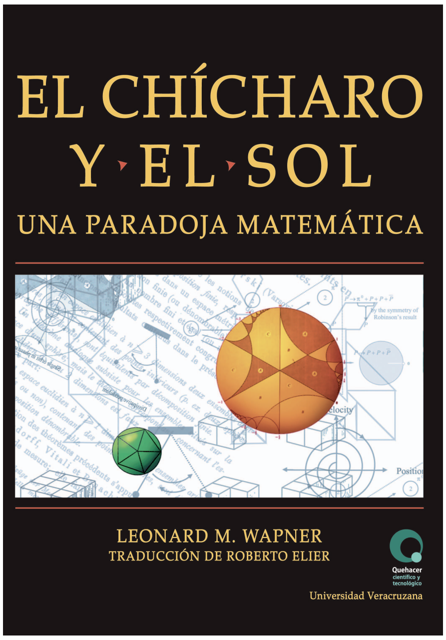
Reseña

El Chícharo y el Sol

Gustavo Rubiano[1]

El Chícharo y el Sol. Una Paradoja Matemática
Leonard M. Wapner
Traducción de Roberto Eiler
Universidad Veracruzana, Xalapa, Veracruz, México (2011)



La popularización de conceptos inherentes a la matemática pura no es un tema trivial de la literatura científica. En años recientes se han publicado algunos libros que pretenden hacer accesible al lector no matemático grandes resultados y conceptos de la matemática contemporánea, y aunque algunos de ellos han logrado su objetivo, por ejemplo, *The Poincaré Conjecture: In Search of the Shape of the Universe* escrito por Donal O'Shea [**1**]; lastimosamente casi todos ellos han sido publicados en lengua inglesa, con lo cual se deja de lado una gran cantidad de lectores hispanos. Afortunadamente, este no es el caso de *The Pea and the Sun: A Mathematical Paradox* [**2**], el primer libro escrito por Leonard M. Wapner, constituido en un 'bestseller', el cual ha sido cuidadosamente traducido al castellano por Roberto Elier, de la Universidad Veracruzana, Xalapa, Veracruz, México, 2011 [**3**]. El título para esta traducción es *El Chícharo y el Sol. Una Paradoja Matemática.* Recordemos que "chícharo" es el regionalismo mexicano para el nombre del guisante

[1] Departamento de Matemáticas, Universidad Nacional de Colombia.
`gnrubianoo@unal.edu.co`

conocido en Colombia como “arveja”. Con base en esta traducción es la reseña que a continuación hacemos.

El libro, escrito de manera cuidadosa y con estilo periodístico, pretende describir y explicar para un público no experto en matemáticas la paradoja de Banach–Tarski, paradoja entre otras cosas pocamente difundida. Una tarea nada fácil aun para el público cercano a la matemática, aunque, lo que afirma la paradoja de Banach–Tarski sí es fácilmente entendido: *una esfera (nuestra arveja) puede ser dividida en un número finito de partes, para luego volver a rearmarla y así formar otra esfera de cualquier tamaño (nuestro sol).* Este resultado, el cual es más que una paradoja, es en efecto un teorema bien formulado y demostrado, apareció en el volumen de 1924 de la revista *Fundamenta Mathematicae* [4], y produjo desde entonces gran controversia tanto dentro como fuera de la matemática. El enunciado de esta paradoja es desconcertante, ésto es lo que lo hace paradójico, como todo lo que resulta a consecuencia del Axioma de Elección.

Pero Wapner, no sólo introduce en este libro la paradoja de Banach–Tarski sino que además hace una presentación completa tanto del enunciado como de su demostración. Es en este aspecto donde este libro es único. Un propósito es el de describir, otro el de demostrar, pero la conjunción de los dos, a manera de popularización es lo que hace del escrito algo único, al menos en la experiencia de quien reseña. Por ejemplo, las columnas periódicas de Martin Gadner o los varios libros de Stephen Hawking, sólo muestran el aspecto divulgativo del conocimiento.

Como lo describe el autor en el primero de ocho capítulos, el concepto matemático sobre el cual se construye la paradoja de Banach–Tarski es el Axioma de Elección[2] el cual en sí mismo es un concepto no intuitivo dentro de la matemática, debido principalmente a su carácter no constructivo y por tanto, objeto de controversia. Este primer capítulo es un paseo histórico en los trabajos pioneros al resultado de Banach–Tarski, y por ello se resaltan aspectos de las vidas y logros de grandes matemáticos como Cantor, Banach, Tarski, Gödel y Cohen. Es una pena que, entre estas biografías no aparezca la de Hausdorff, el trabajo anterior inmediato sobre el que Banach–Tarski inspiran su resultado. Este tributo lo hará más tarde al darle crédito en el capítulo **5**.

Con la finalidad de mostrar las posibilidades de la palabra paradoja, en el capítulo **2** se presentan paradojas y falacias de diferentes tipos:

[2] Zermelo lo formuló de manera explícita y por primera vez en 1904 [**5**], para capturar la idea de que en un conjunto todos sus elementos pueden ser ordenados, a fin de continuar el proceso de inducción de manera transfinita.

lógicas, físicas, geométricas, etc. Entre ellas resaltan la paradoja de Simpson en estadística, o las llamadas falacias de rompecabezas con las cuales se demuestra que todos los triángulos son isósceles.

El capítulo **3** inicia con una exposición de los preliminares matemáticos necesarios en teoría de conjuntos e introduce las noción de cardinalidad. A continuación, se presenta de manera estupenda los conceptos de isometría tanto en dos como en tres dimensiones y todo lo necesario para introducir la noción de grupo, incluyendo las operaciones matriciales. En el tema de las congruencias se presenta de manera amena el rompecabezas del *tangram*, ese milenario pasatiempo chino. En particular lo he jugado miles de veces y cada vez me desconcierto con sus posibilidades (reordenamientos de las siete partes resultantes de la disección de un cuadrado). Termina con la presentación de la construcción del conocido 'hotel de Hilbert' el cual se relaciona de manera curiosa, por cierto, con la canción *Hotel California*.

Se deja para el capítulo **4** la presentación de las nociones (complejas para el no experto) de infinito y dimensión; a continuación seguida, una clasificación *sui generis* de los tipos de paradojas. Me llama la atención, la acertada presentación que el autor hace del conjunto de Cantor y del ejemplo de 1905 dado por Vitali de un conjunto acotado no medible (según Lebesgue).

El capítulo **5** es el corazón del libro, con la presentación completa tanto del enunciado como de la demostración (en tres pasos) de la paradoja de Banach–Tarski. Este es un esfuerzo descomunal en el cual el autor logra gran parte de su cometido, pero tengo dudas de si el lector no matemático es capaz de seguir la demostración. Adicionalmente presenta el teorema de Banach–Schröder–Bernstein.

El capítulo **6**, llamado *Solución* (curiosamente muy corto, tan sólo 7 páginas de las 248 que constituyen el libro) analiza las tres maneras de cómo enfrentar las paradojas o resultados contra la intuición: aceptar, rechazar o reinterpretar.

El capítulo **7**, llamado *El mundo real*, es *realmente* de tipo especulativo y casi siempre desde el punto de vista de un físico teórico. Concierne a las posibilidades de que la paradoja de Banach–Tarski tenga posibilidades de aplicación para explicar fenómenos físicos, como la expansión del universo, etc. Este capítulo lo considero muy subjetivo y en mi concepto una tal aplicación la considero especulativa (a lo menos).

El último capítulo es una revisión y exposición bien formulada, tanto de resultados recientes como de problemas abiertos en la matemática. El autor augura finalmente, y por venir, una época dorada en las matemáticas.

La lectura de este libro fue todo un 'divertimento' matemático y, finalmente puedo afirmar que el libro reseñado, *no es un libro acerca de la matemática, es un libro de matemáticas.*

1. Donal O'Shea, *The Poincaré Conjecture: In Search of the Shape of the Universe* (Walker & Company, New York, 2007).

2. Leonard M. Wapner, *The Pea and the Sun: A Mathematical Paradox* (Cambridge University Press, Cambridge, 1985).

4. S. Banach and A. Tarski, *Sur la decomposition des ensembles de points en parties respectivement congruents*, Fundamenta Mathematicae **6**, 244 (1924).

5. E. Zermelo, *Beweis, daß jede Menge wohlgeordnet werden kann*, Math. Ann. **59**, 514 (1904).