

**Tesis de Doctorado en Enseñanza de las Ciencias - Mención Matemática,
Facultad de Ciencias Exactas, UNICEN. Argentina**

Título: *Procesos de significación para algunos símbolos matemáticos en
estudiantes universitarios*

Autora: María Laura Distéfano

Director: Dr. Marcel David Pochulu (UNVM, Argentina)

Jurado

Dr. Vicenç Font Moll (UB, España)

Dra. Cecilia Crespo Crespo (UTN, Argentina)

Dra. María Rita Otero (UNICEN-CONICET, Argentina)

Fecha defensa: 22 de setiembre de 2017

RESEÑA DE TESIS

Si bien las representaciones semióticas son un insumo indispensable en el quehacer matemático, los símbolos no son objetos directos de enseñanza. La construcción de su significado se realiza de manera subsidiaria a la de otros objetos matemáticos y, en muchos casos, queda reducida a la simple lectura del símbolo.

En esta tesis se estudia en profundidad el proceso de construcción de significado de algunos símbolos matemáticos, por parte de estudiantes universitarios de distintas carreras.

Cuestiones relacionadas con símbolos matemáticos han sido abordadas desde distintas perspectivas teóricas. La mayoría de las investigaciones y publicaciones vinculadas a esta temática están focalizadas en la educación primaria o secundaria (Pimm, 1990; Palarea Medina, 1999; Molina González, 2006; Ruano, Socas y Palarea, 2008; Socas, 2010; Rodríguez-Domingo, 2015; Fernández Millán y Molina, 2016; Herrera López, Cuesta Borges y Escalante Vega, 2016). Sin embargo, son escasos los antecedentes de estudios realizados en el nivel superior (Camós y Rodríguez, 2009; Distéfano, Urquijo y González, 2010; Colombano, Formica y Camós, 2012; Lacués Apud, 2011, 2014; Distéfano, Pochulu y Font, 2015; Distéfano, Aznar y Pochulu, 2016).

Los lineamientos teóricos que fundamentan la investigación están dados por el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS), de Godino, Batanero y Font (Godino, Batanero y Font, 2009) y de la Teoría de los Registros Semióticos, de Duval (2004).

Son centrales los conceptos de *práctica matemática*, de *significado* de un objeto matemático, de *función semiótica* y de *configuración* de objetos primarios, propuestos por el EOS. De la Teoría de Registros Semióticos se consideraron las tres *actividades cognitivas* definidas por Duval: formación de representaciones, tratamientos y conversiones. Estos constructos teóricos permitieron tanto

el diseño del instrumento destinado a la recolección de datos, como la interpretación y análisis de dichos datos.

Las características metodológicas de esta tesis son de tipo interpretativo y cualitativo, ya que se pretende arribar a una comprensión profunda sobre los procesos llevados a cabo por los estudiantes mediante un análisis inductivo/constructivo (Lincoln y Guba, 1985).

El objetivo general de la investigación es: *Describir y caracterizar el proceso de construcción de significados de símbolos matemáticos, en estudiantes universitarios.*

Para desarrollar la investigación fue necesario realizar una selección en los símbolos a estudiar. Bajo determinados criterios, en relación a las características de los símbolos y el tipo de uso que se les da, los símbolos elegidos para su estudio fueron seis: \in , \subset , \wedge , \vee , \forall y \exists .

Los datos fueron relevados en estudiantes matriculados en un primer curso de Álgebra en carreras de Profesorado en Matemática, Licenciatura en Ciencias Biológicas, Ingeniería y Bioquímica, de la Universidad Nacional de Mar del Plata (UNMDP), Argentina.

Para la recolección de datos se utilizó un instrumento, diseñado *ad hoc*, cuyo protocolo incluye distintas tareas vinculadas al manejo de expresiones simbólicas. También se realizaron entrevistas semiestructuradas, que permitieron complementar la información relevada mediante el instrumento.

Para estudiar la construcción de significado, se partió de la identificación de las prácticas matemáticas que están vinculadas al significado de un símbolo matemático y las funciones semióticas ligadas a esas prácticas. Estas herramientas teórico-metodológicas guiaron tanto el diseño del protocolo del instrumento como el posterior análisis de los datos relevados. Además, ponen en evidencia que el significado de un símbolo no está ligado sólo a su denominación en el lenguaje coloquial sino también a los aspectos sintáctico y semántico.

El análisis de los datos relevados como así también de algunos aspectos teóricos involucrados permitió la obtención de distintos resultados:

- *Identificación de características propias de cada símbolo en la construcción de su significado.* Se observó que la evolución de la construcción de significado de cada uno de los seis símbolos estudiados es independiente de las respectivas construcciones de los restantes símbolos. Si bien todas guardan similitudes, también se han observado particularidades que se detallan a lo largo de los análisis realizados en el desarrollo de la tesis.
- *Descripción de la complejidad semiótica en la lectura y escritura de expresiones simbólicas.* El estudio de las configuraciones de objetos primarios puso en evidencia la complejidad semiótica que conllevan las actividades de lectura y de escritura de expresiones simbólicas. Este estudio también permitió la construcción de una trama general de funciones semióticas, que muestra de qué manera participan las funciones semióticas en las distintas tareas que involucran expresiones simbólicas y cómo se establecen las relaciones entre los objetos primarios que conforman la configuración de dichas tareas.
- *Formulación de las conversiones entre el registro simbólico y el registro coloquial en términos de las funciones semióticas definidas.* Se describieron las conversiones entre los registros simbólico y coloquial como una composición de funciones semióticas, lo cual establece una vinculación entre las dos líneas teóricas consideradas y permite argumentar sobre los procesos que acontecen en un sujeto cuando realiza determinadas tareas empleando símbolos. Esta forma de análisis también permitió identificar las posibles razones por las que las conversiones del registro coloquial al registro simbólico resultaron de mayor dificultad para los estudiantes que las conversiones en el sentido contrario.
- *Identificación de una secuenciación de la manifestación de las distintas funciones semióticas consideradas.* En el análisis de los datos relevados respecto de las funciones semióticas involucradas, se detectó que las mismas se manifestaban en cierto orden o secuencia, la cual guardaba cierta similitud para cada uno de los símbolos que forman parte de la investigación. A partir del estudio de esta hipótesis se identificó una secuenciación en la manifestación de las funciones semióticas, que podría representar un orden en el establecimiento de las funciones semióticas que intervienen en el proceso de construcción de significado de los símbolos matemáticos. Dicha secuenciación u orden constituye una caracterización en el proceso de significación de estos símbolos.
- *Definición de niveles en la evolución de la construcción de significado de un símbolo matemático.* El análisis detallado de la secuenciación de manifestación de las funciones semióticas consideradas dio lugar a la definición de tres niveles en la evolución del proceso de construcción de significado, que son comunes a todos los símbolos en estudio. Esta semejanza conduce a la idea de que los mismos niveles podrían ser válidos para describir el proceso de construcción de significado de otros símbolos matemáticos. No obstante, es necesario

señalar que estos niveles no corresponden a un proceso general de simbolización, pues la construcción de significado de cada símbolo es independiente y no necesariamente se produce de manera sincrónica. El nivel de construcción del significado de cada símbolo que logre un estudiante dependerá de las prácticas desarrolladas en relación con ese símbolo, el uso que se haga del mismo en las clases, la frecuencia de su aparición en los materiales didácticos y bibliográficos, etc.

Los resultados obtenidos dejan abiertas algunas líneas de investigación, como por ejemplo:

- Estudiar la adecuación de las funciones semióticas definidas, en la construcción de significado de otros símbolos matemáticos, con características propias que pudieran diferenciarlos del tipo de símbolos estudiados.
- Extender la investigación a la construcción de significado ligadas a otras prácticas, como por ejemplo, el estudio de la pertenencia y la inclusión desde un punto de vista geométrico.
- Generar la propuesta de una secuencia didáctica destinada a que los estudiantes, que inician una asignatura de Matemática en una carrera universitaria, desarrollen sus habilidades con relación a las distintas prácticas matemáticas que están vinculadas a los símbolos que se utilizan en la asignatura.

El uso de los símbolos matemáticos, con sus convenciones y especificidades, le agregan al estudio de los contenidos una dificultad que para algunos estudiantes es una barrera difícil de superar. Los estudios e investigaciones que puedan realizarse en torno a esta temática, con el fin de favorecer las habilidades de los estudiantes con relación a los símbolos, constituyen siempre un aporte a la Didáctica de la Matemática.

REFERENCIAS

- Camós, C. y Rodríguez, M. (2009). *Exploración del uso de los lenguajes natural y simbólico en la enseñanza de Matemática superior*. Memorias del VI Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (VI CIBEM). Puerto Montt, Chile. Disponible en: <http://ebookbrowse.com/articulo-camos-rodriguez-texto-completo-pdf-d36067393>
- Colombano, V., Formica, A. y Camós, C. (2012). Enfoque cognitivista. En M. Pochulu y M. Rodríguez (Comps.), *Educación Matemática. Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos* (pp. 115-152). Los Polvorines, Argentina: EDUVIM y Ediciones UNGS.
- Distéfano M. L., Urquijo, S. y González, S. (2010) Una intervención educativa para la enseñanza del lenguaje simbólico. *Unión. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 23, 59-71.
- Distéfano, M.L., Pochulu, M. y Font, V. (2015). Análisis de la Complejidad Cognitiva en la Lectura y Escritura de Expresiones Simbólicas Matemáticas. *REDIMAT - Journal of Research in Mathematics Education*, 4(3), 202-233. DOI: 10.4471/redimat.2015.1568.

Distéfano, M.L., Aznar, M., Pochulu, M. (2016). Prácticas matemáticas y funciones semióticas en la significación de representaciones simbólicas de la matemática superior. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias*, 11(2), 1-16.

Duval, R. (2004). *Semiosis y pensamiento humano*. Cali, Colombia: Universidad del Valle.

Fernández Millán, E. y Molina, M. (2016). Indagación en el conocimiento conceptual del simbolismo algebraico de estudiantes de secundaria mediante la invención de problemas. *Enseñanza de las Ciencias*, 34 (1), 53-71.

Godino, J.; Batanero, C. y Font, V. (2009). *Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Disponible en: http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/sintesis_eos_10marzo08.pdf

Herrera López, H., Cuesta Borges, A. y Escalante Vega, J. (2016). El concepto de variable: un análisis con estudiantes de bachillerato. *Educación Matemática*, 28 (3), 217-240.

Lacué Apud, E. (2011). Enseñanza y aprendizaje de los sistemas matemáticos de símbolos. *Didac*, 55-56, 29-35.

Lacué Apud, E. (2014). Aprendizaje de Sistemas Matemáticos de Símbolos en Álgebra Lineal y Cálculo. *Bolema*, 28(48), 299-318.

Lincoln, Y. & Guba, E. (1985). *Naturalistic inquiry*. Newbury Park, United States: SAGE Publication, Inc.

Molina González, M. (2006). *Desarrollo del pensamiento relacional y comprensión del signo igual por alumnos de tercero de educación primaria*. (Tesis de doctorado, Universidad de La Rioja, España). Disponible en: <http://documat.unirioja.es/servlet/tesis?codigo=1210>.

Palarea Medina, M. (1999). La adquisición del lenguaje algebraico: reflexiones de una investigación. *Números. Revista de didáctica de las matemáticas*, (40), 3-28.

Pimm, D. (1990). *El lenguaje matemático en el aula*. Madrid, España: Morata.

Rodríguez-Domingo, S. (2015). *Traducción entre los sistemas de representación simbólico y verbal: un estudio con alumnado que inicia su formación algebraica en secundaria*. (Tesis de doctorado. Universidad de Granada, España). Disponible en: <http://hera.ugr.es/tesisugr/25475368.pdf>.

Ruano, R., Socas, M. y Palarea, M. M. (2008). Análisis y clasificación de errores cometidos por alumnos de secundaria en los procesos de sustitución formal, generalización y modelización en álgebra. *PNA*, 2 (2), 61-74.

Socas, M. (2010). Competencia Matemática Formal. Un ejemplo: El álgebra escolar. *Formación del profesorado e investigación en educación matemática*, 10, 9-42.