

Aplicación de los gráficos de recurrencia al análisis de la dinámica de series temporales económicas

Inglada-Pérez, Lucía; lucia.inglada@madrid.uned.es.

Departamento de Economía Aplicada y Estadística

UNED

Departamento de Estadística e Investigación Operativa

Universidad Complutense

Coto-Millán, Pablo; cotop@unican.es.

Departamento de Economía

Universidad de Cantabria

Casares, Pedro; casaresp@unican.es.

Departamento de Economía.

Universidad de Cantabria

Inglada López de Sabando, Vicente; vinglada@cee.uned.es.

Departamento de Economía Aplicada y Estadística

UNED

RESUMEN

Desde su aparición hace ya más de tres décadas, los gráficos de recurrencia (GRs) se han consolidado como una potente herramienta de análisis de datos. Se trata de un método gráfico que contribuye a revelar la existencia de patrones recurrentes en series temporales y que se caracteriza porque es fácil de instrumentar y exige requisitos mínimos. Su utilización se extiende al contraste de la existencia de un comportamiento no lineal, así como en el estudio de la dinámica caótica en una serie de datos. Aunque inicialmente su empleo como herramienta de análisis estuvo vinculado estrechamente a la Física y Biología, posteriormente los GRs han sido empleados en otras disciplinas científicas, incluyendo a la economía y las finanzas. El objetivo de esta investigación consiste en el estudio de las aplicaciones de los GRs en el ámbito de la economía. Para ello se lleva a cabo una revisión de literatura internacional de los trabajos más relevantes que han empleado dicha herramienta en el análisis de series temporales económicas. Finalmente se exponen los resultados obtenidos en la aplicación de dicho método para detectar el tipo de comportamiento dinámico existente en la serie temporal del mercado bursátil español.

ABSTRACT

Since their appearance more than three decades ago, Recurrence Plots (RPs) have become a powerful tool for data analysis. It is a graphical method that helps to reveal the existence of recurrent patterns in time series and is characterized by its ease of implementation and minimal requirements. Its use extends to the contrast of the existence of a non-linear behavior, as well as in the study of chaotic dynamics in a data series. Although initially its use as an analysis tool was closely linked to Physics and Biology, later RPs have been employed in other scientific disciplines, including economics and finance. The aim of this research is the study of the applications of RGs in the field of economics. For this purpose, an international literature review is carried out of the most relevant works which have used this tool in the analysis of economic time series. Finally, the results obtained in the application of this method to detect the type of dynamic behavior existing in the time series of the Spanish stock market are presented.

Palabras claves: Gráficos de recurrencia; análisis no lineal; caos; series temporales económicas

Área temática: A3 - Métodos cuantitativos en un entorno con incertidumbre.

1. INTRODUCCIÓN

Desde su aparición hace ya más de tres décadas, los gráficos de recurrencia (GRs) se han consolidado como una potente herramienta de análisis de datos. Se trata de un método gráfico que contribuye a revelar la existencia de patrones recurrentes en series temporales y que se caracteriza porque es fácil de instrumentar y exige requisitos mínimos. Específicamente los GRs miden el grado de complejidad y determinismo de un sistema dinámico (Yao y Lin, 2017) y constituyen una técnica muy adecuada para el estudio de series temporales como las económicas y financieras, debido a que, entre otras propiedades, no se exige que los datos sean estacionarios (Addo y otros, 2013).

Su utilización se extiende al contraste de la existencia de un comportamiento no lineal, así como en el estudio de la dinámica caótica en una serie temporal. De acuerdo con Yao y Lin (2017), la detección de un proceso determinista no lineal puede dividirse en la detección no lineal y la detección determinista. Mientras que la detección no lineal puede llevarse a cabo con diversos métodos como exponentes de Hurst, análisis de R/S (Inglada-Perez, 2015 y 2016) o BDS (Broock, y otros, 1996), el determinismo de los sistemas no lineales se puede estimar con GRs de forma muy intuitiva.

Aunque inicialmente su empleo como herramienta de análisis estuvo vinculado estrechamente a las disciplinas de Física y Biología, posteriormente los GRs han sido empleados en otras disciplinas científicas, incluyendo a la economía y las finanzas (Addo y otros, 2013; Marwan y otros, 2007). Debido a que los GRs no requieren el ajuste de ningún modelo lineal a los datos experimentales pueden proporcionar una alternativa muy valiosa para estudiar los procesos no lineales y no estacionarios. En particular esta técnica es muy adecuada para modelizar series financieras económicas y financieras debido a que no requiere cumplir ninguna condición sobre su carácter estacionario, distribución estadística o un número mínimo de observaciones. Por ello ha sido frecuentemente aplicada al estudio de la dependencia determinística en los datos financieros durante los últimos años (Bastos y Caiado, 2011). En dichos ámbitos ha sido empleada, por ejemplo, para detectar la existencia de posibles burbujas financieras o crisis económicas (Addo y otros, 2013), así como en el estudio de la dinámica de las series de tipos de cambio (Belaire-Franch y otros, 2002).

El objetivo de esta investigación consiste en el estudio de las aplicaciones de los GRs en el ámbito de la economía y finanzas. Para ello se lleva a cabo una revisión de la literatura internacional de los trabajos más relevantes que han empleado dicha herramienta en el análisis de series temporales económicas o financieras. Finalmente se exponen los resultados obtenidos en la aplicación de dicho método para detectar el tipo de comportamiento dinámico existente en la serie temporal del índice del mercado bursátil español BEX.

La estructura del artículo es la siguiente: en la sección segunda se resumen las principales características de esta herramienta de análisis de datos. A continuación, en la sección tercera se describen algunas de las investigaciones que han utilizado a los GRs en el análisis de las series económicas o financieras. En la sección cuarta se detalla un ejemplo de aplicación de los GRs al caso del mercado bursátil español. Finalmente se extraen las conclusiones más relevantes en la sección quinta.

2. GRÁFICOS DE RECURRENCIA

2.1. Conceptos básicos

Los métodos tradicionales para el análisis de datos se basan en conceptos lineales como estimaciones de momentos, correlaciones, análisis de componentes principales, etc. El rápido desarrollo de los recursos informáticos y la aparición de nuevos modelos teóricos han impulsado la emergencia de nuevos tipos de modelos de carácter no lineal que permitan explicar la dinámica en aquellas series complejas que los modelos lineales como los modelos ARIMA no consiguen explicar satisfactoriamente (Belaire-Franch y Contreras, 2002). Estos nuevos enfoques surgen inicialmente en las ciencias naturales (Física, Biología, etc.) pero rápidamente se extienden a otras disciplinas como la Economía. El método de los gráficos de recurrencia (GRs) es una herramienta gráfica de análisis de datos que revela la existencia de patrones recurrentes y el comportamiento no estacionario en series temporales (Holyst y otros, 2001). Propuesto por primera vez por Eckmann y otros (1987), ha demostrado ser útil en la detección de comportamientos dinámicos ocultos no detectados por las herramientas lineales y no lineales estándar (Addo y otros., 2013) y por ello ha tenido una gran aplicación en la caracterización de sistemas dinámicos. Este método topológico muestra las estructuras subyacentes en las series temporales desde un punto de vista

cualitativo. Desde su aparición se pueden encontrar en la literatura cientos de trabajos y publicaciones que utilizan este método.

Esta técnica tiene las ventajas de no imponer ningún tipo de distribución estadística, tamaño mínimo de la muestra o condición de estacionaridad en los datos, así como ser robusta a la existencia de valores extremos o anómalos. Tiene numerosas aplicaciones como es la detección del caos ya que nos muestra una medida de la complejidad y determinismo de un sistema dinámico (Yao y Lin, 2017). Por lo tanto, parece una herramienta muy adecuada para el análisis, por ejemplo, de datos financieros, ya que ha demostrado ser útil en la detección de comportamientos dinámicos ocultos no detectados por las herramientas lineales y no lineales estándar (Addo et al., 2013).

De acuerdo con Marwan y otros (2007) un sistema regresa o recurre a estados anteriores y la recurrencia es una característica fundamental de muchos sistemas dinámicos. Por ello ha sido utilizada profusamente para estudiar las propiedades de muchos sistemas en variados campos científicos, desde la astrofísica hasta la dinámica cerebral, ingeniería, electrónica, mercados financieros y medicina. En particular, la recurrencia es una propiedad fundamental de los sistemas dinámicos disipativos ya que, aunque las pequeñas perturbaciones de un sistema de este tipo provocan una divergencia exponencial de su estado, al cabo de algún tiempo el sistema volverá a un estado arbitrario cercano al anterior y pasará por una evolución similar.

La herramienta de los gráficos de recurrencia introducida por Eckmann y otros (1987) visualiza de una forma comprensible ese comportamiento recurrente de los estados en un espacio de fases. El estado de un sistema puede ser descrito por sus variables de estado. Las variables de estado en el tiempo t forman un vector en un espacio d -dimensional que se llama espacio de fases. La sucesión temporal de los vectores del espacio de fases forma una trayectoria. La observación de un proceso real no suele proporcionar todas las variables de estado. O bien no se conocen todas las variables de estado o no todas pueden ser medidas. La mayoría de las veces sólo se dispone de una observación reflejada en la serie temporal u_t . El teorema de Takens (1981) afirma que es posible reconstruir la topología del espacio de fases original de un sistema dinámico a partir de los vectores de embebimiento de las medidas univariantes del estado del sistema. Un método frecuentemente utilizado para reconstruir tal trayectoria a partir de los datos que disponemos de la serie temporal u_i consiste en utilizar los m elementos anteriores a cada valor de la serie, Estos m elementos están separados con un retardo temporal τ , es decir, $x_i = (u_i, u_{i+\tau}, u_{i+2\tau}, \dots, u_{i+(m-1)\tau})$, donde m es la dimensión de embebimiento o incrustación y τ es el retardo temporal. Para garantizar que se han mantenido las estructuras topológicas originales es necesario que m sea mayor o igual que $2d-1$.

Por lo general, un espacio de fases no tiene una dimensión (dos o tres) que permita visualizarlo. Los espacios de fases de mayor dimensión sólo pueden visualizarse mediante la proyección en los subespacios de dos o tres dimensiones. Sin embargo, la herramienta de Eckmann nos permite investigar la trayectoria del espacio de fases m -dimensional a través de una representación bidimensional de sus recurrencias. La recurrencia de un estado en el tiempo i en un tiempo diferente j está marcada dentro de una matriz cuadrada bidimensional con puntos unos y ceros (puntos en blanco y negro en el gráfico), donde ambos ejes son ejes de tiempo. Esta representación se denomina gráfico de recurrencia y su expresión matemática corresponde a la siguiente matriz de recurrencia obtenida a partir de los estados reconstruidos X_i y X_j .

$$R_{i,j}(\epsilon) = \theta \left\{ \epsilon - \|X_i - X_j\|_i \right\}, i, j = 1, \dots, N. \quad (1)$$

Donde $\theta\{\cdot\}$ es la función de Heaviside, ϵ es el valor umbral o límite que seleccionemos, N es el número de estados considerados X_i y $\|\cdot\|_i$ es una norma (Dimitriev y otros, 2020).

Los GRs se obtienen trazando la matriz de recurrencia, y utilizando diferentes colores para sus entradas binarias, por ejemplo, trazando un punto negro en las coordenadas (i, j) , si $R_{i,j} \equiv 1$, y un punto blanco, si $R_{i,j} \equiv 0$. Ambos ejes de los GRs son ejes de tiempo y se muestran desde el origen hacia la derecha y hacia arriba por convención. Debido a que $R_{i,i} \equiv 1$ por definición, los GRs tienen siempre una línea diagonal principal de color negro que es la denominada línea de identidad (LI). Además, por definición los GRs son simétricos respecto a la diagonal principal, es decir, $R_{i,j} \equiv R_{j,i}$.

Como vemos en (1), hay que elegir una norma apropiada para obtener un gráfico de recurrencia. Una norma muy utilizada es la euclidiana. Un parámetro crucial de los GRs es el umbral ϵ . Por ello, hay que prestar especial atención a su elección. Si ϵ se elige demasiado pequeño, podría ocurrir que prácticamente no existieran puntos de recurrencia y por lo tanto no podamos deducir alguna conclusión sobre la estructura de recurrencia del sistema subyacente. Por otra parte, si ϵ se elige demasiado grande, casi todos los puntos se consideran vecinos de todos los demás puntos, lo que puede conducir a resultados erróneos.

Otros parámetros básicos son la dimensión de embebimiento o incrustación m y el retardo τ . Para el análisis de las series temporales deben elegirse adecuadamente ambos parámetros. En la literatura se han propuesto diferentes enfoques para la estimación de la dimensión de embebimiento más pequeña, por ejemplo, el denominado falso algoritmo del vecino más cercano, así como, por ejemplo, la función de autocorrelación o la función de información mutua para el caso de un retardo temporal adecuado (Barkoulas et al., 2012).

Los GRs aportan importantes conocimientos sobre la evolución temporal de esas trayectorias porque los patrones típicos de los GRs están vinculados a un comportamiento específico del sistema. Así los patrones a gran escala o tipología en los GRs pueden ser clasificados en homogéneos, periódicos, a la deriva y perturbados. Con mayor detalle, los GRs homogéneos son típicos de los sistemas estacionarios en los que los tiempos de relajación o de retorno al equilibrio son cortos en comparación con el tiempo que cubre el gráfico. Un ejemplo de gráfico de este tipo es el de una serie temporal aleatoria estacionaria. Los sistemas periódicos y cuasiperiódicos tienen GRs con estructuras recurrentes orientadas diagonalmente, periódicas o cuasiperiódicas (líneas diagonales, estructuras de tablero de ajedrez).

Tabla 1. Resumen del significado de algunos patrones existentes en los GRs.

Tipo de patrón	Significado
Homogeneidad	Proceso estacionario
Desvanecimiento en los ángulos superior izquierdo e inferior derecho	Datos no estacionarios; el proceso puede tener una tendencia o una deriva
Perturbaciones (bandas blancas)	Datos no estacionarios; algunos estados son raros o están lejos de la normalidad; pueden haberse producido transiciones
Patrones periódicos o cuasiperiódicos	Ciclicidades en el proceso; la distancia temporal entre los patrones periódicos (por ejemplo, las líneas) corresponde al período; las diferentes distancias entre las líneas diagonales largas revelan procesos cuasi periódicos
Puntos aislados únicos	Fuerte fluctuación en el proceso; si sólo se producen puntos aislados, el proceso puede ser un proceso aleatorio no correlacionado
Líneas diagonales (paralelas a la diagonal principal)	La evolución de los estados es similar en diferentes épocas; el proceso podría ser determinístico; si estas líneas diagonales se producen junto a puntos aislados, el proceso podría ser caótico
Líneas diagonales (ortogonales a la diagonal principal)	La evolución de los estados es similar en diferentes momentos de tiempo, pero con el tiempo invertido; a veces esto es una indicación de un embebimiento o incrustación insuficiente
Líneas o cúmulos verticales y horizontales	Algunos estados no cambian o cambian lentamente durante algún tiempo; indicación para los estados laminares
Largas estructuras de líneas arqueadas	La evolución de los estados es similar en diferentes épocas, pero con diferente velocidad; la dinámica del sistema podría estar cambiando

Fuente: Elaboración propia a partir de las referencias citadas en el texto.

Asimismo, en un GR también existen estructuras de pequeña escala, o textura que puede clasificarse en puntos simples, líneas diagonales, así como líneas verticales y horizontales (la combinación de líneas verticales y horizontales forma grupos rectangulares de puntos de recurrencia); además, pueden aparecer incluso líneas arqueadas. Un resumen del significado de los patrones más frecuentemente generados en los GRs se muestra en la Tabla 1.

2.2. Ejemplos

En la figura 1 se muestran dos ejemplos de GRs extraídos de Holyst y otros (2001), correspondientes, respectivamente, a una serie de datos aleatorios y a la serie caótica denominada mapa de Henon. Se comprueba que en el gráfico correspondiente al sistema caótico determinista (mapa de Henon) existen líneas cortas que son paralelas a la diagonal principal. La presencia de esos segmentos cortos refleja el carácter determinístico del sistema. Por el contrario, estas están ausentes en el gráfico correspondiente a la serie de datos aleatorios. Cabe destacar que en este último caso los puntos de recurrencia están simplemente distribuidos con un patrón aleatorio homogéneo, lo que significa que una variable aleatoria carece de estructuras determinísticas. Por consiguiente, las estructuras diagonales de los GRs identifican el rango en el que una fracción de la trayectoria está relativamente cerca de otra en un tiempo diferente. Por ejemplo, para un sistema de caos determinista, se observan pequeñas líneas paralelas a la diagonal principal. Sin embargo, en los sistemas estocásticos los pequeños segmentos de líneas están ausentes, y se observan puntos distribuidos uniformemente.

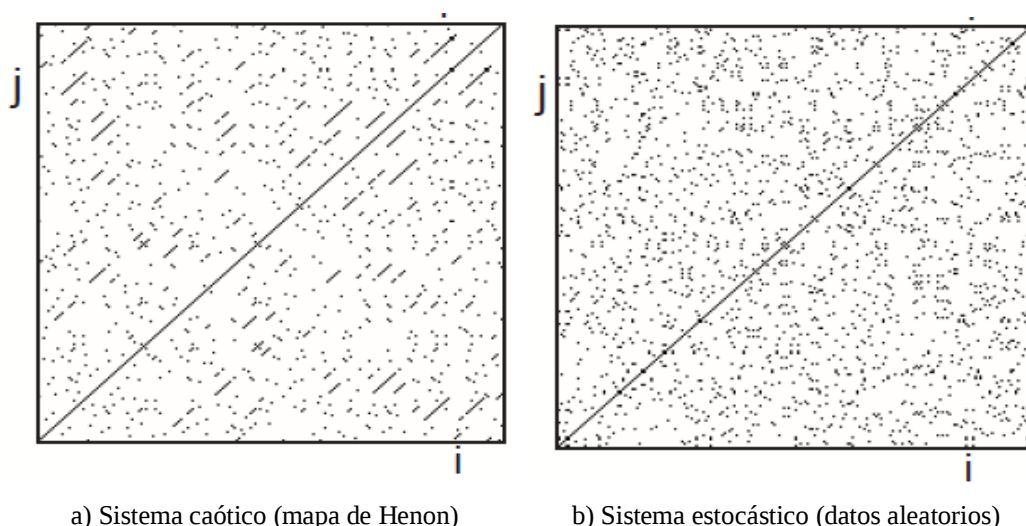


Figura 1. Mapas de recurrencia de: a) sistema caótico y b) estocástico.

2.3. Extensión

En las últimas décadas han surgido varias ampliaciones del método de GRs. Por ejemplo, Zbilut y Webber (1992) introducen el análisis de cuantificación basado en los gráficos de recurrencia. De esta forma se busca solucionar el problema de la existencia de patrones complejos en los GRs que a veces son difíciles de interpretar. En el análisis de cuantificación se utilizan diversos índices numéricos que complementan la información suministrada por los GRs. Algunos de los más utilizados son: el porcentaje de recurrencia $REC = N_r/N_t$, donde N_r es el número de todos los puntos de recurrencia, N_t es el número de todos los puntos posibles (los puntos pertenecientes a la diagonal principal se excluyen) y el porcentaje de determinismo $DET = N_l/N_r$, donde N_l es el número de puntos de recurrencia pertenecientes a las líneas paralelas a la diagonal principal.

3. APLICACIONES EN ECONOMÍA

A partir de la literatura sobre gráficos de recurrencias (GRs) se observa que desde el trabajo pionero de Eckmann y otros (1987) se ha publicado un gran número de investigaciones que abarcan a las más diversas disciplinas científicas. En esta sección describimos los principales rasgos de algunas de las investigaciones más destacadas que utilizan dicha herramienta para el estudio de la dinámica existente en series temporales económicas o financieras.

En el trabajo de Addo y otros (2013) se emplean los GRs como herramienta de detección y caracterización de los ciclos financieros. Más concretamente, se comprueba la utilidad de GR en la diagnosis y detección de burbujas y crisis financieras. Para ello se consideran dos series financieras: El Índice S&P 500 y el Nasdaq Composite en el período comprendido entre el 2 de enero de 1990 y el 31 de agosto de 2012. Se observa que el comienzo y final de una crisis financiera corresponden al principio y final de la formación de una estructura similar a una mariposa en la diagonal principal. Así se detecta la crisis financiera global 2008-2009 en el gráfico de recurrencia.

En el trabajo de Bastos y Caiado (2011) se investiga la presencia de dependencias deterministas en los mercados bursátiles internacionales utilizando la herramienta de gráficos de recurrencia. El estudio se basa en la serie de precios diarios de los mercados bursátiles durante 15 años de 46 países que representan cerca del 70% de la población mundial y el 90% del producto mundial. El periodo de estudio abarca desde enero de 1995 hasta diciembre de 2009 y cubre acontecimientos tan señalados como la crisis monetaria asiática de 1997, el estallido de la burbuja

de las denominadas punto-com en 2000 y la crisis de las hipotecas de alto riesgo de 2008-09. Los gráficos obtenidos presentan muchas características comunes, que posiblemente reflejan el alto nivel de integración de estos mercados. El análisis realizado a partir de los gráficos de recurrencia obtenidos sugiere que los mercados de valores de los países con una fuerte interdependencia económica tienden a mostrar características similares en los gráficos de recurrencia. Por ejemplo, mientras que los gráficos de los mercados occidentales mostraron una estructura en forma de "mariposa", el mercado del sudeste asiático mostró una estructura en forma de "flecha".

Belaire-Franch y otros (2002) examinan la existencia de no linealidad y caos en los tipos de cambio reales en diferentes países utilizando los GRs y el análisis de cuantificación de la recurrencia (ACR). Obtienen que las series de tipos de cambio reales de algunos países como Alemania, Austria, Bélgica, Grecia, Japón, Noruega, Países Bajos y Suiza presentan un comportamiento no lineal y caótico mientras que para otros países como Dinamarca, Finlandia, Irlanda, Italia y España no parece deducirse la existencia de caos.

Holyst y otros (2001) investigaron varias series de datos financieros como las correspondientes al tipo de cambio dólar/GBP, los tipos de los bonos del Tesoro de los Estados Unidos y el índice bursátil de Varsovia mediante gráficos de recurrencia, y mostraron que la serie de los tipos de cambio (dólar/libra esterlina), puede considerarse como la más determinística entre las series analizadas. En definitiva, concluyen que las series temporales financieras analizadas pueden considerarse una mezcla de comportamiento determinista y estocástico debido a la presencia de órbitas periódicas inestables. Dichas órbitas pueden utilizarse para controlar la dinámica caótica existente en dichas series mediante métodos de retroalimentación apropiados.

Gilmore (2001) estudia la presencia de un comportamiento caótico en los datos de los tipos de cambio. Los datos consisten en series diarias de tipos de cambio para la libra esterlina, el marco alemán y el yen japonés durante el periodo del 7 de enero de 1976 al 1 de diciembre de 1995 para la libra y el marco, y del 7 de enero de 1976 al 17 de junio de 1994 para el yen. Mediante la aplicación de la herramienta de GRs a las series de cambio diarias no encuentra evidencia de un mecanismo generador de caos en estas series. Sin embargo, encuentra la existencia de dependencia no lineal, así como de cambios en el comportamiento de la serie a lo largo del tiempo. Particularmente, los GRs muestran un nítido patrón de cambios en la volatilidad, con períodos de volatilidad relativamente baja (áreas negras) junto a períodos de mayor volatilidad (áreas blancas). Finalmente concluye en la satisfactoria adecuación de los modelos de tipo ARCH para esta serie no lineal.

Yao y Lin (2017) aplican GRs para estudiar el determinismo del tipo de cambio del CNY yuan respecto al dólar, euro, yen, libra esterlina, ringgit (dólar malasio) y rublo, basándose en la

reconstrucción del espacio de fases. Utilizando dicha técnica encuentran que las series de retornos de los tipos de cambio tienen un cierto grado de determinismo al existir líneas cortas paralelas a la diagonal principal en dichos gráficos.

El objetivo básico de la investigación realizada por Chen (2011) es responder a la cuestión de si la dinámica de la tasa de desempleo de Taiwán se genera por un proceso dinámico determinístico no lineal. Para ello se utilizan los enfoques de gráficos de recurrencia y de análisis de cuantificación de la recurrencia que muestran los patrones existentes en la tasa de desempleo de Taiwán. Los datos corresponden a la tasa de desempleo de Taiwán durante el período comprendido entre 1978/01 y 2010/06. Aun siendo la serie temporal de pequeño tamaño y no estacionaria, los resultados obtenidos muestran que las técnicas de recurrencia usadas nos permiten identificar nítidamente diversas fases en la evolución de la transición del desempleo en Taiwán. En este sentido, comprueban que las series temporales muestran regímenes cíclicos diferentes: periódicos-caos-laminar-caos.

Inglada-Perez (2015) investiga la dinámica y la volatilidad del proceso subyacente de la demanda del transporte aéreo español estudiando tres series de tráfico aéreo diferentes: el número de pasajeros embarcados y desembarcados en vuelos nacionales, el número de pasajeros embarcados y desembarcados en vuelos internacionales y la carga total. El periodo analizado abarca desde enero de 1992 hasta diciembre de 2012. Para conseguir el objetivo de la investigación, en primer lugar, las series se preblanquearon mediante los modelos SARIMA. Posteriormente, se evaluó la dependencia no lineal en la serie de residuos aplicando una batería completa y extensa de contrastes y métodos, entre ellos los test de Tsay, Keenan, White, Teräsvirta y BDS y el método Kaplan. Después, explora la existencia de un comportamiento caótico utilizando varias técnicas como la Dimensión de Correlación o el Exponente de Lyapunov. También se utilizó la herramienta de los GRs. Para su construcción fue necesario definir dos parámetros diferentes; la dimensión de incrustación (m) y el retardo temporal (τ). La primera se estimó para cada serie utilizando el método del falso vecino más cercano y la segunda por el primer número en el que la información media mutua alcanzó su primer mínimo. Las distancias entre los puntos se calcularon con la norma euclidiana y considerando un radio de corte del 10% de la distancia máxima entre todos los puntos. No se detecta en los GRs de las series estudiadas la presencia de patrones como segmentos cortos paralelos a la diagonal principal que están relacionados con la existencia de caos. Además, en ninguna de las GRs existían puntos distribuidos de manera aleatoria homogénea como es característico en una serie independiente e idénticamente distribuida (iid). Por ello concluye que el sistema subyacente que generó la serie aparentemente no tiene un componente caótico significativo.

4. ESTUDIO DE DINÁMICA CAÓTICA EN EL MERCADO BURSÁTIL

4.1. Introducción

El análisis de los mercados financieros y la evolución de los precios de los activos financieros constituyen un capítulo esencial en el ámbito de la Economía. La existencia de múltiples agentes involucrados en la fijación de los precios de los activos, que además actúan con objetivos marcadamente diferentes, permite considerar los mercados financieros como sistemas complejos, en los que las interacciones de los elementos microscópicos resultan esenciales para todos los agentes interesados en conocer su comportamiento: gestores de fondos de inversión y otros inversores, gerentes de riesgo, y en general, para todas las personas e instituciones relacionadas con el mercado de valores.

La teoría más extendida en el estudio de los mercados financieros es la hipótesis de los mercados eficientes (EMH) que defiende que los mercados incorporan toda la información existente y se ajustan de forma rápida a los nuevos datos que pueden surgir. Sin embargo, los métodos tradicionales de modelización de las series temporales financieras y bursátiles en particular, basados en hipótesis como la EMH y en el supuesto de linealidad, se han mostrado impotentes para explicar los efectos de fenómenos y acontecimientos como las burbujas o las recesiones asociadas a bruscas variaciones en el precio de las materias primas. Además, durante las últimas décadas, el desarrollo acelerado de las nuevas tecnologías de información y comunicación, fenómenos como la globalización de la economía y la aparición de nuevos y sofisticados instrumentos financieros de inversión y financiación, han generado un aumento exponencial del nivel de complejidad en su funcionamiento.

Surge, por tanto, el interés y la necesidad de introducir métodos alternativos que, en su gran mayoría, proceden de otras disciplinas científicas como la física, para modelizar la dinámica de las series financieras, detectando posibles comportamientos no lineales y caóticos deterministas. De esta forma se abre el abanico de alternativas de análisis y predicción de las series financieras y particularmente de las series de cotizaciones en los mercados bursátiles, ancladas tradicionalmente en métodos como el análisis técnico y fundamental o en supuestos como el del mercado eficiente, basado en que los precios de los activos reflejan toda la información disponible.

En particular, el análisis de la posible existencia de un comportamiento caótico en las series financieras presenta sumo interés. Las series con una dinámica caótica se comportan de manera determinista en el sentido de que en principio podemos predecir el estado del sistema con cualquier precisión y horizonte temporal, una vez que se conocen exactamente las condiciones iniciales. Sin embargo, la teoría del caos nos ha enseñado que algunos sistemas, aunque deterministas, son muy sensibles a fluctuaciones y que incluso las más pequeñas perturbaciones de las condiciones iniciales pueden hacer imposible una predicción precisa en intervalos largos de tiempos. No obstante, incluso para estos sistemas caóticos, la predicción a corto plazo de la serie es factible (Marwan y otros, 2007), lo que es un resultado importante en el estudio de las series financieras.

En este trabajo se estudia la existencia de patrones no lineales y el comportamiento caótico en la serie temporal correspondiente al índice bursátil IBEX. Para ello, se emplea la técnica de los gráficos de recurrencia. Los resultados obtenidos contribuyen, de forma apreciable, a esclarecer el comportamiento de dicho mercado bursátil y sugieren que la dinámica de la serie financiera analizada parece seguir un patrón no lineal. Asimismo, no se detectan evidencias apreciables de la existencia de un comportamiento caótico en la serie financiera analizada.

4.2. Metodología

Para contrastar si los modelos lineales utilizados tradicionalmente explican satisfactoriamente la dinámica subyacente o, por el contrario, existe un comportamiento no lineal estocástico o determinístico en las series diarias de los índices bursátiles considerados, en primer lugar, se aplican los filtros adecuados a la serie original, en forma de diferencias regulares de los logaritmos, para obtener las correspondientes series de los retornos o rendimientos. A continuación, después de comprobar si las series de retornos son estacionarias, se procede al proceso de modelización lineal de las series obtenidas para el periodo que transcurre entre el 3 de febrero de 1992 y el 31 de Julio de 2013, utilizando modelos ARMA. La elección del modelo se realizó, en una primera instancia, atendiendo al criterio descrito por Nelson. (1991).

A continuación, se aplica el test BDS para contrastar la existencia de no linealidad en las series de los residuos obtenidos en la modelización anterior. En el caso que se detectara la existencia de no linealidad, la utilización de los modelos ARIMA¹ para la predicción y

¹ Referidos como modelo ARMA en este trabajo.

modelización no sería adecuada y habría que introducir otras alternativas metodológicas, como los modelos GARCH (Bollerslev, 1986) y EGARCH (Nelson, 1991) para el caso de que se observara que la no linealidad de los residuos no fuera de carácter determinista y se debiera a la variación temporal de la volatilidad. El posible carácter caótico de los residuos obtenidos en las dos modelizaciones se contrasta con la herramienta de los gráficos de recurrencia que ha sido descrita en el apartado segundo.

4.3. Datos

La serie temporal de las cotizaciones diarias de los mercados de valores, utilizada en esta investigación, corresponde al índice bursátil IBEX 35 (IBEX). El índice bursátil seleccionado ofrece una imagen fidedigna de la evolución del correspondiente mercado y su utilización es sumamente interesante para los agentes que operan en los mercados bursátiles, ya que facilita la toma de decisiones al no necesitar grandes volúmenes de información.

El índice IBEX es el índice de referencia del mercado continuo de la Bolsa española. Está compuesto por los 35 valores más líquidos cotizados en el Sistema de Interconexión Bursátil de las cuatro Bolsas españolas, independientemente del sector al que pertenezcan. El IBEX representa un amplio porcentaje del volumen total contratado en el mercado continuo y de la capitalización del total de la Bolsa española, por lo que es un buen indicador de la tendencia y evolución del mercado.

La muestra que se analiza abarca desde enero de 1992 hasta julio de 2013, incluyendo los datos diarios de cierre del índice. Los datos han sido tomados de Yahoo Finance² y su evolución temporal se representa en la figura 2. En la Tabla 2 se muestran los principales estadísticos descriptivos de la serie investigada.

En la evolución del IBEX 35 se observa que tras un largo e intenso ciclo alcista, alcanza su máximo histórico el 8 de noviembre de 2007, con un valor de 15.945 puntos. Sin embargo, la crisis financiera iniciada en septiembre de 2008 llevó al índice hasta los 5.956 puntos el 24 de julio de 2012, arrastrado por el sector constructor y bancario, así como por la tensión sobre la prima de riesgo española, que se mantenía en máximos históricos por encima de los 630 puntos básicos. Un dato claramente relevador del declive de las cotizaciones provocado por la crisis financiera es que 2008 fue el peor año para el Ibex 35, perdiendo cerca del 40% de su valor en dicho año.

²<http://finance.yahoo.com/>



Figura 2. Evolución del índice IBEX 35.

En la Tabla 2 se muestran los principales estadísticos descriptivos de la serie estudiada. La serie del principal índice bursátil de la Bolsa española presenta un coeficiente de asimetría negativo (-0,05). Además, puede concluirse que los datos no provienen de una distribución normal, tal y como refleja el test de Jarque-Bera ($P\text{-valor} < 0,05$).

Tabla 2. Estadísticas descriptivas del IBEX.

IBEX 35	Serie Original	Retornos	Residuo ARIMA	Residuos GARCH	Residuos EGARCH
Media	8124,38	0,0002	4,86e-008	-0,0407	-0,0063
Desviación típica	3354,74	0,0146	0,0145	0,9989	1,0001
Mediana	8362,9	0,0007	0,0005	-0,0158	0,0166
Mínimo	1873,58	-0,0959	-0,0965	-6,5618	-7,7301
Máximo	15945,7	-0,1348	0,1335	5,9752	5,2568
Asimetría	-0,0526	-0,0054	-0,0428	-0,2057	-0,1960
Curtosis	2,3074	7,8791	7,7376	4,4174	4,4775
Test Jarque Bera	110,96*	5382,03*	5076,16*	492,48*	528,23*
N	5427	5426	5426	5426	5426

Fuente: Elaboración propia.

4.4. Resultados

4.4.1. Serie de retornos

Para eliminar posibles tendencias y convertir la serie original en estacionaria se obtuvo la serie de retornos o rendimientos mediante la aplicación de la diferencia de los logaritmos. La evolución de esta nueva serie se muestra en la figura 3 y junto a los datos presentados en la Tabla 2, nos sugiere que es estacionaria y que presenta una distribución de frecuencias leptocúrtica, con un coeficiente de asimetría negativo y unas colas más anchas o densas que la distribución normal, características conocidas de los rendimientos bursátiles (Fama, 1970). El exceso de curtosis provoca que, rentabilidades alejadas de la media sean más comunes que en una distribución normal y por lo tanto, que el inversor esté sometido a un mayor riesgo.

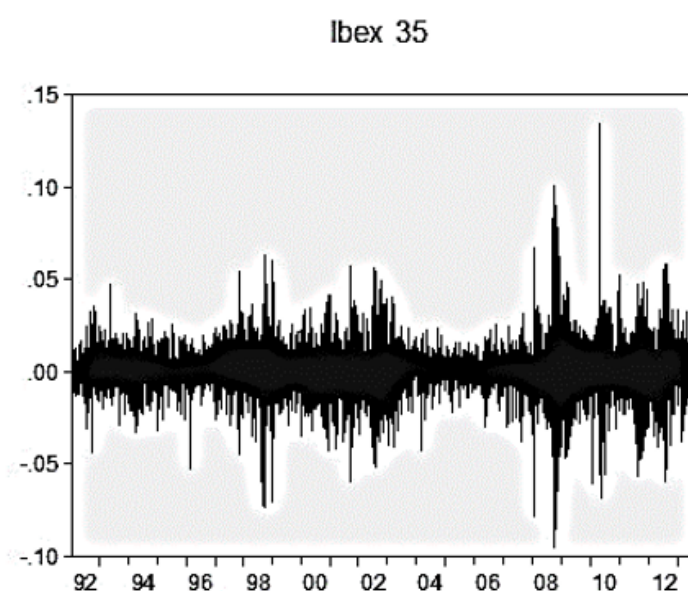


Figura 3. Evolución de la serie de retornos del IBEX 35.

Para confirmar que la serie de retornos es estacionaria se aplicaron diversos contrastes de raíces unitarias cuyos resultados se muestran en la Tabla 3. Los resultados del test de Dickey y Fuller aumentado (DFA), del contraste de Phillips y Perron (PP), que corrige de forma no paramétrica las estimaciones de los errores estándar de los parámetros en el modelo de Dickey y Fuller, y del test Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (KPSS) confirman que la serie de retornos es estacionaria.

Tabla 3. Estudio del carácter estacionario de la serie IBEX y de sus retornos.

	Serie IBEX	Retornos
<i>Test Dickey Fuller Aumentado</i>		
Con Constante	-1,8643 (0,3496)	-53,5682 (0,0001)
Con Constante y Tendencia	-1,6676 (0,7655)	-53,5897 (0,0000)
<i>Test Kwiatkowski–Phillips–Schmidt–Shin</i>		
Con Constante	5,1229	0,2791
Con Constante y Tendencia	1,0088	0,0543
<i>Test Phillips-Perron</i>		
Con Constante	-1,8167 (0,3727)	-71,1395 (0,0001)
Con Constante y Tendencia	-1,5767 (0,8023)	-71,1609 (0,0000)

Notas: La hipótesis nula de los test es la existencia de raíces unitarias. Para el test Dickey-Fuller Aumentado se muestra entre paréntesis el p-valor unilateral de MacKinnon. El ancho de banda para el Test Phillips-Perron se determinó utilizando el Bartlett Kernel (Newey-West automático). Los valores críticos para el test de Kwiatkowski–Phillips–Schmidt–Shin al 5% de nivel de confianza fueron 0,463 y 0,146 para el modelo con constante y el modelo con constante más tendencia, respectivamente. Los valores menores que el nivel de significación (5%) se muestran en negrita.

Fuente: Elaboración propia.

4.4.2. Análisis de la no linealidad

Tabla 4. Modelos estimados de la serie de retornos del IBEX.

Modelo lineal	Modelo no lineal	
ARMA	[GARCH]	[EGARCH]
ARMA(0,3)	GARCH(2,1)	EGARCH(2,1)

Fuente: Elaboración propia.

Los modelos lineales y no lineales estimados en la serie de retornos se muestran en la tabla 4. A continuación se detalla el proceso de modelización adoptado.

Con base en los criterios de información de Akaike y Schwarz, se determina que el modelo ARMA más adecuado para la serie diaria correspondiente a los retornos del índice bursátil Ibex es ARMA(0,3). Los estadísticos de los residuos obtenidos mediante la aplicación de este modelo se presentan en la tabla 2. La nueva serie obtenida³ tras eliminar la parte lineal, presenta

³ Se refiere a los residuos después de eliminar la parte lineal.

valores de su media cercanos a cero, un coeficiente de asimetría negativo, coeficiente de curtosis mayor que el de la distribución normal, y no parece seguir el patrón de la distribución normal (valor del estadístico Jarque-Bera: $\leq 0,005$), lo que puede ser un indicador de la existencia de una componente subyacente no lineal (Fang y otros, 1994).

Una vez eliminada la componente lineal de los retornos mediante el filtro ARMA, se comprueba la existencia de no linealidad en la serie obtenida de residuos como paso previo a la aplicación de un modelo no lineal.

Tabla 5. Resumen del test BDS de no linealidad.

Test	Ho	Retornos	ARMA(0,3)	GARCH(2,1)	EGARCH(2,1)
BDS	Lineal ^a	-	Rechaza	No rechaza	Mixto

Ho: ^a El test BDS puede aplicarse como un test de linealidad una vez se ha eliminado la parte lineal de la serie. Mixto: no concluyente, debido a la diferencia de resultados para las distintas dimensiones de embebimiento.

Fuente: Elaboración propia.

Con el fin de evaluar la no linealidad y la aleatoriedad de los datos, se realizó el test BDS. Se ha demostrado que este test es uno de los más eficientes a la hora de detectar la existencia de dependencia de los datos (Barnet y otros, 1997). El test BDS se aplica siguiendo la metodología sugerida por Brock y otros (1996), que consiste en aplicarlo tras eliminar la dependencia lineal. De este modo, se plantea este test como un método indirecto de analizar la no linealidad de un proceso. Si el test rechaza la hipótesis nula, la serie sería no lineal. Este procedimiento es teóricamente viable, ya que los cálculos sobre los residuos de un modelo autorregresivo no pierden la información importante derivada de la serie original, si es que ésta última proviniera de un sistema no lineal caótico, tal como demuestra el teorema de Brock. Se aplicó el test BDS a la serie de retornos, en la que ya se había eliminado la dependencia lineal, para diferentes dimensiones de embebimiento (variando entre 2 y 9). Los resultados se muestran en la tabla 5⁴, para los distintos valores de ϵ recomendado por Brock y Potter (1993). Los resultados obtenidos a partir del test BDS han mostrado evidencia acerca de la no linealidad de la serie considerada en esta investigación.

Comprobada la existencia de dependencia no lineal, se obtuvieron los modelos GARCH y EGARCH para comprobar si con ellos se explicaba la dependencia de carácter no lineal que mostraba la serie. Con base en los criterios de información de Akaike y Schwarz se seleccionaron los modelos GARCH(2,1) y EGARCH(2,1). Los modelos EGARCH, a diferencia de los modelos

⁴ Los resultados detallados no se presentan por motivos de espacio. Están a disposición de los lectores tras petición.

GARCH, realizan la estimación de la varianza condicional, considerando el signo de la innovación en el período anterior, y por ello, suelen ser buenos candidatos para modelizar los procesos financieros.

4.4.3. Estudio del comportamiento caótico

Como la no linealidad es una condición necesaria pero no suficiente del comportamiento caótico (Adrangi y otros, 2001), se procede a analizar su posible existencia en la serie del IBEX. Para el estudio de la existencia de una dinámica caótica en una serie temporal se pueden emplear tanto métodos analíticos como visuales. En la presente investigación se aplica el método de los gráficos de recurrencia que nos permite obtener conclusiones robustas sobre la posible existencia de un comportamiento caótico.

En la Figura 4 se muestran los GRs para las series correspondientes a los retornos y los residuos del modelo ARMA del IBEX 35. Para su elaboración, se han considerado, los valores óptimos de los dos parámetros, m - dimensión de embebimiento y τ - el retardo considerado, como ya se ha descrito previamente (Fraser y Swinney, 1986 y Kennel y otros, 1992). Asimismo, se ha elegido la distancia euclídea y el punto de corte del radio (ε) viene definido como un 10% de la distancia máxima entre todos los puntos del espacio de fases reconstruido (Zbilut, 1992).

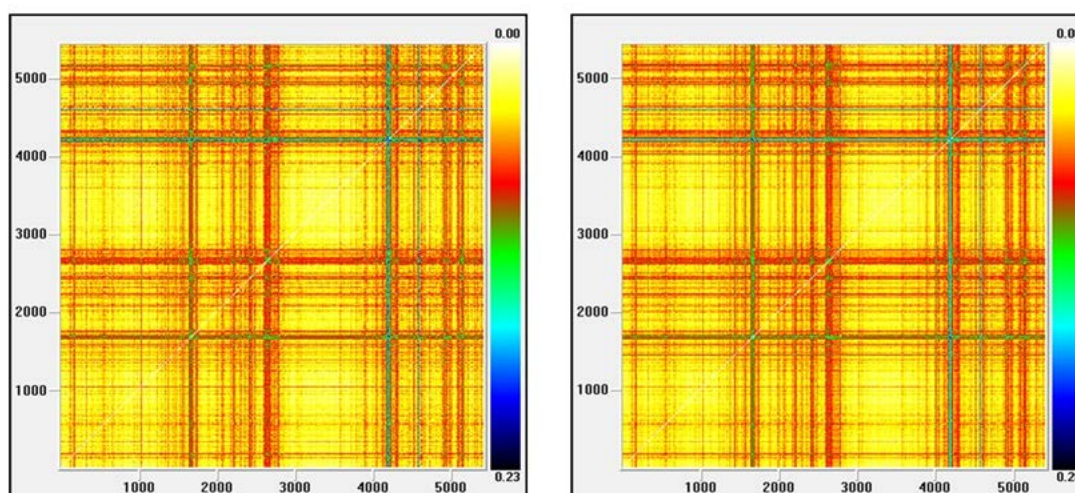


Figura 4. Gráficos de recurrencia para las series de retornos y residuos del modelo ARMA del IBEX 35.

El Análisis de Recurrencia Visual realizado se basa en la definición de gráfico de recurrencia de Eckmann (1987). Los puntos situados por encima de la diagonal principal representan la distancia entre el mismo vector y cada vector embebido en el espacio de fases y por tanto segmentos paralelos a la diagonal, indicarían un comportamiento caótico (Barkoulas y otros, 2012). Como se observa en los GRs, en ningún caso se presentan líneas paralelas a la diagonal por lo que no parece existir un comportamiento caótico en las dos series analizadas.

En resumen, en este trabajo se ha analizado la serie del índice bursátil IBEX 35 y por tanto, la dinámica subyacente del mercado de activos que representa. En particular se ha estudiado mediante la herramienta de los Gráficos de recurrencia la existencia de un comportamiento caótico en la serie de retornos de dicho índice. En primer lugar, los resultados obtenidos del test BDS sugieren que el índice IBEX, así como sus retornos, tiene un comportamiento estocástico no lineal. Los resultados obtenidos sobre la no linealidad e independencia de la serie de retornos sugieren que la existencia de dependencia puede deberse a la heterocedasticidad, y por ello parece adecuado utilizar modelos GARCH y EGARCH en su modelización. Además, mediante la aplicación de los GRs no se ha encontrado evidencia de la existencia de un componente caótico en la serie de retornos del IBEX 35. Por lo tanto, los resultados obtenidos parecen indicar que la serie temporal analizada presenta un comportamiento no lineal y estocástico.

5. CONCLUSIONES

En esta investigación se han estudiado algunas de las aplicaciones del método de los GRs en el ámbito de la economía y finanzas. Para ello tras describir los principales rasgos que caracterizan dicho método de análisis de datos, se lleva a cabo una revisión de la literatura internacional de los trabajos más relevantes que han empleado dicha herramienta en el ámbito de la economía y finanzas. Finalmente, se exponen los resultados obtenidos en la aplicación de dicho método para detectar la posible existencia de un régimen caótico en la serie diaria del mercado bursátil español IBEX.

Con este ejemplo se comprueban las grandes ventajas de emplear el método de los gráficos de recurrencia en el análisis de datos económicos y financieros. Los resultados obtenidos contribuyen de forma apreciable a esclarecer el comportamiento de dicho mercado bursátil y sugieren que la dinámica de la serie financiera analizada parece seguir un patrón no lineal. Asimismo, no se detectan evidencias apreciables de la existencia de un comportamiento caótico en la serie financiera analizada. Las conclusiones son sumamente interesantes para los diferentes agentes que tienen relación con las operaciones en los mercados bursátiles: inversionistas,

intermediarios financieros, entidades de crédito y financieras, etc., así como para los reguladores del mercado de capitales.

Futuros trabajos podrían tener como objetivo básico la aplicación de la herramienta de los GRs en el estudio de series temporales financieras correspondientes a otros mercados bursátiles de economías de diferente grado de desarrollo. La aplicación de nuevas extensiones metodológicas de los GRs permitiría incluso la detección de posibles patrones comunes de comportamiento en las dinámicas de dichas series. Otras alternativas posibles de investigación consistirían en la utilización de dicha técnica para la detección de las crisis financieras y el estudio del comportamiento de los mercados bursátiles debido a la emergencia de dichos fenómenos.

6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ADDO, P.M, BILLIO, M. y GUEGAN, D. (2013). “Nonlinear Dynamics and Recurrence Plots for Detecting Financial Crisis”. *The North American Journal of Economics and Finance*, 26, pp. 416-435.
- ADRANGI, B., CHATRATH, A. y RAFFIEE, K. (2001). “The demand for US air transport services: A chaos and nonlinearity investigation”. *Transportation Research Part E-logistics and Transportation Review*, 37, pp. 337-353.
- BARKOULAS, J. T., CHAKRABORTY, A. y OUANDLOUS, A. (2012). “A metric and topological analysis of determinism in the crude oil spot market”. *Energy Economics*, 34, pp. 584–591.
- BARNETT, W. A., GALLANT, A. R., HINICH, M. J., JUNGEILGES, J. A., KAPLAN, D. T. y JENSEN, M. J. (1997). “A single-blind controlled competition among tests for nonlinearity and chaos”. *Journal of Econometrics*, 82, pp. 157–192.
- BASTOS, J.A. y CAIADO, J. (2011). “Recurrence quantification analysis of global stock markets”. *Physica A*, 390, pp. 1315-1325.
- BELAIRE-FRANCH, J. y CONTRERAS, D. (2002). “Recurrence plots in nonlinear time series analysis: Free software”. *Journal of Statistical Software*, 7(9), pp. 1-18.

- BELAIRE-FRANCH, J., CONTRERAS, D. y TORDERA-LLEDO. L. (2002). “Assessing nonlinear structures in real exchange rates using recurrence plot strategies”. *Physica D*, 171, pp. 249–264.
- BROCK, W. A., SCHEINKMAN, J. A., DECHERT, W. D. y LEBARON, B. (1996). “A test for independence based on the correlation dimension”. *Econometric Reviews*, 15 (3), pp. 197-235.
- BROCK, W. A. y POTTER, S. (1993). “Nonlinear Time Series and Macroeconomics”. En *Handbook of Statistics*, Ed, Maddala, G. S., Rao, C. R. y Vinod, H. D., Vol. II, pp. 195–229. Amsterdam: North Holland.
- BOLLERSLEV, T. (1986). “Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity”. *Journal of Econometrics*, 31, pp. 307-327.
- CHEN. W. S. (2011). “Use of recurrence plot and recurrence quantification analysis in Taiwan unemployment rate time series”. *Physica A*, 390, pp. 1332–1342.
- DIMITRIEV D., SAPEROVA E. V., DIMITRIEV A, y KARPENKO Y. (2020). “Recurrence Quantification Analysis of Heart Rate During Mental Arithmetic Stress in Young Females”. *Frontiers in Physiology*. 11:40.
- ECKMANN, J.P., KAMPHORST, A.O. y RUELLE, D. (1987). “Recurrence plots of dynamical systems”. *Europhysics Letters*, 5, pp. 973–977.
- FAMA, E.F. (1970). “Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work”. *Journal of Finance*, 25 (2), pp. 383-417.
- FANG, H., LAI, K. S. y LAI, M. (1994). “Fractal structure in currency futures price dynamics”. *The Journal of Futures Markets*, 14, pp. 169 –181.
- FRASER, A. M. y SWINNEY, H. L. (1986). “Independent coordinates for strange attractors from mutual information”. *Physical Review A*, 33 (2), 1134.
- GILMORE, C. G. (2001). “An examination of nonlinear dependence in exchange rates, using recent methods from chaos theory”. *Global Finance Journal*, 12 (1), pp. 139–151.

- HOLYST, J. A., ZEBROWSKA, M., y URBANOWICZ, K. (2001). “Observations of deterministic chaos in financial time series by recurrence plots, can one control chaotic economy?” *The European Physical Journal B*, 20(4), pp. 531–535.
- INGLADA-PEREZ, L. (2015). “Evaluación de la no linealidad y del comportamiento caótico en el transporte marítimo”. *Revista de Evaluación de Programas y Políticas Públicas/Journal of Public Programs and Policy Evaluation (REPPP)*, (4), pp. 40-58.
- INGLADA-PÉREZ, L. (2016). “Uncovering nonlinear dynamics in air transport demand”. *International Journal of Transport Economics*, 43 (1-2), pp. 33-66.
- KENNEL, M.B., BROWN, R. y ABARBANEL, H.D.I. (1992). “Determining embedding dimension for phase-space reconstruction using a geometrical construction”. *Physical Review A*, 45(6), pp. 3403–3411.
- MARWAN. N, ROMANO. M.C., THIEL. M. y KURTHS, J. (2007). “Recurrence plots for the analysis of complex systems”. *Physics Reports*, 438, pp. 237–329.
- NELSON, D. B. (1991). “Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach”. *Econometrica*, 59 (2), pp. 347-370.
- TAKENS, F. (1981). “Detecting strange attractors in turbulence”, in: D. Rand, L. Young (Eds.), *Dynamical Systems and Turbulence*, Springer, Berlin, pp. 366–381.
- YAO, C. Z. y LIN, Q. W. (2017). “Recurrence plots analysis of the CNY exchange markets based on phase space reconstruction”. *The North American Journal of Economics and Finance*, 42 (5), pp. 84–596.
- ZBILUT J.P. y WEBBER, C. L (1992). “Embeddings and delays as derived from quantification of recurrence plots”. *Physics Letters A*, 171, pp. 199–203.