This is a reprint of the paper
Subcategorías generadas mediante estructuras iniciales
by Arnold Oostra
published in **Lecturas Matemáticas 16** (1995), pp. 63–72

SUBCATEGORÍAS GENERADAS MEDIANTE ESTRUCTURAS INICIALES*

Arnold Oostra

Corporación Universitaria de Ibagué

Dedicado al profesor Carlos Ruiz S.,
Premio Nacional de Matemáticas 1993

Abstract. A generating mechanism by initial structures recently proposed by C. J. Ruiz [1] is examined from a general categorical point of view. Then, the subcategory generated by an arbitrary object is studied.

Key Words and Phrases. Categories, topological categories, reflective subcategories, concrete categories, functors, faithful functors, initial and final structures, complete lattices, concrete adjoint pairs, category and structure generators.

1991 Mathematics Subject Classification. Primary 18A40. Secondary 18B30.

Resumen. Un mecanismo de generación mediante estructuras iniciales propuesto recientemente por C. J. Ruiz [1] se ubica dentro de un contexto categórico más general y se estudia la subcategoría generada por un objeto arbitrario.

Introducción

La estructura de espacio topológico se puede describir de muchas maneras distintas. Una forma interesante de generar la topología de un espacio topológico dado es mediante las funciones continuas de este espacio en un cierto espacio, denominado el espacio de Sierpinski ($\{0,1\}$ dotado de la topología $\{\{1\},\{0,1\},\varnothing\}$). En efecto, la topología de todo espacio topológico es la topología

* Este trabajo corresponde al proyecto VIALTOPO, Universidad Nacional de Colombia, y fue realizado mientras el autor era becario de la Fundación MAZDA

inicial inducida por todas las funciones continuas de éste en el espacio de Sierpinski. Esta observación conduce a considerar la clase constituida por los espacios que tienen la topología inicial inducida por las funciones continuas en un espacio fijo, clase que podríamos llamar 'generada' por el espacio en cuestión.

Lo esencial de esta construcción es la existencia de topologías iniciales. De ahí que la podamos generalizar sin esfuerzo a cualquier categoría con estructuras iniciales, o sea, a cualquier categoría topológica.

No incluiremos las demostraciones de las afirmaciones que haremos. En su mayoría son fáciles, pero escribirlas en detalle resultaría demasiado largo.

1. Preliminares

En lo que sigue, $F : \mathcal{C} \to \mathcal{D}$ será un funtor topológico fuertemente fiel. Los objetos y morfismos de $\mathcal{C}$ se escribirán en negrilla, y el mismo símbolo, sin negrilla, denotará las imágenes por F. Por ejemplo, escribiremos X en vez de $F\mathbf{X}$.

Que F es un funtor topológico significa que toda fuente relativa a F tiene una estructura inicial [2], lo cual implica que también todo sumidero tiene una estructura final. Y que F es fuertemente fiel significa que, además de ser fiel, se tiene la igualdad

$$(\mathrm{Iso}\,\mathcal{C}) \cap F^{-1}(\mathrm{Id}\,\mathcal{D}) = \mathrm{Id}\,\mathcal{C}\,.$$

Con esto se asegura que la fibra sobre cualquier objeto X de $\mathcal{D}$ (fibra que se denota con $\mathcal{C}(X)$) está ordenada por la relación

$$\mathbf{X} \leq \mathbf{X}' \text{ si existe } \mathbf{u} : \mathbf{X}' \to \mathbf{X} \text{ tal que } F\mathbf{u} = 1_X.$$

Puesto que F es topológico, $\mathcal{C}(X)$ es, con este orden, una clase reticulada. Es decir, toda subclase tiene un extremo inferior.

Si $f : X \to Y$ es un morfismo de $\mathcal{D}$, el objeto correspondiente a la estructura inicial de una fuente unitaria $(\mathbf{Y}, f)$ sobre X se denota con $f^!\mathbf{Y}$, y el correspondiente a la estructura final del sumidero $(\mathbf{X}, f)$ sobre Y, con $f_!\mathbf{X}$. La función $f^! : \mathcal{C}(Y) \to \mathcal{C}(X)$ es adjunta inferior de $f_!$, esto es, cualesquiera que sean $\mathbf{X} \in \mathcal{C}(X)$, $\mathbf{Y} \in \mathcal{C}(Y)$,

$$f^!\mathbf{Y} \leq \mathbf{X} \text{ si y sólo si } \mathbf{Y} \leq f_!\mathbf{X}.$$

Esto da origen a un funtor de $\mathcal{D}$ en $\mathcal{O}re$, donde $\mathcal{O}re$ denota la categoría cuyos objetos son clases reticuladas y cuyos morfismos son funciones que conmutan con extremos inferiores, (o, lo que en este caso es lo mismo, que admiten adjunta inferior). Cabe anotar que ésta es sólo una de cuatro posibilidades de existencia de una adjunta [3].

El funtor de fibras $F^* : \mathcal{D} \to \mathcal{O}re$ está definido por $F^*X = \mathcal{C}(X)$, $F^*f = f_!$. C. Ruiz ha establecido que la categoría $\mathcal{C}$ y el funtor F se pueden recuperar a partir del funtor F^*. Para este efecto, construye una nueva categoría, $\widetilde{\mathcal{O}re}$ como sigue: un objeto es una pareja (X, x), donde X es un objeto de $\mathcal{O}re$ y $x \in X$, y un morfismo $(X, x) \to (Y, y)$ es un morfismo de $\mathcal{O}re$, $f : X \to Y$, tal que $f(x) \geq y$. El funtor olvido del punto, $J : \widetilde{\mathcal{O}re} \to \mathcal{O}re$, es topológico y fuertemente fiel, y la categoría

$\mathcal{C}$ se obtiene como el producto fibrado de los funtores J y F^*:

$$\begin{tikzcd}
\mathcal{C} \arrow[r] \arrow[d, "F"'] \arrow[dr, phantom, "\lrcorner", very near start] & \mathcal{O}\widetilde{re} \arrow[d, "J"] \\
\mathcal{D} \arrow[r, "F^*"'] & \mathcal{O}re
\end{tikzcd}$$

Como de costumbre, si X, Y son objetos de $\mathcal{D}$, el conjunto de morfismos de X en Y se denota con $[X, Y]$; o con $\mathcal{D}[X, Y]$, si es indispensable precisar la categoría. El funtor $\mathcal{D} \to \mathcal{C}onj$ representado por el objeto Y se denota con $[-Y]$.

Recordamos también que una categoría $\mathcal{A}$ es concreta (sobre $\mathcal{D}$) si existe un funtor fiel $V : \mathcal{A} \to \mathcal{D}$. Si $\mathcal{B}$ es otra categoría concreta con funtor fiel $W : \mathcal{B} \to \mathcal{D}$, entonces un funtor $T : \mathcal{A} \to \mathcal{B}$ es concreto si $WT = V$. Si T, $T' : \mathcal{A} \to \mathcal{B}$ son funtores concretos, una transformación natural $\tau : T \to T'$ es concreta si $W(\tau_{\mathbf{A}}) = 1_A$ para cada objeto $\mathbf{A}$ de $\mathcal{A}$.

Finalmente, diremos que el funtor concreto T admite un adjunto concreto a izquierda U, si U es concreto, si es adjunto a izquierda de T y si además las transformaciones naturales $1 \to TU$, $UT \to 1$ son concretas. Esta última condición se puede expresar también diciendo que el isomorfismo de adjunción $[U\mathbf{B}, \mathbf{A}] \cong [\mathbf{B}, T\mathbf{A}]$ conmuta con los funtores V y W. En particular, una subcategoría de $\mathcal{A}$ será una subcategoría reflexiva concreta si el funtor de inclusión admite un adjunto concreto a izquierda. Si U es un adjunto concreto a izquierda de T, hablaremos del par adjunto concreto (U, T).

2. Mecanismo de generación por estructuras iniciales

En el resto del artículo, $\mathbf{M}$ será un objeto de $\mathcal{C}$, arbitrario pero fijo. En esta sección procederemos a construir cierta subcategoría de $\mathcal{C}$ a partir de $\mathbf{M}$, y explicaremos el sentido en el cual ella es universal.

2.1. Construcción de una transformación natural.

Para cada objeto X de $\mathcal{D}$, sea

$$\phi : \mathcal{C}X \to \mathcal{P}[X, M]$$

la función definida para $\mathbf{X} \in \mathcal{C}X$ por $\phi(\mathbf{X}) = F[\mathbf{X},\ \mathbf{M}]$. Puesto que F es un funtor fiel, $\phi(\mathbf{X})$ es un conjunto isomorfo a $[\mathbf{X}, \mathbf{M}]$. Esta función es monótona no decreciente, y como F es un funtor topológico, admite además una adjunta inferior,

$$\alpha : \mathcal{P}[X, M] \to \mathcal{C}X,$$

definida para $\Omega \subseteq [X, M]$ por $\alpha(\Omega) = \operatorname{Inf}\{\omega^{!}\mathbf{M} \mid \omega \in \Omega\}$, es decir, como el objeto correspondiente a la estructura inicial de la fuente $\big\{(\mathbf{M}, \omega) \mid \omega \in \Omega\big\}$ sobre X. Entonces

2.1.1. Proposición. *Para todo* $\mathbf{X} \in \mathcal{C}X$ *y todo* $\Omega \in \mathcal{P}[X, M]$,

$$\alpha(\Omega) \leq \mathbf{X} \text{ si y sólo si } \Omega \subseteq \phi(\mathbf{X}).$$

En particular, ϕ *es un morfismo de la categoría Ore.*

¿Qué sucede al variar el objeto X? Distinguiremos las correspondientes funciones ϕ, α mediante subíndices. Obsérvese que un morfismo $f : X \to Y$ de $\mathcal{D}$, da origen a los siguientes morfismos de Ore, que relacionan los dominios y los codominios de ϕ_X y ϕ_Y:

(a) $f_! : \mathcal{C}X \to \mathcal{C}Y$, con adjunta inferior $f^! : \mathcal{C}Y \to \mathcal{C}X$.
(b) $(-f)^{-1} : \mathcal{P}[X, M] \to \mathcal{P}[Y, M]$ imagen recíproca de la función $g \mapsto gf$ de $[Y, M]$ en $[X, M]$, con adjunta inferior la imagen directa $(-f) : \mathcal{P}[Y, M] \to \mathcal{P}[X, M]$.

En general, $(-f)^{-1}$ no es la función inversa de $(-f)$.

2.1.2. Proposición. *Si* $f : X \to Y$ *es un morfismo de* $\mathcal{D}$*,*

i) $(-f)^{-1} \circ \phi_X = \phi_Y \circ f_!$*; esto es,* $(-f)^{-1} F[\mathbf{X}, \mathbf{M}] = F[f_! \mathbf{X}, \mathbf{M}]$.
ii) $\alpha_X \circ (-f) = f^! \circ \alpha_Y$*; esto es,* $\alpha_X\big((-f)\Omega\big) = f^! \alpha_Y(\Omega)$.

El diagrama siguiente ilustra esta situación:

$$\begin{tikzcd}
\mathcal{C}(X) \arrow[r, shift left, "\phi_X"] \arrow[d, shift left, "f_!"] & \mathcal{P}[X,\, M] \arrow[l, shift left, "\alpha_X"] \arrow[d, shift left, "(-f)^{-1}"] \\
\mathcal{C}(Y) \arrow[r, shift left, "\phi_Y"] \arrow[u, shift left, "f^!"] & \mathcal{P}[Y,\, M] \arrow[l, shift left, "\alpha_Y"] \arrow[u, shift left, "(-f)"]
\end{tikzcd}$$

Obsérvese ahora que el morfismo $f_!$ mencionado en (a) es la imagen de f por el funtor de fibras F^*. El morfismo $(-f)^{-1}$ en (b) es también la imagen de f por un funtor, a saber, el funtor $E_M : \mathcal{D} \to$ Ore dado por

$$E_M = \mathcal{P} \circ [-M].$$

Aquí, $[-M] : \mathcal{D} \to \mathcal{C}onj$ es el funtor contravariante representado por M, y $\mathcal{P} : \mathcal{C}onj \to \mathcal{O}re$ es el funtor contravariante de partes.

En estos términos, la proposición anterior se puede expresar de la siguiente manera:

2.1.3. Teorema. *La aplicación* ϕ *define una transformación natural de* F^* *en* E_M*.*

$$
\begin{tikzcd}
\mathcal{C} \arrow[d, "F"'] & & \\
\mathcal{D} \arrow[rr, shift left, "F^*"] \arrow[rr, shift right, "E_M"'] \arrow[dr, "{[-,M]}"'] & & \mathcal{O}re \\
& \mathcal{C}onj^{op} \arrow[ur, "\mathcal{P}"'] &
\end{tikzcd}
$$

Si $\mathcal{C}$ es una categoría, $\mathcal{C}^{op}$ es la categoría opuesta.

2.2. Par adjunto obtenido a partir de ϕ.

Denotaremos con $\mathcal{E}_M$ la categoría correspondiente al producto fibrado de $E_M : \mathcal{D} \to \mathcal{O}re$ y $J : \widetilde{\mathcal{O}re} \to \mathcal{O}re$. Esta categoría se puede describir de la siguiente manera: un objeto es una pareja (X, Ω), donde X es un objeto de $\mathcal{D}$ y $\Omega \subseteq [X, M]$ es algún conjunto de morfismos de X en M. Un morfismo $(X, \Omega) \to (Y, \Sigma)$ de $\mathcal{E}_M$ es un morfismo $f : X \to Y$ de $\mathcal{D}$ tal que $\sigma f \in \Omega$ para cada $\sigma \in \Sigma$. Si interpretamos el conjunto Ω como una 'estructura' sobre X, entonces el funtor topológico $\mathcal{E}_M \to \mathcal{D}$ 'olvida la estructura'. En consecuencia, lo denotaremos con O_e.

$$
\begin{tikzcd}
\mathcal{E}_M \arrow[r] \arrow[d, "O_e"'] \arrow[dr, phantom, "\lrcorner", very near start] & \widetilde{\mathcal{O}re} \arrow[d, "J"] \\
\mathcal{D} \arrow[r, "E_M"'] & \mathcal{O}re
\end{tikzcd}
$$

La transformación natural ϕ permite que un par de funtores concretos $\Phi : \mathcal{C} \to \mathcal{E}_M$ y $A : \mathcal{E}_M \to \mathcal{C}$, sean definidos en los objetos de la siguiente manera:

$$\Phi(\mathbf{X}) = (X, \phi(\mathbf{X})), \qquad A(X, \Omega) = \alpha(\Omega).$$

Puesto que α es adjunta inferior de ϕ, se concluye que

2.2.1. Proposición. *El par (Φ, A) es un par adjunto concreto.*

2.3. Subcategoría generada por M.

Muchos resultados de la teoría de adjunción entre conjuntos ordenados se pueden trasladar a las categorías concretas con 'funtor olvido' fuertemente fiel. Por ejemplo

2.3.1. Proposición. *Sean $V : \mathcal{A} \to \mathcal{D}$, $W : \mathcal{B} \to \mathcal{D}$ funtores fuertemente fieles y (U, T) un par adjunto concreto, donde $T : \mathcal{A} \to \mathcal{B}$. Los puntos fijos bajo TU constituyen una subcategoría reflexiva concreta de $\mathcal{B}$ (con reflexión TU), que es concretamente isomorfa a la subcategoría correflexiva de $\mathcal{A}$ determinada por los puntos fijos bajo UT.*

$$
\begin{tikzcd}
\mathcal{A} \arrow[rr, shift left, "T"] \arrow[ddr, "V"'] & & \mathcal{B} \arrow[ll, shift left, "U"] \arrow[dl, shift left, "TU"] \arrow[ddl, "W"] \\
& PF \arrow[ur, shift left] \arrow[d, "W|"'] & \\
& \mathcal{D} &
\end{tikzcd}
$$

2.3.2. Definición. *La subcategoría generada por M mediante estructuras iniciales, denotada con $\mathcal{C}_{\mathbf{M}}$, es la subcategoría de $\mathcal{C}$ constituida por los puntos fijos bajo el funtor $A\Phi$.*

La categoría $\mathcal{C}_{\mathbf{M}}$ es una subcategoría plena. Esta es una característica de las subcategorías reflexivas concretas de las categorías cuyo 'funtor olvido' es fuertemente fiel. Es también posible considerar a $\mathcal{C}_{\mathbf{M}}$ como una subcategoría concreta correflexiva de $\mathcal{E}_M$, tomando la restricción de Φ como funtor de inclusión. Esta es una de las razones por la que merece atención especial el caso en el cual $\mathbf{M}$ genera toda la categoría $\mathcal{C}$, o sea, $\mathcal{C}_{\mathbf{M}} = \mathcal{C}$; pues en tal situación, los objetos $\mathcal{C}$ se pueden ver como 'objetos de $\mathcal{D}$ con estructura'.

2.3.3. Ejemplos. Los dos ejemplos siguientes son importantes:

(1) El conjunto $\{0,1\}$ con la colección unitaria $\big\{\{1\}\big\}$ genera toda la categoría $\mathcal{C}ol$ de colecciones [1].
(2) Si denotamos con $\mathbf{R}$ el conjunto de los números reales dotado de la topología usual, $\mathcal{T}op_{\mathbf{R}}$ es la subcategoría plena de los espacios topológicos uniformizables, o lo que es lo mismo, completamente regulares [4, 5].

2.3.4. Teorema. *La categoría $\mathcal{C}_{\mathbf{M}}$ puede describirse de la siguiente manera:*

i) *Descripción interna. La categoría $\mathcal{C}_{\mathbf{M}}$ es la subcategoría plena de $\mathcal{C}$ cuyos objetos son aquellos $\mathbf{X} \in |\mathcal{C}|$ que son la estructura inicial de la fuente sobre X, determinada por la imagen a través de F de todos los morfismos de $\mathbf{X}$ en $\mathbf{M}$.*

ii) *Descripción externa. La categoría $\mathcal{C}_M$ es la mínima subcategoría reflexiva concreta de $\mathcal{C}$ que contiene el objeto $\mathbf{M}$.*

Demostración. Daremos solamente un bosquejo de la demostración de (ii). Ante todo se observa que como $1_{\mathbf{M}} \in \phi(\mathbf{M})$, existe $\mathbf{u} : \alpha\left(\phi(\mathbf{M})\right) \to \mathbf{M}$ tal que $F\mathbf{u} = 1_{\mathbf{M}}$, así que $\mathbf{M} \in \ | \ \mathcal{C}_{\mathbf{M}} \ |$.

Sea $\mathcal{R}$ una subcategoría reflexiva concreta de $\mathcal{C}$ tal que $\mathbf{M} \in \ | \ \mathcal{R} \ |$. Como $\mathcal{R}$ es cerrada para estructuras iniciales [6], $| \ \mathcal{C}_{\mathbf{M}} \ | \subseteq | \ \mathcal{R} \ |$; y puesto que ambas son subcategorías plenas de $\mathcal{C}$, $\mathcal{C}_{\mathbf{M}}$ es una subcategoría de $\mathcal{R}$. $\square$

3. Expresión general de algunas afirmaciones

En esta sección mostraremos que ciertos resultados discutidos en [1] obedecen a hechos más generales.

3.1. Subcategorías correflexivas de una categoría con generador.

3.1.1. Proposición. *Sean $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ categorías concretas y (U,T) un par adjunto concreto, donde $T:\mathcal{A}\to\mathcal{B}$. Si $\mathcal{R}$ es una subcategoría reflexiva concreta de $\mathcal{A}$ (con reflexión $R:\mathcal{A}\to\mathcal{R}$), entonces su imagen $T\mathcal{R}$ es una subcategoría reflexiva concreta de $\mathcal{B}$ (con reflexión TRU).*

Consideremos ahora un funtor $L:\mathcal{C}\to\mathcal{F}$, concreto sobre $\mathcal{D}$, que admita adjunto concreto a izquierda, y asumamos que el 'funtor olvido' $G:\mathcal{F}\to\mathcal{D}$ es topológico y fuertemente fiel. Puesto que $\mathcal{C}_{\mathbf{M}}$ es un subcategoría reflexiva que contiene a $\mathbf{M}$, los últimos resultados muestran que la imagen $L\mathcal{C}_{\mathbf{M}}$ contiene a $\mathcal{F}_{L\mathbf{M}}$. En realidad son iguales:

3.1.2. Teorema. *Bajo las condiciones indicadas, para cada objeto $\mathbf{M}\in|\mathcal{C}|$ se tiene*

$$\mathcal{F}_{L\mathbf{M}} = L\mathcal{C}_{\mathbf{M}}.$$

Demostración. Sea $\mathbf{X}\in|\mathcal{C}_{\mathbf{M}}|$, de manera que $\mathbf{X}$ es la estructura inicial de la fuente $\big\{(\mathbf{M},f)\mid f\in F[\mathbf{X},\mathbf{M}]\big\}$ sobre X. Puesto que L conmuta con estructuras iniciales [6], $L\mathbf{X}$ es la estructura inicial de la fuente $\big\{(L\mathbf{M},f)\mid f\in F[\mathbf{X},\mathbf{M}]\big\}$. Pero $F[\mathbf{X},\mathbf{M}]=GL[\mathbf{X},\mathbf{M}]=G[L\mathbf{X},L\mathbf{M}]$, pues la imagen $L\mathcal{C}_{\mathbf{M}}$ es una subcategoría plena. Entonces $L\mathbf{X}\in|\mathcal{F}_{L\mathbf{M}}|$. $\square$

En particular, si $\mathbf{M}$ genera a $\mathcal{C}$ y $\mathcal{S}$ es cualquier subcategoría correflexiva concreta de $\mathcal{C}$ (con correflexión S), entonces $S\mathbf{M}$ genera a $\mathcal{S}$.

3.1.3. Ejemplos. Los siguientes ejemplos son ilustrativos:

(1) $\mathcal{T}op$ es una subcategoría correflexiva de $\mathcal{C}ol$, así que el conjunto $\{0,1\}$ con la topología generada por $\big\{\{1\}\big\}$ (esto es, el espacio de Sierpinski) es un generador de $\mathcal{T}op$.

(2) De igual manera, la categoría $\mathcal{F}il$ de filtros tiene como generador el filtro $\big\{\{1\},\{0,1\}\big\}$ sobre el conjunto $\{0,1\}$.

3.2. El objeto generador como revelador de la estructura.

La descripción de los objetos de $CalE_{\mathbf{M}}$ como parejas (X,Ω), donde $X\in|\mathcal{D}|$ y $\Omega\subseteq[X,M]$, trae consigo el funtor contravariante 'olvido de la base' $O_b:\mathcal{E}_M\to\mathcal{C}onj$.

3.2.1. Proposición. *El funtor contravariante*

$$O_b\Phi:\mathcal{C}\longrightarrow\mathcal{C}onj$$

es representable por $\mathbf{M}$.

Cuando $\mathbf{M}$ es un generador de toda la categoría $\mathcal{C}$, $\mathcal{C}$ se puede considerar como una subcategoría de $\mathcal{E}_M$, de manera que un objeto $\mathbf{X}$ de $\mathcal{C}$ 'es' un objeto de $\mathcal{D}$ enriquecido con una 'estructura', que es un conjunto Ω. Además, en este caso, la inclusión de $\mathcal{C}$ en $\mathcal{E}_M$ es Φ. Entonces, de acuerdo con la proposición 3.2.1, el funtor representable $[-\mathbf{M}]$ es la restricción de O_b y así la 'estructura' Ω es precisamente el conjunto de morfismos de $\mathbf{X}$ en $\mathbf{M}$.

De esta manera el generador $\mathbf{M}$ se constituye también en un 'revelador de estructuras'.

3.2.2. Ejemplo. Puesto que el espacio de Sierpinski $\mathbf{S}$ genera la categoría $\mathcal{T}op$, la topología de cualquier espacio $\mathbf{X}$ se puede describir como el conjunto de funciones continuas de $\mathbf{X}$ en $\mathbf{S}$.

4. Temas de estudio

Como ya lo indicara C. Ruiz [1], "naturalmente se plantea la inquietud sobre la estructura formada por los generadores de una categoría $\mathcal{C}$", o, más generalmente, de la clase de los generadores de una subcategoría de $\mathcal{C}$.

Ante todo se debe decidir si esa clase es o no vacía. Es decir, ¿cuáles subcategorías reflexivas concretas de $\mathcal{C}$ poseen un generador? Si la subcategoría tiene algún generador $\mathbf{M}$, la clase de los generadores de $\mathcal{C}_{\mathbf{M}}$ es la clase de $\mathbf{M}$ según la relación de equivalencia

$$\mathbf{X} \sim \mathbf{Y} \quad \text{si} \quad \mathcal{C}_{\mathbf{X}} = \mathcal{C}_{\mathbf{Y}}.$$

El problema así planteado se traduce entonces en el de estudiar esta relación.

Otra inquietud nace de la caracterización de $\mathcal{C}_{\mathbf{M}}$ como la mínima subcategoría reflexiva concreta que contiene a $\mathbf{M}$. Pues en vez de tomar un objeto, se podría elegir una familia de objetos, o, mejor aún, una subcategoría $\mathcal{M}$ de $\mathcal{C}$, y buscar la mínima subcategoría reflexiva concreta de $\mathcal{C}$ que contiene a $\mathcal{M}$. Cabe anotar que si $\mathcal{D}$ es la categoría de un punto, es decir, si $\mathcal{C}$ es un retículo completo, entonces este problema tiene solución para cualquier subcategoría [7].

Bibliografía

[1]. [redacted]. J. Ruiz, *Objetos reveladores de estructura en subcategorías adjuntas de la categoría Col*, Lecturas Matemáticas **XIII** (1992), 75–83.
[2]. [redacted]. Oostra, *Estructuras iniciales*, Lecturas Matemáticas **XIII** (1992), 85–98.
[3]. [redacted] Luna, *La categoría Adj en topología categórica*, Lecturas Matemáticas **XIII** (1992), 99–104.
[4]. [redacted]. Oostra, *The uniformizable spaces are generated by the real numbers*, Ann. New York Acad. Sc., to appear.
[5]. [redacted] Willard, *General topology*, Addison–Wesley, Reading, Mass., 1970.
[6]. [redacted] Adámek, H. Herrlich and G. Strecker, *Abstract and concrete categories*, Wiley, New York, 1990.
[7]. [redacted]. Oostra, *Temas de conjuntos ordenados*, Décimo Coloquio Distrital de Matemáticas y Estadística, Universidad Nacional, Bogotá, 1993.
[8]. [redacted] Adámek, *Theory of mathematical structures*, D. Ridel, Dordrecht, 1983.
[9]. [redacted]. Freyd and A. Scedrov, *Categories, allegories*, North–Holland, Amsterdam, 1990.
[10]. [redacted] Preuss, *Theory of topological structures*, D. Reidel, Dordrecht, 1988.

(Recibido en noviembre de 1993, revisado en febrero de 1995)

Arnold Oostra V.
Apartado Aéreo No. 1201
Ibagué, COLOMBIA