

## **Autoevaluación y autoaprendizaje con pruebas tipo test virtuales en Matemáticas para la Empresa**

Alacid Cárceles, Valentina ([alacid@um.es](mailto:alacid@um.es))

Caballero Pintado, M<sup>a</sup> Victoria ([mvictori@um.es](mailto:mvictori@um.es))

Lafuente-Lechuga, Matilde ([mati@um.es](mailto:mati@um.es))

*Departamento: Métodos Cuantitativos para la Economía  
Universidad de Murcia*

### **RESUMEN**

En el curso 2017-18 desarrollamos el proyecto de innovación docente: “Uso de la herramienta “Exámenes” del aula virtual para el autoaprendizaje y la autoevaluación de las Matemáticas en la Facultad de Economía y Empresa” en la Universidad de Murcia. Como resultado del mismo disponemos de baterías de preguntas tipo test, con la explicación de su resolución, correspondientes a todos los temas incluidos en las asignaturas de Matemáticas para la empresa I y II.

A partir de estas baterías se han construido, en el primer cuatrimestre, pruebas virtuales que los estudiantes podían utilizar para su autoaprendizaje. Los test los realizaban al terminar la explicación de cada tema en clase y han estado abiertos en el aula virtual hasta la fecha del examen. En este trabajo presentamos los materiales realizados, analizamos el uso que de ellos han hecho los estudiantes y se ha recogido su opinión sobre esta innovación docente.

*Área temática:* Autoevaluación, autoaprendizaje, test virtuales.

*Área temática:* Metodología y Docencia

## **Self-assessment and self-learning with virtual test in Mathematics for Business**

### **ABSTRACT**

In the academic year 2017-18 we developed the teaching innovation project: "Use of the tool "Exams" of the virtual classroom for self-learning and self-evaluation of Mathematics in the Faculty of Economics and Business" in the University of Murcia. As a result of this project we have got multiple-choice questions pools, related to every unit in the subjects of Mathematics for Business Administration I and II. In these pools, every question is completed with the explanation of the correct answer.

From these multiple-choice questions pools, virtual assessments have been created in the first term of the academic year 2018/2019. Students could use them for self-learning and self- evaluation. The assessments were available to students at the end of the explanation of each unit, and they have been open in the virtual classroom until the date of the final exam.

In this work, we present the materials made, analyze the use that students have done of them and we have collected the opinion of students about this teaching innovation.

**Keywords:** Self-evaluation, self-learning, virtual tests

## **1. INTRODUCCIÓN**

Las asignaturas de Matemáticas para la Empresa I y II de la Facultad de Economía y Empresa de la Universidad de Murcia tienen asignada una docencia de 4,5 créditos cada una, y son impartidas en los dos primeros cuatrimestres del grado en Administración y Dirección de Empresas (ADE). Esto supone dos horas y media de clases durante 15 semanas, a las que hay que añadir cinco horas extra para la realización de pruebas intermedias, talleres o conferencias, y 2,5 para la realización del examen.

La amplitud de los programas, la necesidad de explicar correctamente la teoría, la base matemática con la que llegan nuestros estudiantes, los grupos masivos, etc., hacen que el tiempo real disponible resulte insuficiente para cubrir las necesidades formativas de nuestro alumnado (Alacid et al., 2017). En este sentido coincidimos con Funes y Guardiola (2013) cuando señalan su preocupación por buscar caminos que contribuyan a paliar esta situación, al igual que lo hace Del Campo et al. (2014).

Las plataformas virtuales son un medio para desarrollar materiales complementarios que puedan ayudar al estudiante a aprender de forma autónoma (Robles, et al., 2013) y a autoevaluarse. Como señalan García-Beltrán et. al. (2006), las principales ventajas del uso de estas plataformas para pruebas objetivas son:

- Posibilita un seguimiento individualizado del aprendizaje del alumno.
- Permite evaluar conocimientos y habilidades.
- Facilita el establecimiento de una evaluación continuada durante el proceso de aprendizaje y reduce el tiempo de su diseño, distribución y desarrollo.
- Agrega una gran flexibilidad temporal y espacial del sistema tanto para la configuración de ejercicios como de su realización. En este sentido puede ser especialmente útil para permitir que el alumno pueda seguir su propio ritmo de aprendizaje.
- Proporciona una respuesta inmediata (retroalimentación) de los resultados de los ejercicios.
- El almacenamiento de los resultados facilita la creación de informes y tratamiento de datos tanto a nivel de un alumno o de un grupo de alumnos como de las preguntas utilizadas.

- La base de datos de preguntas puede reutilizarse en otros cursos.
- La no necesidad de corregir por parte del profesor lo hace especialmente apropiado para grandes grupos de alumnos.

Motivadas por esta inquietud desarrollamos, durante el curso académico 17-18, el proyecto de innovación docente “Uso de la herramienta “Exámenes” del aula virtual para el aprendizaje y la autoevaluación de las Matemáticas en la Facultad de Economía y Empresa” cuyos objetivos eran:

- Elaboración de baterías de preguntas tipo test correspondientes a distintos conceptos que se desarrollan en las asignaturas de Matemáticas presentes en los grados en ADE y en el doble grado en ADE y Derecho de la Facultad de Economía y Empresa.
- Construcción de pruebas tipo test aleatorias a partir de las baterías elaboradas previamente.

Estos recursos persiguen dos fines fundamentales:

- El aprendizaje autónomo del alumno y la comprensión y consolidación de los conceptos desarrollados en las clases presenciales, ya que se abordan tanto cuestiones teóricas como ejercicios prácticos cortos. Además, en cada pregunta aparecen comentarios explicando la solución correcta y el porqué.
- La autoevaluación de los contenidos, que permitirá al alumno conocer su evolución en el aprendizaje de las distintas materias, lo que esperamos que redunde en un mejor resultado en el examen final presencial.

Este proyecto se ha puesto en práctica durante el presente curso. En este trabajo presentamos los materiales utilizados en el primer cuatrimestre, analizamos su uso y ofrecemos la opinión de los estudiantes.

## **2. DESCRIPCIÓN DE LOS MATERIALES**

La herramienta “Exámenes” del aula virtual de nuestra universidad permite el diseño de pruebas virtuales de diversos tipos. La hemos utilizado para construir pruebas test virtuales cuyas preguntas se seleccionan aleatoriamente de baterías construidas para tal fin. Explicamos a continuación cómo hemos desarrollado nuestro trabajo en lo referente a la creación de las baterías y las pruebas objetivas tipo test.

## 2.1. Baterías de preguntas test

Hemos elaborado un banco de 546 preguntas test organizadas en 10 baterías correspondientes a los 10 temas que forman los programas de las asignaturas Matemáticas para la Empresa I y II del grado en Administración y Dirección de Empresas, que se imparten en los dos cuatrimestres del primer curso. Cada batería está subdividida en sub-baterías que agrupan preguntas relativas a uno o varios conceptos de los tratados en el tema correspondiente.

En cada una de las preguntas se ha incluido, además del enunciado y las tres opciones de respuesta (de las que solo una es correcta), la explicación detallada de la resolución. Puesto que queremos que estos recursos ayuden a nuestros estudiantes, sobre todo, a aprender matemáticas, al resolver cada pregunta hemos intentado poner énfasis en la aplicación de la teoría explicada en el tema y en el uso correcto de las técnicas apropiadas, alejándonos en lo posible de otras tácticas, que a veces existen, que pueden llevar a la respuesta correcta sin utilizar los conceptos o técnicas explicadas en un tema.

Nos centramos a partir de ahora en describir los materiales que hemos desarrollado en relación con la asignatura Matemáticas para la Empresa I, cuyo uso evaluamos en apartados posteriores. Los temas incluidos en la asignatura, junto con el número de sub-baterías asociadas a cada uno de ellos y el número de preguntas que contienen se recogen en la tabla 1. La descripción detallada de los contenidos de cada sub-batería se encuentra en el anexo 1.

Tabla 1. Distribución de sub-baterías

Tema	Sub-baterías	Preguntas
1. Funciones reales de una variable	11	106
2. Optimización de funciones de una variable	6	57
3. Funciones de varias variables reales. Límites y continuidad	4	63
4. Funciones de varias variables reales. Derivabilidad	6	72

## 2.2. Pruebas test virtuales

Durante el primer cuatrimestre del curso 2018/2019 los estudiantes de la doble titulación en ADE y Derecho han podido realizar, como parte de la evaluación continua, 4 pruebas test virtuales, que versaban sobre lo estudiado en cada uno de los temas de

Matemáticas I. Los alumnos de tres grupos del grado en ADE han podido realizar 5 pruebas virtuales, las dos primeras correspondientes al tema 1.

Los test contruidos para el tema 1 son distintos porque después de abrirlo a los alumnos del doble grado pensamos que era preferible que fueran más cortos. El *test tema 1* que hicieron estos estudiantes tenía 15 preguntas seleccionadas aleatoriamente de las sub-baterías correspondientes a este tema. Para ADE diseñamos dos pruebas, *test tema1 (parte1)* y *test tema 1 (parte2)* de 6 preguntas cada uno, escogidas de las sub-baterías que se muestran en el anexo. Las pruebas para evaluar los temas 2, 3 y 4 (*test tema 2*, *test tema 3* y *test tema 4*) han sido las mismas para los dos grupos de estudiantes. Estos test eran todos de 6 preguntas.

Todas las pruebas incluyen una pregunta (dos si la sub-batería es grande) de cada una de las sub-baterías asociadas al tema en cuestión, que es (son) seleccionada(s) aleatoriamente en cada realización del examen. De esta forma se genera un gran número de exámenes virtuales distintos.

La prueba se pone a disposición del alumnado al acabar de explicar el tema correspondiente. En el periodo de tiempo que un test está abierto en el aula virtual, entre 7 y 10 días, el estudiante puede acceder las veces que quiera y realizarlo en un tiempo máximo estipulado. Una vez que envía sus respuestas puede consultar su puntuación en la prueba, las respuestas correctas, las incorrectas y la explicación de la resolución de cada una de las preguntas, como se muestra en el anexo 2. Pensamos que esto le puede ayudar a entender mejor esta asignatura, a corregir errores, resolver dudas, etc. Además, aunque el examen virtual esté cerrado posteriormente, el estudiante tiene acceso en todo momento a todas las pruebas test que haya realizado. Todos ellos se han vuelto a abrir al finalizar el primer cuatrimestre, para que los estudiantes pudieran usarlos para preparar el examen final, que incluye una parte test, con un valor de 2 puntos sobre 8 totales.

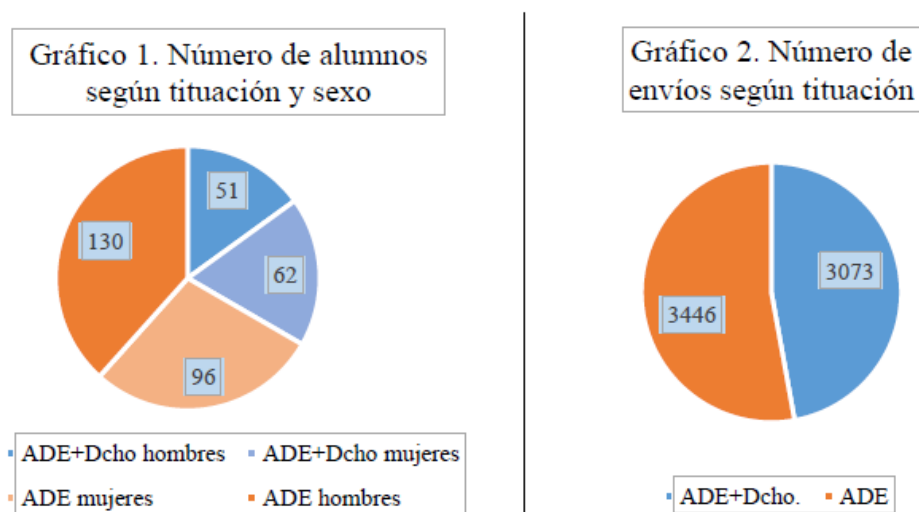
Como parte de la evaluación continua de la asignatura se guarda la puntuación máxima obtenida entre todas las repeticiones efectuadas de cada examen. Como en cada pregunta hay tres opciones de respuesta y solo una es correcta, cada respuesta equivocada penaliza media correcta, y las preguntas no contestadas no penalizan. El peso que tiene la realización de estas pruebas virtuales en la calificación final de la asignatura es del 5%.

### 3. ANÁLISIS DESCRIPTIVO DEL USO DE LOS MATERIALES

En este apartado analizamos el uso que han hecho de esta herramienta 339 estudiantes: los 113 matriculados en Matemáticas para la Empresa I del plan de estudios conjunto en ADE y Derecho y 226 estudiantes de esta asignatura, correspondientes a tres grupos de primero del grado en ADE. También estudiaremos si se puede afirmar que el uso de esta herramienta sirve para mejorar en alguna medida las competencias del alumnado.

#### 3.1. Número de pruebas realizadas

Los estudiantes han realizado un total de 6519 pruebas test virtuales, de las que 3073 (47%) corresponden a estudiantes de ADE y Derecho (que representan exactamente un tercio de los alumnos considerados) y 3446 han sido realizadas por alumnos de ADE. En los gráficos 1 y 2 se aprecian estas diferencias y la distribución por sexos de los alumnos en cada titulación.



En general, el número de envíos correspondiente a cada uno de los tipos de pruebas virtuales, como puede observarse en la tabla nº 2, baja al avanzar en el temario. Solo aumenta en 50 al pasar del *test tema 3* al *test tema 4* en ADE y Derecho. En el primer tema el número de repeticiones es similar en los dos grupos de estudiantes (1056 para *test tema 1* de ADE y Derecho, y 1062 y 959 respectivamente para para *el test tema 1 (parte 1)* y *el test tema 1 (parte 2)* de ADE. En los temas siguientes es mayor en todos los casos en el doble grado, donde las cifras se mueven entre los 807 envíos del *test tema 2* y los 580 envíos del *test tema 3*. En el grado en ADE se registraron 663 del

*test tema 2* y el número menor de envíos fue 332 del *test tema 4* (298 envíos menos que los alumnos de ADE y Derecho).

Por otra parte, el número medio de envíos por estudiante, considerando únicamente aquellos que utilizan la herramienta, es de 19,25 en el grado en ADE, sensiblemente inferior a las 28,45 pruebas de media en la doble titulación. Esto a pesar de que los estudiantes de ADE disponían de 5 tipos de pruebas distintas, frente a los 4 tipos que han podido realizar en ADE y Derecho.

Tabla 2: Datos de uso de las pruebas virtuales.

	Total usuarios	Hombres	Mujeres	Nº envíos	Envíos/estudiante
ADE+Dcho	108 (95,58%)	48 (94,12%)	60 (96,77%)	3073	28,45
ADE+Dcho . tema 1	106 (93,81%)	48 (94,12%)	58 (93,55%)	1056	9,96
ADE+Dcho tema 2	104 (92,04%)	47 (92,16%)	57 (91,94%)	807	7,76
ADE+Dcho tema 3	79 (69,91%)	36 (70,59%)	43 (69,35%)	580	7,34
ADE+Dcho tema 4	79 (69,91%)	37 (72,55%)	42 (67,74%)	630	7,97
ADE	179 (79,20%)	98 (75,38%)	80 (83,33%)	3446	19,25
ADE tema1(p.1)	170 (75,22%)	94 (72,31%)	76 (79,17%)	1062	6,25
ADE tema1(p.2)	144 (63,72%)	72 (55,38%)	72 (75,00%)	959	6,66
ADE tema 2	129 (57,08%)	66 (50,77%)	63 (65,63%)	663	5,14
ADE tema 3	91 (40,27%)	49 (37,69%)	42 (43,75%)	430	4,73
ADE tema 4	67 (29,65%)	32 (24,62%)	35 (36,46%)	332	4,96

Respecto al número medio de envíos por estudiante, en las pruebas correspondientes a cada tema (considerando solamente los que hacen uso del recurso analizado), disminuye al avanzar en el temario, excepto al pasar del tema 3 al tema 4, donde, en media, este número aumenta en las dos titulaciones. Pensamos que esto puede deberse a la mayor dificultad del tema 4 (Derivación de funciones de varias variables). Se observa, además, que los estudiantes del doble grado, en media, repiten cada examen más veces que los de ADE. En la doble titulación el número medio de envíos por estudiante se mueve entre los 9,96 del *test tema 1* y los 7,34 del *test tema 3*, siendo



todas estas cifras superiores a las que se alcanzan en el grado en ADE, donde estas cifras varían entre 6,66 del *test tema 1 (parte2)* y 4,73 del *test tema 3*.

### 3.2. Número de estudiantes que utilizan el recurso

En la doble titulación 108 de los 113 estudiantes del grupo, el 95,58%, realizan alguno de los test. Los porcentajes del uso de la herramienta son muy altos en los temas 1 y 2 (93,81% y 92,04%) y baja al 69,91% en los temas 3 y 4 (véase tabla 2).

En el grado en ADE, los porcentajes son mucho menores. Utilizan estos recursos en 79,20% del alumnado. Las cifras de participación son del 75,22% en el *test tema 1(parte1)*, y van disminuyendo hasta llegar al 29,65% en el *test tema 4*. El uso de la herramienta ha ido bajando a lo largo del cuatrimestre y se ha notado mucho en el tema 4, creemos que en gran medida porque el examen final de Matemáticas para la Empresa I fue el último en realizarse. El *test tema 4* se puso a disposición de los alumnos al acabar de explicar el tema, al final del cuatrimestre, pero los alumnos realizaron los test (los que los hicieron) solo los días previos al examen final.

Si nos fijamos en el uso de los recursos según el sexo de los estudiantes, observamos que en ADE y Derecho el porcentaje de participación de mujeres y hombres es muy similar, excepto en el *test tema 4*, que lo realizan el 72,55% de los alumnos y el 67,74% de las alumnas. En ADE el porcentaje de alumnas que realiza las pruebas es siempre superior al de alumnos, llegando esta diferencia hasta los 20 puntos porcentuales en el *test tema1(parte2)*.

### 3.3. Calificaciones obtenidas en las pruebas virtuales

Para analizar si las pruebas test sirven para mejorar las competencias de nuestros estudiantes nos hemos fijado en la evolución de las notas medias según aumenta el número de envíos. Disponemos para cada titulación y cada examen de las notas medias del primer y del último envío de cada estudiante, así como del cuarto y quinto envíos de los estudiantes que llegan a realizarlos. También contamos con la calificación media de la totalidad de los envíos en cada uno de los exámenes y de la media de las notas máximas obtenidas por los estudiantes, que son las que forman parte de la evaluación continua.

Nótese que si un estudiante obtiene la calificación máxima en su primer envío y no repite la prueba, su nota no contribuye a la diferencia entre las calificaciones medias

del primer y último envío. Además, esta nota no se ha contabilizado para calcular las notas medias de los envíos cuarto y quinto, algo que también ocurre si el estudiante realiza menos de cuatro repeticiones de un test.

En los gráficos del 3 al 6 mostramos estas notas medias en las dos titulaciones y para los test correspondientes a los contenidos de cada uno de los cuatro temas del programa de Matemáticas para le Empresa I.

Gráfico 3: Tema 1. Notas medias de los envíos

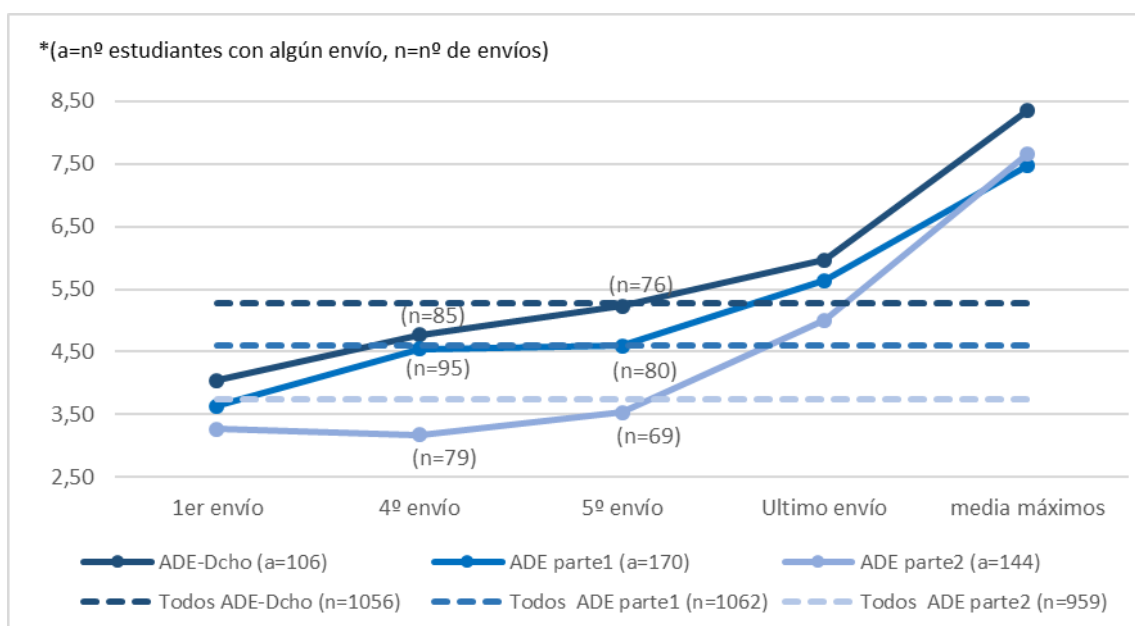


Gráfico 4: Tema 2. Notas medias de los envíos

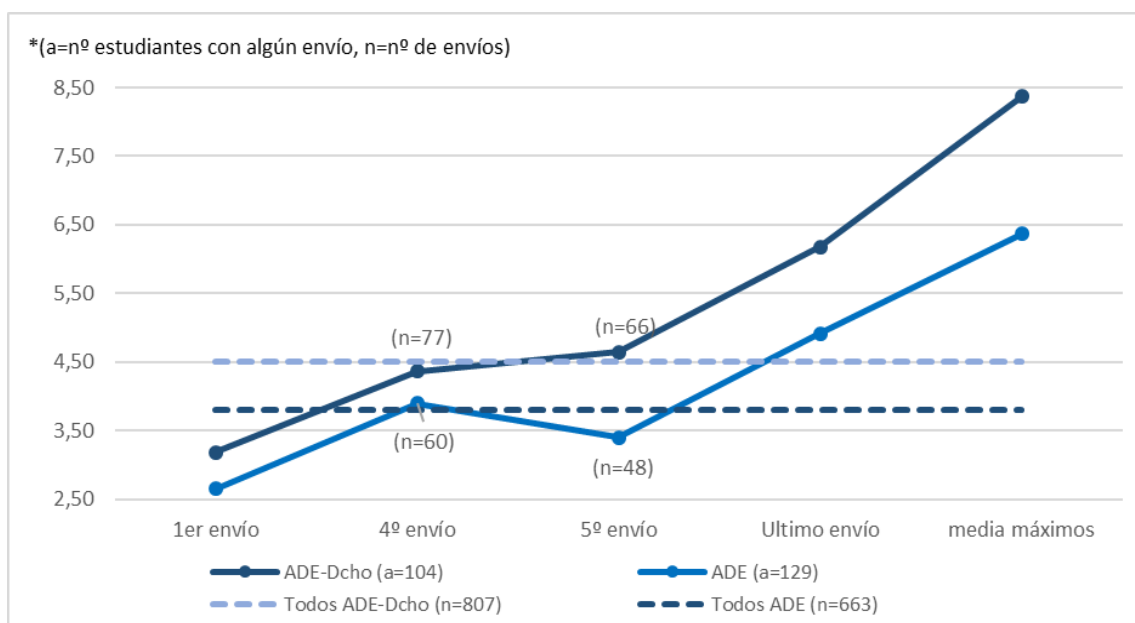


Gráfico 5: Tema 3. Notas medias de los envíos

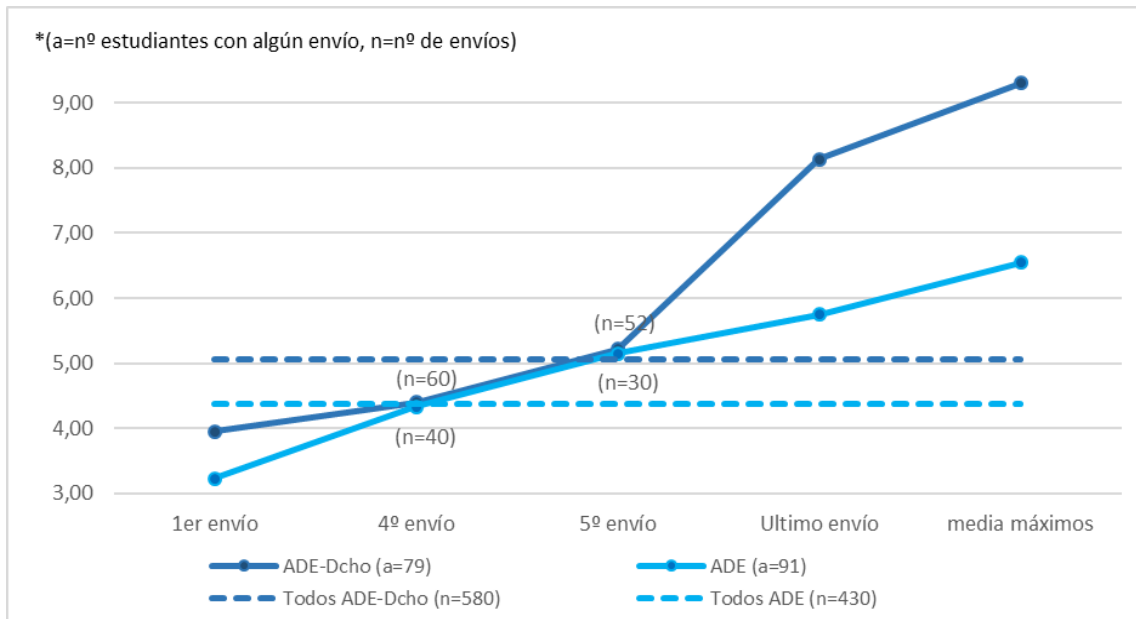
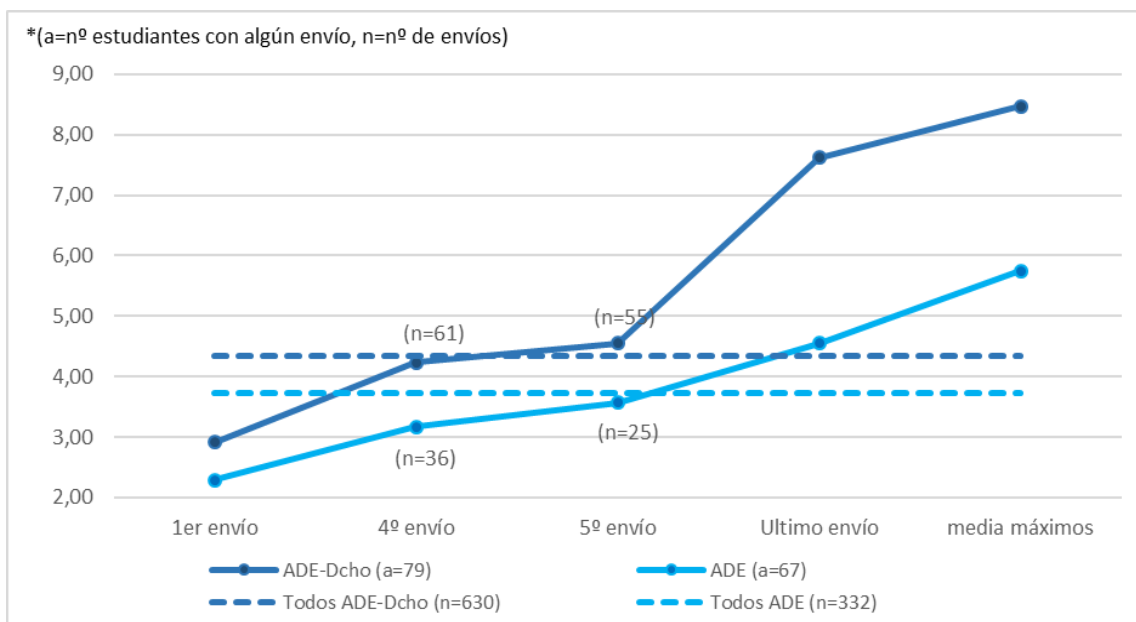


Gráfico 6: Tema 4. Notas medias de los envíos



Excepto en el *test tema 1 (parte2)* de ADE, la nota media del cuarto envío es siempre superior a la nota media del primer envío. Asimismo, la nota media del quinto envío es mayor que la del cuarto, salvo en el *test tema 2* de ADE, y siempre es superior a la del primero. En todas las pruebas, sin excepción, la puntuación media del último envío es superior a la del quinto, cuarto y primero. Dado que es bastante improbable que se repitan muchas preguntas en las sucesivas realizaciones de un examen que hace un

estudiante, podemos pensar que en alguna medida esta herramienta contribuye a mejorar las competencias matemáticas del alumnado.

En todos los casos las notas medias son superiores en el doble grado en ADE y Derecho. Además, (salvo en las pruebas test correspondientes al tema 1, que eran distintos para las dos titulaciones), las diferencias entre las puntuaciones medias correspondientes a las dos cohortes analizadas son incluso mayores si consideramos el último envío o la nota media máxima obtenida. Pensamos que esto es consecuencia del hecho de que los alumnos del doble grado realizan un número mayor de repeticiones de cada prueba (para mejorar su nota, preparar mejor el examen, ...).

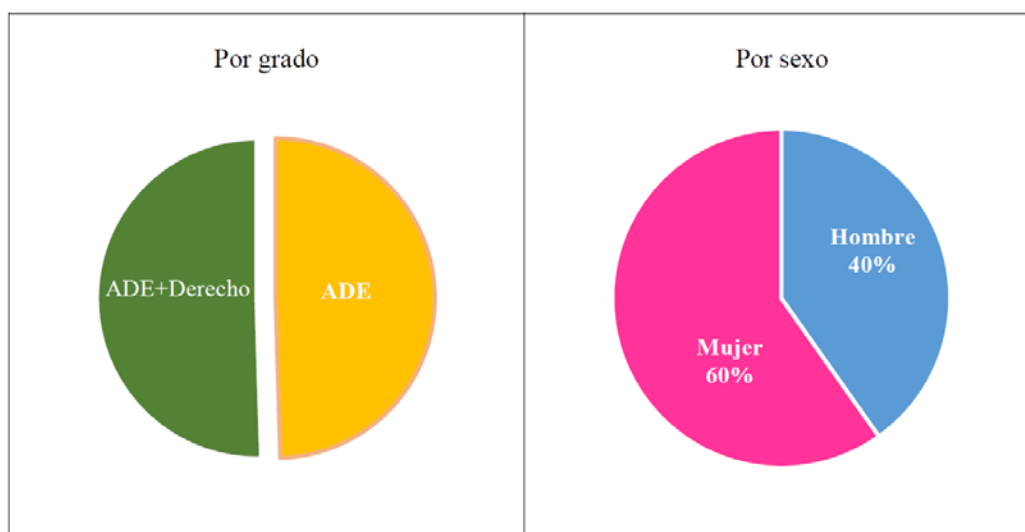
Por último, se aprecia que, en general, entre el cuarto y quinto envíos se alcanza la nota media de la totalidad de los envíos.

#### 4. OPINIÓN DE LOS ALUMNOS

Finalizado el primer cuatrimestre se ha pedido la opinión a los estudiantes de primero sobre la innovación docente introducida. Para ello se les ha pasado, a través del aula virtual, una encuesta dónde se recogían distintas preguntas para que ellos dieran su feedback de esta actividad.

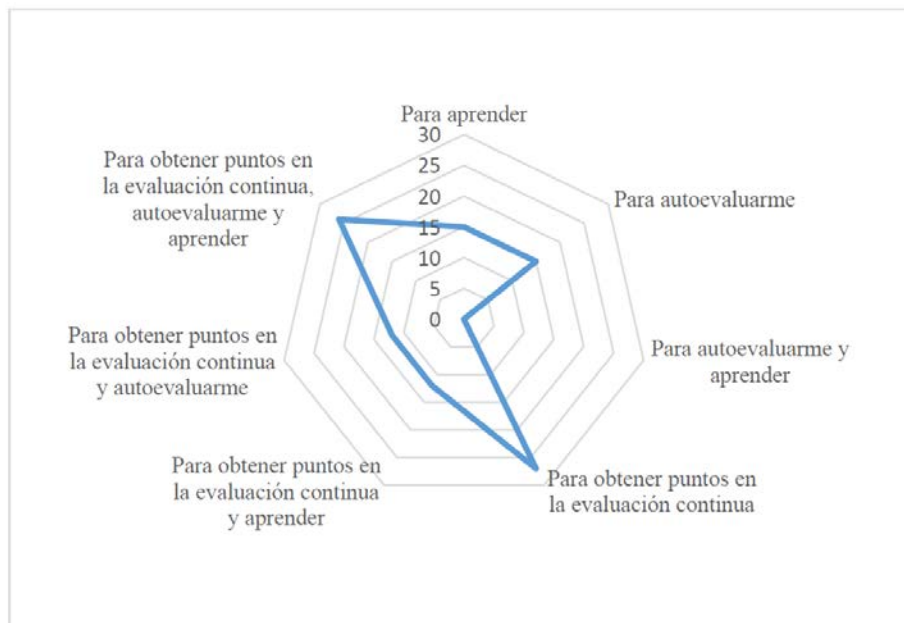
Han contestado al cuestionario un total de 107 estudiantes, estando prácticamente igual distribuidos entre los grados de ADE y ADE+Derecho. Por sexos predominan las mujeres con un 60% sobre los hombres (gráfico 7).

Gráfico 7. Porcentaje de estudiantes que han contestado la encuesta.



En el gráfico 8 se recogen las opiniones sobre la pregunta: ¿para qué has utilizado las pruebas virtuales tipo test? El 25 % de los estudiantes contestan que “para obtener puntos en la evaluación continua” y en la misma proporción aquellos que dicen. “para obtener puntos en la evaluación continua, autoevaluarme y aprender”. Ningún encuestado manifiesta que “para autoevaluarme y aprender”.

Gráfico 8. ¿Para qué has utilizado las pruebas virtuales tipo test?



Más del 80% de los estudiantes que han rellenado la encuesta se han matriculado este curso por primera vez de la asignatura de Matemáticas para la Empresa I.

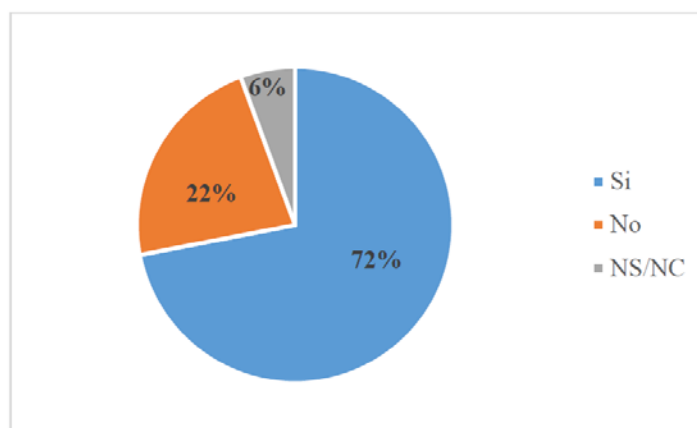
Tabla 3. Sobre la resolución de las preguntas test

	Si	No	NS/N
¿Las has leído?	98,1	0,93	0,93
¿Te han ayudado a entender la	74,7	19,6	5,61
¿Te han ayudado a corregir errores?	85,0	12,1	2,80

El 75% del alumnado manifiestan que las preguntas test les han ayudado a entender mejor la asignatura y al 85% les ha ayudado a corregir errores (tabla 3).

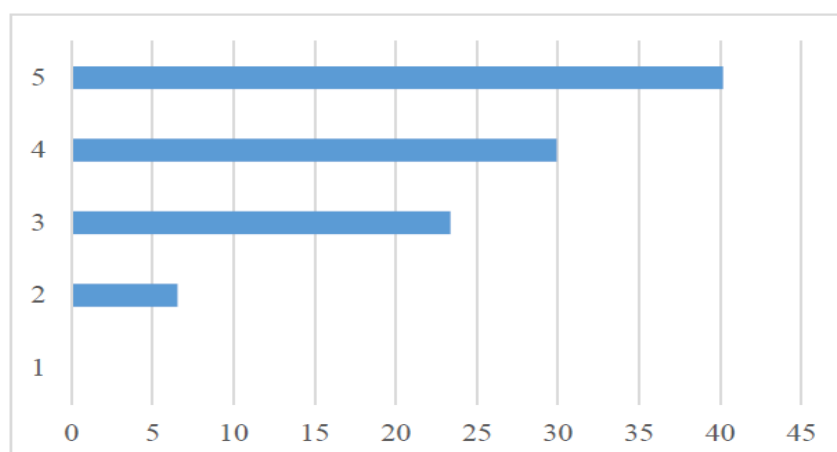
El 72% de los estudiantes están de acuerdo en que la realización de los test virtuales ayuda a obtener una calificación final mejor en la asignatura, frente al 22% que opina lo contrario (gráfico 9)

Gráfico 9. ¿Los test virtuales ayudan a obtener una calificación final mejor?



Ante la pregunta de qué valoraran en una escala de 1 a 5 la utilidad de los test (a mayor puntuación, mayor utilidad) (gráfico 10), el 40% de los que han contestado se han inclinado por la máxima puntuación y el 30% se han inclinado por el 4.

Gráfico 10. Utilidad de los test virtuales



La última pregunta del cuestionario pedía que comentaran aspectos positivos o negativos de los test virtuales para que nos ayuden a mejorar esta herramienta para cursos posteriores. Muchos coinciden, y entre ellos podemos destacar:

- “Es una buena herramienta para tener una mayor variedad de preguntas, te ayuda a la hora del tipo test y a entender la materia”.
- “A mí personalmente me han servido de gran ayuda para repasar la asignatura y aprender muchísimo más”.
- “El test nos ayuda a tener una idea de las preguntas que pueden caer en el examen final o en el parcial, nos ayuda a corregir errores”.

- “Pondría las soluciones explicadas paso por paso para así ver los errores y poder registrar las preguntas mal para así repetirlas en un test final”.
- “Creo que tal como están, están bien puesto que te hacen ver como pueden ser futuras preguntas en exámenes”.
- “Los test me han ayudado sobre todo para tener una idea sobre cómo iba a ser el de los exámenes, y con las explicaciones para ver dónde tenía algún error, pero la verdad es que la principal razón por la que los hice (en especial tantas veces, hasta alcanzar la máxima nota) fue la puntuación que me sumaba a la nota final”.
- “Los test virtuales me han sido de gran ayuda para repasar la asignatura, ponerme a prueba, aprender y ver si comprendía realmente el temario. Además, el hecho de que ofrezca las soluciones correctas con sus respectivas correcciones me parece muy buen recurso. No obstante, no veo correcto que si al contestar una pregunta mal penalice restando medio punto de una pregunta bien contestada”.
- “Los tipos test, que sean virtuales o no, no son una buena manera de ver si el estudiante se sabe la asignatura, para mí son un tipo de examen que no tiene su lugar en la Universidad”.
- “A la hora de las explicaciones de los ejercicios, hay algunos en los que la solución es tan escueta que no logro comprender con exactitud el porqué de esa solución”.

## **5. CONCLUSIONES**

Como señalan Núñez et. al. (2012), “la utilización de los nuevos recursos didácticos presenta la oportunidad de mejorar la actividad docente tanto dentro como fuera de nuestras aulas a través de servicios telemáticos y plataformas virtuales”, la metodología es una herramienta útil para completar las clases presenciales y mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje.

El proyecto de innovación docente que presentamos en este trabajo ha supuesto un gran esfuerzo para las profesoras que lo hemos desarrollado, pero la recompensa ha sido elevada:

- Disponemos de una amplia base de datos de preguntas test, que iremos ampliando en los próximos años y que vamos a poder utilizar en sucesivos cursos.

- Las más de 6000 repeticiones de estas pruebas realizadas por los alumnos de los 4 grupos considerados, nos hacen pensar en la utilidad de estos recursos.
- Hemos constatado que las calificaciones obtenidas, en media, van subiendo en sucesivos envíos, lo que, a nuestro parecer, indica que la herramienta constituye un buen apoyo en el proceso de aprendizaje y autoevaluación del estudiante.
- Las pruebas test virtuales han sido acogidas de forma satisfactoria por el alumnado, como reflejan los resultados de la encuesta que han implementado los estudiantes.

Hemos de señalar, sin embargo, que nos queda el reto de conseguir que el uso de los recursos se mantenga en porcentajes altos en los últimos temas del programa, sobre todo en el grado en ADE.

Como conclusión final, podemos afirmar que tanto las opiniones que nos han hecho llegar los estudiantes, así como el análisis del uso de esta herramienta nos hace pensar que, en alguna medida, esta herramienta ayuda a aprender matemáticas.

## 6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALACID, V., CABALLERO, M.V. y LAFUENTE, M. (2017). Aproximación al nivel de destreza matemática de los alumnos de primer curso del grado en ADE. Anales de ASEPUMA, vol.25.
- DEL CAMPO, B., MACIA, M. y MAJABACAS, G. (2014). ¿Qué podemos hacer para solventar las carencias en matemáticas de los alumnos de nuevo ingreso? Actas de las XX Jenui, 295-302.
- FUNES, M. y GUARDIOLA, M. (2013). Implementación de un sistema de seguimiento de los aprendizajes en un entorno virtual. Universidad Nacional de Córdoba.
- GARCÍA-BELTRÁN, A., MARTÍNEZ, R., JAÉN, J.-A., y TAPIA, S. (2006). La autoevaluación como actividad docente en entornos virtuales de aprendizaje/enseñanza. RED, Revista de Educación a Distancia.
- NÚÑEZ BARRIOPEDRO, E., CUESTA VALIÑO, P. y PENELAS LEGUÍA, A. (2012). Experiencias de evaluación en e-learning en la UAH. Cómo sacarles el máximo partido a las plataformas virtuales. Revista electrónica ADA, vol.6(4).
- ROBLES, G., GÓNZALEZ BARAHONA, J.M. y PRIETO A. (2010). Fomentando la preparación de clase por parte de los alumnos mediante el Campus Virtual. Revista electrónica ADA, vol.4 (3).



ANEXO 1

Distribución de preguntas por sub-baterías y temas

	<b>Sub-baterías</b>	<b>Preguntas</b>
TEMA 1 (Parte 1)	Dominios	6
	Exponenciales y logaritmos	9
	Composición	8
	Propiedades límites	8
	Límites en un punto	10
	Continuidad	9
TEMA 1 (Parte 2)	Derivadas 1	17
	Derivadas 2	12
	Reglas derivación	11
	Límite en el infinito +L'Hopital	14
	Tangentes y Marginalidad	12
TEMA 2	Definiciones análisis gráfico	11
	Monotonía	11
	Extremos relativos	7
	Concavidad y puntos de inflexión	14
	Teorema Weierstrass y enunciados económicos	9
	Asíntotas	7
TEMA 3	Dominios de varias variables	15
	Curvas de nivel	23
	Límites varias variables	12
	Definiciones, composición	13
TEMA 4	Gradiente	12
	Derivadas parciales	13
	Jacobianas y hessianas	10
	Derivación de funciones compuestas	9
	Derivadas implícitas	14
	Funciones homogéneas	14

## ANEXO 2: Vista de una prueba virtual

28/3/2019

Aula Virtual : (2350) MATEMÁTICAS PARA LA EMPRESA I [18/19] : Exámenes

> GRADO EN ADMINISTRACIÓN Y DIRECCIÓN DE EMPRESAS [18/19] >

(2350) MATEMÁTICAS PARA LA EMPRESA I [18/19] >  Exámenes

### Exámenes

[Estado de los envíos](#) | [Puntuación total](#) | [Estadísticas](#)

GR 3, 4 y 7. Tema 4

Parte 1 de 6

Preguntas 1 de 1:  / 1.0 Puntos

Sea  $C(x, y) = 3x^2 + 2y^2 - xy$  la función de costes de una empresa que produce dos bienes en cantidades  $x$  e  $y$ . Actualmente  $x = 2$  e  $y = 2$ . Si se incrementa en una unidad la cantidad producida del segundo bien  $y$ :

- A. El coste de la empresa aumenta, aproximadamente, en 6 unidades.
- B. El coste de la empresa no sufre ninguna variación.
- C. El coste de la empresa disminuye, aproximadamente, en 6 unidades.

Respuesta correcta: A

**Comentarios:** El coste marginal respecto de  $y$ ,  $\frac{\partial C}{\partial y}$  da una aproximación de la variación que se produce en el coste total,  $\Delta C$ , cuando la cantidad producida del segundo bien,  $y$  aumenta en una unidad, manteniéndose constante la del primer bien,  $x$ .

$$\text{Como } \frac{\partial C}{\partial y}(x, y) = 4y - x \implies \Delta C \cong \frac{\partial C}{\partial y}(2, 2) = 6.$$

Parte 2 de 6

Default

Preguntas 1 de 1:  / 1.0 Puntos

Dada la función  $f(x, y) = xe^{x/y}$ , entonces  $\frac{\partial^2 f(1, 1)}{\partial x^2}$

- A. vale  $3e$ .
- B. vale  $e$ .
- C. vale  $2e$ .

Respuesta correcta: A

**Comentarios:** Se deriva la función respecto de la variable  $x$ , permaneciendo la variable  $y$  constante, teniendo en cuenta que se trata de un producto de funciones:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = e^{x/y} + xe^{x/y} \frac{1}{y} = e^{x/y} \left( 1 + \frac{x}{y} \right)$$

Se deriva otra vez respecto de la variable  $x$ , permaneciendo la variable  $y$  constante:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = e^{x/y} \frac{1}{y} \left( 1 + \frac{x}{y} \right) + e^{x/y} \frac{1}{y} = \frac{e^{x/y}}{y} \left( 1 + \frac{x}{y} + 1 \right) = \frac{e^{x/y}}{y} \left( 2 + \frac{x}{y} \right)$$

Evaluando en el punto  $(1, 1)$  se tiene la solución.

Parte 3 de 6

Default

Preguntas 1 de 1:  / 1.0 Puntos

La matriz jacobiana de la función  $f(x, y) = (xy, \sqrt{x^2 + y^2})$  en el punto  $(1, 1)$  es:

- A.  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$ .
- B.  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ .
- C.  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$ .

Respuesta correcta: A

Comentarios: La función  $f$  es una función vectorial de dos variables

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$$

$$(x, y) \rightarrow f(x, y) = (xy, \sqrt{x^2 + y^2})$$

y su matriz jacobiana tiene dos filas, formadas por los vectores gradientes de las funciones componentes de  $f$ :  $f_1(x, y) = xy$  y  $f_2(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ .

Se tiene:

$$Jf(x, y) = \begin{pmatrix} \nabla f_1 \\ \nabla f_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{y}{x} & \frac{x}{y} \\ \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Jf(1, 1) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}.$$

Parte 4 de 6

Default

Preguntas 1 de 1:  / 1.0 Puntos

Sea la función  $z = e^{2xy}$  con  $x = t^2$  e  $y = \frac{1}{t}$  entonces:

- A.  $\frac{dz}{dt} = 2e^{2xy} \left( 2yt + \frac{x}{t^2} \right)$ .
- B.  $\frac{dz}{dt} = 2e^{2xy} \left( 2yt - \frac{x}{t^2} \right)$ .
- C.  $\frac{dz}{dt} = 2e^{2xy} \left( yt - \frac{x}{t^2} \right)$ .

Respuesta correcta: B

Comentarios: Sea el esquema que muestra la relación (composición) entre las variables:

$$t \rightarrow (x, y) \rightarrow z$$

Utilizando la derivación de funciones compuestas, se tiene:

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{dy}{dt} = 2ye^{2xy} 2t + 2xe^{2xy} \left( \frac{-1}{t^2} \right) = 2e^{2xy} \left( 2ty - \frac{x}{t^2} \right).$$

Parte 5 de 6

Default

Preguntas 1 de 1:  / 1.0 Puntos

La pendiente de la isocuanta de la función  $F(K, L) = 4K^{1/2}L^{1/3}$  en el punto  $(300, 20)$  es:

- A.  $\frac{dK}{dL}(20) = -\frac{1}{15}$ .
- B.  $\frac{dK}{dL}(20) = -10$ .
- C.  $\frac{dK}{dL}(20) = 15$ .

Respuesta correcta: B

**Comentarios:** La curva de nivel de la función de producción  $F(K, L) = 4K^{1/2}L^{1/3}$  cuando  $K = 300$ ,  $L = 20$  es la de cota  $k_0 = 40\sqrt{3}\sqrt[3]{20}$  (no es importante el valor de la cota).

Sea la ecuación  $4K^{1/2}L^{1/3} = k_0$ , que  $(K, L) = (300, 20)$  verifica.

Como  $\frac{\partial F}{\partial K} = 2K^{-1/2}L^{1/3}$ ,  $\frac{\partial F}{\partial K}(300, 20) = 2 \cdot 300^{-1/2}20^{1/3} \neq 0$ . Entonces la ecuación

$4K^{1/2}L^{1/3} = k_0$  define a  $K$  como función implícita de  $L$ . Se tiene el esquema:

$$\begin{aligned} L &\rightarrow (K(L), L) \rightarrow F(K, L) = k_0 \\ 20 &\rightarrow (300, 20) \rightarrow F(300, 20) = k_0 \end{aligned}$$

Utilizando la derivación de funciones compuestas se tiene que:

$$\frac{\partial F}{\partial K}(300, 20) \frac{dK}{dL}(20) + \frac{\partial F}{\partial L}(300, 20) \frac{dL}{dL}(20) = \frac{\partial F}{\partial K}(300, 20) \frac{dK}{dL}(20) + \frac{\partial F}{\partial L}(300, 20) = 0$$

entonces:

$$\frac{dK}{dL}(20) = \frac{-F_L(300, 20)}{F_K(300, 20)} \Rightarrow \frac{dK}{dL}(20) = -\frac{\frac{4}{3} \cdot 300^{1/2} 20^{-2/3}}{2 \cdot 300^{-1/2} 20^{1/3}} = -\frac{4 \cdot 300}{6 \cdot 20} = -10$$

Nota:  $\frac{\partial F}{\partial L} = \frac{4}{3}K^{1/2}L^{-2/3} \Rightarrow F_L(300, 20) = \frac{\partial F}{\partial L}(300, 20) = \frac{4}{3} \cdot 300^{1/2} 20^{-2/3}$  y

$$F_K(300, 20) = \frac{\partial F}{\partial K}(300, 20)$$

Parte 6 de 6

Default

Preguntas 1 de 1:  / 1.0 Puntos

La función de producción del tipo Cobb-Douglas  $Q = \frac{1}{2}K^{2/3}L^{1/2}$  presenta rendimientos e escala:

- A. crecientes.
- B. constantes.
- C. decrecientes.

Respuesta correcta: A

**Comentarios:** Calculamos el grado de homogeneidad de la función  $Q(K, L)$ :

$$Q(tK, tL) = \frac{1}{2}(tK)^{2/3}(tL)^{1/2} = \frac{1}{2}t^{2/3}K^{2/3}t^{1/2}L^{1/2} = t^{(2/3+1/2)}\frac{1}{2}K^{2/3}L^{1/2} = t^{7/6}Q(K, L)$$

Como la función es homogénea de grado  $7/6 > 1$  tiene rendimientos crecientes a escala.