Sociedad Colombiana de Matemáticas
XV Congreso Nacional de Matemáticas
2005 **Apuntes**

Lecturas Matemáticas
Volumen Especial (2006), páginas 385–398

Lógica Informal: Una alternativa para la enseñanza de la lógica[1]

Clara Helena Sánchez B.
Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia

Abstract. Many teachers of formal logic were disappointed with the results in improving in their students their abilities to manage real arguments. That was the origin of a movement in North America called, informal logic, or critical thinking, which attempts to give students tools to handle arguments of the real life. The main purpose of this work is to present both to teachers and students this new area of research, which I think will be very useful in understanding reasoning.

Key words and phrases. Informal logic, Practical logic, Critical thinking, Argumentation, Logic.

2000 AMS Mathematics Subject Classification. 03A35, 03B42.

Resumen. El desencanto de muchos profesores de lógica formal al ver que en sus cursos los estudiantes no mejoraban sus habilidades para analizar y realizar argumentos correctamente, llevó a un grupo de profesores a buscar un mejor camino para la enseñanza de la lógica. Es así como en la década de 1970 nace una nueva disciplina, aun en desarrollo, que se conoce con el nombre de lógica informal, retórica contemporánea o pensamiento crítico que estudia la aplicación de la lógica en las más variadas áreas del conocimiento o la vida real. La lógica informal es el resultado de la combinación de una ciencia como es la lógica con un arte como lo es la retórica. El objetivo de este trabajo es dar a conocer esta nueva área del conocimiento de gran utilidad en la formación de nuestros estudiantes y ¿por qué no? docentes.

[1] Compartiré algunas reflexiones hechas dentro del proyecto de investigación *Lógica Aplicada* realizado por un grupo interdisciplinario de la Universidad Nacional de Colombia conformado con los profesores Gonzalo Serrano de Filosofía y Jairo Iván Peña de Derecho. El tema de esta publicación ha sido presentado con énfasis diferentes además de en el XV Congreso Nacional de Matemáticas, en el XV Foro Nacional de Filosofía en noviembre de 2005.

Se conoce con el nombre de *lógica informal, retórica contemporánea* o *pensamiento crítico* a la aplicación de la lógica en las más variadas áreas del conocimiento o la vida real. La *lógica informal* es el resultado de la combinación de una ciencia como es la lógica con un arte como lo es la argumentación discursiva. Su desarrollo se ha dado dentro de un movimiento educativo en Estados Unidos y Canadá con el objeto de preparar a los jóvenes en la resolución de problemas y el pensamiento crítico, movimiento que comenzó en los años 1950 pero que ha tenido amplio desarrollo desde los 1970. Aparecieron libros como *Practical Logic* de MONROE BEARDSLEY,[2] *The Uses of Argument* de STEPHEN TOULMIN,[3] o *Reasoning* de MICHAEL SCRIVEN,[4] cuyos títulos nos muestran la confluencia de temas de investigación y desarrollo en este movimiento.

Son muy diversos los textos que se encuentran en el mercado, con niveles y énfasis diferentes, muy pocos en español.[5] Mientras algunos hacen énfasis en los argumentos de la vida real, en periódicos y revistas, o la televisión, otros hacen hincapié en los argumentos "académicos". Argumentos de jueces y magistrados, argumentos científicos, argumentos matemáticos, en todo caso argumentos dados en un lenguaje natural. El objetivo de este trabajo es dar a conocer esta nueva área del conocimiento de gran utilidad en la formación de nuestros estudiantes y ¿por qué no? docentes.

La lógica como instrumento y la lógica como disciplina

Como bien sabemos la lógica tiene sus orígenes en el *Organon* de ARISTÓTELES. Allí encontramos su famosa teoría del silogismo, herramienta para el control de los argumentos científicos, de las demostraciones. En el siglo XIX esa herramienta fue cuestionada por los matemáticos y nace lo que hoy conocemos como lógica matemática, a partir de la obra de BOOLE, de DE MORGAN, y de muchos otros pero muy especialmente de la obra de FREGE; el cambio de paradigma, en términos de KUHN, queda completamente claro en los años 1960 cuando los textos más usados de lógica matemática como son los de MENDELSON[6] o ENDERTON[7] no tratan el tema de la lógica aristotélica. En ellos no solo desapareció la lógica aristotélica sino que también desapareció el concepto de argumento como tema central de la lógica. En estos textos los *buenos* argumentos son los correctos, esto es los válidos con premisas consistentes, importa

---

[2]MONROE BEARDSLEY, *Practical Logic*, Englewood Cliffs, N.J. Prentice Hall, 1950.

[3]STEPHEN TOULMIN, *The Uses of Arguments*, Cambridge University Press, 1958

[4]MICHAEL SCRIVEN, *Reasoning*, New York, MacGraw Hill, 1976.

[5]LUIS E. GARCÍA, *Lógica y Pensamiento Crítico*, 2004, Editorial Universidad de Caldas. Frans H. van Eemeren, Rob Grootendorst, *Argumentación, comunicación y falacias*, Ediciones Universidad Católica de Chile, 2002. Norberto Ceolin y otros, *Pensamiento Crítico*, UADE, 2001.

[6]ELLIOT MENDELSON, *Introduction to mathematical logic*, Chapman and Hall/CRC, 1997.

[7]HERBERT ENDERTON, *A mathematical introduction to logic*, Academic Press, 2000.

la forma, no el contenido, ni quién, ni para quién fueron hechos; así se excluye el concepto de argumento como herramienta de persuasión racional.[8]

La lógica matemática es el modelo de razonamiento correcto en matemáticas, el modelo de pensamiento deductivo, y se convirtió en una de las áreas más fructíferas de la matemática del siglo XX. Nacieron sub–áreas como la teoría de modelos, la teoría axiomática de conjuntos o las lógicas no clásicas, que hoy son de gran relevancia en el mundo académico, de matemáticos y de filósofos especialmente. La lógica matemática empezó a ser aplicada en diversos ámbitos del conocimiento: física, inteligencia artificial, sistemas, psicología, derecho, etc. Pero esas aplicaciones se hacen en áreas que se dan esencialmente en los lenguajes naturales, y no pueden, y no deben formalizarse; por ello la lógica formal tiene limitaciones que es necesario atender para sus aplicaciones. Sin dudar que la lógica matemática, especialmente sus capítulos iniciales, el cálculo proposicional y el de predicados, es herramienta fundamental en el control lógico de los argumentos, es también claro para los profesores de lógica que el conocimiento y manejo de estos capítulos no garantiza que los estudiantes puedan hacer buenos análisis de la calidad lógica de los argumentos de la vida cotidiana. Un testimonio de esta realidad lo encontramos por ejemplo en Fisher en su libro *The Logic of Real Arguments*:[9]

> Este libro nace de mi experiencia enseñando lógica. Como muchos otros yo esperaba que la enseñanza de la lógica ayudaría a mis estudiantes a argumentar mejor y más lógicamente. Como muchos otros me decepcioné. Estudiantes que eran muy hábiles en el manejo de las técnicas lógicas encontraban que éstas eran de poca ayuda en el manejo de los argumentos de la vida real. Las herramientas de la lógica –formalización, tablas de verdad, diagramas de Venn, *tableaux* semánticos, etc. justamente no parecían aplicarse de manera directa al razonamiento que los estudiantes debían hacer en cursos distintos de la lógica[10].

Compartimos con Fisher ese sentimiento y por ello buscando el mejor camino para la enseñanza de la lógica en los diferentes ámbitos en que nos movemos nos encontramos con los libros sobre *Critical Thinking* de Richard Epstein,[11] *Informal Logic* de Douglas Walton[12] y *Logic and Contemporary Rethoric* de Howard Kahane. Resultó además que el libro de *Introducción a la lógica* de Irving Copi o el *Logic and Philosophy* de Howard Kahane[13] que

[8] Ralph, H. Johnson, *The Rise of Informal Logic*, Vel Press, 1996, pág. 80

[9] Alec Fisher, *The logic of real arguments*, Cambridge University Press, 2000.

[10] Idem. pág. vii.

[11] Richard L. Espstein, *Critical Thinking*, Wadsworth, 2002.

[12] Douglas N. Walton, *Informal Logic. A hand book for critical argumentation*, Cambridge University Press, 1995.

[13] Paul Tidman & Howard Kahane, *Logic and Philosophy A Modern Introduction*, Thomson-Wadsworth, 2003.

usamos hace años en los cursos de lógica para filosofía resultaron ser paradigmas de la lógica informal.

Ese borde tan difuso entre la lógica como herramienta y la lógica como disciplina fue generando la necesidad de una seria reflexión sobre la enseñanza de la lógica. La lógica informal, me parece, retoma ese papel de la lógica como herramienta para analizar la calidad, la corrección de un argumento de la vida cotidiana. Por su lado la retórica, como el arte de convencer, recobra su importancia pero con el "control" de la lógica, se busca que la retórica sea el arte de persuadir *racionalmente*. Revive en cierta forma el famoso *trivium* de los medioevales. La gramática, la lógica y la retórica, van a converger en una nueva disciplina la lógica informal. El aprendizaje del *trivium* era el requisito para el *qudrivium*: aritmética, música, geometría y astronomía. Juntos conformaban las *artes liberales* que tienen su origen en los clásicos pero que se implementan en la Edad Media como los conocimientos básicos que debían tener los jóvenes en su camino hacia el conocimiento. "La lógica es el arte de pensar, la gramática es el arte de inventar y combinar símbolos para expresar el pensamiento, y la retórica es el arte de la comunicación del pensamiento de una mente a otra, la adaptación del lenguaje a las circunstancias"nos dice una profesora del *trivium* de comienzos del siglo XX.[14] Estas son las artes del leer (analizar), pensar (razonar) y escribir (argumentar) correctamente, eran la base y lo siguen siendo de la educación formal.

La retórica

Los orígenes de la retórica los encontramos igualmente en Aristóteles, y su estudio pareció estar dormido por siglos. La razón de esto la encuentra Toulmin en el siglo XVII, cuando afirma que en un mundo en que se devaluó lo oral, lo particular, lo local y lo concreto, para privilegiar los conceptos abstractos, universales y atemporales, "la retórica quedó, por supuesto, subordinada a la lógica: la validez y verdad de los argumentos "racionales" es independiente de quien los presenta y a quien o en qué contexto se presentan (estas cuestiones retóricas pueden no aportar nada al establecimiento imparcial del saber humano). Por primera vez desde Aristóteles, el análisis lógico se desvinculaba, así, y se elevaba muy por encima del estudio de la retórica, el discurso y la argumentación."[15]

En los años sesenta del siglo pasado, resurge el estudio de la retórica, con el *Tratado de la Argumentación, la nueva retórica* de Perelman y Olbrechts. En este libro leemos:

[14] Sister Miriam Joseph, C.S.C., Ph.D. *The Trivium. The liberal Arts of Logic, Grammar and Rethoric.* Edited by Marguerite McGlim. Paul Dry Books: 2002, pág. 3

[15] Stephen Toulmin, *Cosmopolis*, Ediciones Península, Barcelona,1990., pág. 117

> Asistimos a un resurgimiento de la retórica y de la teoría de la argumentación estrechamente ligado a circunstancias políticas y sociales que devuelven su importancia al arte de persuadir a través del lenguaje. Hace solo unas décadas la opinión general sobre la retórica era peyorativa. Sinónimo de falta de sinceridad, de artificio, ...[16]

Pues bien, el estudio de la lógica informal se ha asociado con el de la retórica contemporánea, nombre usado por Kahane[17] uno de los más reconocidos autores de ese movimiento como anotamos. En esta tendencia se desea conjugar de manera adecuada el rigor de la lógica matemática, que busca garantizar la validez de un argumento deductivo, y las herramientas para analizar la fortaleza de uno inductivo, con el arte de persuadir, de convencer, a un interlocutor o auditorio que tiene la retórica.

Es conveniente anotar que existe otra corriente para hacer el análisis de un argumento, la escuela holandesa de van Eemeren y Grootendorst. De esta escuela, que privilegia el aspecto retórico de la argumentación, son los trabajos sobre pragma-dialéctica en los cuales se estudia el aspecto dialógico de la misma. Se busca con el método llegar a acuerdos, resolver diferencias, más que lograr una persuasión racional, objetivo central de la lógica informal.

Así que la lógica informal se dedica al estudio de los argumentos de la vida real, dados en lenguajes naturales en cualquier ámbito. Procura dar herramientas para el análisis crítico de los mismos como son: estructura de un argumento, explicitación de premisas, valoración de premisas, reparación de argumentos, reconocimiento de falacias, etc.

Argumentos válidos, pero malos.

Como bien sabemos la lógica matemática que se dedica al estudio de los razonamientos deductivos característicos de la matemática, clasifica los argumentos entre válidos, aquellos para los cuales siempre que las premisas sean verdaderas la conclusión necesariamente lo debe ser, y los inválidos aquellos que no son válidos. Por ejemplo el siguiente es un argumento válido, correcto.

$2 + 2 = 4$. Álvaro Uribe es el presidente de Colombia. Luego Álvaro Uribe es el presidente de Colombia.

Y el siguiente

Todos las ballenas son mamíferos. Todos los mamíferos comen helado. Luego todas las ballenas comen helado.

---

[16] Ch. Perelman, L. Olbrecths–Tyteca. *Tratado de argumentación*, Editorial Gredos: Madrid, 1989. Contraportada.

[17] Howard Kahane, *Logic and contemporary rhetoric. The use of reason in every day life*, Wadsworth Pub. Co., 1995.

Es un argumento válido, pero incorrecto. Son ejemplos que fácilmente pueden encontrarse en un libro elemental de lógica para ilustrar los casos mencionados. Pero sin duda son malos argumentos en el sentido de que no buscan la "persuasión racional" y que la conclusión no está soportada por las premisas.

Argumentos válidos buenos

Veamos, en cambio la siguiente anécdota de RUSSELL con la cual quería mostrar que de una falsedad, de una contradicción, se deduce cualquier cosa y que, por lo tanto, todos los argumentos que parten de premisas inconsistentes siempre serán válidos. Un escéptico increpó a BERTRAND RUSSELL y le dijo:

> ¿Quiere usted decir que si $2+2=5$, entonces usted es el Papa? A lo que RUSSELL asintió dando el siguiente argumento: Si suponemos que $2+2=5$, entonces estará usted de acuerdo en que si restamos 2 de cada lado obtenemos que $2=3$. Y por lo tanto, también que $3=2$; y si restamos 1 a cada lado obtenemos que $2=1$. De modo que como el Papa y yo somos 2, y 2=1 entonces el Papa soy yo[18].

Sin duda un excelente argumento: válido, pero sobretodo debió lograr convencer a su interlocutor con lo que le pedía.

Argumentos inválidos, pero buenos

Ahora bien, hay argumentos que aunque inválidos si los sometemos a la rígida disciplina de la lógica matemática "nadie" dudaría que son buenos argumentos. Además para poderlos someter al rigor de la lógica, debemos primero formalizar el argumento y luego pasarle el filtro de las reglas de inferencia. Este modo de análisis de argumentos es inaplicable en la mayoría de los casos de la "vida real". ¿Cómo pues, aplicar esas herramientas de la lógica matemática, para que puedan servirnos en los argumentos de la vida cotidiana? Aquellos que encontramos en textos académicos, en periódicos, revistas, propagandas en diferentes medios de comunicación, sentencias de las cortes, o tiras cómicas? La respuesta la encontraremos en los diferentes abordajes que hacen los hoy estudiosos de esta nueva disciplina, un área de investigación distinta de la lógica formal deductiva, aún en construcción y sin una definición unificada, por los interesados, de sus objetivos.

Sobre el desafortunado nombre de *lógica informal* coincidimos con JOHNSON en su excelente libro *The Rise of Informal Logic*:[19]

> Ciertamente, esperamos que para algunos el nombre de lógica informal sea una contradicción en términos, pues para los que entienden

[18] JOHN ALLEN PAULUS, *Pienso, luego río.* Cátedra, Colección Teorema. Madrid, 1988. P.30

[19] RALPH H. JOHNSON, *The Rise of Informal Logic*, Vale Press, 1996.

> por "lógica" el estudio de los sistemas formales, la lógica informal es una imposibilidad lógica[20].

Pareciera más adecuado el nombre de *lógica aplicada*, o de *lógica práctica*. Sin embargo el nombre de *lógica informal* ya está bastante generalizado, y la lógica aplicada está asociada con la ingeniería de sistemas y la ciencia de la computación.

¿De qué trata entonces la lógica informal?

Poco a poco en el desarrollo del texto hemos ido sugiriendo lo que es y lo que no es la lógica informal. Claramente se distancia de la lógica formal en el sentido de que si importa de que quién y para quién es el argumento. Por otro lado la lógica informal no se restringe al análisis de argumentos de tipo deductivo, los argumentos de tipo inductivo son parte importante en el estudio de la lógica informal.

La siguiente es la definición de Johnson, la cual compartimos:

> La lógica informal es aquella área de la lógica (aún no canonizada como disciplina) la cual intenta formular los principios y estándares de la lógica que son necesarios para la evaluación de la argumentación[21].

Inferencia y argumentación

Hacer una inferencia es *pasar* de unas premisas a una conclusión. La lógica formal deductiva es el estudio de un tipo de inferencia, a saber, la deducción, la implicación lógica. El libro de Epstein *Cinco maneras de decir por lo tanto*, que pretende aportar a un fundamento teórico para la lógica informal, nos presenta las siguientes cinco maneras de hacer inferencias:

(1) Argumentos (inductivos, deductivos)
(2) Pruebas (coloquiales, en ciencia, en matemáticas, en lógica formal)
(3) Condicionales (materiales, estricta, etc.)
(4) Causa y efecto
(5) Explicaciones (porque[22])

Y si aceptamos que hacer una inferencia no es lo mismo que argumentar, para lo cual la parte pragmática, retórica, es importante, a la anterior clasificación hay que añadirle ese aspecto no formal para el análisis de cada una de esas maneras de inferir.

---

[20] Idem, pág. 2

[21] Richard L. Epstein, *Five ways of saying "therefore"*, Wadsworth, 2002.

[22] Este es un conectivo que genera muchos problemas en un curso de lógica matemática elemental. La razón para no considerarlo es que no es un conectivo veritativo funcional; sin embargo con mucha frecuencia lo usamos en nuestra vida cotidiana en el mismo sentido de un "entonces" simplemente cambiando el orden de las proposiciones en cuestión.

La numerosa bibliografía que ahora encontramos sobre lógica informal escoge algunas de los tipos anteriores de inferencia dependiendo del público al cual esté dirigido para su estudio. En todo caso la gran mayoría tiene un capítulo sobre *falacias*: argumentos que tienen la apariencia de buenos pero que no lo son. A continuación presento un ejemplo simpático pero suficientemente ilustrativo:[23]

Diálogo entre Dionisodoro (D) y Crisipo (C):

- D:¿Dices que tienes un perro?
- C: Si, uno feísimo.
- D: Y que tiene cachorros.
- C: Si, y se parecen mucho a el.
- D: Y el perro es su padre.
- C: Si, yo le vi aparearse con la madre de los perritos.
- D: Y no es tuyo.
- C: Pues claro que lo es.
- D: Entonces es un padre y es tuyo; ergo, es tu padre y los cachorros son tus hermanos.

Además deseo ilustrar con este ejemplo de falacia de ambigüedad que no siempre los argumentos vienen con las premisas y la conclusión claramente especificadas. A veces retóricamente se usa una pregunta para afirmar algo que se desea enfatizar. Uno de los trabajos en lógica informal es justamente desentrañar en un complejo texto cuál es la "esencia" del argumento, cuáles son sus premisas y cuál su conclusión.

El tema de las falacias es primordial en la formación de los abogados. Los cursos de argumentación jurídica, de lógica jurídica, hacen especial énfasis en el tema. Hay que estar alerta a los argumentos *ad hominem, ad verecundiam, ad populum, ad baculum,* etc. En Derecho, hasta donde conozco, la teoría del silogismo sigue siendo la herramienta en uso. En Colombia desde hace unos pocos años hemos intentado introducir la lógica moderna como el nuevo instrumento. Sin embargo, lo estudiosos de la filosofía del derecho no pueden desconocer esta última ya que dentro de ella nace lo que hoy se conoce como lógica deóntica.

En este punto podemos traer a colación nuevamente el estudio de la lógica como herramienta y el estudio de la lógica como disciplina. Sin duda la lógica deóntica es una rama de la lógica, que nace de consideraciones en la teoría del Derecho, pero como herramienta para el derecho no creo que aún haya calado suficientemente en el ámbito jurídico.

En el caso de las matemáticas las llamadas falacias formales, afirmación *del consecuente*, y *negación del antecedente* se cometen con mucha frecuencia, y ni que decir del círculo vicioso. La literatura matemática está llena de ejemplos

[23] JOHN ALLEN PAULUS, *Pienso luego río*, Cátedra, Colección Teorema, pág. 34

donde este tipo de falacia acaba con una supuesta "gran" demostración. Basta ver la historia del quinto postulado de Euclides.

Es claro que el tipo de razonamiento de un abogado, de un físico, o de un articulista de periódico son diferentes, su "auditorio" bien disímil, su objetivo claramente diferenciado, sin embargo todos ellos deben ser rigurosos en la sustentación de sus tesis y sus argumentos son susceptibles de un análisis crítico aunque los niveles de rigor sean distintos. Por eso es relevante conocer las nociones básicas del cálculo proposicional y del cálculo de predicados, así como los distintos tipos de falacias que se pueden cometer.

Con algunos ejemplos, ilustraremos lo que se pretende. El primero tomado de Copi[24] nos permite mostrar claramente el proceso de razonamiento, argumentación y control lógico estricto en la resolución de un problema. El segundo es un interesante argumento en el ámbito de la física, analizado cuidadosamente por Fisher[25]. Los dos últimos son dos casos de razonamiento, uno inductivo y otro deductivo, en matemáticas, aunque muy elementales y conocidos nos permiten como en los casos anteriores ilustrar lo que buscamos.

Primer ejemplo:

De los tres prisioneros que se encuentran en cierto calabozo, uno tiene visión normal, el segundo sólo tiene un ojo y el tercero está totalmente ciego. El carcelero les dijo a los prisioneros que de tres sombreros blancos y dos rojos, seleccionaría tres para colocarlos sobre sus cabezas. Ninguno de ellos podía ver el color de su sombrero. El carcelero ofreció la libertad al prisionero con visión normal si le podía decir de qué color era su sombrero. Para evitar una respuesta acertada solo por casualidad, el carcelero amenazó con la ejecución como castigo para cualquier respuesta incorrecta. El prisionero vidente no le pudo decir de qué color era su sombrero. En seguida el carcelero ofreció la libertad al prisionero tuerto, este tampoco pudo decir cuál era el color de su sombrero. El carcelero no le hizo la oferta al prisionero ciego, pero accedió a hacérsela cuando este se lo pidió. El ciego dijo: No tengo necesidad de ver, de lo que mis amigos con ojos han dicho, claramente veo que mi sombrero es ____! Y salió libre. ¿De qué color era el sombrero y cómo lo supo el ciego?

La respuesta correcta es que el sombrero del ciego es blanco. Cómo razonó el ciego no puedo saber, lo que si puedo hacer es construir un argumento válido que lleva a la conclusión.

Datos del problema:

(1) Hay dos sombreros rojos y tres blancos.
(2) Hay tres presos: un vidente (V), un tuerto (T) y un ciego (C).
(3) Cada preso tiene un sombrero sobre su cabeza y uno solo.
(4) Cada preso ve el sombrero de los demás pero no el suyo.

[24] Irving Copi & Carl Cohen, *Introducción a la Lógica*, Limusa, 1995.
[25] Fisher, Ob. Cit. pág. 1

(5) Los tres presos son medianamente inteligentes.
(6) El que encuentre el color de su sombrero y justifique su respuesta sale libre.
(7) El vidente no habló y el tuerto tampoco.

Argumento

Tengo sombrero rojo o sombrero blanco.

Si tengo sombrero rojo y T tiene sombrero rojo, V hablaría, pero V no habló. Luego V ve un sombrero blanco y uno rojo.

Si tengo sombrero rojo y V tiene sombrero rojo entonces T hablaría pero no habló,

Por lo tanto, T ve un sombrero rojo y uno blanco.

Pero T es inteligente.

Luego, si el mío es rojo T sabría que el de él es blanco.

Pero T no habló.

Luego no tiene sombrero blanco.

Luego tiene sombrero rojo y el mío es blanco.

A continuación presento una posible *formalización* del argumento. Sea

- Vr; el vidente tiene sombrero rojo.
- Vb : el vidente tiene sombrero blanco
- Tr: el tuerto tiene sombreo rojo.
- Tb: el tuerto tiene sombrero blanco.
- Cr: el ciego tiene sombrero rojo.
- Cb: el ciego tiene sombrero blanco.
- Sv: el vidente sabe (habló)
- St: el tuerto sabe (habló)

La "deducción":

1	$Cr \vee Cb$	Premisa
2	$(Tr \wedge Cr) \to Sv$	Premisa
3	$\sim Sv$	Premisa
4	$\sim Tr \vee \sim Cr$	Tollendo Tollens y De Morgan
5	$Cr \to \sim Tr$	Equivalencia entre la condicional y la disyunción
6	$Cr \to (Tb \wedge St)$	Premisa
7	$\sim St$	Premisa
8	$\sim St \vee \sim Tb$	Adición
9	$\sim (St \wedge Tb)$	De Morgan
10	$\sim Cr$	Tollendo Tollens
11	Cb	Tollendo Ponens $[Cb \vee Cr,\ \sim Cr/Cb\ ]$

Segundo ejemplo:

> Supongamos, como pensaba Aristóteles, que entre más pesado sea un cuerpo más rápido cae a la tierra. Supongamos además que tenemos dos cuerpos M y m, M mucho más pesado que m. Según nuestra suposición inicial M debe caer mucho más rápidamente que m. Qué pasa entonces si juntamos a M y a m y formamos un nuevo cuerpo Mm? Por un lado como Mm es más pesado que M debe caer más rápidamente que M solo. Pero como está con m, y cada cuerpo tiende a caer según su peso antes de ser juntado con el otro, el cuerpo m actúa como una especie de freno para Mm, así que Mm caería más lentamente que M solo. Se sigue de nuestra suposición inicial que Mm cae más rápido y más lento que M solo. Como esto es absurdo la suposición inicial debe ser falsa.

Análisis del argumento. Llamaremos M y m a dos cuerpos y Mm a un nuevo cuerpo conformado por la unión de los dos.

1.	Mientras más pesado es un cuerpo más rápido cae a la tierra.	Premisa
2.	M es más pesado que m.	Premisa
3.	M cae más rápidamente que m	Especificación universal de 1
4.	Mm es más pesado que m.	Ley de la física
5.	Mm cae más rápidamente que M	Especificación universal de 1
6.	Cada cuerpo tiende a caer según su peso antes de juntarse con otro.	Premisa
7.	Si un cuerpo tiende a caer según su peso antes de juntarse con otro entonces m actúa como freno para Mm.	Premisa
8.	Mm cae más lentamente que M.	Modus ponens
9.	Contradicción entre 8 y 1.	

Luego la primera suposición es falsa. Lo que significa que es verdadero que la velocidad de caída de un cuerpo no depende de su peso.

Los dos argumentos anteriores tienen estatus muy diferentes. El primero lo podemos considerar como un buen ejercicio o un divertimento en lógica, el segundo involucra conceptos de la física, es de Galileo y con él refuta por medio de una reducción al absurdo a Aristóteles. El argumento analizado cuidadosamente por Fisher en su texto[26] y con el método por él sugerido, a pesar de las fallas lógicas que se le pueden detectar, lo considera como un buen argumento.

Tercer Ejemplo:

---

[26] Fisher, Ob Cit. págs. 91–98.

El famoso teorema de Pitágoras dice que *Dado un triángulo rectángulo el cuadrado sobre la hipotenusa es la suma de los cuadrados construidos sobre los catetos.* (Figura I)

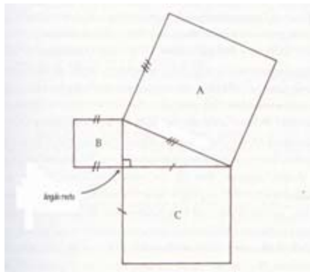

Figura I

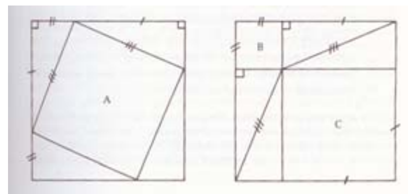

Figura II

Ahora bien consideremos dos cuadrados iguales divididos como se ve en la figura II. En la primera *vemos* cuatro triángulos iguales al original y un cuadrado al centro, el formado por la hipotenusa. En el segundo vemos nuevamente los cuatro triángulos y dos cuadrados menores, los formados por los catetos. Ahora bien *Si a cosas iguales le restamos cosas iguales obtenemos cosas iguales*. Y así al restar los cuatro triángulos en los dos cuadrados resulta que el cuadrado sobre la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados sobre los catetos.

Esta es una excelente *demostración* del teorema para niveles muy elementales de matemática o para un trabajo de divulgación. En otras palabras es un buen argumento teniendo en cuenta ese tipo de público al cual estaría dirigido. Pero, naturalmente no es una demostración rigurosa del teorema, ésta requeriría presentar un sistema axiomático y proceder de acuerdo con las leyes de la lógica y sería un *mal* argumento para un público calificado de matemáticos.

Los números triangulares

Es bien conocido que los pitagóricos clasificaban los números de acuerdo con las figuras que pudiera armar con ellos. Es el caso de los números triángulares, aquellos que podían distribuirse en forma de triángulo. He aquí los primeros y la manera de obtenerlos:

$\bullet$	1	1
$\bullet\bullet$	3	$1+2$
$\bullet\ \bullet\ \bullet$	6	$1+2+3$
$\bullet\ \bullet\ \bullet\bullet$	10	$1+2+3+4$
...	N	$1+2+3+4+...+n$

$\mathbf{1, 3, 6, 10, 15, 21, ..., N}$

La sucesión anterior nos permite ir obteniendo los números de uno en uno a partir del anterior. Pero no nos permite saber fácilmente si un determinado número natural es triangular o no. Por ejemplo, ¿es $1.345, 627$ triangular? Para obtener la respuesta debíamos continuar la sucesión hasta llegar al número o al número más cercano. Tarea prácticamente imposible para un número suficientemente grande. Los pitagóricos estudiaron las propiedades de estos números y descubrieron las dos que presento a continuación. Observemos que las estrellas forman un triángulo igual al primero puesto de forma invertida y de tal manera que entre los dos forman un rectángulo de tamaño $n(n+1)$. Esto les permitió, con la observación de unos cuantos casos afirmar que el número triangular Tn es igual a la mitad del rectángulo $n(n+1)$ y sabiendo que una diagonal divide a un rectángulo en dos partes iguales, $Tn = n(n+1)/2$. Esta última fórmula es un "teorema" obtenido por inducción ordinaria, por generalización: $Tn = 1 + 2 + 3 + 4 + \ldots. + n = n(n+1)/2$.

$$\begin{array}{c} \bullet \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{ccc} \bullet & * & * \\ \bullet & \bullet & * \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{cccc} \bullet & * & * & * \\ \bullet & \bullet & * & * \\ \bullet & \bullet & \bullet & * \end{array}$$

De la misma manera se puede *mostrar* que la suma de dos números triangulares sucesivos es igual a un cuadrado.

$$\begin{array}{c} \begin{array}{cc} \bullet & * \\ * & * \end{array} \\ T_1 + T_2 = (2)^2 \end{array} \qquad \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} \bullet & * & * \\ \bullet & \bullet & * \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{array} \\ T_2 + T_3 = (3)^2 \end{array}$$

Veamos $1 + 3 = 4$; $3 + 6 = 9$; $6 + 10 = 16$, etc. la ley general se obtiene por inducción ordinaria $T_k + T_{k+1} = (n+1)^2$ y naturalmente hoy en día hay que demostrarla usando el principio de inducción matemática. Sin embargo, nuevamente quisiera enfatizar que para cierto público hacer los dibujos correspondientes y unos pocos ejemplos, convencería al auditorio de la verdad de tales afirmaciones.

Serían buenos argumentos en un ambiente donde la preocupación es esencialmente de didáctica de las matemáticas.

Quisiera terminar con tres citas.

> Contribuir a desarrollar e incrementar la capacidad de entendernos sobre bases racionales es responder a un anhelo de nuestra sociedad presente. Creemos que las herramientas de análisis y evaluación del discurso argumentativo aportadas por el enfoque pragma-dialectico pueden ser una ayuda fundamental en esta tarea. *Los traductores de Argumentación, comunicación y falacias* pág. 8.[27]

[27] Frans H. van Eemeren, Rob Grotendorst. *Argumentación, comunicación y falacias.* Traducida por Celso López & Ana Maria Vicuña. Universidad Católica de Chile, 2002.

> Estoy convencido de la importancia del estudio universitario de la lógica para estimular el pensamiento claro, analítico, crítico y fomentar así la tolerancia ideológica y la libertad individual. *Lógica y pensamiento crítico.*[28]
>
> Por eso también es que nos hemos dedicado a hacer docencia: para contribuir a mantener despierta la razón, para promover el pensamiento y la reflexión, para alentar la búsqueda de esas verdades, tal vez inalcanzables en su totalidad pero en pos de las cuales nos vamos convirtiendo en seres auténticamente humanos. Para recordar a nuestros alumnos, cada vez que una doctrina parezca imponerse como absoluta y definitiva, que ningún individuo ni tampoco ninguna mayoría es omnisciente e infalible.[29]

Todo pareciera indicar que el sueño de Leibniz con su característica universales la que permitiría con un "cálculo" zanjar una disputa está como ideal en el espíritu de los que quisiéramos que la lógica sirva efectivamente para analizar de manera racional los argumentos; pero ese ideal que se ha visto imposible de alcanzar porque los seres humanos somos multirraciales, y multiculturales es necesario matizarlo tomando aspectos de la retórica que nos permitan comunicarnos mejor con nuestros interlocutores, y analizar críticamente sus argumentos de manera racional.

(Recibido en mayo de 2006. Aceptado para publicación en noviembre de 2006)

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
BOGOTÁ, COLOMBIA
e-mail: chsanchezb@unal.edu.co

---

[28] LUIS E. GARCÍA, Ob. cit. pág. 8.

[29] NORBERTO CEOLIN et al. *Pensamiento critico.* Prefacio. Temas. UADE: Buenos Aires, 2001.