LLULL, vol. 16, 1993, 23-41

MATEMATICAS: LA PERSPECTIVA DE UN HISTORIADOR

JOSEPH W. DAUBEN*
City University of New York

RESUMEN

¿Quién debería escribir la historia de la matemáticas? ¿Qué intereses y normas deberían aplicarse en la definición de la disciplina? ¿Son los matemáticos los únicos cualificados para abordar la historia de las matemáticas, y acaso sólo los mejores de entre ellos están en situación de escribir con autoridad sobre este tema, como ha sugerido André Weil? Este artículo sostiene que esta limitadísima versión del tema es errónea, no sólo para la propia historia de las matemáticas sino también para las matemáticas.

ABSTRACT

Who should write the history of mathematics? What interests and standards should generally be applied in defining the discipline? Are mathematicians alone qualified to discuss history of mathematics, and are perhaps only the very best of them in a position to write authoritatively on this demanding subject, as André Weil has suggested? This paper argues that this very limited view of the subject is mistaken, not only for the history of mathematics itself, but for mathematics as well.

Palabras clave: Matemáticas, Historiografía, Newton, Leibniz, Abraham Robinson, André Weil, István Szabó, George Sarton, James Fetzer, Jon Barwise.

> *Si la historia de la ciencia es una historia secreta, entonces la historia de las matemáticas es doblemente secreta, un secreto dentro de un secreto.*
>
> G. Sarton

* Versión castellana de Esteban Azpeitia.

Recibido el 21 de diciembre de 1992

El arte de la historia matemática puede ser mejor practicado por aquéllos de nosotros que son o han sido matemáticos activos.

A. Weil

Historia de las Matemáticas... demasiado matemática para los historiadores y demasiado histórica para los matemáticos.

I. Grattan-Guinness

Este artículo se basa en notas preparadas originalmente para el Simposio de Historia de las Matemáticas de Tokio celebrado en la Universidad de Tokio, del 31 de agosto al 1 de septiembre de 1990, en conjunción con el Congreso Internacional de Matemáticos celebrado en Kyoto la semana anterior. Considerando el interés que la Unión Matemática Internacional *(International Mathematical Union,* IMU) ha demostrado por la historia de las matemáticas, en virtud de su reciente voto unánime para reconocer oficialmente a la Comisión Internacional de Historia de las Matemáticas como una comisión IMU conjunta con la Unión Internacional de Historia y Filosofía de la Ciencia, parecía apropiado considerar una cuestión que no es de ningún modo nueva, pero que ha provocado a menudo una considerable controversia tanto entre los matemáticos como entre los historiadores de las matemáticas, a saber: el objeto de la historia de las matemáticas, qué debería incluir la disciplina y quién debería ser incluido al definir la disciplina.

Es ésta una cuestión especialmente pertinente en relación con la posición defendida no hace mucho (en el Congreso Internacional de Matemáticos de Helsinki en 1978) por el eminente matemático André Weil, que se ocupó de este tema en su conferencia plenaria invitada[1]. Weil, hablando como matemático, aprovechó la ocasión para afirmar enérgicamente que sólo los matemáticos como él mismo estaban cualificados para escribir historia de las matemáticas y que, cuanto mejor fuera el matemático, probablemente mejor sería la historia. Esto puede parecer en un principio tan obvio que a dudas penas merezca discusión. Pero en lo que sigue, sugeriré algunas de las razones por las que creo que la visión de Weil no sólo no es correcta desde el punto de vista de la historia de las matemáticas, sino que es igualmente perjudicial estratégicamente desde la perspectiva más sublime de las propias matemáticas.

La promoción de la historia de las matemáticas

Aunque es posible rastrear las raíces de estos estudios hasta la Antigüedad, hasta la época en la que el autor griego Eudemo de Rodas escribió la primera *historia* de las matemáticas, puede decirse que su aparición como disciplina profesional se produjo en el siglo XIX. Incluso hoy, a pesar del creciente interés por la historia de las matemáticas, sigue siendo el terreno de un número relativamente pequeño de especialistas. Como señaló Judith Grabiner en un seminario sobre la evolución de las matemáticas modernas patrocinado por la Academia Americana de Artes y Ciencias en Boston en 1974[2]:

> "Hay en la actualidad demasiados pocos historiadores de las matemáticas. El camino para el historiador de las matemáticas es difícil; necesita la preparación del historiador, pero también necesita conocer muchas matemáticas. La historia de la ciencia es ella misma una profesión joven y relativamente pequeña; el número de historiadores de las matemáticas, a causa de los tipos de conocimiento necesitados, es incluso más pequeño. Sin embargo, la necesidad de tales personas es evidente".

Claramente, tanto los matemáticos como los historiadores de las matemáticas necesitan promover más que limitar el número de estudiosos interesados en la materia. Pero los matemáticos, que aportan una particular visión de las cuestiones históricas a causa de su capacidad técnica, usualmente aportan también intereses muy particulares. Como dice Grabiner, el matemático[3]

> "está orientado hacia el presente, y hacia las matemáticas pasadas principalmente en cuanto han conducido a temas matemáticos de importancia actual.... La historia de las matemáticas tal y como es escrita por los matemáticos tiende a ser técnica y a concentrarse en el contenido de artículos específicos".

Weil considera la historia de las matemáticas ante todo desde esta limitada perspectiva. Se trata de una materia destinada sobre todo a los matemáticos, de entre los cuales sólo los mejores están realmente en buenas condiciones, según él, de escribir la historia de esta materia notoriamente exigente. Empieza su discusión citando a Leibniz, uno de los primeros matemáticos que justificó los motivos del interés de la historia de la materia[4]:

> "Su uso no es sólo que la Historia puede dar a cada uno lo que merece y que otros puedan esperar obtener una alabanza semejante, sino también que el arte del descubrimiento sea promovido y sus métodos conocidos a través de ejemplos ilustrativos".

Weil interpreta esto en el sentido de que Leibniz quería que el historiador de la ciencia escribiera antes que nada para científicos creativos o que aspiran a llegar a serlo. Este era el público que Leibniz tenía en mente, según Weil, cuando escribió retrospectivamente sobre su *más noble invención*, el cálculo.

Pero es éste un ejemplo muy curioso para explicar el interés de la historia de las matemáticas, especialmente teniendo en cuenta la idea subyacente en Weil de que los matemáticos están mejor preparados para emprender esta tarea. Porque hay muy buenas razones para creer que el significado que Leibniz daba a sus comentarios sobre la historia de las matemáticas, cuando escribió lo anterior, no era tan sencillo como Weil nos querría hacer creer.

¿Quién debería escribir la historia de las matemáticas? El caso de Newton y Leibniz

Weil contesta a la pregunta sobre quién debería escribir historia de las matemáticas con una respuesta muy restrictiva: *el arte de la historia matemática puede ser mejor practicado por aquéllos de nosotros que son o han sido matemáticos activos.* Si ésto fuera cierto, ¿qué mejores ejemplos de este principio podríamos considerar que los de dos matemáticos de la talla de Leibniz o Newton? De hecho, estamos en condiciones de evaluar la aserción de Weil, porque Newton escribió, y Leibniz esbozó, lo que ambos llamaron *historias* de su famoso co-descubrimiento, esto es, el cálculo infinitesimal o diferencial.

Resumiendo brevemente, la reclamación de ambos sobre la prioridad en el descubrimiento del cálculo (prioridad que al principio Leibniz pensó que podía compartir con Newton y que más tarde reclamó directamente en virtud de su prioridad en la publicación) llevó a un áspero debate. Este movió a Leibniz a solicitar que la *Royal Society* investigara sus reclamaciones frente a Newton. La Royal Society accedió, y un año más tarde presentó una *historia* del cálculo, en realidad poco más que una colección de documentos (reunidos y comentados secretamente por el propio Newton). No sorprende que el resultado, titulado *Commercium Epistolicum* (1712), fallara inequívocamente a favor de Newton.

Leibniz fue instado por sus decididos partidarios Johann Bernoulli y Christian Wolf a oponerse a la doctrina histórica presentada por Newton en el *Commercium Epistolicum*. Deseaban que Leibniz publicase su propia narración histórica sobre la evolución del *cálculo genuino*, y Leibniz, reconociendo la prudencia de este consejo, habló a menudo de llevarlo a cabo.

Logró distribuir un folleto (o *Charta Volans*, hoja volante, como la llamó Newton) fechado el 29 de julio de 1713, en el que censuraba el *Commercium Epistolicum* y repasaba el público registro de cuanto él había *publicado* sobre el cálculo, frente a los documentos hasta entonces inéditos que Newton había recopilado para el *Commercium Epistolicum*. Un año después, Leibniz empezó a trabajar en su propia *Historia y origen del cálculo diferencial*, que sin embargo se quedó en un simple fragmento, nada más que un borrador preliminar.

Mientras Bernoulli calificaba al *Commercium Epistolicum* de *col recalentada*, el bulldog de Newton, John Keill, reprendía al rival de Newton por su deslabazado trabajo con el cálculo. Fue particularmente duro con el *Tentamen* de Leibniz de 1689. Este, según la crítica, era prueba de que Leibniz no entendía realmente el cálculo y de que no había podido inventarlo independientemente. Por el contrario, Leibniz había debido sin duda tomarlo de Newton, pero sin haberlo entendido completamente[5].

La obra póstuma de Joseph Raphson, *History of Fluxions* (1715), añadió más leña al fuego al que los newtonianos pretendían arrojar las pretensiones de Leibniz sobre el cálculo. En su prefacio deja claro que el objeto del libro era *adjudicar las Principales Invenciones de este Método, a sus Primeros y Genuinos Autores; especialmente las de Sir Isaac Newton*. La prioridad de Leibniz en la publicación, especialmente su primer artículo en las *Acta Eruditorum* de 1684, era descartado porque revelaba *cuánto menos apto y más laborioso es el método de notación, que simboliza en modo inverosímil insignificantes novedades (quizás con el propósito de distinguirse del simple y fácil método que le fue comunicado a él), según el cual él lo ha publicado al Mundo*[6].

En el caso de la controversia Newton-Leibniz, ningún matemático de la época hubiera podido hacer justicia en el debate, o haber escrito una historia objetiva. A pesar de la insistencia de Weil en que Leibniz esperaba que la historia de la ciencia ilustrara el *arte del descubrimiento*, en realidad Leibniz fue más honesto al decir en primer lugar que la historia debía ser escrita para dar a cada uno *lo suyo*. Este es a menudo el problema cuando los matemáticos apelan a la historia, frecuentemente con cuchillos de prioridad que afilar. Su interés histórico en tales casos suele estar limitado casi enteramente a cuestiones del tipo de quién hizo qué el primero.

Quizás el caso Newton-Leibniz sea un caso extremo. Podría argüirse que los tiempos han cambiado y que los matemáticos de hoy, más sofisticados, pueden ser más objetivos y, más que usar la historia únicamente para su propia conveniencia -cualquiera que ésta sea-, están en condiciones de escribirla para ejemplificar los mejores métodos del pasado.

¿Quién debería escribir historia de las matemáticas? El caso de Abraham Robinson

Consideremos entonces, desde este punto de vista, el ejemplo contemporáneo de un matemático de primera clase, Abraham Robinson, que tuvo también un apreciable interés por la historia de las matemáticas, estando muy bien informado y siendo entendido en la materia. Los editores del *Dictionary of Scientific Biography* le encomendaron la redacción de varios artículos sobre importantes matemáticos (todos los cuales habían tratado de un modo u otro la cuestión de los infinitésimos) y él se ofreció incluso para escribir el artículo sobre Carnot, que desgraciadamente ya había sido asignado[7].

Sin embargo, el mejor indicador del interés de Robinson por la historia de las matemáticas es el capítulo que escribió al final de su conocido libro de análisis no estándar, en el que la atención se centra en las cuestiones históricas relativas a los infinitésimos[8]. Entre los ejemplos considerados por Robinson está el caso del trabajo de Cauchy en series infinitas, incluyendo el famoso teorema de Cauchy que afirma que una serie convergente de funciones continuas es continua. Robinson no fue tan lejos como el filósofo de la ciencia Imré Lakatos, quien más tarde afirmaría, basándose en el propio análisis de Robinson, que la demostración de Cauchy era toda ella correcta (Robinson sólo había dicho que una demostración no estándar del teorema de Cauchy mostraba que éste era correcto, basándose en una interpretación de los infinitésimos de Cauchy que los hacía equivalentes a los propios infinitésimos no estándar de Robinson)[9].

La historia desde la perspectiva de un matemático

En cualquier caso, el planteamiento de Robinson en relación con la historia de las matemáticas no era diferente del de muchos matemáticos. Es un enfoque perfectamente natural: en efecto, es más probable que un matemático/a esté interesado/a principalmente en la historia de la rama o área de las matemáticas en que más ha trabajado. Típico de este enfoque es la explicación que el propio Weil ofrece sobre cómo entender mejor los *Elementos* de Euclides. Según Weil[10]:

"Para nosotros es imposible analizar debidamente los contenidos de los Libros V y VII de Euclides sin el concepto de grupo e incluso sin el de grupos con operadores, ya que las razones de magnitudes se tratan como un grupo multiplicativo que opera sobre el grupo aditivo de las magnitudes mismas. En cuanto se adopta ese punto de vista, esos libros de Euclides pierden su carácter misterioso, y se hace fácil seguir la línea que lleva directamente de ellos a Oresme y Chuquet, y luego a Neper y los logaritmos".

Pero, ¿en qué consiste esta especie de *historia matemática*[11], como Weil la llama? Parece claro que sea lo que sea su *historia matemática*, no sólo es anacrónica, sino que además lleva a plantear una cuestión fundamental que aclara más su planteamiento: es decir, se trata de matemáticas con ejemplos históricos (MHE) y *no* de un ejemplo de la historia de las matemáticas (EHM). De nuevo aquí, MHE ≠ EHM.

A pesar de no tratarse de *historia*, el ejemplo de Weil es muy interesante en sí mismo como ejemplo de cómo tiende a pensar de modo natural un matemático sobre un problema matemático. Dados los resultados de Euclides, Weil los examina con un vasto repertorio de conocimientos de los que Euclides no disponía, y observa que toda la estructura del pensamiento de Euclides funciona gracias a ciertos principios subyacentes de teoría de grupos. Pero la perspectiva es *matemática*, y en realidad no va más allá de lo que Weil sabe en aquel momento sobre grupos multiplicativos y aditivos. Tal análisis, sin embargo, no ofrece nuevas perspectivas *históricas*.

Puede decirse que esto es cierto igualmente en relación con el análisis de Abraham Robinson sobre el uso de infinitésimos por Cauchy, basado en una reconstrucción que usa análisis no estándar. Esto es muy interesante matemáticamente, pero, de nuevo, no es en realidad *historia* de las matemáticas. De manera similar, si Robinson creía que el análisis no estándar hacía posible explicar por qué Leibniz se equivocó usando infinitésimos, la perspectiva, si hay realmente alguna, es matemática, no una perspectiva histórica sobre lo que Leibniz hizo con -o cómo concibió- su propio cálculo diferencial.

Las grandes ideas en matemáticas: la teoría del *olfato*

Si la visión de Weil de *por qué* se debería escribir historia de las matemáticas -*registrar la historia*, lo llamaría yo, en busca de *ejemplos heurísticos ilustrativos*- plantea problemas, también parece equivocarse en su idea de cómo se debería delimitar la historia de las matemáticas. Si la historia de las matemáticas debe estar constituida por las *grandes ideas* de la disciplina, entonces es necesario convenir qué constituye una *idea matemática*. En este punto Weil adopta la *teoría del olfato* (nose theory) de las matemáticas: el matemático *puede no ser capaz de definir qué es una idea matemática, pero le gusta pensar que cuando olfatea una, la reconoce*[12].

El infinito, por ejemplo, sólo olió como una idea matemática *después de que Cantor definiera los conjuntos equipotentes y probara algunos teoremas sobre ellos*[13]. Esto excluye, insiste Weil, todo lo que se ha dicho del infinito como parte de las matemáticas ya en los filósofos griegos y medievales, o en cualquier autor anterior aproximadamente a 1880. Las opiniones de los filósofos griegos sobre el infinito pueden ser de interés para los *filósofos*, dice, pero se niega a aceptar que tuvieran una gran influencia en la obra de los matemáticos griegos.

Si se piensa en los presocráticos, por ejemplo, como Anaximandro y sus ideas más bien vagas sobre el *apeiron*, entonces Weil puede estar en lo cierto. Pero, ¿no están las paradojas del movimiento de Zenón íntimamente relacionadas con el problema matemático del infinito, como lo estaban los esfuerzos de los pitagóricos para tratar el descubrimiento de magnitudes inconmensurables y la consiguiente resolución por Eudoxo del dilema de los inconmensurables por medio de su teoría de la proporción?

Sólo porque el infinito puede no haber sido tratado con total rigor matemático hasta Georg Cantor, ¿quiere esto decir que anteriormente el infinito no era considerado un problema matemático serio? ¿Y qué debería hacer el historiador de las matemáticas con toda la historia de los infinitésimos? ¿Es razonable afirmar que este tema ha entrado a formar parte de la historia de las matemáticas sólo después de la obra de Abraham Robinson y de la aparición del análisis no estándar (o con los varios otros pretendientes al mérito de haber desarrollado sistemas no arquimedianos rigurosos, admitiendo los infinitésimos bajo enfoques matemáticamente rigurosas, como du Bois-Reymond, Veronese, o más recientemente, Schmieden y Laugwitz)?

¿Cuándo podemos decir que los infinitésimos se convierten en una parte aceptable del registro histórico? La impresión es que Weil ha confundido de nuevo matemáticas con historia de las matemáticas: una cosa es decir que los infinitésimos no llegaron a ser una parte aceptable de las *matemáticas* hasta el siglo XX, pero es ciertamente erróneo concluir que no han sido una parte importante de la *historia* de las matemáticas hasta que no ha sido establecida su rigurosa validez[14].

¿Qué es lo que hace *historia*?

La restrictiva interpretación de Weil de lo que constituye una *idea matemática* en relación con la tarea de escribir historia de las matemáticas tiene su paralelo en un debate que se desató no hace mucho en relación con la historia de la mecánica y con la cuestión de quién debía escribirla. István Szabó, sucesor de Max von Laue en la cátedra de mecánica de la Universidad Técnica de Berlín entre 1948 y 1975, escribió un libro, *Geschichte der mechanischen Prinzipien*, que fue publicado en 1976.

Poco después de que von Laue escribiera su propia *Geschichte der Physik* en 1946, Albert Einstein le escribió alabando el libro que *con maestría había escogido lo más importante. Es verdaderamente útil,* continuaba Einstein, *que alguien que examina todo el panorama con tal inteligencia, sustraiga la historia del pensamiento humano de las manos de los filólogos y los popularizadores y presente el gran drama limpio del polvo de detalles insignificantes*[15].

Lo mismo podría decirse del libro de Szabó, *mutatis mutandi*, según Armin Hermann, profesor de Historia de la Ciencia y de la Tecnología de la Universidad de Stuttgart. Y aún así, amonesta Hermann, la cualificación de Szabó como físico no es suficiente para asegurar que tenga una comprensión apropiada de la *historia* de la disciplina.

Para empezar, la historia de Szabó se inicia en Galileo, porque, como él mismo explica, sólo se va a ocupar de *lo que, en el desarrollo de la mecánica clásica, hizo realmente 'historia'*[16]. Nada anterior a Galileo, afirma, fue suficientemente científico para poder calificarlo como parte de la verdadera historia de la mecánica. Esta afirmación suena ahora familiar: es virtualmente lo mismo en lo que insiste Weil respecto a la historia de las matemáticas. El infinito, por ejemplo, no tiene ningún lugar en la historia de las matemáticas hasta Georg Cantor.

Todo esto es semejante a decir que la teoría del flogisto no tiene sitio en la historia de la química, o que los epiciclos, deferentes y ecuantes no tienen lugar alguno en la historia de la astronomía. Análogamente, ¿puede uno imaginar la historia de la astronomía sin Ptolomeo o Copérnico, o de la mecánica celeste sin Descartes (¡sea lo que fuera lo que pensara sobre los vórtices!)? El problema en ambos casos, en el de Szabó y en el de Weil, es que ambos parecen asumir que la historia debería servir sólo a los intereses de lo que ha tenido éxito -según lo que ellos entienden por éxito-. Esto significa, retroceder partiendo de lo que los científicos en activo hoy consideran valioso o correcto, y juzgar entonces todo el pasado con los patrones de medida actuales.

Historia de las matemáticas: la visión *whig*

Una vez discutida la idea tan limitada de Weil según la cual la historia de las matemáticas debería escudriñar el pasado para obtener ejemplos ilustrativos y se debería ocupar sólo de ideas matemáticas *reales*, ¿hay alguna razón para poner en tela de juicio su pretensión de que los matemáticos deberían ocuparse de escribirla (y de que en realidad están en la mejor posición para hacerlo)? Por muy razonable que pueda parecer esta idea, si éste fuera de verdad el caso, es improbable que se llegara nunca a escribir mucho.

La mayor parte de los matemáticos activos tienen otros intereses distintos de la historia, que consisten precisamente en probar teoremas. George Mackey, a causa de las *presiones de su disciplina*, reconoce su interés por la historia, pero no tiene tiempo para hacerla. Además, para aquellos matemáticos que sí encuentran tiempo, la historia es muchas veces poco más que una cosa anecdótica. Y tampoco es tan importante la exactitud, especialmente si se está pensando sólo en el valor heurístico de los ejemplos históricos. Por otra parte, según Mackey, *ni la exactitud detallada de los historiadores ni la de los filósofos es beneficiosa pedagógicamente*. Un poco de historia es ya súficiente. Como admite Mackey, debido a las *presiones de su disciplina*, no está interesado en *una historia demasiado detallada*[17].

Pongamos por caso, sin embargo, que un matemático con *olfato para la historia* como dice Weil, es serio escribiendo historia con vistas a dilucidar los grandes resultados y métodos del pasado. Lo que puede esperarase en la mayor parte de casos es la aproximación *retroactiva* -o, de hecho, la retirada- a la historia. Este método es intrínsecamente ahistórico, y trae consigo el peligro inherente de escribir historia muy *whig* -en el sentido de que el progreso de las matemáticas que conduce al presente estado de cosas era casi inevitable-.

Como ha dicho Ivor Grattan-Guinness, quizás más expresivamente, los matemáticos[18]

> "suelen ver la historia como el registro de un 'camino real hasta mí', esto es, una estudio de cómo una teoría moderna particular surgió a partir de las antiguas teorías, en lugar de ser un estudio de esas teorías antiguas por su propio derecho. En otras palabras, confunden la pregunta '¿cómo llegamos hasta aquí?' con una pregunta diferente '¿qué sucedió en el pasado?'".

Haciendo esta clase de retrocesos, la historia *whig* lleva también consigo otro peligro inherente. Este está relacionado con el comprensible sentido de la propiedad que un matemático puede tener sobre resultados que conducen a su propio trabajo o área de especial interés. En el correspondiente del árbol genealógico de las matemáticas, del ahora al entonces, sólo los predecesores conocidos o supuestos de la propia obra que fueron *significativos* serán incluidos.

George Sarton[19] ilustró este problema de la visión del matemático de la historia con una metáfora genealógica gráfica:

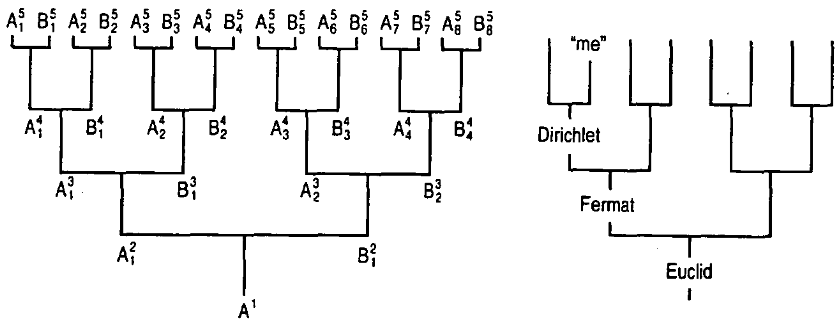

Figura 1

Suponiendo *n generaciones* de predecesores, de los 2^{n+1} caminos posibles desde la primera a la *(n+1)*-ésima, el método *retroactivo* examinará *n* predecesores e ignorará 2^n-n-1. Dejando aparte los números y los diagramas, no cabe pensar, siendo realistas, que el *árbol* de las matemáticas y la historia de su crecimiento y desarrollo pueda ser tratado adecuadamente de una forma tan arbitraria y parcial.

Como contraejemplos sencillos a la idea de que pueda haber algún camino recto que lleve del pasado histórico al presente en *cada una* de las direcciones, considérense los *diagramas* que algunos historiadores de las matemáticas han intentado trazar para mostrar las principales vías de influencia en la historia de la teoría de redes (Figura 2, de Herbert Mehrtens) y en la historia de las relaciones deductivas entre el axioma de elección, la hipótesis del continuo y los conjuntos no medibles (Figura 3, de Gregory Moore), por dar sólo dos ejemplos. En cada caso los diagramas pretenden dar una idea de la compleja interacción de diferentes individuos o ideas en múltiples direcciones, a veces simultáneamente, a menudo indirectamente[20].

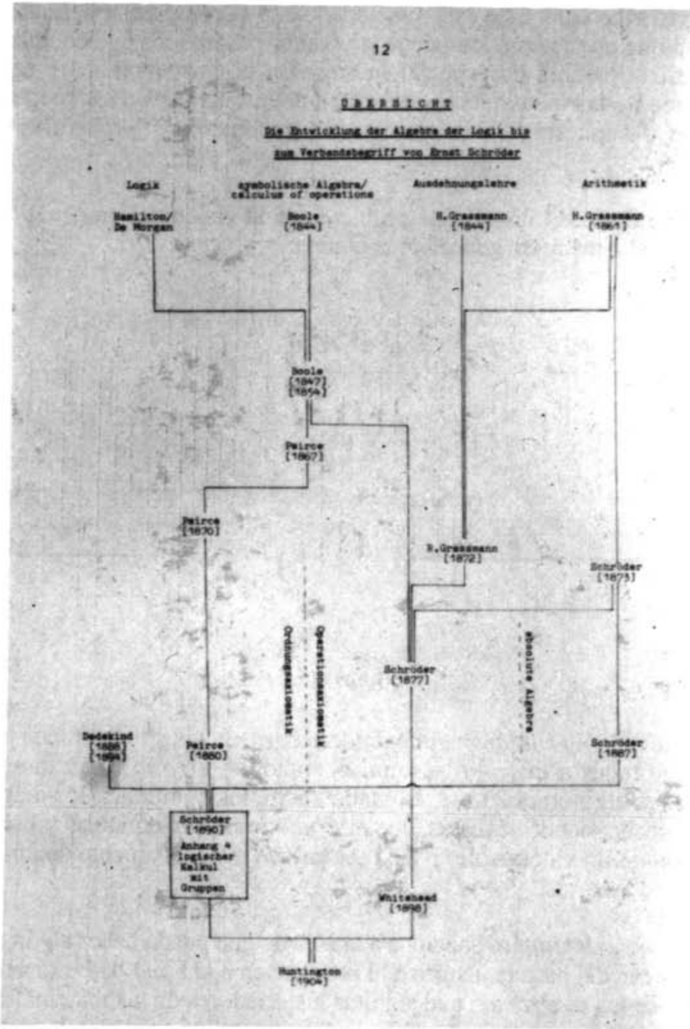
12
ÜBERSICHT
Die Entwicklung der Algebra der Logik bis
zum Verbandsbegriff von Ernst Schröder
Logik
symbolische Algebra/
calculus of operations
Ausdehnungslehre
Arithmetik
Hamilton/
De Morgan
Boole
[1844]
H. Grassmann
[1844]
H. Grassmann
[1861]
Boole
[1847]
[1854]
Peirce
[1867]
Peirce
[1870]
R. Grassmann
[1872]
Schröder
[1873]
Ordnungsaxiomatik
Operationsaxiomatik
Schröder
[1877]
absolute Algebra
Dedekind
Peirce
[1880]
Schröder
[1887]
Schröder
[1890]
Anhang 4
logischer
Kalkul
mit
Gruppen
Whitehead
[1898]
Huntington
[1904]

Figura 2

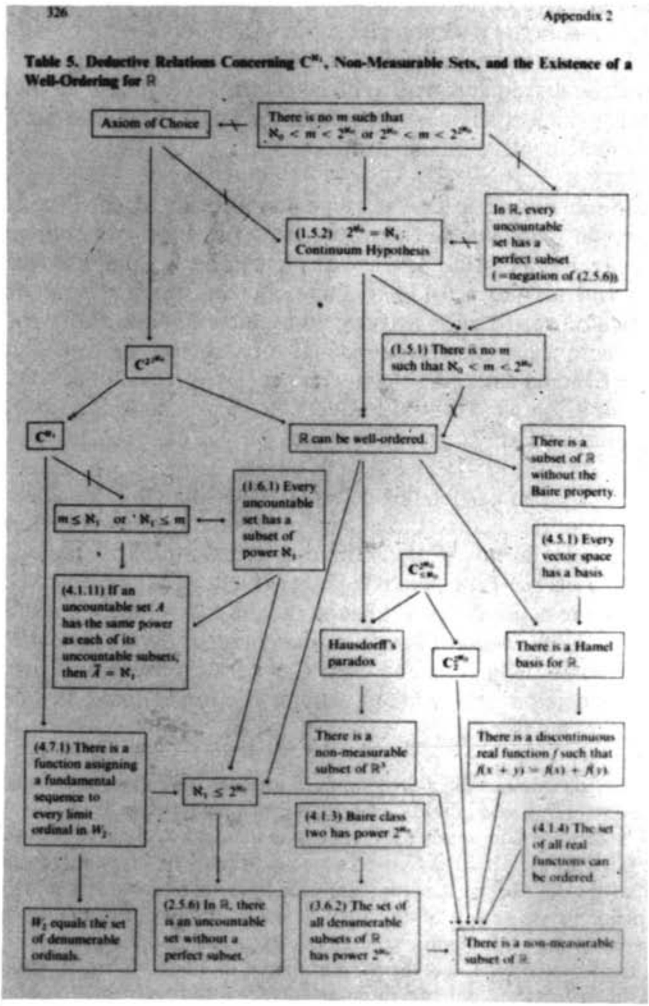
326
Appendix 2
Table 5. Deductive Relations Concerning $C^{\aleph_1}$, Non-Measurable Sets, and the Existence of a Well-Ordering for $\mathbb{R}$
Axiom of Choice
There is no m such that $\aleph_0 < \mathfrak{m} < 2^{\aleph_0}$ or $2^{\aleph_0} < \mathfrak{m} < 2^{2^{\aleph_0}}$
In $\mathbb{R}$, every uncountable set has a perfect subset (= negation of (2.5.6))
(1.5.2) $2^{\aleph_0} = \aleph_1$: Continuum Hypothesis
(1.5.1) There is no m such that $\aleph_0 < \mathfrak{m} < 2^{\aleph_0}$
$C^{2^{\aleph_0}}$
$C^{\aleph_1}$
$\mathbb{R}$ can be well-ordered
There is a subset of $\mathbb{R}$ without the Baire property
(1.6.1) Every uncountable set has a subset of power $\aleph_1$
$\mathfrak{m} \leq \aleph_1$ or $\aleph_1 \leq \mathfrak{m}$
(4.1.11) If an uncountable set A has the same power as each of its uncountable subsets, then $\bar{A} = \aleph_1$
(4.5.1) Every vector space has a basis
$C^{2^{\aleph_0}}_{\leq \aleph_0}$
Hausdorff's paradox
$C_2^{2^{\aleph_0}}$
There is a Hamel basis for $\mathbb{R}$
There is a non-measurable subset of $\mathbb{R}^3$
There is a discontinuous real function f such that $f(x + y) = f(x) + f(y)$
(4.7.1) There is a function assigning a fundamental sequence to every limit ordinal in W_2
$\aleph_1 \leq 2^{\aleph_0}$
(4.1.3) Baire class two has power $2^{\aleph_0}$
(4.1.4) The set of all real functions can be ordered
W_2 equals the set of denumerable ordinals
(2.5.6) In $\mathbb{R}$, there is an uncountable set without a perfect subset
(3.6.2) The set of all denumerable subsets of $\mathbb{R}$ has power $2^{\aleph_0}$
There is a non-measurable subset of $\mathbb{R}$

Figura 3

Escribir historia de las matemáticas

La habilidad creativa en matemáticas es claramente un don con el que pocos son favorecidos. Pero no se necesita ser un André Weil o un ganador de la Medalla Fields para entender y apreciar las matemáticas, habilidad ésta de un tipo totalmente diferente del lado creativo de las matemáticas, donde las nuevas técnicas, teoremas y demostraciones son apreciados por encima de todo. Weil no distingue suficientemente la una de la otra.

Precisamente sobre esta cuestión se viene dearrollando, desde hace algún tiempo, un debate de tonos similares entre ciertos filósofos y la comunidad interesada en las fronteras de la lógica y la ciencia de la computación. La controversia fue lanzada por el filósofo James Fetzer, quien recientemente atacó la idea básica de verificación de programas, diciendo que era imposible obtener demostraciones matemáticas de la corrección de un sistema computacional[21]. El tema en sí ya se planteaba en 1969: de entonces data un artículo escrito por C. A. R. Hoare titulado *Una base axiomática para la programación de ordenadores*[22].

No entraremos aquí en los detalles de este debate sobre si es posible o no obtener demostraciones de la corrección de un programa, pero la naturaleza *ad hominem* de un aspecto al menos del debate es relevante. Gran parte de la consternación producida por la posición de Fetzer entre científicos especialistas en computación está relacionada con el hecho de que este autor es un filósofo y no un matemático. Léase *historiador de las matemáticas* donde pone *filósofo* en el siguiente resumen de la situación escrito por Jon Barwise, y el aspecto *ad hominem* de la posición de Weil sobre el tema de los historiadores de las matemáticas se aclara mucho:

> "Muchas de las acusaciones dirigidas contra el artículo de Fetzer son típicas de los choques entre los científicos activos en un campo X cualquiera y los filósofos de X. El filósofo necesariamente intenta ofrecer un análisis de X en su estado actual al profano informado. El científico activo cree que el filósofo no ha captado un (o el) punto principal de X. Por frustración, demasiado a menudo se ve tentado a afirmar que simplemente no se puede entender X sin hacer X. Como matemáticos (sean X las matemáticas), podemos todos sin ninguna duda reconocer esta tentación. Pero tales reacciones no dicen realmente mucho contra el mensaje sostenido por el filósofo; simplemente intentan suscitar duda o ridículo sobre el mensajero"[23].

Weil, sin embargo, no ha resistido a la tentación. *Afirma* efectivamente que uno no puede entender las matemáticas sin *hacerlas*, y seguidamente pasa a *suscitar duda o ridículo* sobre los que escriben historia de las matemáticas sin ser preferentemente matemáticos como él.

Barwise, más moderado, prefiere ignorar tales reacciones y, como él dice, *llegar a la sustancia del debate*. En este caso, la sustancia fue expresada del modo más brillante por Ken May:

"Yo creo que la historia puede y debería ser socialmente útil, para los historiadores de la ciencia, para quienes hacen política, para los estudiantes y usuarios de las matemáticas, para el lego en la materia culto, y sobre todo para los matemáticos, que son sus más genuinos consumidores y los creadores de su materia prima.

La historia de las matemáticas parece haber llegado a un punto de despegue hacia el estudio serio de los desarrollos recientes, y un vuelo afortunado requiere la colaboración de los historiadores y los matemáticos creativos"[24].

Weil defiende básicamente algo que corresponde a una visión muy anticuada de las matemáticas, aceptada sin duda durante la mayor parte de su historia, pero que ya a finales del siglo pasado empezaba a decaer. En esto, su confianza (al menos en su conferencia de Helsinki sobre quién debería escribir la historia de las matemáticas y para quién) en autoridades no más recientes que Moritz Cantor (1829-1920), Paul Tannery (1843-1904), y Gustav Eneström (1852-1923), puede haber contribuido al problema, porque lo que Weil parece tener en mente es el modelo *acumulativo* de la historia de las matemáticas. Desde este punto de vista las matemáticas son consideradas un almacén de teorías y teoremas *correctos*. La tarea del historiador es simplemente tomar lo mejor de esto como grandes ejemplos de resultados y métodos y mostrar cómo llegaron a ser obtenidos. Los errores, los experimentos fallidos o los razonamientos defectuosos son todos barridos debajo de la alfombra.

Historia de las matemáticas: la perspectiva del historiador

Pero las matemáticas no son sólo *matemáticas*, esto es, no son simplemente un depósito de resultados correctos. Si Weil estuviera más favorablemente dispuesto hacia la filosofía de las matemáticas, creo que algo como el libro *Proofs and Refutations* de Imre Lakatos podría aclarar este punto. Las matemáticas consideradas intelectualmente como la resolución de puzzles tienen algo en común con las ciencias experimentales. Cuando los matemáticos hacen realmente matemáticas, consideran varias hipótesis y posibilidades, hallan lo que *funciona* y lo que *no funciona* y muchas veces mejoran sus resultados gracias a la interacción social con otros matemáticos. El Congreso de Kyoto recién celebrado es un claro ejemplo de este fenómeno en acción. En resumen, las matemáticas son una actividad mucho más compleja -y mucho más sugestiva y llena de desafíos- de lo que luego aparece en libros o artículos como *matemáticas.*

El reciente análisis de Herbert Mehrten de los orígenes y desarrollo de la teoría de redes confirma esta última afimación de forma modélica. Como muestra Mehrtens, la teoría de redes apareció de muchas maneras diferentes, como resultado de diversos motivos y diferentes aproximaciones. La definitiva aceptación de la teoría de redes y su emergencia como una rama reconocida de las matemáticas en los años 30 del siglo XX fue un proceso social, afirma este autor, a la vez que una cuestión de matemáticas técnicas[25].

En conclusión, prefiero adoptar una visión más amplia de la historia de las matemáticas antes que a las estrechas miras de Gustav Eneström o André Weil. En esto creo que George Sarton estaba en lo cierto cuando escribió que *realmente la historia de las matemáticas debería ser el núcleo de la historia de la cultura*[26]. Pero si es escrita sólo por matemáticos con los ojos puestos únicamente en la utilidad de los descubrimientos o métodos pasados para la formación o el uso de la generación actual de matemáticos, esto nunca podrá llegar a ser así.

Este objetivo exclusivo resultaría verdaderamente limitado, especialmente porque los métodos y aproximaciones a las matemáticas modernas se están volviendo cada vez más especializados y con menos conexión con los problemas y métodos que fueron tratados por los matemáticos de las generaciones anteriores. Los contenidos y métodos antiguos resultan a menudo extraños e incluso irrelevantes para el trabajo actual de los matemáticos, y esto es sin duda cierto para la historia de la disciplina hasta, digamos, 1800, pero incluso también para amplios sectores de las matemáticas del siglo XIX.

Hay todavía otro aspecto de la idea de Sarton de que las matemáticas deberían ocupar una posición central en la historia de la cultura que merece atención. Es el triste hecho de que si la historia de las matemáticas se limita a los intereses de los matemáticos, como si se tratase básicamente de un instrumento heurístico para la preparación de quienes practican la disciplina, la historia de la ciencia (y a su vez la historia de la cultura) sufrirá mucho. Una vez más hay que recordar, como George Sarton sabía muy bien[27]:

> "Separa los desarrollos matemáticos de la historia de la ciencia y suprimirás el esqueleto que soportaba y mantenía unido todo lo demás".

Hace poco más de cincuenta años, Sarton publicó su guía para *The Study of the History of Mathematics* (1936), en la que señalaba que la historia de la ciencia era una *historia secreta* -y la historia de las matemáticas un secreto dentro del secreto-, porque mientras muchos estudiosos podían conocer algo de la historia de la ciencia en general, no se podía esperar que muchos matemáticos, científicos o incluso especialistas en historia de la ciencia pudieran saber mucho sobre historia de las matemáticas[28]. Si deseamos que esta disciplina sea menos un *secreta secretorum* y más una parte de la historia de la ciencia y de la cultura en general, del Este y del Oeste, entonces debemos apoyar y no limitar su desarrollo. Cualquiera que disponga de los medios y el interés para poder hacer esto debería ser animado a unirse al creciente esfuerzo internacional para estudiar, enseñar y escribir la historia de las matemáticas.

NOTAS

1 WEIL, A. (1980) "History of Mathematics: Why and How". In: O. Lehto, (ed.) *Proceedings of the International Congress of Mathematicians (Helsinki, 1978)*. Helsinki, Academia Scientiarum Fennica, vol. 1, 227-236.

2 GRABINER, J. (1975) "The Mathematician, the Historian, and the History of Mathematics". *Historia Mathematica, 2,* 439-447; esp. p. 443.

3 GRABINER [1975, p. 439].

4 Citado en Weil [1980, p. 227] de C. I. GERHARDT (ed.) *Mathematische Schriften*, vol. 5, p. 392.

5 Véase KEILL, J. (1714) "Réponse aux auters des remarques, sur le différence entre M. de Leibniz et M. Newton". *Journal Litéraire de la Haye, 2* (julio-agosto), 445-453 y AITON, E. J. (1972) *The Vortex Theory of Planetary Motions.* London, Macdonald, p. 138.

El mismo tipo de argumento fue usado también por Leibniz y especialmente por Johann Bernoulli, quienes hicieron todo lo que pudieron para desacreditar la competencia de Newton como matemático tal y como se reflejaba en los *Principia*. Como ha dicho A. R. Hall: *Se hicieron todo tipo de esfuerzos para condenar [a Newton] por error e ignorancia porque no se podía concebir que un matemático tan débil hubiera inventado el cálculo.* [HALL, A. R. (1980) *Philosophers at War. The Quarrel Between Newton and Leibniz.* Cambridge, Cambridge University Press, p. 193].

6 RAPHSON, J. (1715) *The History of Fluxions, Shewing in a Compendious Manner the first Rise of, and various Improvements made in that Incomparable Method.* London, W. Pearson, p. 19. Newton intervino también secretamente en el libro de Raphson. Contribuyó a la preparación de una versión latina para el continente, y en una segunda edición inglesa Newton hizo sus propias adiciones. Como ha dicho Hall [1980, p. 226] al respecto, Newton amoldó el libro de Raphson firmemente y secretamente a sus propios fines.

7 Existen varios estudios biográficos sobre Robinson, entre ellos: SELIGMAN, G. (1979) "Biography of Abraham Robinson". En: H. J. Keisler *et al.* (eds.), *Selected Papers of Abraham Robinson*. New Haven, Yale University Press, vol. 1, xiii-xxxii; y DAUBEN, J. (1990) "Abraham Robinson". In: *The Dictionary of Scientific Biography*. New York, Scribners, Supplement II, 748-751.

8 ROBINSON, A. (1966) *Non-Standard Analysis*. Amsterdam, North-Holland. 2ª edición, 1974.

9 LAKATOS, I. (1978) "Cauchy and the Continuum: The Significance of Non-standard Analysis for the History and Philosophy of Mathematics". In: J. Worrall y G. Currie (eds.), *Mathematics, Science and Epistemology: Philosophical Papers*. Cambridge, Cambridge University Press, vol. 2, 148-151. Reimprimido en *The Mathematics Intelligencer, 1* (1979), 151-161, con una nota, "Introducing Imré Lakatos", en pp. 148-151.

Una discusión más detallada de la aplicación de Lakatos del análisis no estándar en su *reconstrucción racional* de la comprensión de Cauchy de los infinitésimos se presenta en DAUBEN, J. (1987) "Abraham Robinson and Nonstandard Analysis: History, Philosophy and Foundations of Mathematics". In: P. Kitcher y W. Aspray (eds.), *New Perspectives on the History and Philosophy of Mathematics*. Minneapolis, University of Minnesota Press, 177-200; véase también (1989) "Abraham Robinson: Les Infinitesimaux, l'Analyse Non-Standard, et les Fondements des Mathématiques". In: H. Barreau (ed.), *La Mathématique Non-Standard* (Fondements des Sciences). Paris, Editions du CNRS, 157-184.

10 Weil [1978, p. 232].

11 No se debería pasar por alto que a lo largo de todo el artículo Weil insiste en el fastidioso uso del término *historia matemática* cuando realmente quiere decir *historia de las matemáticas*. Los dos términos no son equivalentes. La *historia matemática*, MH, es la historia analizada con los instrumentos de las matemáticas y la estadística, generalmente conocidos como *cliométricos*. La *historia de las matemáticas*, HM, es cualquier intento de entender cómo eran las matemáticas en el pasado y cómo llegaron a ser así. ¡Los conceptos *no* conmutan! MH $\neq$ HM. Una útil discusión de esta distinción se puede ver en GRATTAN-GUINNESS, I. (1990) "Does History of Science Treat of the History of Science? The Case of Mathematics". *History of Science, 28*, 149-173, especialmente p. 149.

12 Weil [1978, p. 230].

13 Weil [1978, p. 230].

14 En el tema del infinito Weil añade, con aire condescendiente, que por otra parte podría ser de interés para la filosofía, lo que le lleva a decir en tono de broma que *algunas universidades han establecido cátedras para 'la historia y filosofía de las matemáticas'; me es difícil imaginar lo que estas dos materias pueden tener en común*. Esta afirmación resulta verdaderamente extraña, teniendo en cuenta que Weil, escribiendo desde su posición en el Institute for Advanced Study de Princeton, conocía entre sus colegas del centro la figura dominante de Kurt Gödel, en cuya obra puede decirse que la historia y filosofía de las matemáticas se encuentran de un modo especialmente relevante. Pero esta idea de que la filosofía es irrelevante para las matemáticas parece ser un sello de la escuela Bourbaki.

15 Carta inédita de Albert Einstein a Max von Laue, 15 de mayo de 1947, citada en la introducción de Armin Hermann a la edición especial de la obra: SZABO, I. (1976) *Geschichte der mechanischen Prinzipien und ihrer wichtigsten Anwendungen*. Basel, Birkhäuser Verlag; el *Begleitwort* de Armin Hermann acompaña la 2ª edición, 1979, p. xi. Agradezco a Christoph Scriba el haberme señalado este notable caso de la introducción de Hermann a esta edición de la historia de Szabó.

16 Véase la discusión de este punto en la introducción de Hermann a Szabó [1979, pp. xi-xiii].

17 MACKEY, G. (1975) "Remarks made at the Workshop on the Evolution of Modern Mathematics". *Historia Mathematica, 2*, 446-447.

18 Grattan-Guinness [1990, p. 157].

19 SARTON, G. (1936) *The Study of the History of Mathematics*. Cambridge, Mass., Harvard University Press. Reimpresión, New York, Dover, 1957, p. 6. La figura de Sarton aparece a la izquierda; la *versión Grattan-Guinness* está a la derecha. Diagrama reproducido con permiso de Harvard University Press.

20 Las figuras 1 y 2, respectivamente, proceden de: MEHRTENS, H. (1979) *Die Entstehung der Verbandstheorie*. Hildesheim, Gerstenberg Verlag, p. 12; y MOORE, G. H. (1982) *Zermelo's Axiom of Choice. Its Origins, Development, and Influence*. New York, Springer-Verlag, p. 326. Diagramas reproducidos con permiso de Gerstenberg Verlag y Springer-Verlag, respectivamente.

21 FETZER, J. (1988) "Program verification: The Very Idea". *Communications of the Association for Computing Machinery, 31* (septiembre), 1048-1063.

22 HOARE, C. A. R. (1969) "An Axiomatic Basis for Computer Programming". *Communications of the Association for Computing Machinery, 12*, 576-580.

23 BARWISE, J. (1989) "Mathematical Proofs of Computer System Correctness". *Notices of the American Mathematical Society, 36* (septiembre), 844-851, esp. pp. 845-846.

24 MAY, K. O. (1975) "What is Good History and Who Should Do It?". *Historia Mathematica, 2*, 449-455.

25 Mehrtens [1979].

26 Sarton [1936, p. 4].

27 Sarton [1936, p. 4].

28 Sarton [1936, p. 7].