

**AGENCIA DEL DEPARTAMENTO DE MATEMATICA DEL INEM DE BUCA-
RAMANGA .**

ESTRUCTURAS ALGEBRAICO - GEOMETRICAS A NIVEL MEDIO

**“La educación que no se moderniza
corre la misma suerte de todas las
cosas orgánicas que se guardan de
masiado tiempo ”.**

Alfred North Whitehed

SITUACION.

Asistimos ya como espectadores, ora como usuarios o como actores a lo más grande creación de la que el hombre como responsable directo, tenga noticia en todos los tiempos : **LA REVOLUCION CIENTIFICC TECNICA**. **Gracias a ella, el ser humano ha logrado una condensación del espacio - tiempo** , que lo aproxima con los congéneres de cualquier latitud en la compleja red de lo que podríamos llamar la explosión de los sistemas de comunicación .

Hay algo más; en una expedición donde los ídolos se quiebran y las falsas creencias tambalean, esta transformación científico - técnica, nos acerca a los arcanos de la vida, haciendo posible el transplante de órganos policelulares del cuerpo humano por homólogos artificiales de la gran avalancha de los plásticos

Esta misma hazaña de lo que **Eistein** llamó aventura del pensamiento hu

mano, nos empuja como en un viaje de fantasía, otrora hereje, a planetas apenas de existencia ideal para la ingenuidad de nuestros abuelos.

Aún queda mucho más de este fascinante film; el mismo proceso de producción responsable como respuesta a las necesidades humanas de todo ese arsenal TECNOLÓGICO Y CIENTIFICO, se siente intervenido, modificado, ampliado y urgido por el advenimiento de la "comunicación y control a distancia" ó "el arte de asegurar la eficacia de la acción", es decir, por la Cibernética o síntoma de la dignificación del mismo.

PARTICIPACION DE LA MATEMATICA EN LA REVOLUCION CIENTIFICO-TECNICA .

Como docentes, instructores, transmisores o educadores del continente Matemático, estamos impelidos por el ímpetu del avance científico, a superar el dogmatismo tradicional que niega la relación de la Matemática con otras ramas de la Ciencia .

Los hechos evidencian de manera incontrovertible, no solo el proceso de matematización de la ciencia, sino su concurso en las conquistas de la técnica, en íntima relación con otras disciplinas como la Biología (Biónica, Biofísica . . .), la Sociología, la Psicología (ciencia del comportamiento), la Lingüística (ciencia de la comunicación), la Filosofía, etc., explicando a la vez por qué la ciencia es UNA .

EVOLUCION DEL PENSAMIENTO MATEMATICO

El hombre ha inventado la matemática para servirse de ella .

GEORGE PAPY.

No puede afirmarse qué ha avanzado más, si la aplicación técnica (matemática aplicada) ó la especulativa (Matemática pura) del Universo Matemático; lo que sí sabemos es que al igual de las edades biológicas, la Matemática presenta estadios concatenados con las exigencias del desarrollo histórico social y su proceso productivo material o cultural.

He aquí por qué no podemos pensar las creaciones de Euclides, Descartes, Peano y los Burbaki como antojos personales, sin atisbar las exigencias circundantes que estimularon sus obras, en demanda de un pensamiento más eficaz, económico, productivo y menos agotador para la mente humana.

Cuando miramos los Elementos de Euclides, no hacemos más que detenernos en la "respuesta que éste dió a las necesidades de su época en un espacio físico idealizado". Si nos detenemos en las relaciones entre el Algebra y la Geometría Euclidea como lo hizo a Descartes, nos encontramos en el ámbito de requerimientos de la revolución industrial; y si contemplamos la síntesis expuesta de Peano a los Burbaki, advertimos en la visión axiomático estructural, la urgencia de un instrumento matemático más compacto y fino que el anterior y en concordancia con el Taylorismo del desarrollo tecnológico del siglo XX.

Vale decir, hemos de presentar cada estadio de ese lenguaje cuantitativo de universo (la Matemática), como una necesidad histórica.

ESTRUCTURA DE LA MATEMATICA MODERNA

Anécdotas y falacias.

Cierta ocasión, un ilustre pedagogo no matemático, casi Decano de los educadores en Colombia decía entre muchas de sus indignadas frases, que la Matemática Moderna era una entelequia. El dizque no entendía eso de los conjuntos, el conjunto vacío, el conjunto unitario, etc.

Una pareja de profesores universitarios casi llegan a enemistarse por discutir el uno, la Matemática Moderna no es como la clásica, el otro decía, eso es lo mismo porque $2 + 2 = 4$ y $2 \times 3 = 6$ no admiten discusión.

Quién tenía la razón? El lector lo dirá. Lo cierto es que hay que deslindar las actividades psicológicas de la razón Matemática, si se quiere beneficiar al alumno y la Matemática misma. En Matemática clásica, nadie discute el carácter absoluto de que:

$$2 + 2 = 4 \quad \text{ó} \quad 2 \times 3 = 6.$$

Pero en la Matemática de hoy, nos asaltan sorpresas como estas:

$$2 + 2 = 0 \quad \text{y} \quad 2 + 2 = 1$$

$$2 \times 3 = 0 \quad \text{y} \quad 2 \times 3 = 1$$

y otras como $10 = 2$; $11 = 3$; $1.000 = 8 \dots \dots$

Algo así como para volver cardíacas a muchas personas.

La Matemática de hoy como la clásica es verdad, usan cosas idénticas como los elementos u objetos.

$0, \pm 1/2, \pm 3/4, \pm 8/9, 1, \pm 2, \pm 3/2, \pm 7/4, \pm \sqrt{2}, \pm 2, \pm 3, \pm \pi, e, \dots$ y los símbolos operativos $+, \times, \Gamma$. Pero la Matemática actual emplea además de conjuntos, símbolos relacionales como $\in, \odot, *$, Ω, R, F, G, \dots entre los cuales $+, \times$ y Γ son casos particulares y las verdades operativas tienen un carácter relativo.

Hay algo más en la Matemática actual: presenta sub zonas (conjuntos) de operación demarcadas como sigue N, Q, R, C , en las cuales, me

dian te relaciones binarias internas (leyes de composición), se construyen sistemas y con ellos estructuras, cosa que no ocurría en la Matemática clásica.

ESTRUCTURAS ACTUALES

Uno de los rasgos sobresalientes de la Matemática actual es su carácter estructural. Este aspecto presenta dos fasetas íntimamente relacionadas con la configuración del edificio Matemático. Una de ellas, representa las estructuras operativas de la construcción mental en el proceso lógico matemático. La otra faceta es la del edificio en sí, construido de lo simple a lo complejo por subestructuras, estructuras madres, estructuras múltiples y estructuras ramificadas.

1. Sub-estructuras : conceptos y principios.
2. Estructuras madres : relaciones, orden, álgebra y topología.
3. Estructuras múltiples : en las que intervienen dos o más estructuras madres. Ej. los grupos topológicos.
4. Estructuras ramificadas : en ella intervienen muchas estructuras madres. Ej. La Teoría del Potencial.

ESTRUCTURAS IRREDUCTIBLES

Coinciden matemáticos y psicólogos en señalar tres tipos fundamentales de estructuras estables en la Matemática de hoy.

- a) Las algebraicas, cuyo prototipo es el grupo.
- b) Las de orden en las cuales se destaca La Red.
- c) Las estructuras topológicas.

MÉTODO :

En un sentido histórico podemos evidenciar en la reconstrucción del

edificio Matemático tres caminos o métodos.

- a) El sintético.
- b) El genético o analítico.
- c) El axiomático - estructural.

No daremos aquí una explicación descriptiva del contenido de cada uno por considerarlo de pertinencia a los cursos curriculares de nivel universitario.

MATEMATICA MODERNA EN COLOMBIA

En 1905 se hizo sentir entre nosotros la escuela francesa con la presencia metodológica de Bruño. Posteriormente en 1925 fue reforzada con el influjo de una reunión de profesores más que todo en el ambiente universitario (D. F. J.) y la aritmética analítica de Rueda que tantas deserciones produjo.

En 1948 por la puerta de la Universidad Nacional entra a Colombia el mensaje de la Matemática Moderna. Sin embargo el primer intento oficial de reforma en la enseñanza de la Matemática vino a producirse en 1961 aunque tímida y forma. Siendo Ministro de Educación Nacional el Doctor Jaime Posada. Las causas del retardo son obvias: el peso de la inercia tradicional y clima de improvisación que ronda nuestro sistema educativo.

ENSEÑANZA DE LA MATEMATICA MODERNA

La ciencia construye con hechos, así como una casa se construye con piedras; pero una acumulación de hechos no es una Ciencia, del mismo modo que un montón de piedras no es una casa.

HENRI POINCARÉ

El problema está bien planteado y reclama al proceso enseñanza aprendizaje dos respuestas. Primero, saber qué hechos se buscan y dónde buscarlos. Segundo, descubrir cuándo en nuestra actividad docente sembramos o matamos en nuestros alumnos la semilla de la intuición Matemática.

Empecemos por la segunda y aceptemos que así como el objetivo de toda educación creadora consiste en enseñar al alumno a pensar, de la misma manera la educación matemática tiene por fin hacer que el estudiante, además de conocer y comprender el edificio matemático actual, sea capaz de crear otros. El alumno debe entender la **Matemática como creación del hombre**; que se pueden hacer nuevas matemáticas del mismo modo que pueden hacerse nuevos zapatos. El debe aprender a experimentar el regocijo de sus creaciones por sencillas que ellas sean.

Cómo lograrlo? He aquí el quid del reto a nuestra función docente. Como profesores podemos comunicar un conocimiento estático para usuarios transmitir una herencia dogmática como adeptos a una determinada escuela o cultivar una mente abierta dinámica y creadora desarrollando un aprendizaje liberador en la relación teoría-práctica. Esta última alternativa que impugna la lógica de la metodología tradicional y nos mueve a pensar que un cambio cualitativo en el proceso enseñanza aprendizaje de la Matemática, supone interrogantes como

- 1) A quién enseñar?
- 2) Qué enseñar?
- 3) Cómo enseñar?

Responder al primero presupone al alumno (el hombre) centro del proceso o programa de cambio. En tanto que el segundo implica planear un programa flexible actualizado aplicable a la realidad a los intereses capacidades y diferencias individuales del estudiante. En cambio el tercero intuye un comportamiento y una solidaridad profesional un método una técnica y una filosofía que tome al estudiante donde se encuentra y lo guíe en un proceso de exploración.

torio a la reconstrucción del edificio matemático actual preparándolo para tomar decisiones, comunicar ideas y experiencias respetando las ideas ajenas. Este es el espíritu democrático de la matemática de hoy, el de la nueva Pedagogía auto-activa o dinámica de grupos y la "enseñanza multinivel".

PROGRAMA INEM

(ESTRUCTURAS ALGEBRAICO - GEOMETRICAS)

Antes de presentar la armazón del programa, la metodología de la planeación de la ejecución, de la supervisión y de la evaluación, nos proponemos dejar una inquietud al Congreso en los siguientes interrogantes. No se pretende demeritar la gigantesca creación de Euclides, pero ante el avasallador avance de la Matemática de hoy, nos sentimos tentados a preguntar :

- 1) ¿Es lícito presentar en forma por demás que agobiadora, una enseñanza de la Geometría Euclídea, deslindada de las estructuras algebraicas ?
- 2) Si Descartes con menos instrumentos integró el Algebra Clásica con la Geometría Euclídea, ¿qué razones hay para no hacerlo con las nuevas estructuras ?
- 3) ¿Puede nuestro actual edificio matemático integrar a sus estructuras la Geometría Euclídea ?

E.G. Begle, C.R. Wylie, Gustave Choquet, Diodone, Pauli, Herbert Suter, George Papy, Arthin, Donedu, A. H. Copeland, nos autorizan para una respuesta afirmativa del problema. De acuerdo con las necesidades de economía de tiempo y pensamiento, parece aconsejable de que en la reconstrucción de la nueva máquina, siguiendo un camino ascendente, debemos ir desde los rudimentos institutivos y operarios del Algebra Vectorial y los Espacios Vecto-

riales, hasta el contexto axiomático de los mismos Espacios Vectoriales y las relaciones lineales.

ESTRUCTURA DEL PROGRAMA

El edificio que hemos presentado a nuestros alumnos INEM, descansa sobre cuatro grandes columnas, íntimamente relacionadas

- 1) Conjuntos
- 2) Relaciones
- 3) Números y sistemas numéricos
- 4) Formas

PROGRAMA DEL PRIMER AÑO - SEMESTRE 1-2

| TEMAS | CONTENIDO | FORMAS |
|-----------------------------------|---|--------------------------|
| Conjuntos | Algebra. Particiones | Gráficas |
| Clasificación | Convexos. Cerrados, abiertos | Gráficas |
| Relaciones | Equivalencias. Orden. Funcionales | Gráficas |
| Los conjuntos y el caucho | Juegos y deformaciones de figuras y caucho | Gráficas |
| Numeración binaria | Noción - equivalencia al decimal | Gráficos |
| Los N y su estructura operativa | Familia aditiva Familia multiplicativa Familia potenciativa Ecuaciones sencillas | Representación " " |
| Permutaciones | Situaciones matematizables | Gráficas |
| Transf. del plano | Proyecciones - Coordenadas | " |
| Translaciones o vect. | Equipotencia | " |

| | | |
|--------------------------------|---------------------------------------|------------|
| Medida de vectores | Abcisas | Gráficas |
| | Homomorfismo entre operaciones con | |
| Los números \mathbb{Z} | vectores y números enteros en forma | Gráficas |
| | intuitiva | |
| Los números \mathbb{Z} | Familia aditiva | Gráficas |
| | Familia multiplicativa | " |
| | Familia potenciativa | " |
| | Ecuaciones sencillas | " |
| Los números \mathbb{Q} | Construcción por el teorema de Thales | " |
| | Estructura operativa | " |
| | Familia aditiva | Rep. Geom. |
| | Familia multiplicativa | |
| | Familia potenciativa | |
| | Ecuaciones sencillas | |
| Los números \mathbb{R} | Estructura operativa | |
| | Adición | Gráficas |
| | Multiplicación | |
| | Potenciación a nivel particular | |
| Los conjuntos y la Estadística | Nociones de Estadística | Gráficas |

En la presente ponencia solo aparece el programa del grado 1, debido a que los grados 2, 3 y 4 hubo necesidad de someterlos a programa de transición a fin de zanjar las deficiencias con que llegaron en la preparación temática. No obstante, en cada uno de esos planes de transición, hemos aplicado el criterio integrador de estructuras algebraicas y Geometría, siguiendo un criterio vectorial.

METODOLOGIA

En el contexto de la filosofía INEM, el proceso enseñanza aprendizaje,

está basado en el empleo de objetivos. Estos se toman de acuerdo a las últimas tendencias de la Pedagogía en los niveles Cognocitivos, Psicomotores y afectivos. El proceso involucra varias etapas :

1. Organización del programa para la enseñanza (Interpretación, Integración - Correlación).
2. Planeamiento y desarrollo de Unidades de Enseñanza - Aprendizaje (Introducción - Objetivos - Temáticas y proceso didáctico). El proceso didáctico involucra actividades como (Presentación de la Unidad, Orientación, Motivación, Ejecución - Culminación).
3. Supervisión de la ejecución .
4. Evaluación de la ejecución .

El uso de objetivos a nivel de reforma, de programa, unidad o período de clase, apunta a restarle el carácter ambiguo o el proceso de enseñanza - aprendizaje.

La práctica del proceso está montada sobre los criterios del aprendizaje democrático, es decir, el alumno forma parte y responsabilidad en su propia formación, mediante el trabajo auto - activo y dinámico de grupos.

Un aspecto importante tenemos en cuenta al iniciar la aplicación y ejecución del programa. No todos los alumnos serán matemáticos, pero nuestra obligación es hacer que a todos les guste. Más detalles sobre la Metodología de Objetivos y trabajo de grupos se adicionaron para discusión en mesa redonda a la presente ponencia.

SUPERVISION DE LA EJECUCION

Al igual que la sistematización de los métodos los tiempos y los movimientos que supone un efectivo control de calidad, el proceso enseñanza aprendizaje requiere para el logro de una alta productividad del sistema, una permanente actividad supervisora. Este hecho y el sistema de semestralización, justifican la departamentalización en cada Instituto.

El criterio para la supervisión eficaz, es el de que debe ser un proceso cooperativo y democrático que estimule permanentemente la creatividad de profesores y alumnos. Para mayor claridad se presentará en mesa redonda material adicional a la ponencia.

EVALUACION DE LA EJECUCION

Tanto la evaluación como la supervisión son aspectos interdependientes en la instrucción y aprendizaje basados en objetivos. La evaluación además de involucrar al alumno, incluye al sistema, a cada Instituto, a cada Departamento, los profesores, los recursos (ayudas educativas) y métodos. Por eso se realiza diario a nivel de período, de unidad y de programa. Sobre los sistemas, instrumentos y técnicas de la evaluación se han adicionado para presentar en mesa redonda, materiales adicionales.

NUESTRO CRITERIO

La educación debe ser un instrumento de cambio cualquiera que sea el sistema. No debe estar condicionada al país, sino todo lo contrario, el país acomodarse a los requerimientos de la educación para salir del sub desarrollo.