

Estudo dos quadriláteros notáveis por meio do GeoGebra: um olhar para as estratégias dos estudantes do 6º ano do ensino fundamental¹

Study of notable quadrilaterals through GeoGebra: a look at the strategies of the students of the 6th year of elementary school

ANDRÉ PEREIRA DA COSTA²

MARCELO CÂMARA DOS SANTOS³

Resumo

Este artigo apresenta a primeira parte de uma análise das estratégias utilizadas por estudantes de uma turma do 6º ano do ensino fundamental de uma escola pública de Recife (Pernambuco), no desenvolvimento de uma sequência didática referente ao conceito de quadriláteros notáveis, por meio do GeoGebra. Com uma abordagem qualitativa, os dados foram as produções dos estudantes no GeoGebra e os registros das atividades em fichas impressas. Os dados produzidos mostram que as estratégias utilizadas pelos estudantes centraram-se em três dimensões: a) pragmática, na qual os estudantes fazem referência ao aspecto global dos quadriláteros notáveis; b) aplicativa, quando os alunos utilizam a definição usual da figura geométrica; c) relacional, na qual, os estudantes mencionam as propriedades dos quadriláteros nas produções.

Palavras-chave: GeoGebra; quadriláteros notáveis; estratégias.

Abstract

This article presents the first part of an analysis of the strategies used by students in a class in the 6th year of elementary school in a public school in the city of Recife (Pernambuco), in the development of a didactic sequence related to the concept of notable quadrilaterals through the GeoGebra. With a qualitative approach, the data collection instruments were the productions of students in GeoGebra and the records of activities in printed sheets. The produced data show that the strategies used by students focused on three dimensions: a) pragmatic, in which students refer to the global aspect of the notable quadrilaterals; b) application, when students use the usual definition of the geometric figure; c) relational, in which students mentioned the properties of the quadrilaterals in the productions.

Keywords: GeoGebra; notable quadrilaterals; strategies.

Introdução

¹ Trata-se de um recorte da dissertação de mestrado do primeiro autor (COSTA, 2016), que recebeu apoio financeiro da CAPES.

² Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco – andre.pcosta@outlook.com

³ Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco – marcelocamaraufpe@yahoo.com.br

Na classe de Matemática, as tecnologias podem ser boas aliadas nas intervenções pedagógicas e nas situações de construção das aprendizagens dos alunos. Não como o ponto central, mas como um recurso que tem a capacidade de oferecer condições para os processos de ensino e de aprendizagem. Todavia, essa capacidade só será utilizada plenamente se a tecnologia for pensada didaticamente. Para isso, é necessário que o professor tenha definido as finalidades de aprendizado dos estudantes, considerando, nessa perspectiva, as expectativas e temáticas que se objetiva alcançar e, também, os percursos a serem trilhados para que os estudantes aprendam (PADILHA, 2010).

No campo da Educação Matemática, algumas pesquisas (MOTTA, 2008; GITIRANA, 2009; COSTA; LACERCA, 2012) têm evidenciado as contribuições do uso de recursos tecnológicos à aprendizagem dos estudantes do ensino básico, sobretudo quando *softwares* educacionais são utilizados nas aulas de Matemática. Em relação ao processo de ensino, também é notório o avanço, em especial no que diz respeito à ampliação de recursos didáticos disponíveis ao trabalho do professor.

No ensino de Geometria, o GeoGebra pode ser utilizado como um recurso importante na realização de diversas atividades de análise e de investigação (COSTA, 2014). Esse *software* de Geometria Dinâmica possibilita realizar construções e manejos de representações de objetos geométricos na tela do computador. Nesse aspecto, o desenho produzido pelo estudante pode ser arrastado e modificado por meio do *mouse*, sendo que suas propriedades podem ser alteradas ou não. Na sala de aula de Matemática, esse ambiente pode tornar-se relevante apoio ao ensino e à aprendizagem, tendo em vista que promove a potencialização do estudo das propriedades geométricas, permitindo a formação de conceitos (MARQUES; BAIRRAL, 2014).

O GeoGebra apresenta tanto os recursos tradicionais de um *software* de Geometria Dinâmica (como pontos, retas, segmentos de reta, semirretas, etc.), como também é possível inserir, de forma direta, equações e coordenadas. Dessa forma, esse *software* apresenta a possibilidade de analisar um mesmo objeto matemático por meio de três diferentes perspectivas, isto é, a partir de três representações: algébrica, geométrica e gráfica, que mantêm um diálogo dinâmico entre si (CATTAI, 2007; HOHENWANTER; HOHENWANTER; LAVICZA, 2008).

Além disso, avaliações em larga escala, a exemplo do Sistema de Avaliação Educacional de Pernambuco - SAEPE, têm evidenciado que os estudantes do ensino básico apresentam dificuldades de compreensão dos conceitos geométricos, sobretudo os quadriláteros notáveis, quando tais conceitos são abordados em situações-problema (PERNAMBUCO, 2012).

Somando-se a isto, pesquisas educacionais desenvolvidas no campo da Geometria mostram que discentes de diferentes níveis escolares do ensino básico (COSTA; CÂMARA DOS SANTOS, 2015a; 2015b), estudantes de Licenciatura em Matemática (COSTA; ROSA DOS SANTOS, 2016) e professores de Matemática (COSTA; CÂMARA DOS SANTOS, 2016) apresentam dificuldades conceituais e de aprendizagem em relação aos quadriláteros notáveis, em especial, em atividades referentes à inclusão de classe.

Dessa forma, os baixos desempenhos apresentados nessas avaliações e os resultados desses estudos podem constituir um forte indício de que a Geometria continua sendo trabalhada de forma inadequada nas aulas de Matemática, isto é, que pouca importância é dada à Geometria pelas escolas, o que significa que esse saber é ensinado de forma que não possibilita uma aprendizagem significativa. Tal fato tem feito com que vários pesquisadores no país se debruçam sobre o ensino de Geometria, buscando situações que facilitem o trabalho do professor em sala de aula, proporcionando aprendizagem aos alunos.

Diante dessas circunstâncias anunciadas, o objetivo dessa pesquisa foi analisar as estratégias utilizadas por estudantes de uma turma do 6º ano do ensino fundamental de uma escola pública da cidade de Recife (Pernambuco), no desenvolvimento de uma sequência didática referente ao conceito de quadriláteros notáveis, por meio do GeoGebra. No referencial teórico nos apoiamos em Câmara dos Santos (1992; 2001), que elaborou três dimensões aos níveis de desenvolvimento de pensamento geométrico, baseado na teoria de Van-Hiele.

Além disso, é importante deixar claro que esse texto será dividido em duas partes, para que a análise completa das atividades propostas pela sequência didática seja apresentada. Para tanto, nesse artigo, encontramos a primeira parte do texto, com a análise de três atividades. A segunda parte será apresentada em outro artigo.

Esperamos que este trabalho possa contribuir de alguma forma com o desenvolvimento de outras pesquisas no campo educacional e, sobretudo, com o trabalho de nossos colegas de

profissão, professores de Matemática do ensino básico, nas intervenções pedagógicas e na transposição das situações vivenciadas nesse estudo com o cotidiano tão complexo das suas classes de Matemática.

Referencial Teórico

Câmara dos Santos investigou as implicações didáticas do *software* Cabri-Géomètre na aprendizagem do conceito de quadriláteros notáveis de estudantes do 6º ano do ensino fundamental. Para isso, elaborou uma sequência didática sobre esse conceito, por meio do quadro metodológico da Engenharia Didática, fazendo uso da noção de situação-problema. A sequência didática foi aplicada em duas turmas do sexto do ensino fundamental de uma escola pública da rede federal na cidade de Recife – Pernambuco. Além disso, os participantes da pesquisa eram alunos do próprio pesquisador, que já desenvolvia um trabalho sistemático com o Cabri-Géomètre na escola.

Para fundamentar a pesquisa, Câmara dos Santos (1992; 2001) decidiu utilizar a teoria do holandês Pierre Marie Van-Hiele, que discutiu sobre o desenvolvimento de pensamento geométrico, e organizou um modelo teórico com cinco níveis hierárquicos de aprendizagem em relação aos conceitos da Geometria.

Segundo Van-Hiele (1957), no primeiro nível de pensamento geométrico, ocorre o reconhecimento das figuras geométricas a partir de sua aparência física, ou seja, as propriedades e os elementos das figuras não são consideradas ainda pelo estudante. No segundo nível, as propriedades de uma figura geométrica são reconhecidas, além disso, o aluno consegue estabelecer condições necessárias para um conceito. No terceiro nível, as propriedades das figuras geométrica são ordenadas, e o aluno compreende a relevância da definição e percebe quando as condições são necessárias e quando são suficientes. No quarto nível, ocorre o domínio do processo dedutivo (quarto nível), o estudante consegue perceber que uma afirmativa pode deduzir outra, além de realizar demonstrações por meio de diferentes caminhos. No quinto nível, o aluno estuda a Geometria de forma abstrata, isto é, ele evidencia que nas demonstrações é relevante manter o rigor matemático, analisando assim geometrias não euclidianas.

Os dados produzidos na pesquisa de Câmara dos Santos (1992; 2001) mostraram que os estudantes apresentaram avanços significativos em suas aprendizagens, pois parte dos

alunos avançou do primeiro para o segundo nível de pensamento geométrico de Van-Hiele. No entanto, esse pesquisador percebeu que um grupo dos discentes não se encontrava nem no primeiro nível e nem no segundo nível, mas na transição entre esses níveis. Tal fenômeno não foi explicado por Van-Hiele (1957) em sua teoria.

Diante desse contexto, Câmara dos Santos (1992; 2001) reorganizou os níveis iniciais de pensamento geométrico em três dimensões: *a dimensão pragmática*, correspondente ao primeiro nível de Van-Hiele; *a aplicativa*, referente à uma transição do primeiro nível para o segundo nível, e *a relacional*, relacionada ao segundo nível vanhieliano. O Quadro 1 apresenta um resumo explicativo acerca dessas dimensões.

Quadro 1. Dimensões de Câmara dos Santos

DIMENSÃO	DESCRIÇÃO	EXEMPLO
Pragmática	O estudante reconhece as figuras geométricas por meio de seu aspecto global e de sua forma. Aqui ele não faz referência nem à definição e nem às suas propriedades	Ao analisar um quadrado e um retângulo, um aluno pode afirmar que “ <i>são figuras diferentes, pois têm tamanhos e formatos diferentes</i> ”
Aplicativa	O aluno considera a definição das figuras geométricas em seu reconhecimento. Ele ainda não reconhece as figuras geométricas como detentoras de características específicas	Ao produzir um retângulo e um losango, um estudante pode dizer que “ <i>o retângulo tem ângulos internos congruentes, já o losango tem todos os lados congruentes</i> ”
Relacional	O discente analisa as figuras geométricas a partir de suas propriedades, no entanto, não é capaz de realizar a inclusão de classe	Ao analisar um losango e um retângulo, um discente pode argumentar que “ <i>eles são diferentes, pois as diagonais do primeiro são perpendiculares, enquanto que as do segundo são concorrentes</i> ”

Fonte: Elaborado pelos autores

Assim, por exemplo, ao reconhecer um quadrado por meio de sua definição, um aluno estará trabalhando na dimensão aplicativa, segundo Câmara dos Santos (1992; 2001). Contudo, para Van-Hiele (1957), esse mesmo estudante não estaria atuando em nenhum dos níveis de pensamento geométrico.

Procedimentos Metodológicos

Com uma abordagem qualitativa, o presente estudo consistiu em replicar uma sequência didática desenvolvida por Câmara dos Santos (1992; 2001) utilizando o GeoGebra. Essa sequência foi composta por três fases, sendo a primeira para o estudante se familiarizar com o *software*, a segunda para o trabalho com os conceitos de ângulos e de circunferências, auxiliando a terceira fase, que, por sua vez, consistiu em explorar os conceitos de

quadriláteros notáveis. Neste artigo centramos-nos em analisar as estratégias utilizadas por um grupo de alunos do 6º ano do ensino fundamental referente à terceira fase da sequência didática, pois foi a etapa que explorou de forma efetiva o conceito de quadriláteros notáveis e também de suas propriedades.

O campo de pesquisa deste estudo foi uma turma do sexto ano da Escola da Rede Pública de Ensino Fundamental e Médio Ernest Huet (EFEH)⁴ situada no município de Recife – PE. Na época da coleta de dados, a turma era constituída por 30 estudantes, sendo 15 meninas e 15 meninos, com faixa etária que variava entre 10 e 11 anos.

Escolhemos estudantes do 6º ano pelo fato de, atualmente, várias pesquisas, entre elas a de Costa e Câmara dos Santos (2015b), e também avaliações de larga escala, a exemplo do SAEPE (PERNAMBUCO, 2012), mostrarem que os alunos do sexto ano apresentam dificuldades de aprendizagem com relação ao conceito de quadriláteros notáveis, demonstrado nos baixos desempenhos desses testes avaliativos.

No desenvolvimento da sequência, no Laboratório de Informática da escola investigada, a turma foi organizada em duplas; como ela era composta por 30 estudantes⁵, obtivemos 15 duplas. O professor de Matemática da turma investigada foi o responsável por escolher, organizar/montar as duplas e também por aplicar a sequência didática.

Além disso, decidimos utilizar o GeoGebra entre os vários tipos de *softwares* de Geometria Dinâmica como recurso para o desenvolvimento da sequência didática por dois motivos. Em primeiro lugar por se tratar de um *software* livre, sendo possível baixá-lo na *internet* facilmente e, em segundo lugar, por observamos, por meio de um levantamento de produções científicas, que em várias pesquisas sobre o ensino de Geometria, há uma ampla discussão sobre o uso desse *software* no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática (HOHENWARTER; HOHENWARTER; LAVICZA, 2008; ARAÚJO; GOMES, 2011; LOPES, 2011; CATANEO, 2012; COSTA; LACERDA, 2012). Tais pesquisas mostram ainda que o GeoGebra contribui com a aprendizagem geométrica dos estudantes do ensino básico.

⁴ Esse nome é fictício para proteger a identidade da instituição.

⁵ Para preservarmos a identidade dos participantes, cada estudante recebeu um código, formado por uma letra e dois números.

Na conclusão da sequência didática, os estudantes foram orientados a entregar ao aplicador da sequência (o professor da disciplina), as fichas de atividades, que continham os seus registros escritos. É importante destacar que o GeoGebra possui a opção de gravar (salvar) as ações realizadas pelos alunos. Então, as atividades de cada aluno foram gravadas (salvas) em dispositivo portátil de armazenamento (*HD externo*), ação que nos possibilitou fazer um acompanhamento e uma apreciação das produções dos estudantes no desenvolvimento das atividades.

Na análise das estratégias dos estudantes mobilizadas no desenvolvimento da sequência didática, consideramos a categorização de Câmara dos Santos (1992; 2001), que agrupou as estratégias em três dimensões: pragmática – na qual, os estudantes fazem referência apenas ao aspecto global dos quadriláteros notáveis; aplicativa – quando os discentes utilizam a definição usual da figura geométrica; e relacional – na qual, os alunos citam as propriedades dos quadriláteros notáveis nas construções.

A seguir, apresentamos a primeira parte da análise dos dados produzidos com a sequência didática no GeoGebra, relacionada a três atividades.

Resultados e Discussões

Aqui apresentamos as produções dos estudantes do 6º ano referentes à terceira fase da sequência didática (composta por oito atividades), que trabalham de forma efetiva o conceito de quadriláteros notáveis. Como dividimos o trabalho em duas partes, esse primeiro artigo possui a análise de três atividades da sequência.

A primeira atividade objetivou construir um paralelogramo a partir de três de seus vértices. Dessa forma, em um primeiro momento, a atividade solicitou que os estudantes criassem três pontos M , N e P não alinhados e, em seguida, um paralelogramo $MNPQ$. Após a construção, os alunos deveriam mover os vértices do paralelogramo e observar o que ocorre. Se a figura não permanecesse um paralelogramo, eles deveriam refazer a produção.

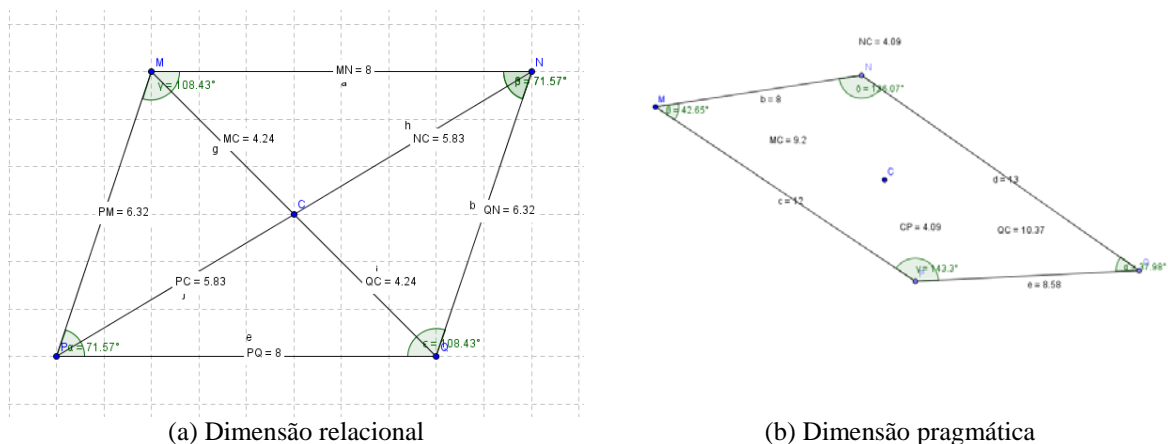
A atividade solicitou ainda que os estudantes determinassem a medida dos comprimentos dos lados e a medida dos ângulos internos do paralelogramo $MNPQ$, além de mover novamente os vértices, analisando o que ocorreria. A finalidade aqui era fazer com que eles percebessem algumas propriedades desse quadrilátero notável, como: *(i) lados opostos*

congruentes e (ii) ângulos internos opostos congruentes.

Em um segundo momento, a atividade orientou que os participantes da pesquisa construíssem um ponto C , de modo que esse ponto fosse o centro do paralelogramo. Depois, os estudantes deveriam criar e determinar as medidas dos segmentos de reta MC , NC , PC e QC , e também mover os pontos da figura, verificando o que ocorreria. Nesse sentido, eles poderiam evidenciar que: *(iii) as diagonais de todo paralelogramo se cortam ao meio.*

Analisando as produções das duplas de alunos no GeoGebra, verificamos que quatro das quinze duplas se situavam na dimensão relacional, ou seja, construíram o paralelogramo a partir do reconhecimento de suas propriedades (ver exemplo ilustrado pela Figura 1a). Trabalhando na dimensão pragmática, seis duplas construíam o paralelogramo a partir do seu aspecto global, ou seja, remetendo à aparência da figura (Figura 1b). Além disso, nessa atividade, não encontramos duplas atuando na dimensão aplicativa.

FIGURA 1: Paralelogramo $MNPQ$ construído nas dimensões relacional e pragmática



Fonte: Costa (2016)

Identificamos cinco duplas de estudantes que não produziram paralelogramos, pois ainda não conseguem reconhecer esse quadrilátero notável nem pelo seu aspecto global, como também pelas suas propriedades. Dessa forma, esses estudantes produziram trapezoides e quadrilátero não notável. As produções dessas duplas evidenciam que eles apresentam dificuldades em compreender o conceito de paralelogramo, o que exige a necessidade de o professor de Matemática realizar um trabalho mais sistemático em sala de aula.

Analisando os registros dos estudantes nas fichas de atividades, notamos que nenhuma das duplas de alunos fez referência explícita às propriedades *(i)* e *(ii)* do paralelogramo, se

centrando em apenas observar se o quadrilátero notável deixava de ser paralelogramo ou não, ao moverem os seus vértices.

Em relação ao segundo momento da atividade, evidenciamos que nenhum dos estudantes fez menção ao aspecto global ou à definição usual ou à propriedade (iii) do paralelogramo, discutindo apenas sobre mudanças nos segmentos de reta MC , NC , PC e QC e dos ângulos internos, o comportamento do ponto C , e que a figura deixava de ser paralelogramo com a movimentação dos pontos.

A segunda atividade objetivou construir um retângulo a partir da construção de perpendiculares. Nesse sentido, inicialmente, a atividade pediu que os alunos produzissem um segmento de reta MN e, a partir dele, construíssem o retângulo $MNPQ$. Em seguida, eles deveriam mover todos os pontos da figura, analisar se permanecia um retângulo e, caso contrário, isto é, se o quadrilátero notável deixasse de ser um retângulo quando os seus pontos fossem deslocados, os estudantes deveriam refazer a construção.

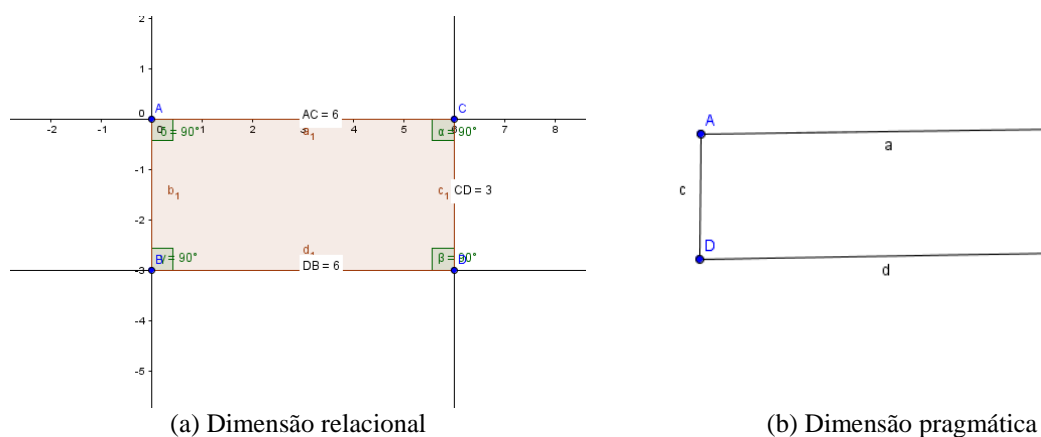
Além disso, a questão solicitava a justificativa da produção, isto é, o porquê de a figura construída ser um retângulo. Assim, poderíamos verificar se os estudantes faziam referência à aparência global ou à definição usual da figura (*quadrilátero notável que possui os quatro ângulos internos congruentes*) ou às propriedades do retângulo ((i) *os lados opostos congruentes*, (ii) *os ângulos internos opostos congruentes*, (iii) *as diagonais se cortam ao meio*, (iv) *as diagonais são congruentes*).

Verificando as construções das quinze duplas de estudantes desenvolvidas no *software* GeoGebra, observamos que sete duplas trabalharam na dimensão campo relacional (Figura 2a), isto é, elas apresentaram produções nas quais as figuras geométricas são consideradas a partir de suas propriedades. Identificamos sete duplas de estudantes na dimensão pragmática (Figura 2b), que apresentaram produção no GeoGebra caracterizada pelo reconhecimento das figuras planas pelo seu aspecto físico. Nessa atividade, não identificamos duplas que tivessem construído outra figura que não se configurasse como sendo um retângulo.

Em seguida, analisamos as produções dos estudantes deixadas nas fichas de atividades, referentes às justificativas acerca da figura construída ser um retângulo, e evidenciamos que duas duplas atuaram na dimensão pragmática (fizeram uso do aspecto global), três

trabalharam na dimensão aplicativa (uso da definição usual) e duas duplas situaram-se na dimensão relacional, empregando algumas propriedades desse quadrilátero notável. Cinco duplas usaram tanto a definição do retângulo como uma de suas propriedades, atuando assim na transição entre a dimensão aplicativa e a dimensão relacional; e duas duplas mencionaram a aparência e a definição do retângulo (passagem da dimensão pragmática para a dimensão aplicativa). Além disso, seis duplas apenas analisaram o comportamento do retângulo, quando seus pontos eram descolados, se ele permanecia ou não como retângulo.

FIGURA 2: Retângulo $MNPQ$ construído nas dimensões relacional e pragmática



Fonte: Costa (2016)

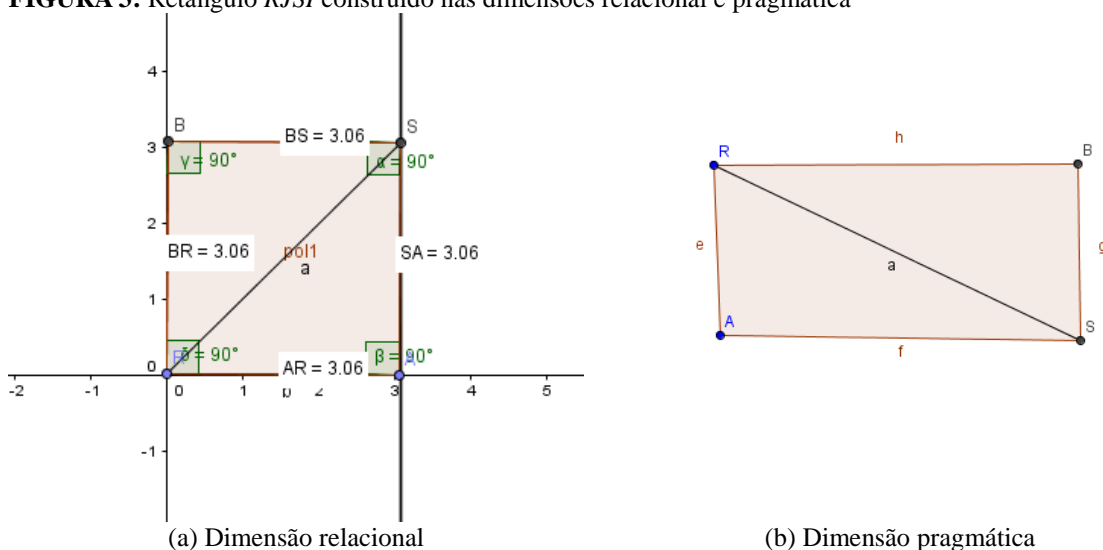
A terceira atividade buscou construir um retângulo a partir de uma de suas diagonais. Tal fato estabelece um conflito nos estudantes, pois há certa tendência em considerarem a diagonal como um dos seus lados na construção da figura, ou seja, é possível que os alunos não compreendam a diagonal como um segmento de reta que une um vértice de um quadrilátero ao seu vértice oposto, mas que não seja nenhum dos lados do quadrilátero (isso pode ocorrer porque nas classes de Matemática do ensino básico há uma soberania das situações de construção dos quadriláteros notáveis a partir dos lados das figuras geométricas em relação às situações de produção por meio das diagonais, o que pode gerar um obstáculo à aprendizagem geométrica).

Primeiramente, a atividade orientou que os alunos criassem um segmento de reta RS , e depois um retângulo de forma que RS seja sua diagonal. Em seguida, eles deveriam mover os pontos R e S e verificar se a figura continuava sendo um retângulo (caso contrário, deveriam refazer a produção). No final da atividade, os estudantes deveriam explicar por

que sua figura é um retângulo.

Na análise das construções realizadas no GeoGebra pelas duplas, evidenciamos que quatro delas situaram-se na dimensão relacional (Figura 3a), em suas produções fizeram uso das propriedades do retângulo. Aqui destacamos o fato de que uma dessas duplas, nessa atividade, produziu o retângulo considerando suas propriedades (dimensão relacional), enquanto que na atividade anterior ela construiu a figura com base em sua aparência (dimensão pragmática). Tal fenômeno é um indício de que a sequência didática desenvolvida no GeoGebra pode ter promovido um avanço da aprendizagem geométrica desses alunos, para o retângulo. As demais duplas, nas duas atividades, trabalharam na dimensão relacional.

FIGURA 3: Retângulo *RJSI* construído nas dimensões relacional e pragmática



Fonte: Costa (2016)

Averiguamos que oito duplas atuaram na dimensão pragmática (Figura 3b), logo, construíram o retângulo no GeoGebra por meio do aspecto global desse quadrilátero notável. Na atividade anterior, duas dessas duplas trabalharam na dimensão relacional, provavelmente, por terem dificuldades em construir um retângulo a partir de uma de suas diagonais, fazendo uso da construção de retas perpendiculares e de retas paralelas. Isso também nos dá indício de que um mesmo estudante pode trabalhar em diferentes dimensões, dependendo do nível de atividade explorada. As demais duplas atuaram novamente na dimensão pragmática. Nas construções, não notamos duplas trabalhando na dimensão aplicativa.

Identificamos ainda três duplas que, ao invés de produzirem retângulos, construíram paralelogramos (não retângulos). Nesse segundo caso, essas duplas apresentaram dificuldades em construir um retângulo a partir de sua diagonal, o que pode ter contribuído para produzirem um paralelogramo (não retângulo).

Outro aspecto que nos chamou atenção foi que uma dessas dupla ativou o recurso da malha quadriculada do GeoGebra, o que poderia ter ajudado na construção do retângulo. Mesmo assim, ela criou um paralelogramo (não retângulo), provavelmente por fazer referência apenas ao aspecto global da figura. Na atividade anterior, referente ao primeiro retângulo, essa dupla não apresentou dificuldades em construir esse quadrilátero notável. Aqui parece ficar evidente que esses estudantes trabalharam em diferentes dimensões, dependendo do tipo de atividade explorada na situação de aprendizagem.

Tal resultado reforça a necessidade de o professor de Matemática realizar um trabalho mais sistemático, elaborando situações em que os estudantes tenham contato, por exemplo, com atividades que solicitem a construção dos quadriláteros notáveis a partir de suas diagonais no GeoGebra.

Ainda nesse item, não identificamos nenhuma dupla utilizando o segmento de reta RS como lado do retângulo. Tal fato parece mostrar que os estudantes investigados não apresentam dificuldades em reconhecer RS como uma diagonal do quadrilátero notável evidenciado na atividade.

Em relação ao registros deixados pelos estudantes, uma dupla nos chamou atenção, sobre o motivo da figura contruída ser um retângulo: “*O Retângulo precisa ter todos os lados opostos iguais e ângulos de 90°. Porém fizemos um quadrado. Passamos um tempo pensando: quadrado é retângulo? Concluimos que sim e fechamos a tarefa*”. Notamos que essa atividade gerou um desequilíbrio, possibilitando que esses estudantes refletissem sobre sua construção, e concluíssem que um quadrado é um retângulo, pois apresentam propriedades em comum. Para tanto, esses alunos conseguiram estabelecer uma relação entre as propriedades dos dois quadriláteros notáveis, o que é um importante avanço na aprendizagem geométrica desses estudantes, pois eles foram capazes de realizar a ordenação das propriedades das figuras geométricas.

Considerações Finais

Na análise das produções referentes à sequência didática desenvolvida no GeoGebra, evidenciamos que as estratégias utilizadas pelos estudantes no desenvolvimento das atividades, centraram-se em três dimensões: a) pragmática, no qual, os estudantes fazem referência somente ao aspecto global dos quadriláteros notáveis (verificado em 47% das duplas de alunos); b) aplicativa, quando os alunos utilizam a definição usual da figura geométrica (observado em 3% da turma); c) relacional, no qual, os estudantes mencionam as propriedades dos quadriláteros notáveis nas produções (evidenciado em 50% do total de participantes).

Nesse sentido, as referências mais mobilizadas nas construções foram as propriedades dos quadriláteros notáveis, enquanto que os aspectos globais e as definições dessas figuras ficaram em um segundo e terceiro lugares. Além disso, a inclusão de classe foi mencionada em uma única situação, especificamente, no registro de uma dupla de estudantes deixado na ficha impressa da terceira atividade.

Um aspecto que merece uma discussão em pesquisas futuras refere-se a alguns tipos de produções dos estudantes realizadas na sequência didática. Como exemplo, podemos mencionar a primeira questão analisada da sequência didática, na qual os estudantes foram orientados a produzirem um paralelogramo. Nessa atividade, identificamos duplas de estudantes que construíram trapézóide e quadrilátero não notável ao invés de um paralelogramo. Na terceira questão, referente a produção de retângulo, notamos que algumas duplas construíram paralelogramos (não retângulos). O que leva esses estudantes a realizarem essas produções?

Foi possível verificarmos alunos atuando em diferentes dimensões, dependendo do nível de atividade explorada na situação de aprendizagem, logo, não há hierarquia entre as dimensões de Câmara dos Santos, diferentemente, da teoria de Van-Hiele. Também, encontramos duplas atuando na transição, isto é, na passagem entre as dimensões.

Por fim, ressaltamos a relevância do professor de Matemática realizar um trabalho sistemático com a Geometria em sala de aula, sendo a Geometria Dinâmica um caminho, contribuindo como um elemento de superação das dificuldades de aprendizagem apresentadas pelos estudantes do 6º ano do ensino fundamental em espaços de Geometria

Estática.

Referências

ARAÚJO, W. A. de; GOMES, A. M. F. (2011). O GeoGebra como Recurso Didático no Ensino da Geometria Analítica. In: COLÓQUIO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO E CONTEMPORANEIDADE, 5., 2011, São Cristóvão. Anais... São Cristóvão: UFS, pp. 1-12.

COSTA, A. P. (2016). A construção do conceito de quadriláteros notáveis no 6º ano do ensino fundamental: um estudo sob a luz da teoria vanhieliana. Dissertação de mestrado em Educação Matemática e Tecnológica, Recife, Universidade Federal de Pernambuco.

CÂMARA DOS SANTOS, M. (1992). Analyse didactique d'un materiel pour les premiers apprentissages en géométrie. Mémoire de master en Didactique des Disciplines Scientifiques, Lyon, Université Claude Bernarde Lyon 1.

_____. (2001). Effets de l'utilisation du logiciel Cabri-Géomètre dans le développement de la pensée géométrique. In: CONGRES INTERNATIONAL CABRI GÉOMÈTRE, 2., 2001, Montreal. Annales... Montreal: Cabri World Committee, pp.1-12.

CATANEO, V. I. (2012). O Uso do Software GeoGebra como Ferramenta de Ensino e Aprendizagem da Matemática. Revista Eletrônica de Investigação e Docência, Londrina, n.7, pp.57-71.

CATTAL, A. P. (2007). O GeoGebra nas aulas de Matemática. In: ENCONTRO DE MATEMÁTICA DO CEFET-BA, 1., 2007, Salvador. Anais... Salvador: CEFET-BA, pp.1-10.

COSTA, A. P. (2014). Evoluindo o raciocínio geométrico por meio de uma sequência didática: o caso dos quadriláteros. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO, 18., 2014, Recife. Anais... Recife: EBRAPEM, pp.1-12.

COSTA, A. P.; CÂMARA DOS SANTOS, M. (2015a). Aspectos do pensamento geométrico demonstrados por estudantes do Ensino Médio em um problema envolvendo o conceito de quadriláteros. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 14., 2015a, Tuxtla Gutiérrez. Anais... Tuxtla Gutiérrez: CIAEM, pp.1-9.

_____. (2015b). Investigando os níveis de pensamento geométrico de alunos do 6º ano do ensino médio: um estudo envolvendo os quadriláteros. In: SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4., 2015b, Ilhéus. Anais... Ilhéus: PPGEM, pp. 1-12.

_____. (2016). O pensamento geométrico de professores de Matemática do ensino básico: um estudo sobre os quadriláteros notáveis. Educação Online, Rio de Janeiro, n.22, pp.1-19.

COSTA, A. P.; LACERDA, G. H. (2012). Educação Matemática: o uso do software

GeoGebra como instrumento de ensino e aprendizagem da geometria plana. In: COLÓQUIO BRASILEIRO EDUCAÇÃO NA SOCIEDADE CONTEMPORÂNEA, 3., 2012, Campina Grande. Anais... Campina Grande: SECRETI, pp.1-10.

COSTA, A. P.; ROSA DOS SANTOS, M. (2016). Um estudo sobre o pensamento geométrico de estudantes de Licenciatura em Matemática no estado de Pernambuco. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2016, São Paulo. Anais... São Paulo: SBEM, pp.1-12.

GITIRANA, V. (2009). Função matemática: o entendimento dos alunos a partir do uso de softwares educacionais. In: BORBA, R.; GUIMARÃES, G. (Org.). A Pesquisa em Educação Matemática: repercussões na sala de aula. São Paulo, Cortez, pp.212-240.

HOHENWARTER, J.; HOHENWARTER, M.; LAVICZA, Z. (2008). Introducing Dynamic Mathematics Software to Secondary School Teachers: The Case of GeoGebra. Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching, Chesapeake, n.2, pp. 135-146.

LOPES, M. M. (2011). Contribuições do software GeoGebra no ensino e aprendizagem de trigonometria. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., 2011, Recife. Anais... Recife: EDUMATEC, pp.1-12.

MARQUES, F. J. R.; BAIRRAL, M. A. (2014). Futuros professores de Matemática interagindo em um ambiente virtual com o GeoGebra. Educação Matemática em Revista (EMR), São Paulo, v. 41, pp. 5-18.

MOTTA, M. S. (2008). Contribuições do Superlogo ao ensino de geometria do sétimo ano da Educação Básica. Dissertação de mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, Belo Horizonte, Faculdade de Educação, Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais.

PADILHA, M. A. S. (2010). Professores, professoras, tecnologias e avaliação da aprendizagem: dilemas e proposições no contexto da escola pública. In: CRUZ, F. M. L. Teorias e práticas em avaliação. Recife, Ed. Universitária da UFPE, pp.153-176.

PERNAMBUCO. (2012). SAEPE – 2011. Volume 3 – Matemática – 4ª série/5ºano Ensino Fundamental. Juiz de Fora, UFJF.

VAN-HIELE, P. M. (1957). El problema de la comprensión: en conexión con la comprensión de los escolares em el aprendizaje de la geometria. Tesis de doctorado en Matemáticas y Ciencias Naturales, Utrecht, Universidad Real de Utrecht.