

# Historias de Matemáticas

## Maryam Mirzakhani en Surfer

## Maryam Mirzakhani on Surfer

Xaro Nomdedeu Moreno

Revista de Investigación



Volumen IX, Número 2, pp. 049–062, ISSN 2174-0410

Recepción: 2 Feb'19; Aceptación: 15 Sep'19

1 de octubre de 2019

### Resumen

Breve biografía personal contextualizada de Maryam Mirzakhani y sucinta aproximación a los conceptos involucrados en su trabajo, acreedor de la primera Medalla Fields obtenida por una mujer. La contextualización se hace al hilo del film Persépolis, y la aproximación a su obra cuenta con el apoyo de objetos dinámicos construidos con el programa Surfer

**Palabras Clave:** Moduli, Geodésicas, Superficies de Riemann, Parametrización, Billares, Terremotos, Surfer, Seguridad.

### Abstract

Maryam Mirzakhani's brief personal contextualized biography and a succinct approach to concepts involved in her research, creditor of the first Fields Medal obtained by a woman. The contextualization is done in line with the film Persepolis, and the approach to her work has the support of dynamic objects built with the Surfer software.

**Keywords:** Moduli, Geodesics, Riemann Manifolds, Parameterize, Billiards, Earthquakes, Surfer, Security.

## 1. Introducción

*“La belleza de las matemáticas sólo se muestra a sus seguidores más pacientes”*

*Maryam Mirzakhani*

Tras haber superado los escollos de las prohibiciones sociales, políticas y económicas, la falta de referentes ha sido el muro infranqueable para las jóvenes estudiantes con talento matemático.

Maryam Mirzakhani, en la entrega de la medalla Fields, dijo: "Es un gran honor recibir esta medalla y me hará muy feliz que ello sirva para estimular el gusto por las matemáticas de

las jóvenes alumnas. Estoy convencida de que muchas más mujeres recibirán este premio en los próximos años.”

Tras su temprana ausencia, esta presentación pretende contribuir a que su deseo expreso se haga realidad.

## 2. Primera parte: biografía/cronología de Maryam Mirzakhani

Maryam fue hija de Ahmad Mirzakhani, un ingeniero eléctrico, y Zahra Haghighi. Dice ella sobre su familia y amistades:

*“Crecí en una familia con tres hermanos. Mis padres siempre fueron muy comprensivos y alentadores. Para ellos era importante que tuviéramos profesiones significativas y satisfactorias, pero no les importaba tanto el éxito como los logros. En muchos sentidos, fue un magnífico ambiente para mí, aunque estos fueron los tiempos difíciles de la guerra Irán-Iraq. Mi hermano mayor fue la persona que me interesó en la ciencia en general. Solía contarme lo que aprendía en la escuela.*

*Conocí a mi amiga Roya Beheshti la primera semana de clase en secundaria. Es inestimable tener una amiga que comparta tus intereses y te ayude a mantenerte motivada. Nuestra escuela estaba cerca de una calle llena de librerías en Teherán. Recuerdo que caminar por esta calle abarrotada e ir a las librerías fue muy emocionante para nosotras. No podíamos hojear los libros como suele hacerlo la gente aquí en una librería, así que terminábamos comprando muchos libros al azar.”*

Maryam se casó con Jan Vondrak, físico checo, cristiano, investigador en IBM, cerca de Stanford.

El triunfo de Maryam Mirzakhani enorgullece a las mujeres, especialmente de países musulmanes, a quienes recuerda cómo la cultura islámica, en nuestro medievo, tuvo una época en la que se estudió ciencia, no permitiendo que el saber de griegos y persas cayeran en la oscuridad de la época.

## 2.1. Breve cronología de la infancia de Mariam Mirzakhani, contextualizada en la historia de Irán, con el apoyo del cómic de Marjane Satrapi "Persépolis"



Figura 1: Marjane Satrapi (Autora del cómic "Persépolis") evoca su relación familiar con el pasado imperial de Irán.

La escasez de datos sobre la infancia de Maryam Mirzakhani hace difícil biografiar este periodo de su vida. Considerando que es relevante para esta exposición biográfica, se ha optado por realizar un mix con los pocos datos de que se ha dispuesto, los acontecimientos extraordinariamente relevantes que ocurrieron en su país durante su infancia y algunas viñetas del cómic autobiográfico "Persépolis" creado por Marjane Satrapi, habida cuenta de que la infancia de Maryam coincide con la adolescencia de Marjane, en el mismo Irán convulso de la revolución.

Persépolis, fue fundada por Darío I y destruida por Alejandro Magno en -330. Que Marjane Satrapi haya titulado su cómic con el nombre de la ciudad de Darío, da cuenta de la intención de enraizar su autobiografía con el esplendor del imperio persa. Esa intención se hace explícita en algunas viñetas de su obra como la que muestra la figura 1.

Durante el Imperio sasánida, siglo IV, Jundishapur fue centro intelectual mundial. En él se realizaron multitud de traducciones del griego que salvaguardaron el saber clásico. Destacan las traducciones de Hipócrates y Galeno. En Europa comienza la edad media.

Siglo X, Avicena es el sabio más importante del que tenemos noticia en ese siglo. Nació y murió en Persia. Europa atraviesa la edad media. Maryam es digna heredera del prestigio del saber persa en sus momentos más brillantes.

1785 – 1925: Durante estos casi dos siglos, reinó en Irán la dinastía kayar, de origen turco.

1906: se redacta la primera constitución, se crea el primer parlamento, somete a la monarquía a la constitución, que no tiene más salida que acatarla o abdicar.

1907 se produce un pacto anglo-ruso por el reparto de zonas de influencia, debido a la debilidad del gobierno iraní y la ambición de las potencias hegemónicas europeas por controlar los yacimientos petrolíferos de Irán.

1925 el ejército da un golpe de estado. Es entronizado el oficial golpista que se convierte en el primer sha de la dinastía palhavi, *Reza Shah*, que fue pronazi durante la segunda guerra mundial.

1941 *Reza Shah*, abdica en su hijo, Mohammad Reza Pahleví, que será el último sha, fuertemente sumiso a las potencias occidentales británica y estadounidense.

1943 EEUU, Rusia y Gran Bretaña reconocen la independencia de Irán, pero el sha sigue ligado a las potencias occidentales, en particular a Gran Bretaña, por intereses materializados en la compañía petrolífera anglo-iraní, futura British Petroleum (BP).



Figura 2: Marjane Satrapi evoca el reciente pasado colonizado de Irán.

1951 Mossadeq, primer ministro, nacionaliza el petróleo.

1953 golpe de estado inducido por potencias coloniales en la lucha por el petróleo recién nacionalizado (BP), gobierno títere, el sha instala una dictadura de hecho, moderniza el país, pero la riqueza no se reparte, se inicia un periodo de creciente malestar, republicanismo, represión, encarcelamientos y ejecuciones.

1967 coronación del sha, una vez asegurada la sucesión.

1969 nace Marjane Satrapi, autora de "Persépolis", novela gráfica autobiográfica. De familia progresista, simpatizante de la revolución antes de que se impusiera la facción islamista, estudió en el liceo francés de Therán y luego marchó a Austria (ver figura 2), regresó a estudiar Bellas Artes a Therán y por último marchó a París donde se convirtió en una dibujante, escritora de cómics, guionista, realizadora y directora de cine. Se estrenó en la dirección cinematográfica con la adaptación al cine de animación de su obra "Persépolis".

Continúa el malestar entre los diversos grupos opositores al sha.



*Figura 3: Marjane Satrapi escucha satisfecha las ideas políticas revolucionarias que llevaron a su tío a la cárcel y que lo llevarán dentro de poco a ser ajusticiado.*

1978 revueltas de los islamistas y nacionalistas (contra la injerencia anglosajona), demócratas (contra la dictadura del sha), comunistas (influencia de la joven URSS). (Ver figura 3)

1979, la revolución derroca al sha, liberación de presos políticos, elecciones democráticas, gana el fundamentalismo islámico. Represión, encarcelamientos y ejecuciones.

1988 fin de la guerra Irán-Irak

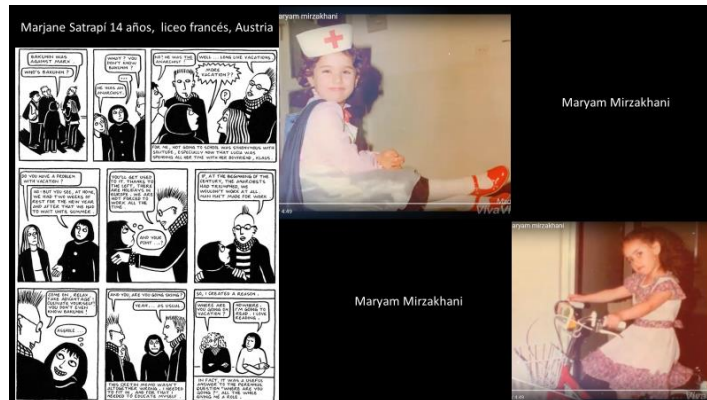


Figura 4: mientras Marjane Satrapi es una adolescente iraní residente en Suiza para alejarse de la represión islamista en su país, Maryam es una niña que vive feliz en un entorno familiar económicamente satisfactorio.

## 2.2. Breve biografía cronología de la etapa académica de Maryam Mirzakhani

Maryam ingresa en Farzanegan, centro de secundaria y bachillerato para jóvenes con talento. A pesar de la segregación por sexos impuesta por el régimen, Maryam superó los obstáculos que le impedían prepararse y presentarse a las olimpiadas matemáticas.



Figura 5: con el atuendo impuesto por los ayatolás y la medalla de oro ganada en las olimpiadas.

1994 Maryam gana la olimpiada internacional como representante de la República Islámica de Irán en Hong Kong.

1995 Maryam gana la olimpiada internacional como representante de la República Islámica de Irán, sin cometer ni un solo fallo, en Toronto.

Ingresa en la Sharif University of Technology.

1999 Maryam se licencia.



Figura 6: Con su madre y su hermano que la inició en el gusto por las matemáticas

1999 Maryam viaja a EEUU para inscribirse en un curso de Curtis T. McMullen.

2003 Maryam renuncia a una beca de la Universidad de Harvard y acepta una beca de investigación en el Clay, así como un contrato como profesora asociada en la universidad de Princeton.

2004 Maryam lee su tesis doctoral, dirigida por McMullen, con 130 páginas, titulada *Simple Geodesics on Hyperbolic Surfaces and Volume of the Moduli Space of Curves*. El trabajo le hizo acreedora de varios premios, entre ellos la Medalla Fields.

2006 Maryam colabora con Alex Eskin, y McMullen comenta al respecto de su trabajo:

*Mirzakhani, together with Alex Eskin and, in part, Amir Mohammadi, made a major breakthrough in understanding another dynamical system on moduli space that is related to the behaviour of geodesics in moduli space. Non-closed geodesics in moduli space are very erratic and even pathological, and it is hard to obtain any understanding of their structure and how they change when perturbed slightly. However, Mirzakhani et al have proved that complex geodesics and their closures in moduli space are in fact surprisingly regular, rather than irregular or fractal. It turns out that, while complex geodesics are transcendental objects defined in terms of analysis and differential geometry, their closures are algebraic objects defined in terms of polynomials and therefore have certain rigidity properties.*

2007 Maryam publica dos artículos:

- *Weil-Petersson volumes and intersection theory on the moduli space of curves; Simple geodesics and volumes of moduli spaces of bordered Riemann surfaces.*
- *Random hyperbolic surfaces and measured laminations.*

2008 Maryam publica otros dos artículos:

- *Growth of the number of simple closed geodesics on hyperbolic surfaces.*
- *Ergodic theory of the earthquake flow.*

Deja Princeton, es nombrada profesora de Matemáticas en la Universidad de Stanford, inicia su vida con Jan Vondrák

2009 Maryam obtiene el premio Leonard M. and Eleanor B. Blumenthal por el Avance en la Investigación de las Matemáticas Puras.

2010 Maryam dicta una conferencia sobre *On Weil-Petersson volumes and geometry of random hyperbolic surfaces* en la sección de Topology and Dynamical Systems & ODE del International Congress of Mathematicians.

2011 nace la hija de Maryam, Anahita, y publica con Eskin:

- *Counting closed geodesics in moduli*

2013 Maryam gana el premio Ruth Lyttle Satter in Mathematics. El cáncer aparece en su vida.

2014 Maryam dicta la conferencia plenaria en el International Congress of Mathematicians in Seoul, en el que le fue entregada la Medalla Fields.

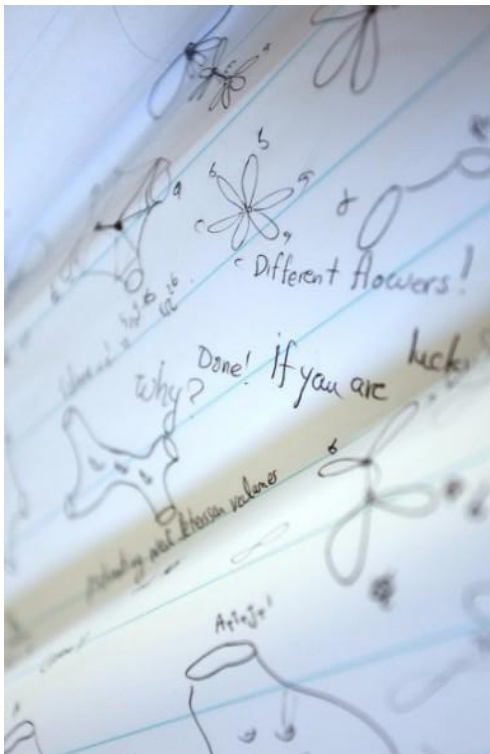


Figura 8: Maryam se describía a sí misma como lenta, pero constante. Pensaba las matemáticas con imágenes y enfocaba los problemas difíciles garabateando en grandes hojas de papel



Figura 7: Con Anahita y Jan Vondrák, en el acto de entrega de la Medalla Fields. Anahita pensaba que su mamá era pintora.



2015 Maryam es elegida académica de la Paris Academy of Sciences y de la American Philosophical Society.

2016 Maryam es elegida académica de la National Academy of Sciences.



Figura 9: Con objetos que desvelan su actitud y estado.

2017 Maryam es elegida académica de la American Academy of Arts and Sciences. Siguió trabajando, resolviendo nuevos problemas y construyendo herramientas nuevas para abordarlos, hasta el día 15 de julio de ese año en que el cáncer le ganó la partida a ella y a su creatividad.

Marc Tessier-Lavigne, Presidente de la Universidad de Stanford, cerca de Silicon Valley, dijo de ella:

*Maryam is gone far too soon, but her impact will live on for the thousands of women she inspired to pursue math and science. Maryam was a brilliant mathematical theorist, and also a humble person who accepted honours only with the hope that it might encourage others to follow her path. Her contributions as both a scholar and a role model are significant and enduring, and she will be dearly missed here at Stanford and around the world.*

Ralf Cohen, compañero en Standford dijo

*Maryam embodied what being a mathematician or scientist is all about: the attempt to solve a problem that hadn't been solved before, or to understand something that hadn't been understood before.*

### 3. Aproximación sucinta a la tesis de Maryam Mirzakhani

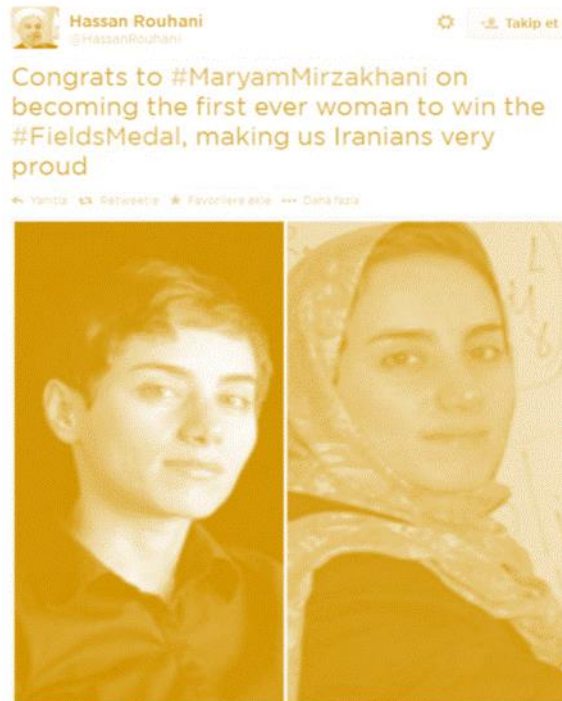


Figura 10: felicitación de Rouhani, actual presidente de Irán.

La tesis de Maryam versaba sobre las superficies de Riemann y se tituló *Simple geodesics on hyperbolic surfaces and the volume of the moduli space of curves* (2004).

Las superficies de Riemann fueron los personajes de una novela negra en la que ella era la única que sabía cómo evolucionaba la historia y cuáles eran las pistas que había que seguir.

Cuando una superficie diferenciable admite un atlas diferenciable en el que los cambios de carta son de hecho funciones, de transición, holomorfas, o analíticas (desarrollables en series de potencias:  $f(z)=\sum a_i z^i$ ), decimos que este atlas define una estructura compleja en la superficie y ésta se conoce con el nombre de superficie de Riemann.

Toda superficie de Riemann simplemente conexa es conformemente equivalente, biholomorfa o de hecho la misma que la esfera de Riemann (compacta),

el plano complejo o el disco de Poincaré (no compactas). Los cocientes por sus biholomorfismos son topológicamente equivalentes a una superficie compacta: esfera, toro o superficies de género mayor que 1.

La curvatura de Gauss de sus variedades reales riemannianas respectivas son 1, 0, -1. Las superficies se llaman en cada uno de estos casos elíptica (esfera de Riemann), parabólica (plano complejo, toro) e hiperbólica (disco unitario abierto con la métrica de Poincaré, cada superficie de género  $>1$ ).

Las geometrías asociadas son la elíptica, la euclídea y la hiperbólica respectivamente.

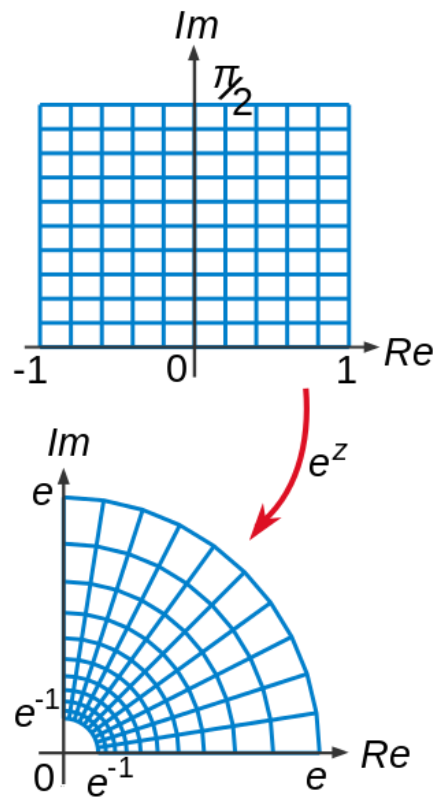


Figura 11:  $e^z$  y  $\ln(z)$  son biholomorfismos

A Maryam le gustan las superficies de género  $g \geq 2$

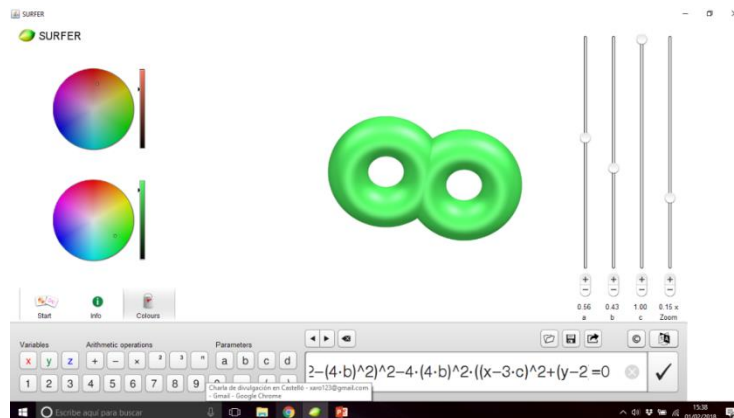


Figura 12: una superficie de género dos, obtenida "pegando" dos toros en Surfer.

Estudia las curvas geodésicas simples en dichas superficies.

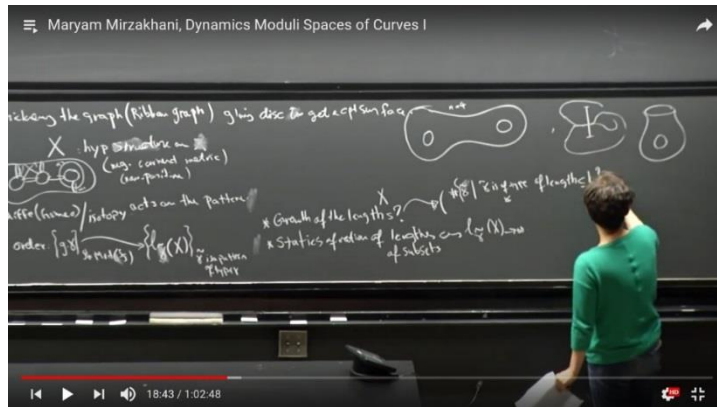


Figura 13: Maryam Mirzakhani exponiendo los cálculos sobre el número de geodésicas.

Maryam sabía que el número de curvas geodésicas cerradas en una superficie hiperbólica crece de forma exponencial en función de su longitud y en su tesis presentó una fórmula para estimar cómo crece el número de geodésicas cerradas simples (que no se cortan a sí mismas) en una superficie hiperbólica, en función de su longitud, obteniendo una expresión polinómica.

Obtuvo el volumen del espacio de moduli de curvas. (Dada una colección de objetos geométricos,  $X$ , y una relación de equivalencia  $\sim$  en esa colección de objetos, el espacio de moduli dota de estructura geométrica al conjunto de clases de equivalencia,  $X/\sim$ ).

El primer caso en la historia de un espacio de moduli es el doble cono como espacio de moduli de la colección de cónicas del plano módulo la relación de equivalencia afín, parametrizadas por un ángulo  $\beta \in [0, 2\pi]$  que permite identificar si se trata de una circunferencia (caso particular de elipse), una elipse, una hipérbola o una parábola. Con el apoyo del programa Surfer, se puede visualizar dinámicamente el paso de una clase a otra, según varía el parámetro que controla un deslizador.

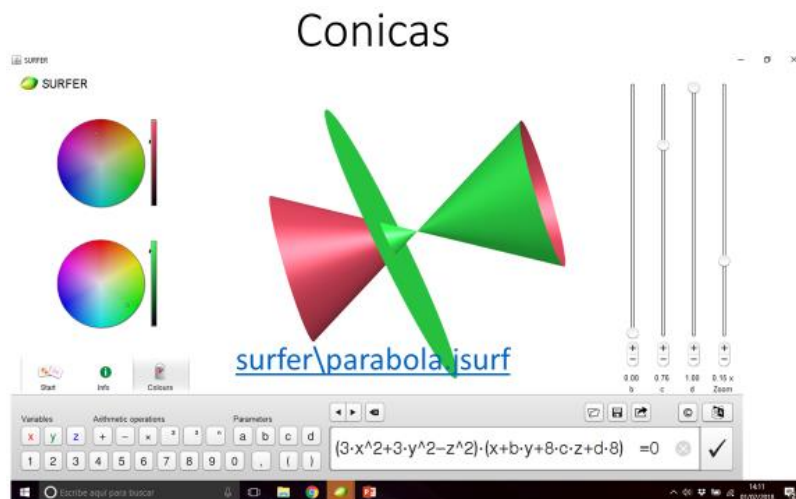


Figura 14: pantalla de inicio en Surfer, de la aplicación interactiva que ilustra el doble cono como espacio de moduli de las cónicas.

Los resultados obtenidos por Maryam Mirzakhani no se quedaron en el terreno de lo teórico, transitaron en los dos sentidos, de lo teórico a lo práctico y viceversa, como muestran sus trabajos sobre billares poligonales:

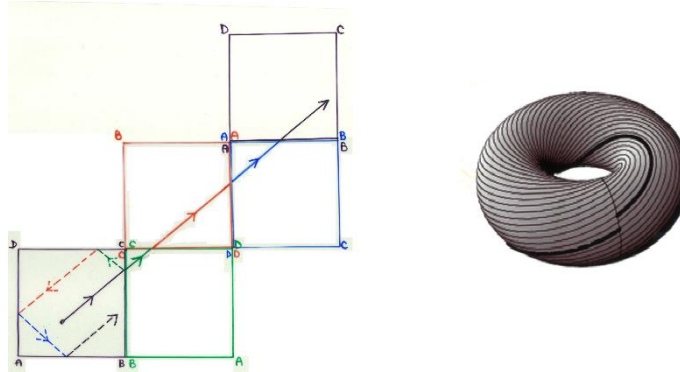


Figura 15: despliegue de las trayectorias en un billar cuadrado y su transformación en geodésicas en el toro cociente del cuadrado por identificación de aristas opuestas.

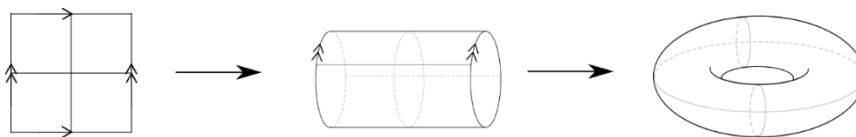


Figura 16: transformación del cuadrado en el toro cociente, por identificación de aristas opuestas

Las trayectorias en un billar poligonal se pueden ver como trayectorias en una superficie de Riemann (en este caso un toro) que, a su vez, es un punto del espacio de moduli correspondiente. Una aplicación: la iluminación de seguridad (ver figura 17).

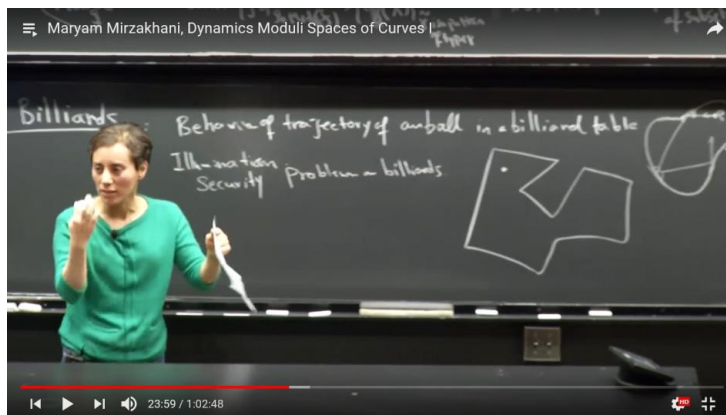


Figura 17: exposición de Maryam sobre billares generalizados y su aplicación a la iluminación de seguridad en recintos complejos.

Sus contribuciones no se han quedado limitadas al terreno de la geometría algebraica y diferencial, sino que han abierto caminos para resolver problemas de física teórica como el modelo estándar o la teoría de cuerdas.

## Referencias

- [1] ANTÓN SANCHO, Álvaro (2015), "El estudio de estructuras geométricas mediante espacios de moduli" en *Lecturas matemáticas*, vol 36, págs. (197-229), Valladolid, Universidad Católica de Ávila, <http://scm.org.co/aplicaciones/revista/Articulos/1175.pdf>, [visitado 7-04-2018].
- [2] MCMULLEN, Curtis T (2014), *The work of Maryam Mirzakhani*, Cambridge, <http://www.math.harvard.edu/~ctm/papers/home/text/papers/icm14/icm14.pdf> [visitado 7-04-2018].
- [3] IMU (2014), Maryam Mirzakhani, <https://www.youtube.com/watch?v=swLWqIKMl5M>, [visitado 7-04-2018].
- [4] MIRZAKHANI, Maryam (2014), "Dynamics on Moduli Spaces of Curves I". Lecture at the conference *Current Developments in Mathematics 2014*, Harvard Math, <https://www.youtube.com/watch?v=tprlQMClSYQ&t=787s>, [visitado 7-04-2018].
- [5] SATRAPI, Marjane (2006), *Persepolis*, Barcelona, ed. Norma.

### Sobre la autora:

Nombre: Xaro Nomdedeu Moreno

Correo Electrónico: xaro123@gmail.com

Institución: Colabora esporádicamente con diversas instituciones universitarias, políticas y culturales, para divulgar el conocimiento científico en general, el matemático en particular y visibilizar a las mujeres en este ámbito, desde presupuestos igualitaristas.