Boletín de Matemáticas

Vol. VII Nº 5 pp. 381-385

ENSEÑANZA DE LA MATEMATICA

SOBRE LA NOCION DE "FUNCION" (1)

G. H. MINTY

Recientemente empecé a sospechar que mis estudiantes de Ecuaciones Diferenciales no apreciaban completamente los teoremas de existencia y unicidad del problema con condición inicial usual para la ecuación $y' = f(x,y)$, porque no entendían qué era f. Les pedí que definieran "función" y ellos (por lo menos, algunos) me dieron la definición usual de "conjunto de parejas ordenadas". Yendo un poco más lejos, les pregunté en un examen lo siguiente: ¿Cuáles de las siguientes pueden interpretarse como ecuaciones diferenciales de la forma $f(y', y, x) = 0$:

(1) $\int_0^{y'} e^{-(xt)^2}\, dt = 0$; (2) $\int_0^1 \{ [y'(x)]^2 + y(x) \}\, dx = 0$

(3) $y'(y(x)) = 0$?

Las respuestas parecían dadas completamente a la diabla. Todo me hizo sentir como un profesor de primaria preguntando a sus alumnos "¿Qué es un número en-

(1) Traducción del artículo "On the notion of 'function'" aparecido en el Amer.Math.Montly, 78 (1971), 188-189. Esta traducción ha sido autorizada por los editores de la citada revista.

tero ?" y recibiendo como respuesta los axiomas de Peano, para descubrir luego que ellos no saben contar hasta diez.

Concluyo que la definición mediante "conjunto de parejas ordenadas" es aún menos benéfica para nuestros estudiantes que aquella antigualla que dice que es "un número que brinca para arriba y para abajo cuando otro número brinca para arriba y para abajo" que aprendí en mis primeros años universitarios. Ciertamente, el hecho de que un estudiante reconozca una función cuando la vea, es la prueba suma de que ha absorbido adecuadamente el concepto de función.

Creo firmemente que los textos y los profesores de cálculo debieran hacer algo que hoy no están haciendo muy bien : dar al estudiante muchas maneras diferentes de visualizar el concepto (por ejemplo, la gráfica; la colección de hilos que unen puntos del dominio a puntos del codominio o rango; la idea de que si $f(x)$ es $x^2 + e^x$, entonces f es $(\cdot)^2 + e^{(\cdot)}$; el "traganíqueles" en el cual, cuando uno inserta un número y le da vuelta a la manivela, obtiene otro número completamente determinado por el primero; etc.), y reservar la definición con "parejas ordenadas" hasta que el estudiante haya asimilado estas imágenes mentales y esté de acuerdo con ellas. Las dos virtudes de la definición con "parejas ordenadas" son su precisión–la cual el estudiante no puede apreciar hasta que vea cómo reúne todas esas imprecisas imágenes mentales–y la demostración de que "función" puede definirse dentro del marco de la teoría de los conjuntos–lo cual bien puede posponerse a un curso ulterior en la teoría axiomática de los conjuntos, y ciertamente puede posponerse hasta que el estudiante pueda reconocer por sí mismo el conjunto de parejas ordenadas asociado a $f(y', y, x) = \int_0^{y'} e^{-(xt)^2} dt.$

* * *