NOTAS

ORIENTACION GENERAL DE LAS MATEMATICAS PURAS EN 1973 *

por

Jean Dieudonne

(Conferencia pronunciada en Bordeaux el 23. V. 1973. Redacción de H. Hogbe Nlend, leída y corregida por Dieudonné).

Cuando se habla de un tema como éste, no puede haber objetividad. Lo que voy a decir describe mi posición personal, mi tendencia personal. Otros matemáticos tienen otros puntos de vista.

(*) Este artículo apareció en la publicación del Seminario de Pierre Samuel titulado "Mathématiques, mathématiciens et société", Publication mathématique d'Orsay, Nos. 86-74.16. La traducción estuvo a cargo del Profesor A. Campos.

N. del E.

No entraré en la querella entre matemáticas llamadas puras y matemáticas llamadas aplicadas. Hay actualmente muchos ataques contra las matemáticas llamadas puras; a veces hasta son proscritas. Tuve la oportunidad de hablar con un matemático chino en Estados Unidos. En la China de Mao, se impide publicar los resultados matemáticos "puros" so pretexto de que las matemáticas deben ser utilizables inmediatamente. En realidad esta tendencia hacia la subordinación de las matemáticas a las aplicaciones inmediatas es reciente; se remonta hasta el renacimiento aproximadamente. Anteriormente (entre los Griegos por ejemplo) no había tanta preocupación por las aplicaciones. A partir del éxito de la mecánica newtoniana, luego de la electricidad y de la óptica, se ha querido que las matemáticas se restrinjan a los resultados directamente utilizables en las ciencias de la naturaleza y la tecnología. En 1932, en Rusia, se tenía igualmente la misma obsesión por las matemáticas "prácticas". Esto ha cambiado en nuestros días. (Premio a Vinogradov en aritmética). Dejemos por tanto a un lado esta cuestión de las aplicaciones y volvamos a las matemáticas puras.

La cuestión esencial que hay que proponer es la siguiente:

Cuáles son los criterios según los cuales se puede juzgar un trabajo matemático ?. Como no se tienen en cuenta los criterios utilitarios, no queda sino los criterios estéticos. Y como toda cuestión de estética, es entonces, una cuestión de gusto. Hay en consecuencia escuelas que adoptan esta o la otra manera de juzgar o de apreciar. Se forman agrupaciones según ciertos principios. Se puede hacer una clasificación grosera en tres grandes escuelas:

- tradicionalistas (digamos "la extrema derecha")
- igualitaristas(digamos "la extrema izquierda")
- entre las dos, una a la que es difícil dar un nombre, se podría hablar de "centro", pero sin que eso tenga mucho sentido. Es la tendencia de todos aquellos que siguen a Bourbaki.

Pero nadie puede hablar sobre esta materia en nombre de Bourbaki porque Bourbaki nunca ha expresado su opinión al respecto. Dicha tendencia es también, por cierto, la de algunos eminentes matemáticos que detestan a Bourbaki. Por lo cual en adelante vamos a escribir "Bourbaki" entre comillas.

Todo el mundo sinembargo está de acuerdo sobre un punto:

un trabajo no merece consideración a menos que represente una cierta dosis de materia gris.

Los trabajos triviales (axiomas más una o dos consecuencias evidentes) se arrojan al cesto de la basura.

Fuera de esto hay divergencias sobre tres puntos fundamentales.

- Los temas de investigación matemática.
- Los métodos de investigación.
- La patología en la investigación.

1) El tema. Para algunos (tradicionalistas y "Bourbaki") los temas deben tener una larga historia y haber llamado la atención de grandes matemáticos del pasado. Nada de generación espontánea. Para otros (los igualitaristas), no importa qué es interesante, el todo es hacer matemáticas. Esta es la posición de las dos terceras partes de los matemáticos americanos y de algunos matemáticos franceses.

2) Los métodos. Aquí el agrupamiento es diferente. De una parte "Bourbaki" y los igualitaristas, de la otra los tradicionalistas. Los primeros son partidarios de lo que se puede llamar la "estrategia", los segundos de la "táctica".

Táctica (tradicionalistas). Lanzarse al problema, utilizar, de la manera más hábil ideas y medios conocidos desde hace tiempos. Esta es una tendencia muy difundida en teoría de números o en teoría de grupos, por ejemplo.

Estrategia. ("Bourbaki" e igualitaristas). Colocarse aparentemente; a mil leguas construír una nueva teoría sobre la base de antiguos problemas, llegar a encontrar poco a poco las raíces del problema y hacer que la plaza fuerte se rinda. Mediante la tendencia estratégica se hace sentir la necesidad y la virtud de la unidad de las matemáticas. Las teorías matemáticas diversas se fecundan mutuamente.

3) Patología. A tradicionalistas e igualitaristas les encanta las "bellas patologías". Para "Bourbaki", por el contrario, hay una creencia fundamental: las matemáticas son esencialmente sencillas y si se llega a cosas demasiado complicadas es porque el problema está mal enunciado, es porque se le ha enfocado mal. (Ejemplo: Las funciones contínuas sin derivada en el sentido usual. L. Schwartz captó el punto de vista conveniente, de ahí la noción de derivada-distribución). No hay necesidad de que yo les diga que comparto en todo esto las ideas de "Bourbaki". He aquí mis puntos de vista más detalladamente: Puesto que se trata de estética, diremos que hay matemáticas nobles y matemáticas serviles. Cómo clasificar? Nada de votaciones en las matemáticas, esto es una cuestión de aristocracia. Las buenas matemáticas son hechas por muy poca gente (150, a lo más en el siglo XX). Hay un puñado de "líderes". Las buenas orientaciones son las dadas por estas personas. Ejemplos: Riemann, Elie Cartan, Siegel; siete u ocho en total en el siglo XVIII; treinta en el XIX; uno por año

en el XX. Una teoría noble es una teoría considerada buena por estos matemáticos; la opinión de los otros no tiene importancia.

Qué deben hacer los demás? Deben continuar; tratar de avanzar por los nuevos caminos desbrozados por los "genios", tener una cierta humildad delante de éstos; es una característica esencial de un hombre de ciencia. Los genios van adelante respecto a su época. A quienes los siguen compete un cometido nada despreciable: desempeñan el papel de cajas de resonancia. Los "seguidores" deben tratar de explicar, de vulgarizar lo que los líderes no se han tomado la pena de desarrollar. Este oficio de continuador no tiene nada de deshonroso. Se emplearon cien años para penetrar en el pensamiento de Riemann y esto hizo progresar muchísimo el conocimiento matemático. Se enriqueció al mismo tiempo dicho pensamiento y se le dieron bases sólidas.

Voy a terminar dando, en un cuadro, la clasificación de las teorías nobles y de las teorías serviles. Para conocer bien las teorías nobles hay que leer los Seminarios Bourbaki. En dicho cuadro, que se puede ver al final, las teorías nobles están en primera línea. Cuanto más se desciende, más serviles son las teorías.

Comentarios.

1. Cada línea se apoya sobre aquellas que están por debajo, las cuales le suministran sus herramientas.

2. Las teorías de "abajo" son teorías fundamentales pero "acabadas", por lo tanto, muertas. Por ejemplo, Leray ha dicho: "Bourbaki ha redactado un gran tratado sobre los espacios vectoriales topológicos aún cuando en éstos no hay sino cuatro teoremas de que se sirve todo el mundo". Debo reconocer que Leray tenía razón.

3. Los grupos de Lie se han convertido en el centro de las matemáticas: ya nada serio puede hacerse sin ellos.

4. El cuadro no es estable. Hay unas teorías que suben y otras que bajan. Por ejemplo, los grupos de Lie suben. Si una teoría desciende es porque ella se encierra en sí misma. Ya no se consideran sino problemas internos a dicha teoría. Cuando una teoría da vueltas sobre si misma acaba cayéndose. Hace veinte años, el análisis armónico conmutativo estaba en el pináculo, ahora sigue las vías del análisis clásico al meterse en refinamientos sutiles e ingeniosos y perder poco a poco el contacto con la gran corriente de las otras teorías "nobles". El que está en ascenso es el análisis armónico no conmutativo (teoría de representacio-

nes en dimensión infinita de grupos de Lie). Se piensa que es la clave de la teoría cuántica de los campos y posiblemente del cuerpo de clases.

5. A propósito del álgebra dijo Kronecker en 1861 que en sí misma no es una disciplina independiente. Pero es la base de todas las matemáticas. No se debe desarrollar el álgebra por el álgebra, sino en la medida en que se la necesita en las otras partes de las matemáticas. Esta es también la opinión de Chevaley.

Observación. Hay ejemplos de teorías que durante largo tiempo parecieron "patológicas" e inmotivadas y que de pronto, gracias a la imaginación de un nuevo "líder", se revelaron muy fecundas. El ejemplo más reciente: cuestiones de homeomorfía en espacios de dimensión infinita. Hay que saber reconocer que uno se ha equivocado: es lo que Bourbaki hace siempre (Ver su Seminario).

Clasificación de teorías matemáticas en 1973

(J. Dieudonné).

Línea 1 Lógica. Probabilidades. Combinatoria. Topología algebraica. Topología diferencial. Geometría diferencial. Análisis armónico no conmutativo. Ecuaciones diferenciales ordinarias. Control. Teoría ergódica. Ecuaciones en derivadas parciales. Geometría analítica (en el sentido de Serre). Geometría algebraica. Teoría de números. Grupos finitos.

Línea 2 Algebra homológica. Análisis armónico conmutativo. Grupos de Lie. Teoría espectral de operadores. C^*-álgebras (un poco por debajo de la línea 2).

Línea 3 Categorías. Análisis clásico. Algebra conmutativa.

Línea 4 Integración. Teoría de la medida. Espacios vectoriales topológicos.

Línea 5 Topología general. Algebra general.

Más abajo todavía. Teoría de conjuntos.

***