El carácter y el diseño están orientados a valorar su uso en el aprendizaje de las derivadas dirigido a docentes en formación. Así, se busca conocer la realidad de la situación planteada y lograr una correcta interpretación, por lo que se requiere recolectar la información directamente de esa realidad.

Población y muestra.

Para este estudio, la población estuvo conformada por 48 estudiantes del programa de formación docente Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Francisco de Paula Santander —Cúcuta, Colombia—. En vista de que la población es finita —pues se conoce el total de elementos que integran el objeto de investigación y es posible acceder a cada uno de los elementos—, se consideró el total, por lo que se trabajó con una población censal.

Técnica e instrumento de recolección.

Como técnica se usó la encuesta. El instrumento fue un cuestionario autoadministrado —escala Likert— con 35 preguntas relacionadas con la evaluación de *software* educativo, combinando lo establecido por Marqués (2001) y Gros (2001). Para el desarrollo de la propuesta, se usó una metodología de diseño instruccional, que permitió incorporar Derive en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la derivada a los estudiantes, que durante dos semanas se iniciaron en su manejo. Los datos recabados fueron organizados en una matriz, para luego ser analizados estadísticamente de manera descriptiva con el *software* estadístico SPSS.

Propuesta didáctica.

Está basada en los aspectos propios de diseño instruccional (Dick, Carey & Carey, 2005; Gagné, Briggs & Wagner, 1992). Estos se relacionan con: 1) los estudiantes con sus características y conocimientos previos; 2) los objetivos de aprendizaje; 3) los contenidos con estructuración y secuencias adecuadas para el logro de los aprendizajes; 4) la metodología enfocada en la estrategia didáctica, por medio de métodos, técnicas, procedimientos y evaluación —igualmente, debe enfocarse en el análisis de tareas vinculadas con las experiencias de aprendizaje—; 5) los recursos didácticos —en este caso el *software* educativo—; y 6) el tiempo y lugar de la actividad didáctica, que son fundamentales, puesto que se relacionan directamente con el contexto.

La propuesta se diseñó con el objetivo de usar y evaluar Derive para favorecer el proceso de enseñanza-aprendizaje sobre las derivadas. Desde el punto de vista informático, se buscó conocer las potencialidades tecnológicas de Derive como herramienta didáctica.

Diseño de la propuesta.

Se apoyó en el modelo de diseño instruccional propuesto por Sanabria *et al.* (2015), que tiene como objetivo guiar el proceso de diseño de actividades formativas que incorporen herramientas tecnológicas en los procesos educativos:

Fase 1. Ubicar la actividad de formación en su contexto.

Esta actividad formativa se realiza en un programa académico de formación de docentes en matemáticas, sobre el tema de derivación.

Fase 2. Decidir el propósito del curso.

Se valora el uso del PdCS en el proceso de enseñanza-aprendizaje sobre conceptos asociados al cálculo diferencial.

Fase 3. Decidir el porcentaje de la actividad presencial y virtual.

La actividad formativa es totalmente presencial con apoyo de Derive.

Fase 4. Establecer lineamientos generales de diseño.

Se discriminaron de acuerdo con los aspectos tecnológicos, organizativos y pedagógicos propios del programa académico de formación de docentes en matemáticas (tabla 1).

Tabla 1

Lineamientos de diseño planteados

Aspectos	Lineamientos generales
Tecnológicos	Promover en los estudiantes el uso de la infraestructura tecnológica de la Universidad —Portal de apoyo a la docencia-PLAD— para sus actividades de formación académica.
Organizativos	Incorporar el uso de recursos tecnológicos en las asignaturas de matemáticas para atender lo establecido en el programa académico. Cumplir con las normas en el uso de los recursos tecnológicos con los que cuenta la institución. Considerar las características y conocimientos previos de los estudiantes. Proponer recursos de evaluación continua, que le permitan al estudiante percibir su progreso —en el logro de los aprendizajes y en cómo se logran estos aprendizajes—.
Pedagógicos	Presentar situaciones problemáticas en las que se ofrezca al estudiante la oportunidad de reconocer los aspectos teóricos involucrados en la solución de dichas situaciones. Promover la participación del estudiante en el abordaje y solución de problemas. Ofrecer en los materiales instruccionales ejemplos que presenten la aplicación de conceptos abordados. Enfatizar en aquellos conceptos teóricos que están involucrados en el abordaje de los problemas.

Fuente: elaboración propia.

Fase 5. Establecer lineamientos específicos de diseño.

Se centraron en las competencias, habilidades y actitudes a desarrollar en los estudiantes durante la actividad formativa denominada “Interpretación geométrica de la derivada, como la pendiente de la recta tangente a una curva” (tabla 2).

Tabla 2

Aspectos para desarrollar en el estudiante con la actividad formativa

Aspectos	Se pretende que el estudiante desarrolle
Competencias	<p>Maneje y aplique conceptos del cálculo diferencial. Interprete, analice y resuelva situaciones problemáticas. Se comunique y se desenvuelva con confianza sobre los conceptos de cálculo diferencial:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Cálculo de la pendiente de la recta secante y de la recta tangente. • Determinación de la ecuación de la recta secante y la recta tangente. • Interpretación geométrica de la ecuación de la recta tangente a una curva. • Determinación de la ecuación de la tangente por medio del uso de la derivada.
Habilidades	<p>Use el PdCS para reforzar lo abordado en clase. Analice e interprete funciones y sus derivadas apoyado con gráficas construidas con el PdCS. Emplee el programa de cálculo simbólico para visualizar y estudiar el significado de la recta tangente a una curva. Use el PdCS para dar solución a las situaciones problemáticas presentadas. Argumente, contraste e interprete los resultados obtenidos con el PdCS. Transfiera lo aprendido a otros contextos.</p>
Actitudes	<p>Se maneje de forma segura, clara y ordenada. Se tome su tiempo para analizar y organizar su trabajo. Valore el trabajo con el PdCS. Considere fundamental el concepto de derivada para estudiar un fenómeno.</p>

Fuente: elaboración propia.

La actividad formativa se aborda desde una visión de aprendizaje activo y constructivista, con la participación del estudiante y el docente como mediador o facilitador de ese proceso. Los recursos utilizados fueron hojas de trabajo con la teoría asociada a los contenidos y computador con Derive 6.1 para cada estudiante.

En el desarrollo de la propuesta se consideraron las secuencias de aprendizaje: inicio, desarrollo y cierre (tabla 3).

Fase 6. Desarrollar las experiencias de aprendizaje.

Las experiencias de aprendizaje tuvieron como eje la interpretación geométrica de la derivada en relación con la pendiente de la recta tangente a una curva, con el apoyo de Derive.

Fases 7, 8 y 9. Realizar prueba piloto, evaluar e implementar la actividad formativa blended learning.

Una vez diseñada la propuesta, se procedió a su implementación. Se realizó en el segundo semestre de 2018 durante un periodo de dos semanas.

Resultados y discusión

Una vez generada y desarrollada la propuesta metodológica, se procedió a la valoración contextual de Derive para el aprendizaje de derivadas de funciones algebraicas en estudiantes universitarios. Se desglosa, de acuerdo con los aspectos teóricos que orientaron el diseño del instrumento, en aspectos pedagógicos e informáticos.

Tabla 3

Secuencias de aprendizaje de la propuesta

Secuencia	Aspectos para considerar	Evaluación
Inicio	Desarrollo de actividades sobre temas relacionados con los conocimientos previos: <ul style="list-style-type: none"> • Teoremas de derivación para funciones algebraicas y trascendentes. • Regla de la potencia. • Regla para derivar productos y cociente. • Regla de la cadena. • Reglas para la derivada de funciones exponenciales, logarítmicas y trigonométricas directas. Uso de la técnica de la pregunta para identificar conocimientos previos necesarios para el aprendizaje de rectas secantes y tangentes a partir del cálculo de derivadas.	Evaluación diagnóstica: <ul style="list-style-type: none"> • Prueba diagnóstica sobre funciones, derivadas, ecuaciones. • Elaboración de guía de observación sobre respuestas dadas sobre manejo de conceptos asociados a conocimientos previos necesarios para el aprendizaje de derivadas de funciones algebraicas y trascendentes y el uso del PdCS.
	Inducción al uso del <i>software</i> Derive. Introducción y presentación de conceptos asociados a cálculo diferencial: <ul style="list-style-type: none"> • Recta secante. • Recta tangente. • Ecuaciones de rectas. • Obtención de ecuaciones a partir del cálculo de derivadas. 	Evaluación formativa: <ul style="list-style-type: none"> • Elaboración de guía de observación sobre actuación individual y grupal en actividades sobre resolución de problemas. • Elaboración de guía de observación sobre uso y manejo del PdCS en los procesos de resolución de problemas.
Desarrollo	Planteamiento de actividades para facilitar la comprensión de los conceptos y su manejo.	
	Planteamiento de praxemas matemáticos de cálculo diferencial: ejercicios, problemas. Presentación e inducción a Derive a través de ejemplos sencillos.	
Cierre	Propuesta de ejercicios y problemas.	Evaluación sumativa: <ul style="list-style-type: none"> • Pruebas sobre resolución de problemas sobre aplicaciones de las derivadas en funciones —obtención de rectas secantes y tangentes— con el uso del PdCS como herramienta de apoyo.
	Propuesta de actividades para la transferencia de conceptos a situaciones cotidianas o de su entorno.	

Fuente: elaboración propia.

Aspectos informáticos.

Para la evaluación del *software* educativo, se tomaron en cuenta los aspectos informáticos formulados por Rivera y Cáceres (2016). A continuación, se presenta el análisis correspondiente a la valoración de los estudiantes sobre aspectos como la accesibilidad, versatilidad, navegación y adecuación a los usuarios (tabla 4).

De acuerdo con la tabla 4, se presentan a continuación los principales hallazgos, según los ítems relacionados con los aspectos informáticos:

En lo referente a *accesibilidad*, se encontró que el 93,8% de los estudiantes consideró que la interfaz del programa resulta amigable —52,1% de acuerdo y 41,7% totalmente de acuerdo—. Asimismo, el 95,8% consideró que el *software* es de fácil acceso —58,3% totalmente de acuerdo y 37,5% de acuerdo—.

Tabla 4

Aspectos informáticos —porcentaje del promedio general—

Aspectos Informáticos	Totalmente de acuerdo	De acuerdo	Neutral	En desacuerdo	Totalmente en desacuerdo
Accesibilidad	50.0%	44.8%	5.2%	0.0%	0.0%
Versatilidad	59.7%	34%	5.6%	0.7%	0.0%
Navegación	53.2%	38.5%	8.3%	0.0%	0.0%
Adecuación a los usuarios	40.6%	44.8%	10.4%	4.2%	0.0%

Fuente: elaboración propia.

Esto muestra que Derive es de fácil acceso, con una interfaz amigable, de manejo sencillo y ofrece a sus usuarios una adecuada interactividad. Según Mosquera y Vivas (2001), características técnicas del *software* —como la calidad en cuanto a la interfaz y usabilidad de la herramienta tecnológica— facilitan el fortalecimiento de las competencias matemáticas, pues los usuarios —estudiantes— prefieren *softwares* que les sean de manejo intuitivo. Además, Carranza (2011) indica que este tipo de *software* permite la fácil movilización entre los sistemas de representación —simbólicos, numéricos, gráficos y analíticos—, lo que promueve procesos de significación bien fundamentados.

En cuanto a la *navegación*, los estudiantes indicaron que Derive les ofrece una interactividad adecuada —64,6% totalmente de acuerdo y 31,3% de acuerdo—. De igual manera, el 87,5% señaló que el programa es un *software* de manejo sencillo —41,7% de acuerdo y 37,5% totalmente de acuerdo—. Estos resultados indican que la navegabilidad de Derive posee un entorno de trabajo sencillo (Pico et al., 2017).

Por otra parte, en cuanto a *versatilidad*, el 97,9% de los estudiantes consideró que los cálculos con el *software* son rápidos —64,6% totalmente de acuerdo y 33,3% de acuerdo—. Además, el 95,8% indicó que el programa les facilita responder ejercicios que demandan muchas operaciones —64,6% totalmente de acuerdo y 37,5% de acuerdo—. Por último, los estudiantes en un 87,0% indicaron que con Derive pueden construir otros caminos de solución a las situaciones planteadas. Lo hallado confirma el planteamiento de Coronel et al. (2018), quienes señalan que Derive es un programa versátil para la enseñanza-aprendizaje en los primeros años de universidad.

En lo concerniente a la *adecuación a los usuarios*, el 72,9% de los estudiantes señaló que se requirió poco tiempo para el manejo adecuado del programa —27,1% totalmente de acuerdo y 45,8% de acuerdo—. Asimismo, los estudiantes opinaron que durante el tiempo trabajado con el *software* se mantuvieron animados a realizar las actividades asignadas —54,2% totalmente de acuerdo y 43,8% de acuerdo—. Finalmente, el 93,8% opinó que la visualización gráfica ofrecida por Derive les facilitó una mejor comprensión de los temas relacionados con derivadas.

Lo encontrado en el estudio de campo evidencia que Derive requiere poco tiempo para un manejo apropiado y su uso incita a la realización de las actividades propuestas. Además, la visualización gráfica que ofrece el programa facilita la comprensión de los distintos temas relacionados con derivadas. Según Márquez (2013), el uso de *softwares* educativos tiene ventajas, pues brindan un entorno de aprendizaje en donde los estudiantes van a su propio ritmo. De igual manera, se corrobora lo señalado por Bagazgoitia (2004), para quien este *software* realiza los cálculos rutinarios, reduce el tiempo destinado a ello y permite invertirlo en el planteamiento de nuevas situaciones o la inclusión de nuevos parámetros. Asimismo, “la visualización gráfica permite una mejor comprensión de algunos conceptos” (p. 37), el desarrollo de la fluidez, dominio y soltura en el cálculo. En el estudio de las derivadas, Derive agiliza los cálculos de ejercicios que demandan gran cantidad de operaciones, lo que facilita la construcción de nuevas vías de solución a las situaciones problemáticas planteadas.

Aspectos pedagógicos.

Dentro de los aspectos formulados por Rivera y Cáceres (2016), para la evaluación de un *software* educativo, se consideraron como aspectos pedagógicos la calidad de los contenidos, la solidez didáctica, la ejercitación, la retroalimentación y la motivación. Por ello, se presenta el análisis correspondiente a la valoración de los estudiantes de estos aspectos (tabla 5).

Tabla 5

Aspectos pedagógicos —porcentaje del promedio general—

Aspectos pedagógicos	Totalmente de acuerdo	De acuerdo	Neutral	En desacuerdo	Totalmente en desacuerdo
Calidad de los contenidos	92.9%	0.0%	6.7%	0.4%	0.0%
Solidez didáctica	44.2%	49%	6.3%	0.5%	0.0%
Ejercitación	59.4%	37.5%	1.6%	1.6%	0.0%
Retroalimentación	58.3%	37.5%	4.2%	0.0%	0.0%
Desarrollo cognitivo	54.7%	38.5%	6.3%	0.5%	0.0%
Motivación	46.2%	45.5%	7.6%	0.7%	0.0%

Fuente: elaboración propia.

Con la información obtenida de la tabla 5, analizada por ítems, se mencionan los siguientes resultados.

En la *calidad de los contenidos*, el 95,8% de los estudiantes señaló que el PdCS le facilitó el manejo conceptual del tema de derivadas. También, el 94,8% consideró que el PdCS les permite clarificar los conceptos de pendiente de una recta tangente y la interpretación geométrica de la derivada —54,2% totalmente de acuerdo y 39,6% de acuerdo—. Además, el 87,5 % indicó que las rutinas de cálculo se reducen con el uso del PdCS. Asimismo, los estudiantes en un 91,7% indicaron que el uso del PdCS les permitió aprender temas sobre derivadas no entendidos. Por último, el 95,8% señaló que las actividades realizadas con el PdCS fortalecieron los conceptos previos.

Con estos hallazgos, se observa que un grupo mayoritario de estudiantes aprecia y distingue claramente los contenidos esenciales y los no esenciales del programa. Esto indica que hay un manejo apropiado de los conceptos y teorías trabajados, mediante el

fortalecimiento de los conceptos previos y la posibilidad de experimentar con nuevos parámetros del problema, de aclarar y de consolidar conceptos abordados, ya que, según Márquez (2013), este tipo de *software* proporciona de manera práctica los contenidos, lo que permite el aprendizaje de elementos que anteriormente no habían sido asimilados.

En lo concerniente a la *solidez didáctica*, los estudiantes en un 95,9% expresaron ser protagonistas en las actividades de aprendizaje realizadas mediante el uso del PdCS. De igual forma, el 93,8% consideró que el PdCS les permite aprender de acuerdo con sus necesidades —47,9% totalmente de acuerdo y 45,8% de acuerdo—. Además, el 85,4% indicó que con el PdCS es más fácil superar las dificultades. Finalmente, el 95,8% señaló que el PdCS les ayuda a ser autónomos en su aprendizaje.

Todo lo anteriormente expuesto permite inferir que el programa muestra una alternativa didáctica apoyada en el aprendizaje significativo para favorecer el proceso de enseñanza-aprendizaje de la derivada. Esto concuerda con Fernández (2018), quien sostiene que combinar el cálculo simbólico con la representación gráfica les permite a los estudiantes mayor autonomía y protagonismo en su aprender, de acuerdo con sus necesidades, y les ayuda a superar las dificultades presentadas del tema. Márquez (2013) también afirma que mediante el uso de las TIC se puede lograr que los estudiantes adopten un papel mucho más significativo en su formación como agentes activos de su aprendizaje.

Por otra parte, en cuanto a la *ejercitación*, el 97,9% opinó que el uso del PdCS les permite distinguir claramente la solución seguida en el desarrollo de los ejercicios. De la misma forma, los estudiantes en un 97,9% señalaron que el PdCS les permite avanzar desde los ejercicios sencillos a los de mayor complejidad. También, el 95,8% expresó que con el PdCS les resultan fáciles los ejercicios —52,1% totalmente de acuerdo y 43,8% de acuerdo—. Por último, el 95,8% expresó que con el PdCS lo trabajado corresponde a lo enseñado.

Estos resultados indican que mediante los procedimientos de ejercitación se les facilita a los estudiantes seguir la solución de un ejercicio, avanzar desde ejercicios de menor complejidad a los más complejos y mantener el nivel de exigencia entre lo trabajado en el programa y lo enseñado. Esto coincide con Carranza (2011), quien indica que el uso de este *software* disminuye las debilidades operativas necesarias para resolver ejercicios, además de generar confianza en el estudiante en el abordaje de nuevas situaciones problemáticas. Asimismo, concuerda con Márquez (2013), quien señala que, para los estudiantes, este *software* proporciona oportunidades de ejercitación para mayor uso práctico, con una exigencia que se corresponde con lo enseñado.

En lo referido a la *retroalimentación*, el 97,9% de estudiantes señaló que el uso del PdCS les facilita la verificación de lo trabajado en papel. De igual forma, para el 93,8% el manejo del PdCS les permite saber su nivel de aprendizaje. Según estos resultados, se observa que los estudiantes tienen la necesidad de verificar sus conocimientos con la ayuda del programa, es decir, les permite verificar lo realizado en papel y lápiz y llevar un control del progreso en el aprendizaje del tema de derivadas. Esto concuerda con Carranza (2011), en referencia a que, cuando los estudiantes tienen la oportunidad de usar las TIC, interpretan y desarrollan mejor los ejercicios que se plantean, con lo que se obtienen mejores resultados en sus evaluaciones.

Por otro lado, con los datos obtenidos para el *desarrollo cognitivo*, un 93,8% de los

estudiantes opinó que el PdCS suscita en ellos curiosidad por el manejo de conceptos matemáticos —58,3% totalmente de acuerdo y 35,4% de acuerdo, mientras que el 6,3 % es neutral al respecto—. De igual manera, el 93,8% opinó que el PdCS les facilita la correcta interpretación de los resultados. También, el 91,7% manifestó que el PdCS les permite una apropiación de los distintos conceptos abordados en derivadas. Finalmente, el 93,8 % señaló que, después de su experiencia con el PdCS, se siente en capacidad para aplicar lo aprendido.

Con lo anterior, se evidencia que se ha suscitado la curiosidad por el manejo de conceptos matemáticos, la interpretación apropiada de los resultados obtenidos en los ejercicios, la apropiación de los distintos conceptos abordados y la capacidad de aplicar lo aprendido. Para Carranza (2011), el uso de este *software* permite que los estudiantes mejoren notablemente en la construcción de conocimientos matemáticos significativos, operativos y estructurados. También concuerda con Morejón (2011), porque este medio didáctico digital, en correspondencia con los objetivos del currículo y los destinatarios, encauza al desarrollo cognitivo a partir de la integración de recursos multimedia a través de la cual una nueva información —un nuevo conocimiento— se relaciona de manera no arbitraria y sustantiva —no literal— con la estructura cognitiva de la persona que aprende.

Por último, en lo concerniente a la *motivación*, los estudiantes opinaron —84,4%— que se mejoró la actitud hacia las matemáticas con el uso del PdCS. Además, el 93,8% expresó que con el uso del PdCS disfruta aprender matemáticas. Finalmente, el 97,9% indicó que con el PdCS su motivación para aprender mejoró.

Los resultados indican que el programa permite mejorar la actitud y la motivación, y disfrutar aprender matemáticas, lo cual coincide con Márquez (2013), quien encontró que los estudiantes con el uso del *software* se sienten motivados hacia el aprendizaje de la matemática. Esto también concuerda con Marcano (2009), quien dice que este tipo de recursos ha propiciado cambios significativos en la forma de enseñar y de aprender.

Algunas actividades desarrolladas por los estudiantes con Derive para resolver problemas de derivadas.

La investigación desarrollada con los estudiantes de un programa de formación de docentes en matemáticas tuvo como objeto central los temas relacionados con el cálculo diferencial, ya que la primera preocupación que surge es que los estudiantes no comprenden el concepto de la derivada, el cual lleva implícitos otros conceptos como el de función, razón de cambio, límite, entre otros. Por ejemplo, en la interpretación geométrica de la derivada, se hace necesario el uso de gráfica de funciones y la pendiente de una recta. A continuación, se muestran las secuencias hechas por los estudiantes, sobre el uso que hicieron con el Derive para mejorar su comprensión y resolución de problemas con derivadas.

Desde el punto de vista informático, se pudo verificar que con el uso de Derive los estudiantes logran graficar funciones de cualquier tipo solo con conocer los comandos necesarios, lo que permitió que invirtieran el tiempo, que antes dedicaban manualmente a hacer gráficos de las funciones, en el análisis de su comportamiento gráfico. Al poder graficar funciones de todo tipo, empezaron a aclarar dudas relacionadas con su comportamiento gráfico como sus asíntotas y contrastaron los dominios de las funciones, entre otras actividades. Con las herramientas de Derive, lograron visualizar, relacionar y diferenciar,

por ejemplo, la razón de cambio en un intervalo y la razón de cambio instantánea. Esto les permitió asociar la interpretación geométrica de la derivada con el problema de la recta tangente.

A nivel algebraico, Derive les permitió a los estudiantes aplicar el concepto de función, ya que podían determinar la razón de cambio en cada punto de la curva y comprender que esa razón de cambio es la pendiente de la recta tangente, para con ello hallar la ecuación de esta en cualquier punto. Con la ayuda del visualizador gráfico de Derive, comprendieron que la derivada de una función es otra función y compararon sus gráficas, la de la función original con la de la primera y segunda derivada, esto en el caso de las algebraicas (figura 1).

Determinación de la recta tangente a una curva.

Dada la función $f(x)=x^2$, determinar gráficamente y analíticamente la ecuación de la tangente a f en el punto $P(1,1)$

Solución: La ecuación de la recta que es tangente a f en P está dada por $y-1 = f'(x)(1,1)(x-1)$

digitar la expresión para f .

#1: x^2

Obtener $f'(x)$: Seleccionar la expresión en la línea #1 y calcular su derivada de primer orden-

#2: $\frac{d}{dx} x^2$

#3: $2 \cdot x$

Sustituir el punto de tangencia (1,1) seleccionado la expresión en la línea #2

#4: $2 \cdot 1$

La pendiente de la recta tangente es $f'(x)(1,1)= 2(1)=2$

#5: 2

Sustituir ese valor en

#6: $y - 1 = m \cdot (x - 1)$

#7: $y - 1 = 2 \cdot (x - 1)$

simplificar

#8: SOLVE($y - 1 = 2 \cdot (x - 1)$, y)

#9: $y = 2 \cdot x - 1$

Graficar para comprender gráficamente: Seleccionar expresión para la función dada (línea #1) y luego la ecuación de la recta (línea #9). Luego digitar en plot: 2d

Gráfica de la función y la recta tangente.

INTERPRETACIÓN GEOMÉTRICA

Figura 1. Secuencia del estudiante para la interpretación geométrica de la derivada con

el problema de la recta tangente. Fuente: elaboración del estudiante.

En lo relacionado con el proceso de derivación, los estudiantes hicieron uso de los comandos de Derive, como DIF, para encontrar la derivada sin importar el orden de la función, pero el docente enfatizó en que era preferible conocer las reglas de derivación y su aplicación, para cuando no se disponga de algún PdCS como Derive u otros (figura 2).

#1: $\frac{x}{(x+4)^{1/3}}$

CALCULAR LA DERIVADA DE UN COCIENTE DE DOS FUNCIONES:

#2: $\frac{d}{dx} \frac{x}{(x+4)^{1/3}}$

Después de digitar de manera correcta la expresión algebraica se procede a dar clic en el botón paso a paso. Esto permite que el software visualice la regla fórmula general para el cálculo de la derivada. Al mismo tiempo se visualiza la expresión que indica la manera como se debe calcular la derivada de la expresión dada.

#3: $\frac{d}{dx} \frac{F(x)}{G(x)} \rightarrow \frac{G(x) \frac{d}{dx} F(x) - F(x) \frac{d}{dx} G(x)}{G(x)^2}$

#4: $\frac{(x+4)^{1/3} \cdot 1 - x \cdot \frac{d}{dx} (x+4)^{1/3}}{(x+4)^{2/3}}$

#5: $\frac{(x+4)^{1/3} \cdot 1 - x \cdot \frac{2 \cdot x}{3 \cdot (x+4)^{2/3}}}{(x+4)^{2/3}}$

#6: $\frac{x^2 + 12}{3 \cdot (x+4)^{2/3}}$

#7: $\frac{x^2 + 12}{3 \cdot (x+4)^{4/3}}$

En las siguientes líneas se muestra como se calculan las derivadas individuales de la expresión (se debe seleccionar previamente solo la parte que se desea calcular). Y así se va obteniendo la derivada de la expresión original.

Figura 2. Secuencia del estudiante para resolver una derivada con Derive sin aplicar el comando DIF. Fuente: elaboración del estudiante

Finalmente, todo lo anterior les facilitó a los estudiantes la tarea de pasar de un registro de representación semiótico a otro, ya que contaban con medios para ello, lo algebraico y lo gráfico, lo que permitió interpretar mejor estos conceptos. Como lo plantea Duval (1998; 2017), si no se conocen al menos dos formas distintas de expresar o representar un objeto matemático, no parece posible aprender y comprender dicho objeto, lo que implica que el uso de Derive —y de cualquier otro PdCS— como herramienta didáctica tiene grandes posibilidades técnicas, tecnológicas y pedagógicas para facilitar en los estudiantes el aprendizaje del cálculo diferencial y de cualquier contenido de matemáticas.

Conclusiones

En cuanto a los aspectos informáticos, los resultados señalan que Derive es un *software* apropiado como apoyo al aprendizaje de las derivadas. Es de fácil acceso y de manejo sencillo. Ofrece a los estudiantes una adecuada interactividad y una interfaz amigable. Agiliza los cálculos, permite responder a ejercicios que demandan gran cantidad de operaciones y les facilita la construcción de nuevas vías de solución a las situaciones problemáticas planteadas. Es una herramienta que requiere poco tiempo para un manejo adecuado. Durante su manejo, promueve la realización de las actividades propuestas en el tema de derivadas y facilita la comprensión de los distintos temas gracias a la visualización gráfica que ofrece.

Por otro lado, en los aspectos pedagógicos, los hallazgos encontrados señalan que la incorporación de Derive facilita el aprendizaje de derivadas, pues su empleo facilita la

apropiación de los conceptos, ya que ayuda a fortalecer los conceptos previos y a consolidar los conocidos. Además, permite la experimentación con nuevos parámetros del problema y da la oportunidad para que los estudiantes desarrollen mayor autonomía y protagonismo en el aprendizaje, de acuerdo con sus necesidades, de modo que superen las dificultades presentadas en el desarrollo del tema. También, permite que los estudiantes puedan seguir la solución de un ejercicio y avanzar desde el de menor hasta el de mayor complejidad. Facilita la verificación de lo realizado en papel y lápiz, el control del progreso en el aprendizaje del tema, la interpretación apropiada de los resultados obtenidos, la apropiación de los distintos conceptos abordados y la capacidad de aplicar lo aprendido.

Finalmente, esto permite mejorar la actitud, aumentar la motivación y disfrutar el aprender matemáticas. Además, la incorporación del Derive sirve, por una parte, como apoyo a la labor docente en la introducción y manejo de conceptos y reglas propios del tema de derivadas, y por la otra, provee un camino en el aprendizaje de la derivación de funciones algebraicas

Referencias

- Abánades, M., Botana, F., Escribano, J., & Tabera, L. (2009). Software matemático libre. *La Gaceta de la RSME*, 0(0), 3-24.
- Álvarez, D., Peña, M., & Díaz, I. (2018). Estrategias didácticas para utilizar el Derive en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática en la carrera de licenciatura en Imagenología y radio física médica. *Redel. Revista Granmense De Desarrollo Local*, 2(5), 40-49.
- Arévalo, M., García, M., & Hernández, C. (2019). Competencias TIC de los docentes de matemáticas en el marco del modelo TPACK. *Civilizar: Ciencias Sociales y Humanas*, 19(36), 115-132. <https://doi.org/10.22518/usergioa/jour/ccsh/2019.1/a07>
- Bagazgoitia, A. (2004). Actividades para el aula con derive dirigido a 4º de ESO o 1º de Bachillerato. *Sigma: revista de matemáticas = matematika aldizkaria*, (24), 35-50.
- Cabo, F., Llamazares, B., & Peña, M. (2001). *Derive: Una herramienta para el aprendizaje de las matemáticas*. Valladolid: Universidad de Valladolid.
- Camacho, M., & Depool, R. (2004). Un estudio gráfico y numérico del cálculo de la integral definida utilizando el programa de cálculo simbólico (PCS) DERIVE. *Educación Matemática*, 15(3), 119-139.
- Camacho, M., Depool, R., & Garbín, S. (2008). Integral definida en diversos contextos: Un estudio de casos. *Educación matemática*, 20(3), 33-57.
- Carranza, M. (2011). *Exploración del impacto producido por la integración del ambiente de geometría dinámica (AGD) Geogebra en la enseñanza de los cursos de matemáticas básicas de primer semestre de la Universidad Nacional de Colombia sede Palmira* (Trabajo de maestría, Universidad Nacional de Colombia, Palmira, Colombia).
- Castellano, A., Jiménez, A., & Urosa, B. (2012). El buen uso de los paquetes de Cálculo Simbólico en la Enseñanza Aprendizaje del Cálculo en Ingeniería. *Revista Pensamiento Matemático*, 2(2), 35-44.

- Coronel, F., Guilcapi, J., & Torres, K. (2018). Uso de Derive y su incidencia en el proceso enseñanza-aprendizaje en el cálculo de gráficas de transformadas de Fourier. *Matemática. European Scientific Journal, ESJ*, 14(36), 24-36. <http://dx.doi.org/10.19044/esj.2018.v14n36p24>
- Díaz, Y., Cruz, M., Velázquez, Y., & Molina, S. (2019). Estrategias didácticas para desarrollar el proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos de las derivadas de funciones reales de una variable real y aplicaciones. *Épsilon - Revista de Educación Matemática*, (103), 7-23. Recuperado de <https://thales.cica.es/epsilon/?q=node/4806>
- Dick, W., Carey, L., & Carey, J. (2005). *The systematic design of instruction*. USA: Person.
- Duval, R. (1998). Gráficas y ecuaciones: la articulación de dos registros. En R. Cambrey, E. Sánchez, & G. Zubieta (Comp.), *Antología en Educación Matemática* (pp. 125-139). México: Cinvestav-IPN.
- Duval, R. (2017). *Semiosis y Pensamiento Humano. Registros Semióticos y Aprendizajes Intelectuales*. Cali: Universidad del Valle.
- Fernández, E. (2018). *El uso del software derive en procesos de enseñanza-aprendizaje de la geometría analítica y vectores de alumnos de nivel universitario* (Tesis de Máster, Universidad Nacional de Concepción, Concepción, Paraguay).
- Fonseca, A., Espeleta, A., & Jiménez, C. (2009). *El logro de aprendizaje significativo mediante software libre en enseñanza de la matemática en secundaria*. San José: Universidad de Costa Rica.
- Gagné, R., Briggs, L., & Wagner, W. (1992). *Principios de diseño instruccional*. USA: Holt, Reinhart, y Winston Inc.
- Galán, J., González, J., Padilla, Y., & Rodríguez, P. (2006). Uso de las tecnologías de la información y la comunicación en educación matemática. Una experiencia en las titulaciones de ingeniería de la Universidad de Málaga. *Teoría de la Educación. Educación y Cultura en la Sociedad de la Información*, 7(1),1-11.
- Gamboa, A., Hernández, C., & Prada, R. (2018). Práctica pedagógica y competencias TIC. *Saber, Ciencia y Libertad*, 13(1), 258-274. <https://doi.org/10.18041/2382-3240/saber.2018v13n1.2090>
- García, A., García, F., Rodríguez, G., & Villa de la, A. (2011). *Orthogonal transformations with Derive*. En 17th International Conferences on Applications of Computer Algebra. Houston, USA.
- Gros, B. (2001). Del software educativo a educar con software. *Revista Quaderns Digital*, (24), 440-482.
- Hernández, C., Arévalo, M., & Gamboa, A. (2016). Competencias TIC para el desarrollo profesional docente en educación básica. *Praxis & Saber*, 7(14), 41-69. <https://doi.org/10.19053/22160159.5217>
- Hernández, C., Gamboa, A., & Ayala, E. (2016). Modelo de competencias TIC para docentes: Una propuesta para la construcción de contextos educativos innovadores y la consolidación de aprendizajes en educación superior. *Katharsis*, (22), 221-265.

- Hernández, C., Prada, R., & Ramírez, P. (2018). Perspectivas actuales de los docentes de educación básica y media acerca de la aplicación de las competencias tecnológicas en el aula. *Revista Espacios*, 49(43), 1-13.
- Marcano, I. (2009). Diseño de un software educativo como estrategia de aprendizaje significativo para la cátedra matemáticas financieras. *Revista de Tecnología de Información y Comunicación en Educación*, 3(1), 47-53.
- Marqués, P. (2001). *Factores a considerar para una buena integración de las TIC en los centros*. Universidad Autónoma de Barcelona, España. Recuperado de <http://peremarques.pangea.org/factores.htm>
- Márquez, L. (2013). *Aplicación educativa multimedia como apoyo a la enseñanza a distancia de la asignatura Matemáticas II (008-1623), de la licenciatura en contaduría pública de la Universidad de Oriente* (Trabajo de grado, Universidad de Oriente, Cumaná, Venezuela).
- Martín, M., Hernández, C., & Mendoza, S. (2017). Ambientes de aprendizaje basados en herramientas web para el desarrollo de competencias TIC en la docencia. *Revista Perspectivas*, 2(1), 97-104. <https://doi.org/10.22463/25909215.1282>
- Morejón, S. (2011). El software educativo, un medio de enseñanza eficiente. *Cuadernos de Educación y Desarrollo*, 3(29). Recuperado de <http://www.eumed.net/rev/ced/29/sml.htm>
- Mosquera, M., & Vivas, S. (2017). Análisis comparativo de software matemático para la formación de competencias de aprendizaje en cálculo diferencial. *Plumilla educativa*, 19(1), 98-113. <https://doi.org/10.30554/plumillaedu.19.2476.2017>
- Ortega, P. (2002). Una estrategia didáctica para la enseñanza del álgebra lineal con el uso del sistema de cálculo algebraico derive. *Revista complutense de educación*, 13(2), 645-675.
- Pico, R., Díaz, F., & Escalona, M. (2017). Enseñanza y aprendizaje del cálculo diferencial aplicando el asistente matemático Derive. *Tecnología Educativa*, 2(1), 24-31. Recuperado de <https://tecedu.uho.edu.cu/index.php/tecedu/article/view/25>
- Porres, M., Pecharromán, C., & Ortega, T. (2017). Aportaciones de DERIVE y del cálculo mental al aprendizaje de la integral definida. *PNA*, 11(2), 125-153.
- Prada, R., & Hernández, C. (2014). De la gráfica a la ecuación, la articulación de los dos registros. *Eco matemático*, 5(1), 49-59. <https://doi.org/10.22463/17948231.58>
- Pumacallahui, E. (2015). *El uso de los softwares educativos como estrategia de enseñanza y el aprendizaje de la geometría en los estudiantes de cuarto grado del nivel secundario en las instituciones educativas de la provincia de Tambopata —región de Madre de Dios—2012* (Tesis doctoral, Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán Valle, Lima, Perú).
- Pumacallahui, E. (2017). El uso de los softwares educativos como estrategia de enseñanza y el aprendizaje de la geometría en los estudiantes de cuarto grado del nivel secundario en las instituciones educativas de la Provincia de Tambopata - Madre de Dios. *Revista Ceprosimad*. 5(1), 41-53.
- Recio, T. (2000). Cálculo simbólico, cálculo formal, álgebra computacional: qué es y para qué sirve. *Números: Revista de didáctica de las matemáticas*, (43), 469-472.

- Rivera, F., & Cáceres, D. (2016). *Desarrollo de aplicaciones educativas móviles para la asignatura de matemáticas* (Tesis de grado, Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua, Nicaragua).
- Sanabria, I., Ramírez, M., Gisbert, M., & Téllez, N. (2015). *Un modelo para el diseño de actividades de formación blended learning*. Repositorio Digital. Universidad Nacional Autónoma de México. Recuperado de: <https://repositorial.cuaed.unam.mx:8443/xmlui/handle/20.500.12579/3681>
- Sierra, G. (2010). Didáctica del álgebra. *Revista digital innovación y experiencias educativas*, 26, 1-8.
- Torres, I., & Macías, N. (2009). *Software educativo como apoyo en el proceso enseñanza-aprendizaje del método de reducción en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales* (Tesis de pregrado, Universidad de los Andes, Trujillo, Venezuela).