



Instructions for authors, subscriptions and further details:

<http://redimat.hipatiapress.com>

Estudio de las Interacciones de Alumnado Bilingüe Paquistaní en la Resolución de Problemas Matemáticos en el Aula de Secundaria

Atif Lodhi¹, Núria Rosich² y Beatriz Cantero²

1) Universitat de Barcelona, Spain

2) Universitat Autònoma de Barcelona, Spain

Date of publication: February 24th, 2019

Edition period: February 2019-June 2019

To cite this article: Lodhi, A., Rosich, N., & Cantero, B. (2019). Estudio de las interacciones de alumnado bilingüe paquistaní en la resolución de problemas matemáticos en el aula de secundaria. *REDIMAT – Journal of Research in Mathematics Education*, 8(1), 76-105. doi: [10.4471/redimat.2019.2380](https://doi.org/10.4471/redimat.2019.2380)

To link this article: <http://dx.doi.org/10.4471/redimat.2019.2380>

PLEASE SCROLL DOWN FOR ARTICLE

The terms and conditions of use are related to the Open Journal System and to [Creative Commons Attribution License](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/) (CCAL).

Study of the Interactions of Pakistani Bilingual Students in Solving Mathematical Problems in the Secondary School

Atif Lodhi
*Universitat de
Barcelona*

Nuria Rosich
*Universitat de
Barcelona*

Beatriz Cantero
*Universitat Autònoma
de Barcelona*

(Received: 07 November 2016; Accepted: 22 December 2018; Published: 24 February 2019)

Abstract

In this paper we try to answer whether the use of different languages by Pakistani immigrant students enrolled in the education system in Catalonia (Spain) facilitates their problem solving in a cooperative environment. The analysis of interactions emerging from the cooperative work has shown that students use different languages when solving problems, depending on their previous mathematics knowledge, depending on the language in which they have acquired it. The results have also revealed that when students from the same country work in pairs, they often do "code switching", this means that they tend to communicate in their second language (the language of their country of residence), but when they encounter doubts or in interpellations during a conversation, they introduce words from their first language, in order to facilitate communication. We have also observed that the types of interactions most commonly used by the group of students have been the cooperative and clarifying types (question and answer).

Keywords: Learning difficulties, mathematics, immigration, multicultural classrooms, problem solving.

Estudio de las Interacciones de Alumnado Bilingüe Paquistaní en la Resolución de Problemas Matemáticos en el Aula de Secundaria

Atif Lodhi
Universitat de
Barcelona

Nuria Rosich
Universitat de
Barcelona

Beatriz Cantero
Universitat Autònoma
de Barcelona

(Recibido: 07 Noviembre 2016; Aceptado: 22 Diciembre 2018; Publicado: 24 Febrero 2019)

Resumen

El trabajo que presentamos intenta ser una respuesta a si el uso de diferentes lenguas por parte del alumnado inmigrante de origen paquistaní escolarizado en España (Cataluña), facilita o no el trabajo de la resolución de problemas matemáticos de forma cooperativa. El análisis de las interacciones del trabajo cooperativo ha mostrado que los alumnos utilizan distintas lenguas cuando resuelven los problemas, dependiendo de sus conocimientos matemáticos previos según la lengua en que los habían aprendido. Los resultados también han puesto en evidencia que cuando estos alumnos trabajan por parejas del mismo país de procedencia, muchas veces efectúan el llamado “*code switching*”, es decir, delante de dudas e interpelaciones durante la conversación, estos tienden a comunicarse en la lengua del país de acogida, pero introducen palabras de la lengua del país de procedencia con la finalidad de facilitar la comunicación de la información.

Palabras clave: Dificultades de aprendizaje, matemáticas, inmigración, aulas multiculturales, resolución de problemas

Los movimientos migratorios se dan cada vez con más frecuencia en los países, dependiendo de las guerras, los desastres naturales y los efectos socioeconómicos, afectando sobre todo a la población infantil. En los últimos años ha habido cambios poblacionales importantes en España debidos a la inmigración. Los principales flujos de llegada de inmigrantes a España han sido los procedentes de países latinoamericanos, marroquíes, y en menor proporción de ciudadanos de países asiáticos como Pakistán y China. La población asiática es la que presenta más dificultades de integración en las aulas escolares, debido a la distancia cultural respecto a los autóctonos.

El estudio que presentamos se ha realizado en Cataluña, comunidad autónoma española, donde las cuestiones lingüísticas tienen un papel muy importante para la integración de alumnado inmigrante, ya que según La ley 10/2010 del 7 de mayo se propone hacer adquirir unas competencias lingüísticas básicas catalán y en castellano a las personas recién llegadas al país. Esto implica que, las diferentes materias curriculares se impartan en la lengua autóctona del país de acogida (catalán), aunque también se ha de dotar a este alumnado de la otra lengua oficial que es el castellano. Este hecho provoca que en realidad los alumnos inmigrantes con lenguas diferentes no solo van a practicar el bilingüismo, sino que terminaran hablando más de tres lenguas con las dificultades que esto supone.

La integración de los alumnos inmigrantes en esta comunidad autónoma se realiza en las llamadas “aulas de acogida” las cuales han sido diseñadas especialmente para el aprendizaje del catalán y del vocabulario de las distintas materias escolares. Estos alumnos a medida que van aprendiendo la lengua se van integrando en las aulas regulares.

Sabemos por distintos estudios, por ejemplo, Van Rinsveld et al (2016), Reverter (2012), que los alumnos en general, donde presentan más dificultades respecto al conocimiento de la lengua y de las matemáticas es en la resolución de problemas. Las dificultades del alumnado para resolver problemas es uno de los temas de investigación más relevantes en el ámbito de la Didáctica de las Matemáticas (Polya, 1945, 1957; Mason, Burton y Stacey, 1989; Schoenfeld, 1992; Castro 2008; Puig, 2008). También conocemos el impacto que tiene en el aprendizaje la forma en cómo realizan las tareas los alumnos (Cobo, 1998). Dicho autor nos relata que se ha de valorar si las tareas son individuales o colaborativas, ya que estas formas generan escenarios diferentes. Por otra parte, sabemos que, en la

resolución de problemas, el alumnado bilingüe presenta características diferenciadas respecto a los monolingües, por que se ponen en juego aspectos matemáticos y lingüísticos de forma simultánea, dando origen a numerosos trabajos sobre enseñanza de las matemáticas y bilingüismo como los de (Cummins, 2000; Setati, 2005; Clarkson 2009, Planas y Civil, 2013) entre otros.

En nuestro trabajo nos ha interesado investigar ¿Qué dificultades del aprendizaje matemático y lingüístico manifiestan los alumnos inmigrantes paquistaníes al resolver problemas matemáticos cuando lo hacen en otra lengua que no es la suya? Nuestro estudio se ha centrado en un grupo de estudiantes paquistaníes escolarizados en Cataluña, y hemos analizado el cambio de lengua durante la resolución de actividades matemáticas. A partir de esta cuestión central nos hemos preguntado ¿Qué relación hay entre la lengua y el desempeño matemático de los estudiantes paquistaníes? ¿Qué tipo de interacciones se promueven en un taller de resolución de actividades matemáticas? ¿Qué estrategias utilizan para superar las dificultades?

Referentes Teóricos

Sabemos que la lengua es una herramienta esencial para comunicar y comprender contenidos matemáticos en las aulas y sobre todo en la resolución de problemas matemáticos. Para el estudio de las interacciones que se producen en tareas de resolución de problemas, en el contexto de estudiantes bilingües (paquistaníes), nos hemos referido entre otros trabajos a los realizados por Cobo (1998), Planas y Setati (2009), Reverter (2012), que ponen de manifiesto que el trabajo entre pares permite mejorar la comprensión del alumnado en la discusión matemática.

Las definiciones sobre bilingüismo varían según las diferentes perspectivas políticas, sociales y cognitivas utilizadas por los investigadores, aunque la mayoría de ellos al referirse al bilingüismo coinciden en describirlo como la capacidad o aptitud de hablar dos lenguas (Baker & Prys Jones, 1998; Cummis, 2000). En general se define a una persona bilingüe, como alguien que habla dos lenguas o multilingüe quien habla más de dos. Las personas pueden ser bilingües porque han adquirido las dos lenguas al mismo tiempo en la infancia, o han aprendido una segunda lengua en algún momento de su vida después de adquirir su

primera lengua. Es interesante resaltar el planteamiento que hace Cummins (2000), cuya interpretación del bilingüismo está relacionada con una consecuencia de las estructuras de poder social desigual y no solo a los diferentes contextos de socialización, vinculándolo a nuestro entender, al acceso inequitativo a las diferentes oportunidades de aprendizaje de las lenguas a determinadas por las clases sociales. Otro autor (MacNamara, 1966) define a las personas bilingües como aquellas que tienen una capacidad mínima de una o más habilidades del lenguaje, como pueden ser de lectura, escritura, conversación o comprensión auditiva en su segunda lengua. Otro aspecto para tener en cuenta, en nuestro trabajo es el que hace Grosjean (1997) y otros autores, que han desarrollado la noción del principio de complementariedad, según el cual “los bilingües utilizan sus lenguas para fines diferentes, según los distintos ámbitos de la vida.” Este principio nos es de utilidad porque estudiamos a los alumnos en un ámbito concreto que es la escuela y en un área de estudio que son las matemáticas. Según estos autores, el uso y la alternancia de lenguas no es solo una cuestión de capacidades en ambas lenguas, sino que además se ha de tener en cuenta el entorno social, puesto que éste tiene un papel destacado. Los estudiantes bilingües cuando deben hacer cálculos aritméticos usualmente utilizan su L1 y dicen el resultado en L2. Nosotros partimos de la base que el aprendizaje se produce en comunidades de aprendizaje junto con otros alumnos y el profesor. Conocemos que el dominio de una lengua sobre la otra es común entre los bilingües dependiendo del uso y función de cada lengua.

Al estudiar alumnos bilingües resolviendo problemas, una de las primeras cuestiones que se plantean es el de la comprensión del enunciado, es decir, saber extraer las informaciones requeridas del texto para escribir, en nuestro caso la ecuación y resolverla usando las herramientas aprendidas. Sabemos que las ecuaciones son tareas particularmente útiles en el marco del desarrollo del pensamiento algebraico ya que las ecuaciones enfatizan la manipulación de los símbolos (Vaiyavutjamai, 2004). Revisando la bibliografía sobre la resolución de problemas con ecuaciones hemos visto que Mayer & Hegarty (1996) relatan que hay alumnos que las resuelven de forma rutinaria usando reglas específicas, mostrando de esta forma conocer los procedimientos básicos. Asimismo Dossey (1986) en el *National Assessment of Educational Progress*, ha señalado que en general los estudiantes son capaces de resolver ecuaciones rutinarias, pero si se les

cambia su presentación, mostrándolos de forma simbólica, no son capaces de formularlas. Cortes y Pfaff (2000) han expuesto que en general, los principios que utilizan los estudiantes durante la resolución de ecuaciones se basan en el movimiento de una parte a otra de los de dos miembros de la igualdad, como un procedimiento rutinario, pero sin comprender muchas veces por qué lo hacen; provocando este hecho numerosos errores en los procedimientos de resolución.

Por otra parte, la introducción de la adquisición de competencias en los currículos escolares ha hecho que estas formen parte de la formación y evaluación del alumnado sean o no inmigrantes. Para el estudio de estas hemos tomado como marco de referencia, el concepto dado en el contexto internacional (NTCM, 2000; PISA, 2003; MEC, 2006, 2009) y para el estudio de la resolución de problemas hemos adoptado los criterios de Niss (2002) y a nivel local, la propuesta de la Generalitat de Catalunya (Burgués y Serramona, 2013), que es la normativa que rige donde se realiza el estudio. Esta propuesta define 4 dimensiones de competencias matemáticas: a) Resolución de Problemas; b) Razonamiento y Prueba; c) Conexiones y d) Comunicación y Representación.

En este estudio nos centraremos en la primera dimensión que hace referencia a la resolución de problemas. Ésta consta de cuatro subcompetencias:

- 1) Traducir un problema a lenguaje matemático a una representación matemática utilizando variables, símbolos, diagramas y modelos adecuados,
- 2) Emplear conceptos, instrumentos y estrategias matemáticas para resolver problemas,
- 3) Mantener una actitud de investigación frente a un problema ensayando diversas estrategias y
- 4) Generar preguntas de carácter matemático y plantear problemas.

En nuestra investigación estudiamos las subcompetencias 1 y 2. Y para cada una de las subcompetencias se definen tres niveles de adquisición:

- Nivel 1: Entiende el significado del vocabulario, las expresiones, las cantidades y las unidades de medida que aparecen en el enunciado,
- Nivel 2: Selecciona la parte más relevante de la información, y
- Nivel 3: Entiende bien el enunciado del texto y las representaciones implicadas, las cuales se analizan en las actividades de los alumnos.

Son estos mismos los que vamos a utilizar en la asignación de la adquisición de niveles de aprendizaje de la valoración de las tareas matemáticas.

Como ya hemos comentado, una de las finalidades de este trabajo es el de la caracterización de las interacciones que se producen entre pares de alumnos en la resolución de problemas de tipo algebraico y la influencia del uso de la lengua. Para el estudio de las interacciones producidas durante la resolución de los problemas, hemos utilizado principalmente el trabajo de Cobo (1998). Este autor define, las interacciones como sucesiones de intercambios, y divide a las mismas de acuerdo con las etapas de la resolución de problemas matemáticos por parte de una pareja de estudiantes. Los intercambios (conjuntos de interacciones) según este autor, pueden ser: a) **de tipo cooperativo**: si la intervención del individuo A modifica el contenido de la intervención del individuo B, ya sea introduciendo alguna información equivalente a la de B, aportando información nueva o complementaria; b) **de validación**: si se valida la intervención del otro individuo, se afirma lo mismo, o se repite su contenido; c) **de tipo “pregunta respuesta”**: se produce cuando el individuo B se limita a responder una pregunta hecha por A.

En nuestro caso hemos agregado una nueva categoría, que denominamos: d) **de regulación**: si la intervención de un individuo tiene por función modular la interacción con otro, con expresiones como “lee, repite” en que no aportan argumentos, pero organizan las intervenciones.

Diseño de la Investigación

El estudio de las interacciones se ha llevado a cabo durante el transcurso de un taller matemático algebraico. Para dicho estudio se implementó un taller que contó con 12 sesiones sobre la resolución de actividades matemáticas algebraicas, centrado en resolución de ecuaciones, el uso de la lengua y las dificultades del alumnado.

El taller disponía de unas actividades previas con la finalidad de conocer cuáles eran sus conocimientos previos, seguidas de actividades de aprendizaje y se terminaba con unas tareas de evaluación que nos permitían conocer el progreso de los alumnos.

El estudio ha optado por una metodología cualitativa etnográfica de estudio de casos, con la finalidad de entender los aspectos de diálogo e

intercambio, además del conocimiento de aspectos culturales y sociales de los estudiantes paquistaníes resolviendo problemas algebraicos. Hemos utilizado esta aproximación metodológica puesto que en la literatura se sugiere que es un método adecuado para la investigación en contextos socioculturales específicos (Goetz y LeCompte, 1988).

Las sesiones del taller se grabaron en audio y video y para el análisis se tomaron los episodios por actividades, transcribiendo los datos registrados en tablas para su categorización. A partir de los mismos se codificaron las interacciones de acuerdo con Cobo (1998) además de considerar la nueva categoría añadida por nosotros sobre la lengua que utilizan los alumnos (primera lengua, lengua de escolarización u otras) para incluir aspectos de bilingüismo en la resolución de problemas matemáticos.

En la evaluación diagnóstica individual se propusieron 4 problemas de distinta tipología, con la finalidad de conocer cual les puede favorecer más, si son de cariz textual o bien visual en el uso de la lengua.

El taller también contenía diversos problemas de tipo algebraico con distintas modalidades de texto, acompañados o no de imágenes, siguiendo los mismos criterios que la prueba inicial. A continuación, mostramos las actividades del taller.

Tabla 1
Actividades de aprendizaje del taller


Actividad	Enunciado	Preguntas
1	La suma de las edades de dos amigos es 44. Sabemos que uno de ellos es 2 años mayor que el otro.	Averigua la edad de cada uno y explica como lo has hecho
2	El Ayuntamiento quiere ornamentar una plaza colocando jardineras hexagonales (verdes en el dibujo) envueltas de baldosas también hexagonales	1. ¿Cuántas baldosas se necesitan para las tres jardineras del dibujo? Explícalo 2. ¿Cuántas baldosas serán necesarias para 7 jardineras? Explícalo.

Tabla 1
Actividades de aprendizaje del taller (.../...)

Actividad	Enunciado	Preguntas
<p data-bbox="157 533 172 555">3</p>	<div data-bbox="337 352 661 480" data-label="Image"> </div> <p data-bbox="328 533 624 663">Cuando prepara una taza de café, Juana pone dos cucharadas que contienen 6 gramos de café cada una.</p> <div data-bbox="416 703 577 818" data-label="Image"> </div>	<p data-bbox="725 325 981 523">3. Para un número cualquiera de n jardineras ¿cuántas baldosas se necesitan? Explicalo.</p> <p data-bbox="725 533 1001 767">1) Si compra el café en paquetes de 240 gramos, ¿cuántas tazas de café puede preparar antes que se agote el paquete? Explicalo.</p> <p data-bbox="725 777 1001 1045">2) Cada paquete de 240 gramos cuesta 3,60 euros. ¿Cuánto cuesta el café de cada taza? (Recuerda que le pone dos cucharadas) Explicalo</p>
<p data-bbox="157 1054 172 1077">4</p>	<p data-bbox="328 1054 628 1289">Una familia quiere ir en coche a Noruega. Piensan llegar al Cabo Norte. De Barcelona a Oslo, capital de Noruega, harán 2.400 Km y desde Oslo al Cabo Norte harán 2.250Km.</p>	<p data-bbox="725 1054 1001 1430">1) Suponiendo que hasta Oslo hacen 600 Km diarios de media y después hacia el Cabo Norte hacen unos 225 km diarios, ¿cuántos días se han de prever para hacer el viaje de ida de Barcelona al Cabo Norte? Explicalo.</p>

Tabla 1

Actividades de aprendizaje del taller (.../...)

Actividad	Enunciado	Preguntas
	 <p>The map shows a route starting from Barcelona in the south, going north to Oslo, and then continuing north to Cap Nord. The cities are marked with black dots and connected by a line.</p>	<p>2) Desde Oslo al Cabo Norte, la familia supone que el coche consumirá 8 litros de gasolina cada 100 km (8 litros/100 km). ¿Cuántos litros de gasolina consumirá el coche en esta parte del viaje (2.250 km)? Explícalo.</p>

El objetivo de estas actividades de aprendizaje era el de desarrollar competencias básicas de resolución de problemas, sustancialmente centradas en la comprensión y planteamiento de las ecuaciones y se analizó también su resolución para ver si cometían errores de ejecución. Estas actividades fueron seleccionadas a partir de diferentes propuestas educativas del currículum escolar y fueron validadas por un grupo de expertos.

Para la prueba de evaluación final, se tomaron problemas distintos que los del aprendizaje, pero de la misma tipología que estos, para ver los logros o no, sobre las competencias matemáticas.

La sesión que presentamos fue de una duración de una hora y media y se realizó durante el mes de marzo de 2014.

Para determinar el nivel de adquisición de las competencias, se utilizaron los criterios descritos anteriormente.

La Población

Para la realización del taller, contamos con 4 participantes, alumnas paquistaníes de 15 años de 3º de educación secundaria; de un centro de secundaria público con gran cantidad de alumnado de origen extranjero de

un barrio de Barcelona. El aula era multilingüe y el taller fue de participación voluntaria. Los nombres corresponden a seudónimos. Se planteó un trabajo en parejas.

Tabla 2
Características de las parejas del taller

Alumna	Lugar de Nacimiento	Edad	Edad a la que migra	Tiempo en Cataluña	Familia	Educación padres	Lengua de casa
Za	Pakistán	15	5,5 años	9,5 años	Padres 5 hijos	Primaria	Punjabi urdú
As	Pakistán	15	6,5 años	8,5 años	Padres 4 hijos	Secundaria	Punjabi urdú
Si	Pakistán	15	8,5 años	6,5 años	Padres 5 hijos	Bachillerato	Punjabi urdú
Re	Pakistán	15	10 años	5 años	Padres 6 hijos	Primaria	Pahari urdú

Como vemos en la tabla, las dos parejas son chicas y de origen paquistaní, todas ellas llevan más de 5 años en el país de acogida. La pareja objeto de estudio Za (Zahera) y As (Asma) han estado escolarizadas dos años en educación primaria en Paquistán cuando eran pequeñas. Ambas hablan catalán y castellano y se conocían desde hacía tiempo, unos ocho años según manifestaron en la entrevista, lo que creaba una relación de mucha confianza entre ellas. Sin embargo, las dos no usaban su primera lengua (el urdú), durante la resolución de problemas, porque decían no acordarse del vocabulario de los conceptos aprendidos en Paquistán, además de que los nuevos conceptos lo hicieron en catalán, la lengua del país de acogida.

Para ilustrar el trabajo nos centraremos en la resolución de un problema efectuado por esta pareja.

Resultados del Análisis de las Interacciones en la Resolución de Problemas

En primer lugar, presentamos los resultados de las interacciones producidas en el diálogo mantenido en el proceso de la resolución de un problema, que nos ilustra la comunicación que mantienen; y después se muestran los resultados de la evaluación final obtenidas por cada alumna. También podemos observar, en la misma tabla las lenguas utilizadas y las competencias adquiridas por las mismas alumnas

En términos generales, en la prueba diagnóstica de esta pareja de alumna se detectaron errores al trabajar con fracciones, y dificultades en la operatividad con las multiplicaciones y divisiones.

Actividad 1

La suma de las edades de dos amigos es 44. Sabemos que uno de ellos es 2 años mayor que el otro. Averigua la edad de cada uno y explica como lo has hecho.

Esta actividad tenía como objetivo que las alumnas leyeran comprensivamente el problema, plantearan la ecuación y la resolviera. Mostramos este problema porque suele ser una actividad típica de libro de texto.

En un primer momento, las alumnas leen y parece que entienden las palabras, pero no son capaces de traducirlo a lenguaje algebraico. En este fragmento inicial vemos que después de leer el enunciado primero en catalán (L2), pasan inmediatamente a la segunda lengua (L3) (castellano).

Tabla 3

Diálogo entre las alumnas, fragmento inicial

Fragmento	Alumna	Enunciado	Registro matemático	Lengua
2	As	la suma sería igual a 44	Extrae los datos	Castellano
3	Za	entonces $X+2$	Traduce a lenguaje Algebraico	Castellano
4	As	Uno de ellos tiene 2 años más que otro	Confirma los datos	Castellano

Las alumnas siguen en el diálogo sobre la resolución del problema.

Tabla 4

Diálogo entre las alumnas, fragmento intermedio

Fragmento	Alumna	Enunciado	Registro matemático	Lengua
7	As	$x + 2$ por x	Error conceptual	Castellano
8	Za	Aquí va un paréntesis, no?	Duda notación	Castellano
9...	As	Por x o más x ? no es lo mismo	Duda de operaciones	Castellano
11	Za	Pero es por, no?	Duda de operaciones	Castellano
12...	As	Pues ya está! Hay que sumar 2, $2x \dots 3x$ porque ...(inaudible)	Confirmación de operación	Castellano
14	Za	x por $2x$	Confusión	Castellano

Tabla 4

Diálogo entre las alumnas, fragmento intermedio (.../...)

Fragmento	Alumna	Enunciado	Registro matemático	Lengua
15	As	Pero primero tenemos que hacer el paréntesis	Prioridades de operatoria	Castellano
16	Za	Esto por esto, y esto por esto		Castellano
17	Za	por x es 2x	Error operatoria	Castellano
19	As	más x.....por 2, ¿es x elevado a 2?	Error conceptual	Castellano
20	Za	No se, no creo	Duda	Castellano
21	As	x por 2, 2x	Confirmación error	Castellano
22	Za	Si sumas es x por 2, si multiplicas es x elevado a 2	Aclaración en operatoria	Castellano
23	As	Es 2 x elevado a 2	Error conceptual	Castellano

En este diálogo vemos que las alumnas están confundidas con el uso de las operaciones implicadas. Deben escribir una ecuación correcta y dialogan sobre la manera de hacerlo. Cuando la alumna Za ve que la alumna As está confundida y no tiene claro cómo hay que hacerlo, Za comienza a tratar a resolver calculando mentalmente por aproximación, e intentando diferentes estrategias para resolver la actividad, y explica a As como está razonando, como se ve en el fragmento de dialogo siguiente:

Tabla 5

Diálogo entre las alumnas, fragmento intermedio

Fragmento	Alumna	Enunciado	Lengua
64	As	44 dividido por 2 es 22 y suma 2 es 24: ¿Pero es lo mismo, ¿no?	Castellano
65	Za	dice que no con gestos, moviendo la cabeza	Castellano
66	As	¿Por qué no?	Castellano
68	As	¡Pero amiga, son iguales!	Urdu
69...	Za	No, mira 44/2 es así	Castellano
73	As	Dime ¿qué está malo aquí?	Urdu
74	Za	Mira uno es 2 años mas pequeño que el otro, cuando uno tiene 26 el otro tendrá 24 y eso es 50 en total y aquí es 44	Urdu
75	Za	Cuando restamos 26 de 44 es 18	Urdu
76	Za	Y el otro amigo tiene 2 años menos que el primero	Urdu
77	Za	Y aquí no es	Urdu
78	As	No, uno tiene que tener 20 y el otro tiene que tener 22	Urdu
79	Za	Pero la suma de los dos es 42	Urdu
81	Za	Y creo que es 24	Urdu
82	As	Y la resta cuanto es	Urdu
83	Za	La resta	Urdú
84	Za	Es 21	Ingles
85	Za	24, 25, 26, 27 44	Ingles
86	As	21	Ingles
87	Za	Mira es 20 no es 21	Urdú
88	As	Cuenta de 24 a 44	Ingles
89	As	Ah si estaba contando hasta 40	Urdú
90	As	Pero aquí han escrito que es 2 años mayor que el otro, pero lo que hicimos aquí la diferencia es 4 años no son 2 años	Urdú
92	Za	Pero cuando hacemos 22 años el otro tiene que tener 24 años porque tienen dos años de diferencia	Urdú

Después de intentar un buen rato resolver la actividad, y no encontrar ninguna salida, la alumna As comienza a hablar en su primera lengua y Za responde probando diferentes estrategias para resolver la actividad también en urdú. Cabe señalar que mientras usan su primera lengua las alumnas

hacen “code switching” a lengua inglesa para decir los números (en Pakistán aprendieron los números en inglés). Luego continúan en urdú. Vemos que la alumna Za argumenta más veces que la alumna As (toma la palabra 26 veces versus 12 veces su compañera), y resuelve el problema calculando mentalmente.

En este fragmento vemos por el diálogo que las alumnas deciden utilizar un método de tanteo, probando pares de números que cumplan con la norma (dos números sumados dan 44 y su diferencia es 2). Empiezan probando distintas parejas de números pares, pero ven que no cumplen la regla de que la diferencia entre ellos sea 2 y al final prueban una pareja impar que si les resulta correcto.

Tabla 6
Fragmento final

Fragmento	alumna	Enunciado	Lengua
94	Za	Si hacemos 22 años que los dos son iguales. el total es 44 años	Urdú
95	As	El otro tiene dos años mas	Urdú
96	Za	Uno tiene 22 años	Urdú
98	Za	Mira he escrito aquí 21 (por tanteo)	Urdú
99	As	¿De dónde salió 21?	Urdú
100	Za	Digamos que uno tiene 23 años	Urdú
102	Za	Vale digamos de los dos tiene 22 años	Urdú
103	Za	Uno 22 dejamos aquí y el otro le resta a 2 y el resultado es 20 “right” (en inglés)	Urdú
104	Za	La diferencia entre 24 y 20 es 4 años	Urdú
105	As	Pero son 4 años	Urdú
106	Za	Por eso estoy hablando	Urdú
107	Za	y movemos los números entre 20 y 24 (tanteo)	Urdú
108	As	No entiendo que estás haciendo	Urdú
111	Za	Un minuto	Urdú
112	Za	Cuando uno es 22 (la suma de 22 dos veces es 44)	Urdú
113	As	(interrumpe)	Urdú

Tabla 6

Fragmento final (.../...)

Fragmento	alumna	Enunciado	Lengua
114	As	si restas 2 de 22 y le sumas otros 22, y uno es 20 y el otro es 24 la diferencia es 4, no es 2!	Urdú
117	Za	No, estoy pensando de otra manera	Urdú
118	Za	Resta 1 de 22 y añade 1 a 22, entonces uno es 21 y el otro es 23	Urdú
119	Za	Y el total es 44	Urdú
120	As	Pues si tienes razón	Urdú
121	Za	Lo hemos logrado	Urdú
122	As	¡Ya está!	Urdú

Cuando tuvieron claro el resultado de la ecuación, Za lo escribió como ecuación pues realizó una reflexión de tomar el valor medio, pues divide entre dos ($44/2$), y luego también le añade/quita la media de la diferencia ($2/2=1$) y asoció el resultado obtenido a una representación algebraica. Lamentablemente este proceso lo realizó de modo individual y escrito, por lo que no pudimos conocer el razonamiento empleado por la alumna sino sólo el resultado. Aquí vemos como su la lengua vernácula (urdú), les será de gran ayuda a la resolución de la actividad, ya que su diálogo transita de la discusión del castellano (L3) al urdú (L1) cuando se encontraron con dificultades, para analizar el problema desde otra perspectiva.

En el análisis de la lengua observamos que las alumnas leen y entienden el enunciado del problema en la lengua dada (catalán) (L2), pero cuando comienzan a discutir sobre el tema cambian de lengua del catalán a castellano (L3) y siguen discutiendo un buen rato en esta otra lengua (castellano). Hacemos notar, que en este centro escolar, en los patios, el castellano es una lengua muy utilizada. Cuando se dan cuenta que no están logrando su objetivo, cambian a una tercera lengua urdú (su L1). A partir de aquí vemos que comienzan a reflexionar metacognitivamente para

encontrar una estrategia de resolución, y lo logran utilizando un método de aproximación; utilizando el urdú hasta el final y no vuelven a cambiar ni a catalán ni a castellano.

Así pues, hemos visto que las alumnas leen y entienden bien la actividad en catalán sin dificultades lingüísticas, aunque prefieren para la discusión su segunda lengua el castellano que es la que utilizan más frecuentemente con sus compañeros de clase.

Es interesante mostrar la cuantificación de las interacciones producidas y el uso de las lenguas utilizadas. En el siguiente cuadro podemos ver de forma resumida la cuantificación de éstas.

Tabla 7

Cuantificación de las interacciones y lengua de la primera actividad

Alumna	Tipo de Interacciones				Lengua		
	Cooperativo	Validación	Pregunta-Respuesta	Regulación	Inglés	Urdú	Castellano
As	27	2	15	1	2	13	30
Za	38	0	10	0	2	26	20

En esta tabla podemos observar que la mayoría de las interacciones entre las alumnas fueron de tipo cooperativo, es decir, se estableció una relación de colaboración entre las alumnas para conseguir su objetivo. También se observaron interacciones del tipo pregunta respuesta, con el fin de aclarar dudas que surgían del procedimiento más adecuado.

Por otra parte, como se puede notar en el gráfico (1) que se muestra a continuación, la lengua más empleada fue el castellano, seguida por el urdu, tanto en las interacciones de tipo cooperativo (las más frecuentes) como en las de pregunta-respuesta, de parte de ambas alumnas. Respecto del uso de la lengua, vemos que las alumnas leen el problema en la lengua dada y no presentan ninguna dificultad en la comprensión del enunciado. De inmediato comienzan a interactuar en castellano y la mayoría de las interacciones se produjeron en castellano. Al no conseguir su solución, usan su primera lengua (L1) hasta que logran su resolución, es decir que el uso

de su primera lengua enriquece las discusiones, y les ayuda a encontrar la solución, ampliando las estrategias. Si analizamos las interacciones de forma individual, vemos que la alumna As usa más el castellano que la alumna Za. La alumna Za usa más su primera lengua (L1) y logra una solución al problema en esta lengua, usando interacciones cooperativas.

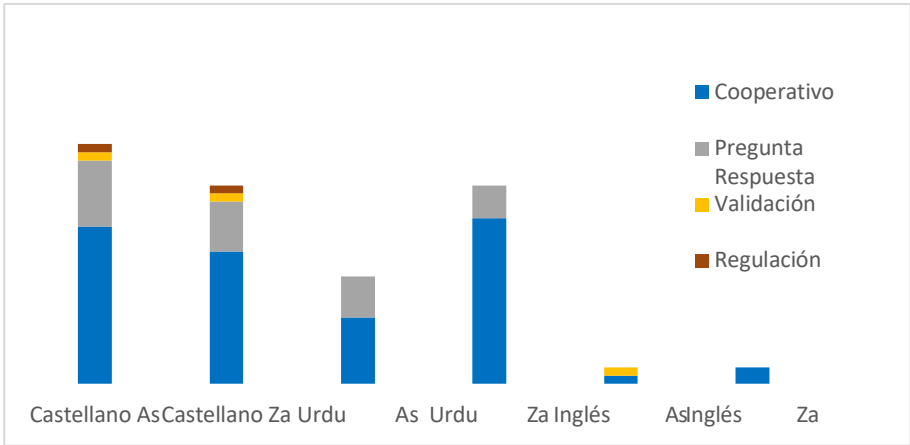


Figura 1. Lengua y tipo de interacción por alumna, actividad 1

En esta actividad la L1 (urdu) fue la lengua más utilizada por ambas alumnas, tanto en las interacciones cooperativas, de pregunta-respuesta y validación. La regulación fue hecha en catalán.

Es interesante observar que hay un desplazamiento hacia el uso de L1 (urdú) de ambas estudiantes, pues comienzan utilizando castellano, pero al darse cuenta de que pueden utilizar L1 lo hacen tanto en interacciones cooperativas, de pregunta-respuesta o de validación. Las interacciones de regulación, sin embargo, son hechas mayoritariamente en catalán (L2).

Resultados de la prueba final por competencias y uso de las lenguas

Con el fin de evaluar las competencias adquiridas por las alumnas en la resolución de problemas sobre ecuaciones en el taller, presentamos los resultados de la prueba final individualizada, y las comparamos con las de su pareja. Esta comparación resulta interesante ya que ambas son las que

han colaborado en la resolución de los problemas y veremos si ambas han avanzado a la vez o no.

Los resultados de la asignación de nivel por competencias y por alumna los mostramos en forma de tabla y por actividad.

Actividad 1

En las rebajas de enero el descuento de una tienda es del 20% sobre el precio indicado. Un señor compra zapatos para su familia por un total sin rebajas de 90 euros. ¿Cuánto tiene que pagar?

Los datos nos muestran como las dos alumnas han comprendido el enunciado y planteado correctamente la operación. Esta actividad la realizan en catalán, lo cual no nos extraña ya que ambas llevan ocho años en Cataluña. Este tipo de problema ya lo han realizado en clase y les resulta familiar.

Tabla 8

Evaluación por competencias de la actividad 1

Competencias	A	Z
1: Comprensión del enunciado		
Nivel 1: Entiende el signado de vocabulario, las expresiones, las cantidades y las unidades de medida que aparecen en el enunciado		
Nivel 2: Selecciona la parte más relevante de la información		
Nivel 3: Entiende bien el enunciado del texto y las representaciones implicadas	X	X
2: Utiliza conceptos, estrategias matemáticas para resolver problemas		
Nivel 1: Entiende el signado del vocabulario, expresiones, cantidades y unidades de medida que aparecen en el enunciado		

Tabla 8
Evaluación por competencias de la actividad 1(.../...)

Competencias	A	Z
Nivel 2: Selecciona la parte más relevante de la información		
Nivel 3: Entiende bien el enunciado del texto y las representaciones implicadas	X	X
Desarrollo de la actividad	$90 \cdot 20 / 100 = 18$ $90 - 18 = 72$	$90 \cdot 20 / 100 = 18$ $90 - 18 = 72$
Explicación del problema	“he multiplicat 90 * 20/100 i m’ha donat 18 que es el descompte-. He restat 90-18 i m’ha donat 72”	“he multiplicat 90 per 20/100- El resultat ha sigut 18. Despres del preu total ho he restat i el resultat obtingut es 72”
Lengua utilizada	catalán	catalán

A continuación, se muestra la segunda actividad:

Actividad 2

Mi abuela está enferma y el médico le ha recetado 2 cajas de medicamento de doce pastillas cada una. Ha de tomar una pastilla cada 8 horas. ¿Cuántos días durará su tratamiento?

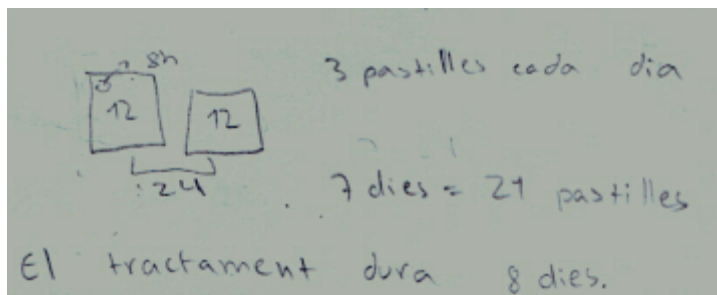


Figura 2. Resolución de la actividad 2 de As

En la respuesta de As, que se muestra en la figura 1, se observa su estrategia de resolución: lee correctamente la actividad y mediante un dibujo de dos cuadrados representa los datos: escribe 12 (pastillas) dentro de cada uno y después realiza la suma (24). Además, une con una fecha uno de los cuadrados que ha dibujado y escribe 8h (significa 8 horas). Primero reportó cuantas pastillas debe tomar para un día y después de eso, como ella sabía que en total tiene 24 pastillas, y el número de pastillas que toma en un día, usa la tabla de 7 hasta tres y encuentra el valor 21, esta alumna tiene dificultades con las multiplicaciones y se sabe la tabla de 7 por eso la usa. Luego se da cuenta que aún le quedan 3 pastillas que corresponden a 1 día, hace la suma de un día más y escribe el resultado de 8 días.

Tabla 9

Resumen de la actividad 2 y asignación del nivel de adquisición de competencias y uso de la lengua

Alumnas	As	Za
Competencia 1: Comprensión del enunciado.	Nivel 3	Nivel 3
Competencia 2: Utilización de conceptos, estrategias matemáticas para resolver problemas	Nivel 2	Nivel 2

Tabla 9

Resumen de la actividad 2 y asignación del nivel de adquisición de competencias y uso de la lengua (.../...)

Alumnas	As	Za
Explicación del problema	“Me fet un esquema i he sumat les pastilles que tè que prendre i ès cada 8 hores.”	“ He multiplicat 3 per 8 que m’ha donat 24 que es el numero total de pastilles”
Lengua utilizada	Catalán	catalán

Actividad 3

Las paredes de una cocina se han recubierto de azulejos blancos y verdes, siguiendo el modelo. En la figura aparecen 100 azulejos, de los cuales 20 son verdes. Esto es, el 20% ¿Cuántos azulejos verdes se colocaron si se han necesitado 1550 para recubrir las paredes?

En esta actividad se muestra, una vez más, las dificultades de las alumnas tienen para realizar las multiplicaciones. A continuación, podemos ver cómo una de ellas plantea bien la relación, pero no lo termina: As nos dice que hay un 80% de baldosas blancas, pero no calcula las baldosas verdes para un total de 1550 que se han de poner. Por el contrario, Za si hace el cálculo, pero no lo explica.

Tabla 10

Resumen de la actividad 3 y asignación del nivel de adquisición y uso de la lengua

Alumnas	As	Za
Competencia 1: Comprensión del enunciado	Nivel 2	Nivel 3

Tabla 10

Resumen de la actividad 3 y asignación del nivel de adquisición y uso de la Lengua (.../...)

Alumnas	As	Za
Competencia 2: Utilización de conceptos, estrategias matemáticas para resolver problemas	Nivel 1	Nivel 2
Explicación del problema	“Si 20 rajoles són el 20% llavors les blanques serán un 80%.” Entiende el % pero no lo que se le pide.	No explica
Lengua utilizada	Catalán	atalán

Actividad 4

En una clase hay 25 estudiantes, de los cuales el 60% son alumnas. ¿Cuántas alumnas hay en la clase?

Como hemos visto en las tablas anteriores, las alumnas han alcanzado distintos niveles de logro de competencias en las actividades propuestas. En la actividad 1, respecto a la competencia comprensión del enunciado, Za y As entienden bien el enunciado del texto y las representaciones implicadas (nivel 3). En la misma actividad, respecto a la subcompetencia de utilizar conceptos, estrategias matemáticas vemos que Za y As seleccionan la parte más relevante de la información (nivel 2).

Tabla 11

Resumen de la actividad 4 y asignación del nivel de adquisición y uso de la lengua

Alumnas	As	Za
Competencia 1	Nivel 3	Nivel 3
Comprensión del enunciado		
Competencia 2	Nivel 3	Nivel 3
Utilización de conceptos, estrategias matemáticas para resolver problemas		
Explicación del problema	<p>“He multiplicat el 25*60/100 que m’ha donat 15 que és el numero de noies, lo que sobra son nois en total són 25”</p> <p>Explica las operaciones con un esquema y el resultado</p>	<p>“he multiplicat 25 per 60 dividit entre 100, que ha donat 15 que es el numero d’alumnes”</p> <p>Escribe que la operación que ha realizado y el resultado</p>
Lengua utilizada	catalán y urdú	catalán

Respecto a la actividad 2 las alumnas han alcanzado distintos niveles de logro de competencias. Sobre la comprensión del enunciado Za alcanza un nivel 1 y mientras que As alcanza el nivel 2. En la subcompetencia de utilizar conceptos, estrategias matemáticas, la alumna Za alcanzó el nivel 2 mientras que la alumna As alcanza el nivel 3 ya que muestra entender bien el enunciado del texto y las representaciones implicadas.

En la actividad 3 las alumnas han obtenido también distintos niveles de logro. En cuanto a la comprensión del enunciado, la alumna As alcanza el nivel 2 (seleccionan la parte más relevante de la información) y la alumna Za el nivel 3, porque entiende bien el enunciado del texto y sus representaciones y resulta ser el más alto del grupo. Sobre la segunda subcompetencia sobre el uso de conceptos y estrategias matemáticas, la alumna As alcanza el nivel 1 y la alumna Za el nivel 2.

En la actividad 4 también las alumnas han adquirido el mismo nivel de logro de competencias. Las alumnas As y Za alcanzaron el nivel 3 de la primera subcompetencia y en la segunda subcompetencia.

Las competencias matemáticas adquiridas de las alumnas As, y Za dependiendo de las dificultades de las actividades que se enfrentan, oscilan entre el nivel 2 y 3, el cual podemos considerar bastante bueno. Resaltamos que estas alumnas As y Za en clase casi nunca superaban las pruebas matemáticas del instituto. Cuando analizamos las pruebas, nos dimos cuenta de que necesitan una atención especial por parte del profesorado, pues la motivación fue un factor clave, además de los diálogos mantenidos en la resolución de problemas. Las alumnas concordaron con esta opinión ya que ambas lo manifestaron en el cuestionario final sobre la realización del taller, así como sentirse más seguras en su desempeño.

A continuación, mostramos el desempeño matemático de las cuatro participantes del taller.

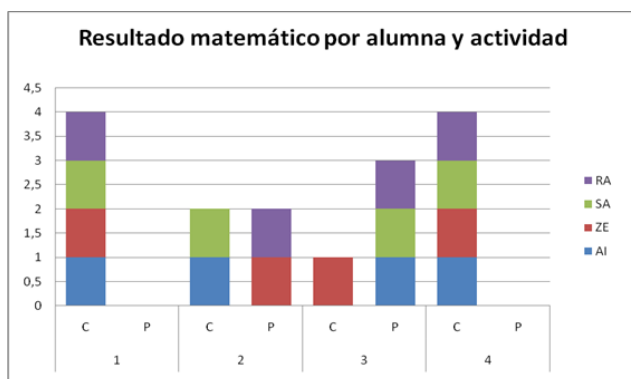


Figura 3. Resultado matemático, por alumna y actividad de la prueba final

En el siguiente gráfico mostramos los resultados del uso de las lenguas y cómo y en qué momentos, se produce el tránsito de L2 (catalán) a L1 (urdú). Nuestra investigación muestra que el grupo de estudiantes usa además otras lenguas (castellano e inglés) para la resolución de problemas.

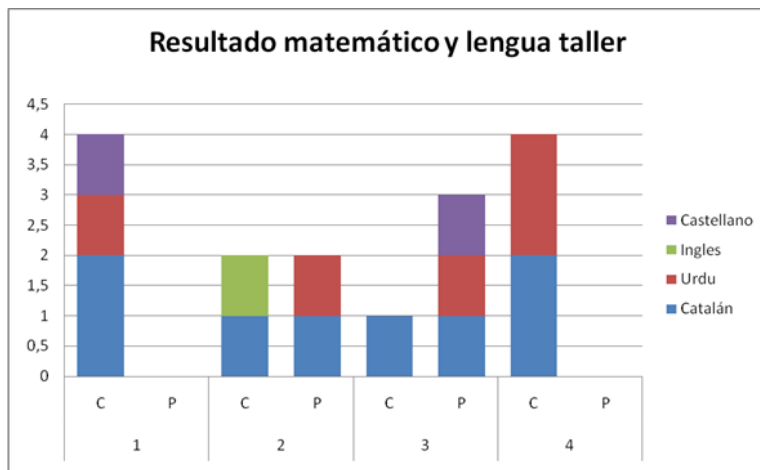


Figura 4. Resultado matemático y uso de la lengua

Sobre el uso de la lengua, observamos que se utiliza el catalán (L2), que es la lengua de instrucción, en un 50%, pero además el urdú (L1) está presente en un 38%, el castellano (L3) en un 12% y el inglés (L4) en un 6%. Las dos alumnas que llevan más tiempo escolarizadas en Cataluña, que es la pareja que hemos presentado, utilizan más el catalán, en cambio las alumnas de llegada más reciente hacen uso del urdú, castellano e inglés para resolver los problemas matemáticos.

Conclusiones

El análisis de las interacciones producidas por los alumnos inmigrantes paquistaníes que han participado en esta investigación ha mostrado que interactúan mayoritariamente de forma cooperativa durante la resolución de problemas, dependiendo de la tipología de estos y de sus conocimientos matemáticos. Dichos resultados concuerdan con las manifestaciones hechas

por Kieran (2006) de que el conocimiento matemático algebraico en el aula crece a través de interacciones personales.

Hemos observado que la interacción entre pares ha permitido el uso de diferentes lenguas durante la resolución de problemas, realizando los alumnos muchas veces el llamado “code switching”, es decir, delante de dudas e interpelaciones de la pareja durante la conversación, estos tienden a comunicarse en la lengua del país de acogida, pero introducen palabras de la lengua del país de procedencia. Este hecho ocurre muchas veces con estudiantes inmigrantes que, aunque tengan un cierto dominio de la lengua de instrucción, cambian a su primera lengua cuando hablan con un compañero que este también usa su primera lengua. Esta situación acontece porque los que conversan quieren asegurarse de que comprenden bien la situación problemática y esta seguridad la tienen cuando utilizan su primera lengua, según manifiestan las parejas del estudio. Este tipo de situación también se ha descrito por diferentes autores (Moschokovich, 2005; Halai 2001; Planas & Civil, 2013) con otros estudiantes inmigrantes, en distintos países que hablan lenguas diferentes a las autóctonas (inglés, castellano, etc.) pero no en alumnado paquistaníes en escuelas españolas.

Nuestros resultados están de acuerdo con los obtenidos por autores como (Setati, Molefe, y Langa, 2008; Reverter, 2012), que afirman que los estudiantes inmigrantes usan su primera lengua como un recurso “transparente” en el aprendizaje de las matemáticas. Es decir, el uso de “code-switching” ocurre a veces de manera transparente, cuando los alumnos utilizan una variedad de lenguas sin darse cuenta del uso de ellas, pues su enfoque estaba centrado en la resolución del problema y no en la lengua que hablan.

Respecto a la resolución de problemas matemáticos, constatamos que se propician momentos metacognitivos que ayudan a que los estudiantes propongan formas de resolución, aunque no siempre tienen éxito. Los principales obstáculos que se encontraron nuestras alumnas fueron que en algunos problemas realizaron una comprensión solo parcial del texto, lo que les dificultó el planteamiento de la ecuación que les pedía el problema; aunque entendían el vocabulario en L2, no eran capaces de interpretar el texto completo del enunciado del problema.

Los resultados de la adquisición de competencias matemáticas en el taller mostraron que, las alumnas alcanzaron diferentes niveles de logro, dependiendo en gran medida de sus conocimientos previos y familiares. Sus

principales dificultades se detectaron en el conocimiento de determinados conceptos matemáticos básicos; también en el uso del conocimiento de operatorio de las multiplicaciones, divisiones y fracciones. En algunos casos, estas fueron suplidas por el uso de estrategias alternativas como (sumas consecutivas, mezcla de multiplicaciones y sumas) para substituir el desconocimiento de las tablas de multiplicar.

En general, la experiencia del taller fue muy positiva, porque se cumplió con uno de los objetivos propuestos en la investigación, que fue el de promover la reflexión del alumnado sobre la propia práctica, a partir de generar dudas y compartir estrategias e instrumentos, incorporando una práctica bilingüe. Constatamos que, al propiciar un espacio para el desarrollo de un trabajo cooperativo en la resolución de problemas, se producen interacciones muy ricas que facilitan el desarrollo de las actividades. Por otra parte, posibilitar el uso de un lenguaje bilingüe permitió mejorar la argumentación matemática. Todo el taller fomentó la metacognición del alumnado, mediante preguntas que potenciaron su aprendizaje de modo socio-constructivista.

Notas

¹ Generalitat de Catalunya. GENCAT. Normativa Relacionada con la ley de extranjería

Referencias

- Baker, C. and Prys, J. S. (1998). *Encyclopedia of Bilingualism and Bilingual Education*. Clevedon: Multilingual Matters.
- Burgués, C. and Serramona, J. (2013). *Competències bàsiques de l'àmbit matemàtic*. Generalitat de Catalunya - Departament d'Ensenyament.
- Clarkson, P.C. (1992). Language and mathematics: A comparison of monolingual bilingual. *Educational Studies in Mathematics*, 23(4), 417-429. doi: 10.1007/BF00302443.
- Castro, E. (2008). Resolución de problemas: Ideas, tendencias e influencias en España. En R. Luengo, B. Gómez, M. Camacho, y L. Blanco (Eds.), *Investigación en educación matemática XII* (pp. 130-140). Badajoz, Sociedad Española de Educación Matemática SEIEM.
- Cobo, P. (1998). *Análisis de los Procesos y de las Interacciones Sociales en la Resolución de Problemas Matemáticos*. Tesis doctoral no publicada. Universidad Autónoma de Barcelona, España.

- Cortes A., and Pfaff, N. (2000). Solving equations and inequations: Operational invariants and methods constructed by students. *Proceedings of the 24 PME conference* (Vol. 2, pp 193- 200). Hiroshima Japan.
- Cummins, J. (2000). *Language, power and pedagogy: Bilingual children in the crossfire*. Clevedon, UK: Multilingual Matters.
- Dossey, J. (1986). *The mathematic report card: Are we measuring up? Trends Achievement based on the 1986 National Assessment*. Princeton, N.J.: National Assessment of Educational Progress.
- Goetz, J. y LeCompte, M. (1988). *Etnografía y Diseño Cualitativo en Investigación Educativa*. Madrid: Editorial Morata.
- Grosjean, F. (1997). The bilingual individual. *International Journal Research and Practice Interpreting*. 1(2), 163- 187.
- Halai, A. (2001). *Role of Social Interactions in Students' Learning of Mathematics in Classrooms in Pakistan*. Unpublished Doctoral dissertation, Department of Educational Studies, Oxford University, UK.
- Kieran, C. (2006). Research on the Learning and Teaching of Algebra. En A. Gutiérrez and P. Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and future* (pp. 11-49). Rotterdam. The Netherlands: Sense Publishers.
- PISA (2003). *Informe Pisa 2003*. Programa Nacional de Evaluación Alumnos. Madrid. OCDE.
- Lim, B.S. (1998). *Factors associated with Korean-American students mathematic achievement*. Unpublished Doctoral dissertation. University of Washington, USA.
- MacNamara, J. (1966). *Bilingualism and primary education: a study of the Irish experience*. Edinburg: University Press.
- Mayer, R.E. and Hegarty, M. (1996). The process of understanding mathematical problems. In R. J. Sternberg and T. Ben-Zeev (Eds.), *The Nature of Mathematical Thinking* (pp. 29-53). New York and London: Routledge. Taylor and Francis Group.
- MEC (2006). *Informe PISA 2006*. Madrid. MEC
- MEC (2009). *Informe PISA 2009*. Madrid. MEC
- Moschokovich, J. (2005). Using two languages when learning mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 64(2),121-144. doi: 10.1007/s10649-005-9005-1.

- NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Niss, M. (2002). *Mathematical Competencies and the Learning of Mathematics: The Danish KOM Project*. Roskilde: Roskilde University.
- Planas, N. and Setati, M. (2009). Bilingual students using their languages in the learning of mathematics. *Mathematics Education Research Journal*, 21(3), 36-59. doi: 10.1007/BF03217552.
- Planas, N. and Civil, M. (2013). Language-as-resource and language-as-political: tensions in the bilingual mathematics classroom. *Mathematics Education Research Journal*, 25(3), 361-378. doi: 10.1007/s13394-013-0075-6.
- Pólya, G. (1957). *How to Solve It* (2nd. Edition). Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Pólya, G. (1954). *Mathematics and Plausible Reasoning*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Puig, L. (2008). Presencia y ausencia de la resolución de problemas en la investigación y el currículo. En R. Luengo, B. Gómez, M. Camacho, y L. Blanco (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XII* (pp. 93-112). Badajoz: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.
- Mason, J., Burton, L., and Stacey, L. (1989). *Pensar Matemáticamente*. Madrid. Labor-MEC.
- Reverter, F. (2012). *Mathematical Learning and Language Use: Perspectives from Bilingual Students and Context of Problem Solving*. Tesis doctoral no publicada. Universidad Autónoma de Barcelona, España.
- Setati, M. (2005). Teaching mathematics in primary multilingual classroom. *Journal Research in Mathematics Education*, 36(5), 447-466. doi: 10.2307/30034945.
- Setati, M., Molefe, T., y Langa, M. (2008). Using Language as a Transparent Resource in the Teaching and Learning in Grade 11 multilingual classroom. *Phytagoras*, 67, 14-25.
- Schoenfeld, A.H. (1992). Learning to think problem solving, metacognition mathematically: and sense making in mathematics. En D. Grouws (Ed.), *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 334-370). New York. MacMillan.

- Vaiyavutjani, P. (2004). *Factors influencing the learning and learning of equations and inequations in two government secondary school in Thailand*. Unpublished Doctoral dissertation. University Brunei Darassulam.
- Van Rinsveld, A., Schiltz, C., Brunner, M., Landerl, K., & Ugen, S. (2016). Solving arithmetic problems in first and second language: Does the language context matter? *Learning and Instruction, 42*, 72-82. doi: 10.1016/j.learninstruc.2016.01.003.

Atif Lodhi es doctor egresado de la Universidad de Barcelona, España.

Núria Rosich es profesora titular de la Universidad de Barcelona, España.

Beatriz Cantero es profesora asociada de la Universidad Autónoma de Barcelona, España.

Dirección de contacto: La correspondencia directa sobre este artículo debe enviarse al autor. **Dirección Postal:** Campus Mundet, Edifici de Llevant, Planta 1; 08035 Barcelona, España. **Email:** nuriarosich@ub.edu