

CONCEPCIONES SOBRE LA IDEA DE AZAR DE FUTUROS PROFESORES DE MATEMÁTICAS DE LA EDUCACIÓN SECUNDARIA

CONCEPTS ON THE IDEA OF CHANCE OF FUTURE TEACHERS OF MATHEMATICS IN SECONDARY EDUCATION

Saúl Elizarrarás Baena

Doctor en Ciencias de la Educación. Escuela Normal Superior de México. sauleba@yahoo.com.mx

Resumen

El presente reporte de investigación forma parte de un proyecto más amplio que atañe al desarrollo del pensamiento probabilístico de futuros profesores de matemáticas de Educación Secundaria, quienes se forman en la Escuela Normal Superior de México (ENSM). Se presentan hallazgos sobre sus concepciones respecto a diversos fenómenos aleatorios relacionados con la Matemática Educativa; a modo de ejemplos, se muestran las respuestas otorgadas por los participantes mediante un cuestionario y una entrevista individual semiestructurada antes de iniciada la enseñanza; en general, carecían de antecedentes escolares sobre temas de probabilidad, por lo que manifestaron razonamientos deterministas, mitológicos o esotéricos y sólo en algunos casos, exhibieron algunas nociones para la comprensión de la idea de azar, aunque su desempeño fue inconsistente en otras situaciones.

Palabras clave: concepciones, razonamiento probabilidad, estocásticos.

Abstract

This research report is part of a larger project which concerns the development of probabilistic thinking of teachers of secondary school mathematics, whose initial training has taken place in the Superior Normal School of Mexico (SNSM). Findings about their conceptions are presented on various random phenomena related to Mathematics Education, as examples, the answers given by the participants using a questionnaire and semi-structured individual interviews before teaching is initiated, in general, had no history school on topics of probability, so expressed deterministic, mythological or esoteric arguments and only in some cases, exhibited some notions for understanding the idea of chance, although his performance was inconsistent in other situations.

Keywords: conceptions, reasoning, probability, stochastic.

Planteamiento del problema

En primer lugar, la inclusión de los temas de probabilidad en la Educación Normal adquiere importancia debido a que la comprensión de los estudiantes normalistas se debe reflejar en su praxis como futuros profesores de

Matemáticas de la Educación Secundaria. Anteriormente la formación de profesores en la ENSM no consideraba en sus Planes y Programas de Estudio (SEP, 1983) un curso formal sobre Probabilidad (Galván, 1996) e incluso esta ausencia se ha dado en la mayoría de los profesores egresados de una universidad u otra institución de nivel superior, en cuya formación diversa pudieron no haber llevado algún curso relacionado con probabilidad; por el contrario, cuando han tenido esa oportunidad, su tratamiento ha sido demasiado formal.

Estado del conocimiento y estudios previos

Se han identificado tres tesis doctorales relacionadas con el tema de investigación del presente artículo.

La primera se refiere a una investigación llevada a cabo con estudiantes universitarios para caracterizar su comprensión sobre la ley de los grandes números (De León, 2002). Los estudiantes de un grupo frecuentista se limitaban a utilizar el enfoque frecuencial al *estimar la probabilidad* de un evento resultante de un ensayo aleatorio, siempre y cuando les parecía factible de replicar. Respecto a un grupo apriorista, la mayoría de los estudiantes calculó la probabilidad de un evento mediante el enfoque clásico, aun cuando había situaciones incompatibles con este enfoque, ya sea porque el espacio muestra propuesto por ellos mismos no era equiprobable o no podían garantizar la equiprobabilidad.

La segunda se realizó con profesores de primaria en ejercicio profesional para valorar sus niveles de pensamiento sobre Probabilidad (Salinas, 2007), ya que su labor trasciende a los conocimientos adquiridos por los alumnos, aprendizajes que son evaluados mediante la aplicación de exámenes; además, no conocer la Probabilidad ha llevado a los profesores a tomar decisiones equivocadas en situaciones cotidianas en las cuales ocurren muchos fenómenos que pueden atribuirse al azar, pero las causas pueden deberse a la mala suerte o al descuido. En general, los profesores interpretaron situaciones probabilísticas en contexto erróneamente, creyeron que su tarea era decidir correctamente cuál será el próximo resultado, en vez de estimar lo que es *probable* que ocurra; tampoco fueron capaces de proponer actividades que pudieran facilitar el aprendizaje de conceptos probabilísticos específicos sin recurrir al libro de texto.

La tercera corresponde a un estudio con profesores de secundaria en servicio acerca de su desarrollo profesional sobre temas de Estadística (Gómez, 2011). En este caso, de modo frecuente la enseñanza de la Estadística se reduce al tratamiento de algunos conceptos aislados o definitivamente se le omite; atribuyó lo anterior a la falta de formación en estos temas por parte de los profesores de Matemáticas o bien al estatuto inferior que se confiere a esta rama de la Matemática en el medio escolar. Además, se enfatiza que comúnmente se cree que los temas de Estadística consisten en un conjunto limitado de procedimientos matemáticos simples: dados unos datos, hacer su gráfica y calcular las medidas de tendencia central.

Complementariamente, se describe otro estudio cuyos resultados conciben al enfoque frecuencial de la Probabilidad como un acercamiento

natural a la comprensión de la idea de azar (Gigerenzer y Hoffrage, 1995). Los autores mostraron que el cálculo de algoritmos es más simple cuando la información está codificada en un formato de frecuencia en lugar de un formato estándar de probabilidad, pues la información es presentada en lengua natural, lo cual significa que se necesita ejecutar menos operaciones y éstas se pueden realizar con números naturales en lugar de porcentajes; como parte de su argumentación, analizaron y compararon el comportamiento estadístico de algunos animales con el de los seres humanos:

Desde los animales hasta las redes nerviosas, los sistemas parecen aprender acerca de las contingencias mediante codificación secuencial y actualización de las frecuencias de eventos (...) Por ejemplo, la investigación sobre la conducta para el forrajeo indica que los abejorros, los patos, las ratas y las hormigas se comportan como si fueran buenos estadísticos intuitivos, altamente sensibles a los cambios en las distribuciones de frecuencias en sus medios (...) Similarmente, la investigación sobre procesamiento de la frecuencia en los humanos indica que también ellos son sensibles a frecuencias de varios tipos, incluyendo la frecuencia de palabras, letras y pares de letras. (Gigerenzer y Hoffrage, 1995; p. 8-9)

Conceptualización y aplicaciones de probabilidad en la vida cotidiana

En particular, se define al pensamiento probabilístico como la capacidad de todo individuo (como ser social) para advertir la incertidumbre que suele presentarse en diversas situaciones en su interacción con el entorno. En particular, se debe destacar que los temas de la probabilidad ocupan un lugar privilegiado en el desarrollo del pensamiento matemático por la amplia gama de aplicaciones que se pueden encontrar en sus diferentes ramas que lo componen y sobre todo por sus contribuciones al desarrollo del pensamiento crítico y reflexivo, pues permite el planteamiento de alternativas de resolución ante problemas diversos y la toma de decisiones sobre una base científica, racional y principalmente, ética. El pensamiento crítico es un proceso mental disciplinado mediante estrategias y formas de razonamiento que usa la persona para evaluar argumentos o proposiciones, tomar decisiones y aprender nuevos conceptos (Campos, 2007).

Con base en lo expuesto, es necesario reconocer que el pensamiento probabilístico permite tener una lectura diferente de los fenómenos sociales, políticos y económicos del mundo, por lo que es necesario ejemplificar algunas aplicaciones que pueden ser identificadas con los temas de probabilidad y estadística.

Estocásticos en el sector salud

De un modo más específico, se pretende ejemplificar el sector social mediante un aspecto que se encuentra en el ámbito de la salud pública. A este respecto, los objetivos más importantes relacionados con la Estadística y que contribuyen en este campo, se pueden enlistar a los siguientes:

- Comprender los fundamentos racionales en que se basan las decisiones en materia de diagnóstico, pronóstico y terapéutica.
- Interpretar las pruebas de laboratorio y las observaciones y mediciones clínicas con un conocimiento de las variaciones fisiológicas y de las correspondientes al observador y a los instrumentos.
- Proporcionar el conocimiento y comprensión de la información acerca de la etiología y el pronóstico de las enfermedades, a fin de asesorar a los pacientes sobre la manera de evitar las enfermedades o limitar sus efectos.
- Otorgar un discernimiento de los problemas sanitarios para que eficientemente se apliquen los recursos disponibles para resolverlos.

Fuente: <http://www.respyn.uanl.mx/iv/1/ensayos/bioestadistica.html>)

De un modo particular, la epidemiología se encarga de estudiar la distribución y los factores determinantes de las enfermedades; se trata de descubrir quién adquiere la enfermedad y por qué (Morton y Hebel, 1985). En México, las enfermedades crónico-degenerativas son motivo de alarma para la población en general; los datos que comúnmente proporcionan los noticieros permiten mapear la situación actual y actuar en consecuencia a modo de prevención para contrarrestar los efectos perjudiciales en el corto y mediano plazos.

La diabetes mellitus en la actualidad se considera como un problema de salud pública en el ámbito mundial, y México, al igual que otros países, no escapa a esta problemática. La prevalencia en la población mexicana de 20 años y más es de 10.75%, alrededor de 5.1 millones con diabetes, y el 34%, 1,7 millones, desconoce que padece la enfermedad.

La hipertensión arterial es una de las enfermedades crónicas de mayor prevalencia en México; alrededor de 30.05% de la población mexicana de 20 años y más la padece, y el 61% de los individuos afectados desconoce que tienen la enfermedad; eso significa que más de 15 millones la padecen, de los cuales nueve millones no han sido diagnosticados.

Fuente: www.isea.gob.mx/Prog_P_ECD.asp)

Sin duda, el tratamiento de la información, permite estimar si es que un individuo posee o no la enfermedad y así diagnosticarla de un modo más eficaz y eficiente.

Los estocásticos en el sector político: ¿quién se beneficia?

Se debe tener información sobre la mediatización que deviene de las estrategias generadas por quienes dirigen una campaña política, ya que suelen tomar en cuenta cada vez más, de forma deliberada, la guía emocional de lo que un ciudadano común puede establecer entre lo que es políticamente aceptable en su vida cotidiana (Gigerenzer, 2008); tal información es recabada a partir de los resultados de encuestas que, desde estudios de tipo mercadotécnico, son utilizadas para favorecer el acceso al poder de un candidato político.

Es necesario que la posición del votante no sea unidimensional; es decir, debe estar en condiciones para deliberar sobre las distintas propuestas que le ofrecen los candidatos políticos. Se trata también de que el votante no se deje guiar por aspectos tan banales como los gustos de un político, sino que debe tomar una decisión con base en reflexiones profundas sobre aspectos que puedan o no ser perjudiciales para el bien común. Es de este modo cómo adquiere importancia la inclusión del pensamiento crítico y reflexivo en la formación de los futuros ciudadanos.

Para ahondar en este tipo de situaciones, en principio, no es que la gente nada sepa, sino que nada sabe de política; a modo de ejemplo, hechos conocidos se dieron durante la campaña presidencial de George H. W. Bush en las elecciones de 1992: las personas sabían que detestaba el brócoli o que su perro se llamaba *Millie*, mientras que sólo el 15% sabía que tanto Bush como Clinton estaban a favor de la pena de muerte (Gigerenzer, 2008). Así, se confirma que la elección de un votante no necesariamente es una decisión sustentada.

La única posibilidad que naturalmente se puede esperar de una decisión más optimista de parte de los ciudadanos comunes en torno a las elecciones políticas puede ser retomada a partir del ejemplo relacionado con la heurística de la sarta (figura 1); es razonable cuando al parecer funciona en sistemas cuyas instituciones políticas se presentan a lo largo de la línea divisoria derecha-izquierda, disponiendo y polarizando sus asuntos en conformidad:

Un problema que al principio está vagamente asociado a un partido, por ejemplo la postura a favor del aborto o en contra de la pena de muerte, estará cada vez más vinculado al mismo a medida que los adversarios políticos adopten la postura contraria. Cuando pasa esto, los votantes pueden efectivamente leer de izquierda a derecha y ver dónde se posicionan los partidos con respecto a las diversas cuestiones, pese a que la postura es a menudo poco más que un accidente histórico. De acuerdo con esta hipótesis, las campañas políticas y las crónicas de los medios utilizan el vocabulario derecha-izquierda, y los analistas políticos crean sus instrumentos de investigación con arreglo al mismo. Siempre que la heurística de la sarta y la política de los partidos coevolucionan de esta manera, la heurística es eficaz. El votante unidimensional es capaz de conocer las posturas de los partidos “sin conocerlas” realmente. (Gigerenzer, 2008: 162)

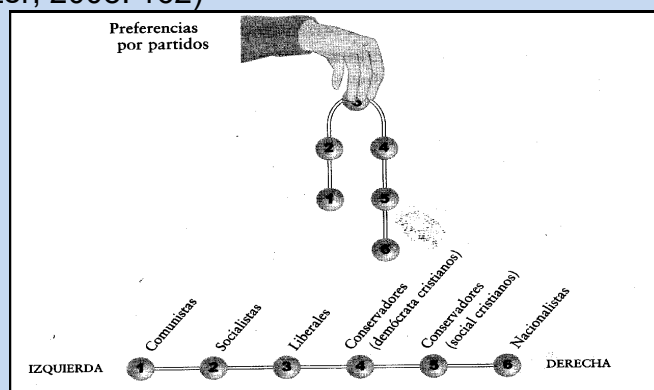


Figura 1. Ejemplificación de la heurística de la sarta.

Los estocásticos y su beneficio para la publicidad

En este caso, la publicidad resulta trascendental para lograr la venta de un producto; por ejemplo, un fabricante no confía en que la calidad de su producto sea la razón suficiente para que tenga una alta demanda; realmente le apuesta a la publicidad que se haga del producto en los medios de comunicación; de este modo, será más probable que sea conocido por los ciudadanos, independientemente de su calidad real, por lo cual deberá invertir más en publicidad y contar con que la gente lo comprará porque habrá oído hablar de él (Gigerenzer, 2008), lo cual se muestra en la figura 2).

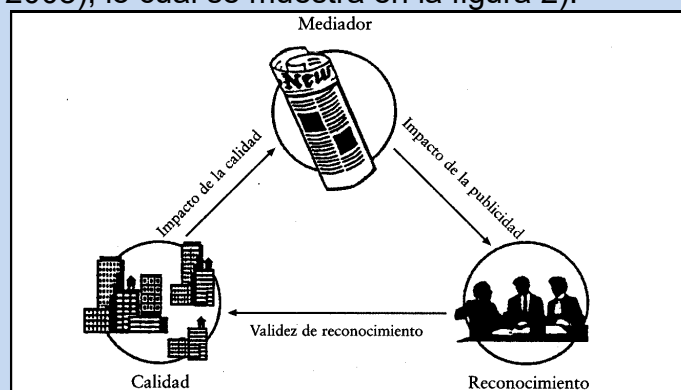


Figura 2. Ejemplificación de la heurística del reconocimiento.

En esencia, los temas de estocásticos deben permitir la advertencia de situaciones que naturalmente afectan a las grandes masas de forma directa o bien que son aprovechadas por particulares para beneficio de ellos y en detrimento del bienestar general.

Enfoque metodológico

La presente investigación es de tipo cualitativo (Eisner, 1998). El investigador fue un observador participante, de tal modo que se conjugó docencia e investigación, tal y como lo señala Ojeda (2006). Este estudio se llevó a cabo en una de las aulas de la ENSM del Turno Vespertino, con un grupo de dieciséis estudiantes normalistas que cursaban el quinto y sexto semestres de la Licenciatura en Educación Secundaria con Especialidad en Matemáticas (LESEM), conforme al Plan y Programas de Estudio vigente (SEP, 1999) durante el ciclo escolar 2011-2012. La selección del grupo fue directa debido a que el investigador era el titular.

La *crítica educativa* adquiere sentido cuando se toma como base la experiencia, pues se toma conciencia de algunos aspectos del mundo (sutiles y complejos), para lo cual se requiere interpretar en función de lo que conocemos; así, el contexto social impide generalizar resultados obtenidos en algunas otras escuelas o en otras épocas en las que los estudiantes tenían otras expectativas; de ahí que los alcances de esta investigación estén delimitados por el entendimiento del acto educativo que tiene lugar en el *aula concreta* con estudiantes *concretos* y cuyo *profesor concreto* también realiza funciones de investigación (Eisner, 1998). Aquí se propone la crítica del proceso de comprensión de los estudiantes cuando el investigador se

encuentra relacionado con los modos y los medios que utiliza para guiar la enseñanza del tema de estudio.

Se coincide con la idea de que la objetividad es relativa y provisional, sin que esto corresponda a un relativismo cognoscitivo radical, pues los datos recopilados dependen de las operaciones del observador o de sus categorías interpretativas, e inevitablemente la teoría previa influye en la observación y la experiencia y, así, incide en la construcción de los hechos; en general, no hay observador completamente vacío de hipótesis ni puede excluir sus preconcepciones, tampoco puede evidenciar un discurso neutro y mucho menos se puede desconocer la cultura misma en que está inmerso el intérprete (Martínez, 2009; p. 65).

Descripción y análisis de los instrumentos utilizados

El primer instrumento se denominó *cuestionario general*, en el cual se planteó esencialmente el objetivo siguiente:

- Interpretar concepciones sobre diversos fenómenos aleatorios relacionados con la Matemática Educativa de estudiantes normalistas de Matemáticas.

El cuestionario fue dividido en cuatro aspectos:

- 1) *Antecedentes académicos*. Se consideraba necesario describir los niveles educativos previos en los cuales recibieron enseñanza sobre probabilidad.
- 2) *Probabilidad y vida cotidiana*. Se pretendía que los estudiantes reconocieran la utilidad de los temas de probabilidad al resolver problemas de su vida diaria.
- 3) *Probabilidad y Ciudadanía*. Se esperaba que manifestaran rasgos del pensamiento crítico y reflexivo al utilizar los temas de probabilidad en su vida como ciudadano y/o en su futuro desempeño profesional.
- 4) *Cultura y significados sobre azar y probabilidad*. Se suponía que los participantes podían manifestar intuiciones o creencias que podían obstaculizar la comprensión de la idea de azar al argumentar sobre frases comunes relacionadas con la probabilidad.

A partir de los resultados obtenidos con este instrumento, se aplicó la entrevista semiestructurada para profundizar en el tipo de respuestas otorgadas.

Hallazgos y discusión

A modo de ejemplos, se presentan hallazgos con un cuestionario y con una entrevista semiestructurada que se aplicaron a los participantes.

Cuestionario general

Enseguida se muestran los hallazgos para cada uno de los cuatro aspectos en que se componía el cuestionario (C1). Se utilizó la letra E acompañada de un número para denotar y diferenciar los testimonios de los estudiantes.

Antecedentes académicos

Mediante pregunta cerrada, los estudiantes debían contestar sobre la enseñanza previa que habían recibido sobre temas de probabilidad. A este respecto, once estudiantes contestaron afirmativamente y cinco de forma negativa. Al solicitarles, los temas que les habían enseñado, ocho estudiantes escribieron temas relacionados con la Estadística en lugar de la Probabilidad, dejando entrever la falta de distinción entre estas dos ramas de las Matemáticas e, incluso, en uno de estos estudiantes, respondió lo siguiente:

Estadística y Probabilidad, razón, proporción, media, mediana, moda, covarianza, desviación estándar. (C1, E11).

Probabilidad y Vida cotidiana

Once estudiantes contestaron que sí habían resuelto alguna situación de su vida personal o laboral, mientras que cinco estudiantes contestaron de forma negativa. Sin que haya sido una prioridad de este instrumento, una de las respuestas calculó la probabilidad de un evento de modo espontáneo e innecesario, porque regularmente el aumento de sueldo es en función de otras variables como por ejemplo el propio desempeño laboral o las supuestas posibilidades económicas de las empresas, la respuesta fue la siguiente:

Un aumento de sueldo para un sí-no dentro del total de 20 $\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{20}\right) = \frac{1}{40}$. (C1, E2).

Ciudadanía y Probabilidad

Un estudiante no contestó; seis respuestas no fueron especificadas; tres respuestas argumentaron sobre la adquisición de marcas de productos, clima o tránsito vehicular y cuestiones de reprobación escolar. Las restantes seis respuestas enfatizaron la importancia de tomar decisiones a partir de lo más probable; sin embargo, utilizaron de forma indistinta los términos predicciones y acertadas:

Analizando los hechos fortuitos se pueden realizar predicciones muy acertadas ya que en la vida nada es seguro y sí probable. (C1, E1, 26/10/2011).

Cultura y significados sobre Azar y Probabilidad

Respecto a la interpretación del significado de algunas frases relacionadas con la probabilidad, según las respuestas de los estudiantes normalistas emitieron algunos razonamientos que fueron denominados: *determinista, combinatorio, probabilístico, estadístico, estocástico, referente informativo y complejo.*

A modo de ejemplo, uno de los incisos enunciaba lo siguiente: *Una pareja de recién casados planea procrear dos hijos, ellos saben que es igualmente probable tanto que ambos nacimientos sean del mismo sexo como que sean de distinto sexo.* En este inciso, se presentaron más respuestas de

tipo *determinista*, dado que siete estudiantes desconocieron o descartaron la probabilidad. En el ejemplo siguiente, el estudiante argumentó a partir de un *referente informativo*, pero descarta por completo la presencia de la probabilidad:

Pues estoy de acuerdo ya que uno al planear hijos, considero que no entra aquí la probabilidad ya que la única encargada de esto es la genética y el cromosoma que este implícito en la fecundación. (C1, E5).

Aunque no se tuvo la intención de estimar la probabilidad de ocurrencia del evento en cuestión, dos estudiantes manifestaron nociones de probabilidad, pero dificultades con ideas fundamentales de estocásticos (Heitele, 1975), tales como espacio muestra y combinatoria: *Pues una probabilidad de 1/3: niño-niño, niña-niña, niño-niña.* (C1, E4).

Hallazgos de la entrevista semiestructurada

Conforme a las respuestas proporcionadas por la entrevistada (E₄) a partir de las intervenciones del investigador (I), sin que haya sido una prioridad la cuantificación de la probabilidad, cuando ejemplifico mediante la predicción de lluvia consideró de forma errónea tres eventos posibles: soleado, nublado o lluvioso; de este modo, les asignó la probabilidad de un tercio como si se tratara de eventos equiprobables, es decir, con la misma probabilidad de ocurrencia para cada caso; bajo estas circunstancias, descartó la relación que debería considerar con los conceptos de frecuencia absoluta y frecuencia relativa. Desconoció ideas fundamentales de estocásticos tales como: equidistribución y simetría, variable aleatoria, ley de los grandes números y muestra:

- I: Bueno, pero quiero que me digas en este sentido: si es sobre lo que ya trabajamos o hay algo que lo diferencie de lo que es en sí la Probabilidad.
- E₄: Relaciono la Probabilidad como un evento. Predecir una respuesta en base a los datos que tenemos. Por ejemplo, el día de mañana, yo digo que *hay una probabilidad de un medio de que sea; no, un tercio* porque pueden ser tres climas. ¿Por qué? Porque puede estar soleado, nublado o lluvioso.

Al cuestionarle sobre el reconocimiento de los registros estadísticos para la predicción del clima, proporcionó una respuesta con razonamiento determinista, pues descartó por completo la habilidad de estimación en la cual la idea de aproximación se encuentra presente más que la de exactitud. Posteriormente, argumentó en términos mitológicos, es decir, describió relatos que explican de forma simple y sin fundamento científico el universo o los fenómenos naturales.

- I: ¿No habría otra manera de darse cuenta de eso?
- E₄: Bueno, ahorita no sé de meteorología. Entonces, me imaginó existen sus instrumentos porque igual él que da el clima no es al *tanteo*, es en base a instrumentos que ellos hacen, no sé miden el clima es como

me imagino que ellos lo predicen... pero por ejemplo, para las bolas de colores, o sea *necesita uno ser adivino o vidente*, no sé, para realmente estar seguro de que la bola va a ser de ese color, incluso, por eso existe la probabilidad.

Al preguntarle acerca del significado que tiene para ella la frase: *La probabilidad de lluvia para el día de mañana es del 80%*, su respuesta puso de manifiesto el reconocimiento de lo menos probable como un evento complementario que también puede ocurrir.

E₄: Bueno, pues en la hojita puse que el porcentaje de que llueva es demasiado alto; sin embargo, aún hay un mínimo porcentaje de que no llueva que es un 20%, ...

Al parecer, lo anterior se debió al impactó que tuvo una experiencia previa relacionada con una situación de sobrevivencia y cuya categoría se ha denominado como razonamiento con *referente informativo*.

E₄: Hace como siete años... fuimos a Tamaulipas de viaje. Entonces, mis papas no quisieron ir, fui sola y luego me alcanzó mi abuela materna... de regreso, tuvimos un accidente en el autobús, se cayeron varios remolques, pero de esos redondos, cilíndricos y fueron a dar con el camión..., las personas más graves del autobús era mi abuela y yo. Yo me mantuve estable y de mi abuelita habían dicho que nos hiciéramos a la idea de que iba a morir por su estado y por la edad, por todo ese aspecto, el doctor dijo un porcentaje, era *más del cincuenta por ciento de probabilidad de que no pasara al día de mañana*... mi abuelita sigue viva. Fue así como que una reconstrucción de rostro, irreconocible, pero pues ahorita ya está bien, relacionándolo con *el mínimo porcentaje sí puede suceder*...

En el pasaje siguiente, de forma inapropiada asignó la probabilidad en función de porcentajes (E₄), pues esto sólo es correcto cuando se hace referencia al enfoque frecuencial y para nada en el clásico en el que se deben poner en relación el número de casos favorables respecto al número total de casos posibles. Además, al igual que en la oración relacionada con la meteorología señaló de forma inadecuada que los eventos eran equiprobables; resultados similares a este fueron encontrados por investigaciones previas que se realizaron con estudiantes universitarios del área de ciencias sociales (De León, 2002).

I: Pero, ¿qué es más probable que llegue tarde o que llegue temprano?

E₄: Yo digo que depende del contexto. O sea, podríamos decir que, yo lo relacionaría a un cincuenta y un cincuenta por ciento; ¿por qué?, porque la misma probabilidad de que llegue temprano podría ser la misma de que llegue tarde.

Respecto a la frase: *Una pareja de recién casados planea procrear dos hijos, ellos saben que es igualmente probable tanto que ambos nacimientos sean del mismo sexo como que sean de distinto sexo*, nuevamente, hubo dificultades de comprensión acerca de las siguientes ideas fundamentales de estocásticos: espacio muestra, regla de la adición, regla del producto e independencia, combinatoria y variable aleatoria (E_4).

- E₄: Aquí yo le puse que la *probabilidad es de un tercio*, tomando como base niño, niño; niña, niña y niño, niña. Uno y uno. O sea dos niños, dos niñas o uno y uno. Pero sería..., aquí lo maneja como es igualmente probable tanto que ambos nacimientos sean del mismo sexo, o sea que si lo dejamos del mismo sexo, sería sólo un medio. ¿No? Porque pueden ser del mismo sexo sin hacer diferencia entre niño y niña, o sea uno de dos.
- I: ¿Consideras que el evento de que nazcan dos niños y el evento de que nazcan dos niñas representan lo mismo?, ¿corresponderían a un medio...?
- E₄: Pero sin hacer distinciones de niño y niña porque en el enunciado plantea del mismo sexo, no dice qué sexo, si niño... hombre o mujer o que sean de diferente sexo; o sea, niño y niña y del mismo sexo. Son sólo dos probabilidades, pero ya si nos metemos a una característica más... a diferenciar si los dos son niños, las dos son niñas o uno y uno, entonces serían tres diferentes opciones; ¿no? Entonces, la probabilidad sería de un tercio.

A modo de conclusiones

En particular, los participantes manifestaron principalmente razonamientos deterministas, mitológicos o esotéricos carentes de la advertencia de la idea de azar de fenómenos aleatorios relacionados con la Matemática Educativa.

Este tipo de razonamientos permiten dimensionar la escasa importancia que se le ha otorgado al desarrollo del pensamiento probabilístico no sólo por parte de los profesores que se desempeñan desde los niveles básicos hasta el nivel superior sino también y sobre todo, por parte de las autoridades educativas quienes son los responsables de formular los planes y programas de estudio y de incidir en los procesos de formación y actualización docente.

En definitiva, se promete difícil contribuir eficaz y eficientemente en lo inmediato con un solo curso de probabilidad en la formación de futuros profesores de Matemáticas para la Educación Secundaria. La importancia del tema en cuestión, permite reflexionar acerca del reconocimiento de que es urgente la formación en estocásticos para quienes a su vez van a formar estudiantes en la Educación Secundaria porque regularmente estos temas o contenidos son omitidos por el docente de ese nivel educativo, ya sea porque no reconoce su trascendencia, porque desconoce el tema o, incluso porque requiere de formas de trabajo docente que rompen su esquema de acción cotidiano y en el mejor de los casos, se les enseña de modo estrictamente

formal, lo cual limita la advertencia de la naturaleza de la idea de azar y, de este modo, se dificulta su comprensión.

Finalmente, se debe tomar en cuenta que el desarrollo del pensamiento probabilístico es imprescindible en la formación inicial de futuros profesores de matemáticas, de forma reiterada se insiste en sus contribuciones para el desarrollo del pensamiento crítico y reflexivo, pues permite el planteamiento de alternativas ante problemas diversos y su toma de decisiones que debe darse sobre una base científica, racional y ética.

Referencias

- Campos, A. (2007). *Pensamiento crítico*. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.
- De León, J. (2002). *Estudio de la comprensión de la Ley de los Grandes Números en Estudiantes de nivel Superior: El caso de Ciencias Sociales*, Tesis de doctorado no publicada, México, Departamento de Matemática Educativa, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN,
- Eisner, E. (1998). *El ojo ilustrado. Indagación cualitativa y mejora de la práctica educativa*. España: Paidós.
- Frawley, W. (1999). *Vygotsky y la ciencia cognitiva*. España: Paidós.
- Galván, M. (1996). *Nubes y Relojes en los Currícula de Secundaria*, Tesis de maestría, México, Departamento de Matemática Educativa, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN.
- Gigerenzer, G. y Hoffrage, U. (1995). How to improve bayesian reasoning without instruction. Frequency formats. *Psychological Review*, 102, 684-704.
- Gigerenzer, G. (2008). *Decisiones instintivas. La inteligencia del inconsciente*. España: Ariel.
- Gómez, A. M. (2011). *Un estudio sobre el aprendizaje de profesores de secundaria en servicio: el caso de un proyecto de desarrollo profesional en estadística*. Tesis de Doctorado no publicada, México, Departamento de Matemática Educativa, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN.
- Heitele, D. (1975). An epistemological view on fundamental sthochastic ideas. *Educational Studies in Mathematics*, 6, 187-205.
- Martínez, M. (2009). *El paradigma emergente: hacia una nueva racionalidad científica*. México: Trillas.
- Morton, R. F. y Hebel, J. R. (1985). *Bioestadística y epidemiología*. México: Interamericana.
- Ojeda, A. M. (2006). Estrategia para un perfil nuevo de docencia: un ensayo en la enseñanza de estocásticos. En E. Filloy (Coord.). *Matemática Educativa, treinta años: una mirada fugaz, una mirada externa y comprensiva, una mirada actual* (pp. 195-214). México: Santillana-CINVESTAV del IPN.
- Salinas, O. (2007). *Niveles de pensamiento de los maestros de primaria acerca de la Probabilidad y su vínculo con los propósitos y contenidos de los materiales oficiales*. Tesis de Doctorado no publicada. México, Universidad Pedagógica Nacional.

- SEP (1983). *Programas de Estudio 1983. Licenciatura en Educación Media en el Área de Matemáticas. Matemáticas*. México: Autor.
- SEP (1993). *Programas de Estudio. Educación Secundaria. Matemáticas*. México: Autor
- SEP (1999). *Programas de Estudio. Licenciatura en Educación Secundaria. Matemáticas*. México: Autor.
- SEP (2011). *Programas de Estudio 2011. Guía para el maestro. Educación básica, Secundaria. Matemáticas*. México: Autor.