LLULL, vol. 16, 1993, 265-284

LAS MATEMATICAS EN LA ENCICLOPEDIA DE DIDEROT Y D'ALEMBERT

LUBOS NOVY*
Academia de Ciencias de Praga

RESUMEN

En este artículo se considera la concepción de las matemáticas presentada en la Encyclopédie *y el papel que a éstas se otorga, a partir de las consideraciones del* Discours préliminaire *y de los principales artículos consagrados a la disciplina. Se sitúa esta concepción en el marco general de la evolución de las matemáticas, especialmente en el siglo XVIII.*

ABSTRACT

In this paper the idea and the role of mathematics presented in Diderot and d'Alembert Encyclopédie *is considered, taking into account the* Discours préliminaire *and the main mathematical articles. This views are placed in the context of the general evolution of mathematics, particulary during the 18th century.*

Palabras clave: Matemáticas, Siglo XVIII, d'Alembert, Diderot, Ilustración.

1. El elemento científico esencial de la revolución científica del siglo XVII fue la mecánica -y, eventualmente, otros campos de la física-, apoyándose, por un lado, en la utilización de los experimentos para encontrar solución a los problemas científicos planteados, y por otro, en las matemáticas como un medio potente para la creación de teorías lógicamente bien elaboradas y obtenidas a partir de experimentos cuantitativos.

---

* Versión castellana de José Antonio Cervera.

Recibido el 15 de septiembre de 1992

En relación con esta evolución, ligada a antiguas fuentes que se remontan al Renacimiento, se habla de la creación de una nueva imagen del mundo que suele calificarse de *mecánica* (de un modo, en mi opinión, no del todo preciso)[1]. Esta nueva imagen del mundo, nacida en el contexto de unas nuevas condiciones sociales, en el círculo de ideas de la filosofía ilustrada francesa, proporcionó también algunos de los principios que sustentaron una de las obras más importantes e influyentes del siglo XVIII, la *Enciclopedia* francesa[2]. Es evidente que, en este contexto, las ciencias matemáticas y físicas constituyeron una parte importante del contenido de la *Enciclopedia.*

En este artículo no se pretende abarcar este conjunto científico en su totalidad; nuestros fines son más modestos. Pretendemos indicar el papel y la concepción de las matemáticas en esta obra, mostrar algunas claves históricas y científicas y situar las matemáticas de la *Enciclopedia* francesa en el marco de la evolución general de las matemáticas y, en particular, de las matemáticas del siglo XVIII. Dejamos de lado, por lo tanto, la valoración histórica más detallada del nivel de las matemáticas de la *Enciclopedia.*

Se suele hablar de las matemáticas del siglo XVIII como de una cadena de descubrimientos científicos cada vez más universales, que arranca de las nuevas ideas y de los nuevos contextos científicos que el siglo de la revolución científica dio a las matemáticas. El objeto de las matemáticas cambió profundamente en el siglo XVII: se comenzaron a estudiar sistemáticamente las magnitudes variables y se descubrieron nuevos campos, estudiados sobre todo por medio de la geometría analítica y el cálculo infinitesimal. El segundo rasgo que las caracterizó fue la conexión con la mecánica de la época, presentada ya en la obra de Isaac Newton *Principia mathematica philosophiae naturalis* (1687), que llegó a trazar un programa fundamental del futuro desarrollo de las ciencias matemáticas, sobre todo el progreso del cálculo infinitesimal orientado hacia los problemas de la mecánica. Esta evolución, marcada por los nombres de G.W. Leibniz, los hermanos Bernouilli, A.G. Clairant y otros y expresada en la obra de L. Euler, culminó en el libro de J.L. Lagrange *Mecánica analítica* (1788), y más tarde en la obra de P.S. Laplace *Mecánica celeste.* En relación con este ágil desarrollo se suele afirmar que el siglo XVIII consagró poca atención a las cuestiones de la exactitud y de los fundamentos de las matemáticas; pero esto no es del todo exacto, pues una tal valoración es correcta sólo si se establece una comparación con la evolución de la primera mitad del siglo XIX.

2. La unidad principal de la *Enciclopedia* es el artículo, cuyo carácter es muy diferente según los casos. Las páginas in-folio están impresas en dos columnas, cada una de las cuales tiene por término medio 74 líneas con 50

letras minúsculas. La extensión de un artículo varía entre 2 ó 3 líneas y algunas decenas de páginas. Los artículos no tienen una estructura dada y cabe suponer que incluso la lista de los artículos no fue preparada con antelación; al contrario, al ir siendo completada ésta cambió sucesivamente la forma y la estructura de los artículos. Muchos artículos se componen de varias partes que podrían ser artículos independientes; incluso, en ocasiones, un artículo está escrito por dos o tres autores, que se complementan mutuamente. Estos hechos son importantes para la determinación de los artículos matemáticos.

Consideraremos como artículos matemáticos: 1. Los artículos designados en el encabezamiento por los autores o los editores como matemáticos, geométricos, aritméticos, etc. 2. Las partes de artículos cuyo contenido es matemático. 3. Los artículos que pertenecen hoy a las matemáticas como, por ejemplo, los de cálculo de probabilidades[3].

Considerando los artículos matemáticos de los tres tipos descritos anteriormente, hemos localizado, en los 17 volúmenes de la *Enciclopedia*, 731 artículos matemáticos. El número de artículos varía de 94 en el volumen IV a 14 en el último. Por término medio, pues, aparecen 43 artículos por volumen[4]. Si aceptamos el cálculo de que los 17 volúmenes de la *Enciclopedia* tienen 16.169 páginas y 71.818 artículos obtenemos el resultado de que los artículos matemáticos representan alrededor del 1'012% del total de artículos[5].

3. Como se indica en la portada, la *Enciclopedia* es una obra hecha *por una sociedad de hombres de letras* y su editor fue Diderot y junto a él, *en cuanto a la parte matemática*, d'Alembert. En el *Discurso preliminar* de los editores [I, I-XLV], en el cual se utiliza el plural para mostrar que se habla de los dos autores, d'Alembert constata [I, XLIII], que él escribió[6], redactó o completó todos los artículos de matemáticas y de física general. Principalmente escribió los artículos consagrados a las matemáticas trascendentes. Por supuesto que en el círculo de autores hubo muchos matemáticos. La lista de los colaboradores muestra, por ejemplo, que la aritmética elemental fue redactada por de la Chapelle[7]. En las condiciones particulares en las cuales la edición de la *Enciclopedia* fue avanzando es muy difícil precisar los autores de un gran número de artículos, pese a que existe una literatura bastante rica sobre el tema. Fue d'Alembert, uno de los más grandes matemáticos del siglo XVIII y un hombre de amplias miras sociales y científicas, quien determinó el nivel y las ideas principales de los artículos matemáticos.

Como es bien conocido, los adversarios, sobre todo del lado de algunos círculos eclesiásticos, criticaron algunas ideas de los enciclopedistas ya a partir del segundo volumen. Los redactores fueron muy prudentes y en el volumen III publicaron su defensa [III, I-XIV]. Los ataques se multiplicaron y una gran crisis comenzó tras la aparición del séptimo volumen en 1757. Uno de los motivos de polémica fue el artículo *Ginebra* [VII, 574-578], firmado por d'Alembert, en el que las condiciones sociales y humanas de Ginebra son descritas con gran simpatía, resaltando la tolerancia religiosa y la constitución republicana. Las campañas contra la *Enciclopedia* condujeron a la prohibición de su publicación en Francia. Los preparativos y la edición de los volúmenes siguientes fueron clandestinos.

En los años siguientes los diez últimos volúmenes tuvieron que esperar hasta ser publicados en 1765. En particular, d'Alembert suspendió su colaboración en la redacción y en la edición de la *Enciclopedia*, pero, ¿la suspendió realmente? Es muy difícil verificar cómo fueron preparados los volúmenes publicados después de 1757.

Los diez volúmenes necesitaron una cierta preparación. En la *Enciclopedia* hay más de 1.400 artículos con la firma de d'Alembert, aunque en los primeros siete volúmenes hay más del doble de artículos firmados por d'Alembert que en los diez siguientes. Pero parece que el perfil general de los artículos matemáticos no cambió: los artículos llevan en su mayoría el sello de d'Alembert, o al menos, el de su círculo de ideas.

4. El primer boceto de la concepción y de la estructura de la *Enciclopedia* fue publicado en 1750 bajo el título *Prospectus de l'Encyclopédie*. Fue suscrito por Diderot. Por su parte, d'Alembert es el autor del prefacio al primer volumen (1751), titulado *Discours préliminaire des Editeurs* [I, I-XLV][8]. Pero a éste siguieron los ensayos *Explications sur la division des connaissances humaines* [I, XLVII-L] y *Observations sur la division des sciences du chancelier Bacon* [I, LI-LII], escritos por Diderot. Un esquema titulado *Système figuré des connaissances humaines*[9] constituye el anexo del *Prospectus*. En todos los fragmentos citados se observa la tendencia a dar a las matemáticas un lugar importante en el sistema del saber y el intento de caracterizar el objeto de las matemáticas y sus partes en aquella época. Las formulaciones empleadas en estos textos no son idénticas entre sí, pero en mi opinión se trata de expresiones diferentes de ideas semejantes y considero que los autores no reflexionaron profundamente sobre la posible explicación de sus variadas formulaciones, lo cual, en realidad, encaja con el estilo de toda la *Enciclopedia*.

5. Precisamente en el prefacio de la *Enciclopedia* [I, I] se señala que la obra tiene dos fines: en su calidad de enciclopedia tiene por finalidad, en la medida de lo posible, explicar el orden y el encadenamiento de los conocimientos humanos; en su calidad de diccionario razonado de las ciencias, las artes y los oficios, comprende los principios fundamentales de cada ciencia y cada arte (artes liberales o mecánicas) y los detalles más importantes que constituyeron su forma y su esencia[10].

De aquí resulta la doble clasificación e incluso la doble concepción de las partes matemáticas. Por esta razón el *Discours préliminaire des Editeurs* está dividido en dos partes principales. La primera explica el orden y el encadenamiento de los conocimientos humanos. Naturalmente, ésta tiene un sentido filosófico escondido. En ella se afirma que todos nuestros conocimientos [I, I-II] son, bien adquiridos directamente o apoyados en nuestros sentidos, bien adquiridos por la reflexión. Esto lleva a los autores a la conclusión de que las percepciones sensoriales constituyen una prueba de *la existencia de los objetos exteriores* [I, II][11]. El conjunto de los objetos forma la naturaleza que la ciencia examina. Motivaciones principales de la investigación científica son la utilidad de los conocimientos y la curiosidad.

Todos los objetos, se añade a continuación, tienen cualidades determinadas. Su cualidad general se manifiesta en el espacio. Aquí se percibe una cierta discusión implícita con el espacio absoluto de Isaac Newton, que d'Alembert apreciaba mucho. A pesar de ello, escribió:

> "Todo nos lleva a considerar el espacio como el lugar de los cuerpos, si no real, al menos supuesto; en efecto, gracias a la ayuda de las partes de este espacio consideradas como penetrables e inmóviles, llegamos a formarnos la idea más neta que podemos tener del movimiento" [I, V].

Así, esta reflexión conduce a la comprensión de la forma y de la extensión de los cuerpos, lo cual es *el punto de vista más general y más abstracto*. En este sentido la extensión es el objeto de la geometría que *considera primero la extensión limitada por una sola dimensión, después por dos, y por fin por las tres dimensiones que constituyen la esencia del cuerpo inteligible, es decir, de una porción del espacio limitada en todos los sentidos por límites intelectuales*. Después el autor añade esta reflexión:

> "... por operaciones y abstracciones sucesivas de nuestro espíritu, despojamos a la materia de casi todas sus propiedades sensibles, para, de alguna manera, no considerar más que su fantasma...".

El texto pasa de la definición del objeto de la geometría a la definición del objeto de la aritmética. En resumen, estudiando cuerpos geométricos calculamos y estudiamos las relaciones entre sus diversas partes y llegamos a la aritmética o la ciencia de los números, que es[12].

"el arte de encontrar de una manera abreviada la expresión de una relación única que resulta de la comparación entre muchas otras. Las diferentes maneras de comparar esas relaciones dan diferentes reglas de la Aritmética".

A continuación el autor separa los cálculos aritméticos de su base geométrica y afirma que las expresiones *bajo una forma general* se vuelven simples y generales. *La ciencia o el arte de fijar así las relaciones es lo que se llama Algebra.* Mediante la generalización de ideas cuya base es el cálculo y el espacio, llegamos *a esta parte principal de las Matemáticas y de todas las Ciencias naturales que se llama ciencia de las magnitudes en general; es decir, de todo lo que es susceptible de aumentar o de disminuir* [I, VI].

Así la explicación va a parar a la ciencia más general sobre las propiedades de la materia *y no podríamos ir más lejos sin salir completamente del Universo material.*

Resumimos brevemente el resto de las reflexiones de esta primera parte: los resultados matemáticos pueden ser aplicados, esto es, se puede añadir a los resultados generales y a los objetos las propiedades de las que hemos hecho abstracción. Así, añadiendo la estanqueidad de los cuerpos, sus interacciones, el equilibrio y el movimiento, etc, llegaremos al objeto de la mecánica. La unión de la geometría y de la mecánica nos da las ciencias físico-matemáticas[13].

Intentemos situar las opiniones del editor de la *Enciclopedia* sobre la naturaleza del objeto de las matemáticas en el marco más amplio de la evolución de las matemáticas de la época. Hasta principios del siglo XVII, las disciplinas geométricas y aritméticas se desarrollaban con una cierta independencia. La geometría elemental que partía de Euclides era un ejemplo de exactitud inalcanzable por su construcción deductiva y lógica. La aritmética y la geodesia tenían más bien un carácter práctico. El progreso del álgebra, especialmente durante el siglo XVI, creó la base de la unión entre la geometría y el álgebra bajo la forma de la geometría analítica. La relación entre las dos partes de las matemáticas de aquella época empezó a cambiar. La obra de Newton *Arithmetica universalis* (1704) tuvo una gran influencia. Esta obra exponía de forma bastante simple una visión general de las *magnitudes*. Esta visión se reproduce también, en el fondo, en el *Discours préliminaire*.

La idea de que una magnitud está caracterizada por el aumento o la disminución y puede corresponder a la aritmética o a la geometría predominaba en aquel período. Las diferencias concernían sobre todo a la delimitación de los dos tipos de magnitudes y las relaciones entre ellas. Algunos manuales prácticos y algunos estudios de matemáticas consideraban como magnitudes principales las de la aritmética. En contra de esto se arguyeron dos razones: una presentación de las matemáticas lógicamente exacta y coherente estuvo siempre fuera del alcance de la aritmética de la época que, en la medida en que buscaba una explicación más precisa y deductiva, recurría a nociones y procedimientos deductivos de la geometría elemental. El segundo motivo resultaba de los problemas para determinar más exactamente y sin ayuda de la geometría el objeto de la aritmética: los propios cálculos de magnitudes negativas (y las operaciones entre ellas, como multiplicación y división), con las cuales se operaba normalmente, exigieron el uso de nociones suplementarias que excedían las fronteras de la aritmética[14].

De este modo, la exposición de una aritmética axiomática se quedó más bien en un deseo. A pesar de estas dificultades, bien conocidas en general en el siglo XVIII, se fue delineando progresivamente la tendencia a considerar la aritmética como la parte más general y básica de las matemáticas.

Las ideas publicadas en el *Discours préliminaire* representan así una simbiosis de dos puntos de vista. Por una parte, la incorporación de las matemáticas en su conjunto a las ciencias naturales es muestra de un espíritu que sigue el punto de vista filosófico de los enciclopedistas en relación con las ciencias que estudian el mundo exterior; además se explica la vía según la cual es posible la aplicación de las matemáticas, cuestión ésta que había planteado graves problemas a muchos autores durante una larga etapa histórica. Por otra parte, deducen el objeto de las matemáticas y de sus partes y llega después a la comprensión general de magnitud, lo que constituye quizás una cumbre de la evolución del espíritu matemático antes del siglo XIX.

6. En el *Discours préliminaire* se concede también una atención especial a la cuestión de la veracidad y la certidumbre de los resultados científicos. Es posible, con una cierta simplificación, resumir el punto de vista que allí se expone con algunas afirmaciones simples. Las ciencias matemáticas [I, VIII] se benefician de una cierta simplicidad de su objeto, pero no todas las ciencias tienen resultados tan seguros.

Por esto la ciencia matemática es cada vez más abstracta y cada vez más segura; así, el álgebra, que es la más abstracta, es la más segura. Hay que añadir a esto una afirmación general:

"Las nociones más abstractas, que la mayoría de los hombres considera más inaccesibles, son a menudo las que poseen una mayor luz. La oscuridad se apodera de nuestras ideas a medida que examinamos en un objeto más propiedades sensibles".

Los autores expresan el carácter de axioma con prudencia. Respecto a la interpretación de Leibniz de los axiomas fundamentales como formulaciones idénticas, afirman:

"¿qué son la mayor parte de los axiomas de los que tan orgullosa está la geometría, sino la expresión de una misma idea simple por dos signos o palabras diferentes".

Aunque se emplee la expresión *idea simple*, en toda esta parte no aparece ninguna justificación de la simplificación necesaria y tampoco de la verdad de los axiomas fundamentales, del tipo de las que aparecen a menudo en la evolución de Descartes a Bolzano[15]. Sin más explicación, se limitan a afirmar la expresión matemática: ... *considerados sin prejuicios, se reducen a un número bastante pequeño de verdades primitivas.* Lo que se entiende por verdades primitivas no es explicado.

En otros párrafos de la primera parte del *Discours préliminaire*, vuelven los autores a temas de las ciencias matemáticas en diversos contextos que muestran la incorporación de las matemáticas al sistema del saber. Los autores comparan la creación matemática con la artística y constatan que un matemático y un poeta necesitan la misma imaginación, pero que la utilizan de distinta forma[16]; examinan la relación entre la probabilidad, la seguridad y la evidencia, pero la consideran solamente como una cualidad de nuestras ideas[17].

Después de estas reflexiones, se explica sucesivamente todo el sistema de conocimientos comprendidos en la *Enciclopedia*. Uno de los rasgos característicos que se manifiesta de forma general en el siglo de las luces francés es, junto a la riqueza de las ideas, las afirmaciones claras y audaces y el énfasis en la contribución personal de los genios-creadores individuales, un particular escepticismo crítico[18]; éste hace constatar a los autores, por ejemplo, que para obtener una clasificación de nuestras nociones generales es necesaria una cierta dosis de buena voluntad que se manifiesta siempre [I, XV] que nuestras nociones no nos permiten identificar algunos matices, y que *el Universo no es más que un vasto Océano, sobre la superficie del cual vemos algunas islas más o menos grandes, cuya unión con el continente permanece oculta.*

7. Centraremos a continuación la atención en el problema del lugar que los autores de la *Enciclopedia* conceden a las ciencias matemáticas en el sistema de nociones. No consideran que su sistema sea muy original[19], y sobre todo subrayan su continuidad genética con el sistema de Francis Bacon. A este autor dedican una atención bastante grande en el *Discours préliminaire* [I, XXIV-XXV], donde lo llaman *el inmortal Canciller de Inglaterra, Francis Bacon,* cuya obra, *nacida en el seno de la noche profunda,* señaló la dirección a otros trabajos; y aclaran que fue él quien más contribuyó al sistema enciclopédico. Algo más tarde constatan:

> "algunas divisiones, como la de las Matemáticas en puras y mixtas, que nos son comunes con Bacon, se encuentran en todos sitios, y son, por consiguiente, patrimonio de todo el mundo"[20].

En la *Enciclopedia,* el sistema de nociones está repartido en tres dominios [sobre todo en I, XLVII-XLVIII]: 1. Memoria, y de aquí la historia, 2. Razón, de donde aparece la filosofía, 3. Imaginación, de donde aparece la poesía.

Si el primer dominio, con la excepción de la historia propiamente dicha, implica todas las nociones prácticas y artesanales, de acuerdo con la idea de que su base es la memoria, el segundo dominio es el de las ciencias. Es un dominio muy vasto. *No hay casi ningún objeto percibido por los sentidos, cuya reflexión no haya formado una Ciencia.* Las ciencias, que los autores consideran como sinónimo de la filosofía, son por tanto muy numerosas y se dividen en ciencias de Dios[21], del hombre y de la naturaleza. En esta división hay una lógica y comprende incluso la lingüística, la gramática, la ciencia de los signos, etc., conjunto comprendido en las ciencias del hombre. Las ciencias de la naturaleza se dividen conforme a la antigua tradición en física y matemáticas. Nos ocuparemos primero de las matemáticas. En las tablas (véase Apéndice 1), se muestra que las matemáticas están comprendidas dentro de las ciencias matemáticas tradicionales del siglo XVII. Como es sabido, las ciencias matemáticas comprendían todas las ciencias, cuyos rasgos principales venían dados por el cálculo, la medida y la teoría cuantitativa[22]. Pero la división general y la enumeración de las disciplinas se mantiene en el dominio de unas matemáticas elementales y sorprendentemente tradicionales. El hecho de que el cálculo infinitesimal no aparezca clasificado como una disciplina especial y general junto a la aritmética y la geometría no correspondía ya ni a las concepciones matemáticas ni a los manuales de aquella época. La introducción de la disciplina *álgebra infinitesimal* puede significar, por otra parte, que los autores aceptaron una nueva forma de interpretación del cálculo infinitesimal, fruto particularmente de la obra de Euler hacia mediados del siglo XVIII, es decir, la liberación del cálculo infinitesimal de su sumisión a la pauta de la geometría, que había marcado el enfoque de Newton y sobre todo de Leibniz, así como de sus sucesores inmediatos. Pero ya a finales del siglo XVII y principios del XVIII, la geometría dejó de ser considerada el origen y pasó a ser el terreno principal donde usar los resultados del cálculo infinitesimal.

Esta tendencia se ve más claramente en los largos artículos *Algebra* [I, 259-262] y *Aritmética* [I, 673-684]. El autor de ambos es d'Alembert[23] y las diferencias entre ellos son quizá fruto solamente de un punto de vista diferente. En el artículo *Aritmétic*, hace la siguiente consideración de tipo histórico [I, 678]:

"Una de las mayores ventajas que se han obtenido de la aplicación del álgebra a la geometría es el cálculo diferencial; la idea se puede encontrar en la voz diferencial, con una noción exacta de la naturaleza del cálculo. El cálculo diferencial ha producido el integral... No hay hoy geómetra alguno, por muy poco hábil que sea, que no conozca más o menos el uso infinito de esos dos cálculos en la geometría trascendente".

Al final de su artículo *Algebra* [I, 262] escribió:

"El Algebra se ha aplicado también a la consideración y el cálculo de los infinitos, lo que ha hecho nacer una nueva rama muy desarrollada del cálculo algebraico; es lo que se llama la doctrina de las fluxiones o el cálculo diferencial".

Para completar estas palabras, remite al artículo *Análisis*, cuya parte matemática fue elaborada por él [I, 400-401]. En la introducción de este artículo observa:

"[el análisis] es propiamente el método de resolver los problemas matemáticos reduciéndolos a ecuaciones... El análisis, para resolver los problemas, utiliza la ayuda del álgebra, o cálculo de las magnitudes en general: por ello estas dos palabras, Análisis y Algebra, son consideradas a menudo como sinónimos".

Divide el análisis en dos partes, según su materia de estudio: Análisis de las cantidades finitas y Análisis de las cantidades infinitas.

"El Análisis de las cantidades finitas es lo que llamamos también Aritmética especiosa o Algebra... El Análisis de las cantidades infinitas o de los infinitos, llamado también el nuevo Análisis, es el que calcula las relaciones entre cantidades que se toman infinitas, o infinitamente pequeñas. Una de sus principales ramas es el método de las fluxiones o el cálculo diferencial".

En estas citas se muestra cómo concebía d'Alembert el álgebra y cómo incorporaba el cálculo diferencial e integral en su cuadro[24], e incluso las relaciones entre las nociones que empleaba. Es evidente que para él, como correspondía a la mentalidad de la época, el álgebra era a la vez la aritmética universal (*arithmetica universalis*) y el método de solución de problemas por ecuaciones (es decir, resolver esas ecuaciones). Después se esforzó en utilizar los términos usuales en su época y aclararlos, lo que es, dentro de la *Enciclopedia*, bastante comprensible. Pero esto no explica por qué la división de las matemáticas propiamente dichas es tan simple, a diferencia de otras ciencias.

En relación a esto surge la cuestión de si en el propio texto de la *Enciclopedia* se señalan otras partes de las matemáticas puras.

Antes de nada, puede sorprender, en relación con la situación de las matemáticas de la época, el hecho de que no encontremos como una especialidad particular ni siquiera la geometría analítica. Esta queda oculta en diversos contextos, como la aplicación del álgebra a la geometría, en su eclosión en la obra de R. Descartes, o el estudio algebraico de la curvas, que se engloba en la geometría trascendente, etc. En general, se puede decir que la división de las matemáticas puras según el esquema mencionado en la tabla de materias se conserva en el texto, y en el conjunto de artículos aparece una clasificación más detallada aunque la terminología no sea homogénea. Sin embargo, hay algunos artículos independientes, como si trataran disciplinas matemáticas independientes. Por ejemplo, encontramos los artículos *Goniometría* (VII, 740) y *Trigonometría* (XVI, 640-641). El artículo *Goniometría*, escrito por d'Alembert, tiene 9 líneas; esta materia es clasificada en las matemáticas prácticas y se define como arte de medir los ángulos[25].

El artículo *Trigonometría*, cuyo autor no viene señalado, tiene aproximadamente una extensión de dos páginas. La trigonometría es definida como el arte de encontrar las partes desconocidas de un triángulo a partir de las partes que se conocen. Su título se deriva una vez más del griego, medida de los triángulos. También se la puede considerar como la ciencia que trata de las líneas y de los ángulos de los triángulos. El artículo considera que su sentido principal es que es necesaria y se utiliza en la práctica. La trigonometría, se dice, proviene de las relaciones recíprocas entre los lados y los ángulos del triángulo y *esta proporción viene dada por la relación que existe entre el radio de un círculo y ciertas líneas que se llaman cuerdas, senos, tangentes y secantes*; se recuerdan a continuación las tablas de esas líneas y también las tablas de sus logaritmos. El autor divide la trigonometría en rectilínea y esférica; considera a ésta última más erudita y presta atención a los méritos de Christian Wolf. Otro artículo es también, por ejemplo, la *Planimetría* [XII, 708], que es la parte de la geometría que considera *las líneas y las figuras planas*, o también *el arte de medir las superficies planas*[26].

Se puede constatar que, curiosamente, en el volumen que apareció en 1765 no se mencionaban las funciones goniométricas ni se citaban los trabajos de Euler[27]. Pero, sobre todo, todos los artículos sobre problemas particulares hacen énfasis en el significado práctico y el uso. La aportación de d'Alembert aquí considerada marca la atención hacia las matemáticas prácticas.

8. Los artículos matemáticos son, como ya se ha dicho, de longitudes muy diferentes. Se da particular importancia a algunos artículos fundamentales: además de *Aritmética*, ya mencionada, también *Geometría* [VII, 627-638], *Ecuación* [V, 842-854] y otros. Después, se encuentra un conjunto más grande de artículos con una extensión de algunas páginas. Además del artículo *Algebra*, ya mencionado, éste es el caso, por ejemplo, del artículo *Diferencial*, el más vasto [IV, 985-989], *Logaritmo* [IX, 630-633], *Parábola* [XI, 833-834], *Paralela* [XI, 905-906], etc.

Pero la mayoría de los artículos son mucho más cortos. En general no explican tal o cual parte de las matemáticas, sino términos matemáticos utilizados en el pasado. Desde el punto de vista temático se extienden desde los números hasta la descripción de curvas individuales empleadas normalmente. Un gran número de ellos tienen hoy en día un valor histórico, aunque hayan sido utilizados, como por ejemplo *Abaco* [I, 90], *Regla de compañía* [III, 743], *Regla de oro* [XIV, 21], *Semi-cúbica* [XIX, 943] y otros.

En toda la *Enciclopedia* no existen directamente artículos sobre personas. Los datos sobre personas se encuentran dentro de los artículos de objetos. La excepción, en cuanto a los artículos matemáticos, fue el artículo *Diofanto* [IV, 1013-1014], que se encuentra en un artículo titulado *Problemas o cuestiones de Diofanto*, bajo el nombre Diofanto. Sobre el autor escribe d'Alembert que fue un *matemático de Alejandría* que se cree vivió hacia el siglo III, pero subraya una edición de Bachet y algunos resultados de Fermat y otros. Análogamente ocurre con el artículo *Neper* [XI, 96-97].

9. Durante los siglos XVII y XVIII se habían publicado de nuevo vastos compendios en los que se daba una explicación acabada de las partes principales de las matemáticas. En la segunda mitad del siglo XVIII, el *Cours de mathématique* de E. Bézout o el *Anfangsgründe der Mathematik* de A. G. Kästner, que comenzaron a aparecen en 1758, son algunos de los más conocidos, así como el *Lehrbegriff der gesamten Mathematik* de W. J. G. Karsten, publicado durante los años 1767-1777. Los artículos matemáticos contenidos en la *Enciclopedia* son comparables por su extensión con estas obras en varios volúmenes; aquellos constituían más bien una parte de una concepción general.

Está claro que los artículos de la *Enciclopedia* merecerían una comparación detallada, tanto con los tratados mencionados, como con las tendencias generales de las matemáticas de la segunda mitad del siglo XVIII. A diferencia de prácticamente toda la literatura de la época, el conjunto de los artículos enciclopédicos parte de una concepción expresiva y acabada de las matemáticas como la ciencia que estudia las formas más generales del mundo exterior y que posee un nivel de abstracción y de certeza. Esta concepción se reflejó incluso en la propuesta de una construcción diferente de las matemáticas; probablemente fue la figura de d'Alembert la que dejó su huella en la *Enciclopedia.*

Mientras otros estudios matemáticos, incluyendo los compendios citados, se esforzaban por desarrollar una concepción axiomática y lógicamente acabada de las matemáticas, incluso en la parte aritmético-algebraica, los artículos de la *Enciclopedia* la rehusaron. Aparece sólo un único artículo, *Axioma* [I, 906-909], que no tiene una relación demasiado profunda con las matemáticas y comprende los axiomas concebidos como *razones* evidentes[28]. En el artículo *Elementos de las ciencias* [V, 491-496], d'Alembert explica que, dicho brevemente, cada ciencia se compone de nociones en un sistema lógicamente ordenado. De las razones de partida no dice nada; más bien se deduce de la explicación que la organización depende del autor y el sentido principal del sistema es que otros autores puedan deducir nuevas verdades [V, 497]. En relación con esta concepción aparece también una explicación del artículo *Geometría.* En su prefacio histórico se habla de Euclides, quien pudo recoger lo que sus predecesores habían encontrado sobre los elementos de la geometría; pero de la importancia de su método no se dice ni una palabra[29]. Un poco más adelante aparece un fragmento bastante amplio, *De los elementos de geometría* [VII, 633-636], en el que se ataca la escritura y el estudio de los elementos de geometría. Se dice que los escriben autores mediocres que primero hacen una crítica de sus predecesores, pero después escriben las mismas malas obras que ellos. Por otra parte, Descartes, Newton, Leibniz o Bernoulli no escribieron unos Elementos. Además, se afirma que estas obras ni siquiera son necesarias. La finalidad principal de la ciencia es avanzar, y para esto, los libros necesarios son aquéllos en los que coexisten en equilibrio el rigor y la exactitud. La pregunta es, por ejemplo, de qué puede servir una definición exacta de álgebra a alguien que todavía no la ha estudiado. Bastaría constatar que la ciencia que se acaba de enseñar es lo que se llama álgebra.

Hemos introducido solamente algunas afirmaciones de una parte muy amplia, cuya finalidad responde al artículo de d'Alembert en el que afirma que las matemáticas deben avanzar y *la fe* llegará más tarde.

Esta concepción de la construcción de las matemáticas que aparece en la *Enciclopedia* francesa corresponde al rápido desarrollo de la amplitud de las matemáticas en el siglo XVIII, y está relacionada con la interpretación de las matemáticas como la ciencia sobre el mundo exterior. Esta concepción de las matemáticas aparentemente clara y simple fue verificada relativamente pronto por la evolución subsiguiente, que pudo investigar nuevas vías.

APENDICE 1

- **Ciencias de la Naturaleza**
  - Metafísica de los cuerpos, o Física general. De la Extensión, de la Impenetrabilidad, del Movimiento, del Vacío, etc.
  - **Matemáticas**
    - Puras
      - Aritmética
        - Numérica
        - Algebra
          - Elemental
          - Infinitesimal
            - Diferencial
            - Integral
      - Geometría
        - Elemental (Arquitectura Militar, Táctica)
        - Trascendente (Teoría de Curvas)
    - Mixtas
      - Mecánica
        - Estática
          - Estática, *propiamente dicha*
          - Hidrostática
        - Dinámica
          - Dinámica, *propiamente dicha*
          - Balística
          - Hidrodinámica
            - Hidráulica
            - Navegación
            - Arquitectura naval
      - Astronomía geometría
        - Cosmografía
          - Uranografía
          - Geografía
          - Hidrografía
        - Cronología
        - Gnomónica
      - Óptica
        - Óptica, *propiamente dicha*
        - Dióptrica. Perspectiva
        - Catóptrica
      - Acústica
      - Neumática
      - Arte de conjeturar. Análisis del azar
    - Fisicomatemáticas
  - **Física particular**
    - Zoología
      - Anatomía
        - Simple
        - Comparada
      - Fisiología
      - Medicina
        - Higiene
          - Higiene, *propiamente dicha*
          - Cosmética, Ortopedia
          - Atlética. Gimnasia
        - Patología
        - Semiótica
        - Terapéutica
          - Dieta
          - Cirugía
          - Farmacia
      - Veterinaria
      - Adiestramiento de caballos
      - Caza
      - Pesca
      - Cetrería
    - Astronomía Física, Astrología
      - Astrología Judicial
      - Astrología Física
    - Meteorología
    - Cosmología
      - Uranología
      - Aerología
      - Geología
      - Hidrología
    - Botánica
      - Agricultura
      - Jardinería
    - Mineralogía
    - Química
      - Química, *propiamente dicha* (Pirotecnia, Tintura, etc.)
      - Metalurgia
      - Alquimia
      - Magia natural

APENDICE 2

"Otra propiedad más general de los cuerpos, y que suponen todas las demás, a saber, la *cantidad*, ha constituido el objeto de las Matemáticas. Se llama *cantidad* o *magnitud* a todo aquello que puede ser aumentado y disminuido.

La *cantidad*, objeto de las *Matemáticas*, puede ser considerada, bien sola e independientemente de los individuos reales y abstractos de los que se tenga conocimiento, bien en esos individuos reales y abstractos, bien en sus efectos producidos por causas reales o supuestas; y esta fecunda consideración ha dividido las *Matemáticas* en *Matemáticas puras*, *Matemáticas mixtas y Físico-matemáticas*.

La *cantidad abstracta*, objeto de las Matemáticas puras, es o numerable o continua. La *cantidad abstracta numerable* se ha convertido en el objeto de la *Aritmética*; y la *cantidad abstracta continua*, en el de la Geometría.

La *Aritmética* se divide en *Aritmética numérica* o por *Cifras*, y en *Algebra* o *Aritmética universal por letras*, que no es otra cosa que el cálculo de las magnitudes en general, y cuyas operaciones no son propiamente más que operaciones aritméticas indicadas de una manera abreviada; porque, hablando con precisión, no existe más cálculo que el de los números.

El *Algebra* es *elemental* o *infinitesimal*, según la naturaleza de las cantidades a las que se aplica. La *infinitesimal* es o *diferencial* o *integral*: *diferencial*, cuando se trata de descender de la expresión de una cantidad finita, o considerada como tal, a la expresión de su crecimiento o de su disminución instantánea; *integral*, cuando se trata de remontar de esta expresión a la misma cantidad finita.

La *Geometría*, o bien tiene por objeto primitivo las propiedades del círculo y de la línea recta, o bien abraza en sus especulaciones toda clase de curvas; esto la divide en *elemental* y en *trascendente*.

Las *Matemáticas mixtas* tienen tantas divisiones y subdivisiones, como existan seres reales en los cuales se puede considerar la cantidad. La *cantidad* considerada en los cuerpos en tanto que móviles, o tendentes a moverse, es el objeto de la *Mecánica*. La *Mecánica* tiene dos ramas, la *Estática* y la *Dinámica*. La *Estática* tiene por objeto la *cantidad* considerada en los cuerpos en equilibrio, y que simplemente pueden moverse. La *Dinámica* tiene por objeto la cantidad considerada en los cuerpos actualmente en movimiento. La *Estática* y la *Dinámica* tienen dos partes cada una. La *Estática* se divide en *Estática propiamente dicha*, que tiene por objeto la *cantidad* considerada en los cuerpos sólidos en equilibrio, y que sólo tienden a moverse, y en *Hidrostática*, que tiene por objeto la *cantidad* considerada en los cuerpos fluidos en equilibrio y que sólo tienden a moverse. La *Dinámica* se divide en *Dinámica propiamente dicha*, que tiene por objeto la *cantidad* considerada en los cuerpos sólidos actualmente en movimiento, y en *Hidrodinámica*, que estudia la *cantidad* considerada en los cuerpos fluidos actualmente en movimiento. Pero si se considera la *cantidad* en las aguas actualmente en movimiento, la *Hidrodinámica* toma entonces el nombre de *Hidráulica*. Podríamos relacionar la *Navegación* con la Hidrodinámica, y la *Balística* o el lanzamiento de las bombas, con la Mecánica.

La *cantidad* considerada en los movimientos de los Cuerpos Celestes constituye la *Astronomía geométrica*, de donde se deriva la *Cosmografía* o *Descripción del Universo*, que se divide en *Uranografía* o *Descripción del Cielo*, en *Hidrografía* o *Descripción de las Aguas*, y en *Geografía*; de donde se derivan a su vez la *Cronología* y la *Gnomónica* o *Arte de construir Cuadrantes*.

La *cantidad* considerada en la luz da la *Óptica*. Y la *cantidad* considerada en el movimiento de la luz, las diferentes ramas de la *Óptica*. La luz que se mueve en línea recta constituye la *Óptica propiamente dicha*; la luz reflejada en un único medio, la *Catóptrica*; y la luz que se rompe al pasar de un medio a otro, *Dióptrica*. Con la *Óptica* hay que poner en relación la *Perspectiva*.

La *cantidad* considerada en el sonido, en su vehemencia, su movimiento, sus grados, sus reflexiones, su velocidad, etc, constituye la *Acústica*.

La *cantidad* considerada en el aire, su peso, su movimiento, su condensación, su rarefacción, etc, da la *Neumática*.

La *cantidad* considerada en la posibilidad de los acontecimientos, constituye el *Arte de Conjeturar*, de donde nace el *Análisis de los Juegos de azar*.

Siendo puramente intelectual el objeto de las Ciencias Matemáticas, no hay que extrañarse de la exactitud de sus divisiones" [I, XLIX-L].

NOTAS

1 Esta cuestión exigiría un análisis histórico más detallado que superaría las pretensiones de este artículo. Esta tendencia muestra más bien una penetración de la concepción materialista del mundo exterior que formaba los principios de la ciencia de la época. A menudo se muestra en la literatura contemporánea que las ciencias matemático-físicas fueron el único elemento científico que cambió, cuando en realidad este cambio se integra en una revolución global de la ciencia en el siglo XVII.

2 Como se sabe, la *Enciclopedia* francesa apareció en los años 1751-1765 bajo el título *Encyclopédie ou Dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers, par une société des gens de lettres* (Enciclopedia o Diccionario razonado de las ciencias, las artes y los oficios, por una sociedad de gentes de letras). En los volúmenes I-VII se indica "Ordenado y publicado por el señor Diderot, de la Academia Real de las Ciencias y de las Letras de Prusia; en cuanto a la Parte Matemática, por el señor d'Alembert de la Academia Real de las Ciencias de París, de la de Prusia, y de la Sociedad Real de Londres". En los años 1751-1758

aparecieron siete volúmenes, mientras los otros diez fueron publicados sólo en 1765 y de forma anónima. Se sabe que los artículos de estos diez volúmenes estaban escritos en 1761 y que los años siguientes fueron consagrados a la redacción (Diderot) y a la impresión clandestina en París. Además de esos 17 volúmenes de textos, aparecieron entre los años 1762 y 1772 once volúmenes de láminas; más adelante, en los años 1776 y 1777, cuatro volúmenes de suplemento de texto y un volumen de láminas, y por fin, en 1780, dos volúmenes titulados *Table analytique et raisonnée:* en total 35 volúmenes en gran formato (in folio).

En este artículo se considera sólo el texto original, es decir, los primeros diecisiete volúmenes.

3 Comparar con: NOVY, L. (1981) "Some Remarks on the Calculus of Probability in the Eighteenth Century". En: J. Hintikka, D. Gruender, E. Agazzi (eds.), *Probabilistic thinking, thermodynamics an the interaction of the history and philosophy of science*. Vol. II, Dordrecht, D. Reidel, pp. 25-32, discusión en pp. 105, 117-8.

4 Su organización es la siguiente:

Vol.	I	56	Letra A	X	36	Mam-My
	II	33	B-C	XI	58	N-Pari
	III	38	C	XII	26	Parl-Pol
	IV	94	Cons-Diz	XIII	65	Pom-Regg
	V	37	Do-Esy	XIV	23	Reggí-Sem
	VI	31	Et-Fn	XV	57	Sen-Th
	VII	24	Fo-Gy	XVI	40	Te-Venerie
	VIII	63	H-Jt	XVII	14	Venerien-Z
	IX	26	Ju-Mam			

Cada volumen tiene un número diferente de páginas y de artículos. Para la indicación de los volúmenes se utilizan, como de costumbre, cifras romanas y para las páginas del texto cifras árabes; los prefacios de algunos volúmenes tienen también páginas indicadas con números romanos. En nuestro texto, los dos (o tres) números entre paréntesis indican el lugar donde se encuentra el artículo o fragmento citado; así, por ejemplo, [XI, 725-7], señala las páginas 725-727 del volumen XI.

5 Las indicaciones generales sobre la *Enciclopedia* dadas en el texto, se apoyan en el resumen y discusión de la literatura sobre la *Enciclopedia* contenidos, por ejemplo, en: DÖRFLINGER, J. (1976) *Die Geographie in der "Encyclopédie". Eine Wissenschaftsgeschichtliche Studie.* Viena, Österreichische Akademie der Wissenschaften. Philosophistisch-historische Klasse, Sitzungsberichte, 304, I. Véase especialmente las páginas 15-20. Señalo para la comparación que el autor llega a la conclusión de que los artículos geográficos forman el 20'5% del conjunto total de artículos (alrededor de 14.700) y, en cuanto a la extensión del texto, la geografía ocupa alrededor del 8'75%.

6 "He escrito o revisado todos los artículos de Matemáticas y de Física... He proporcionado también algunos artículos, pero en un número muy pequeño, en otras partes. En los artículos de Matemáticas trascendentes he querido dar el espíritu general de los métodos, indicando las mejores obras donde se pueden encontrar los detalles más importantes sobre cada objeto, que no era natural que entraran en esta Enciclopedia; también he querido aclarar lo que me ha parecido que

no había sido aclarado suficientemente o lo que no lo había sido en absoluto, a fin de dar, en tanto me ha sido posible para cada materia, principios metafísicos exactos, es decir, simples. Se puede ver este intento en este volumen en los artículos Acción, Aplicación, Aritmética universal, etc". [I, XLIII].

7 Por ejemplo aquí constan como matemáticos Le Blond et Rogeau.

Muchos de los autores se encuentran en el *Avertissement* (Advertencia) [I, XLVI], donde se indican los símbolos (en letras mayúsculas) correspondientes, y se indica: "Los artículos que no tengan ninguna letra al final, o que tengan una estrella al principio, son del señor Diderot: los primeros son los que le pertenecen como uno de los *Autores* de la Enciclopedia; los segundos son los que ha suplido como Editor".

A partir del segundo volumen aparecen más colaboradores anónimos. Uno de ellos tiene también un símbolo, es decir, (-). Compárese el *Avertissement des éditeurs* del volumen I y el parágrafo *Noms des Auteurs* (Nombres de los Autores), al final de este volumen, después de la página 781, donde se dice: "Los artículos cuyo Autor no está nombrado ni indicado son del señor Diderot, o de muchos Autores que han proporcionado los materiales, o de diferentes personas que no han querido ser dadas a conocer, o que son nombradas en el Discours préliminaire". Así los artículos escritos por Diderot tienen una estrella al principio.

8 A pesar de todo, no es posible omitir las palabras del prefacio del *Prospectus*, que sostienen conscientemente que "la obra que anunciamos ya no es una obra que haga falta crear. Sus manuscritos y sus dibujos están hechos. Podemos asegurar que tendrá por lo menos ocho volúmenes y seis volúmenes de dibujos y que los volúmenes se sucederán sin interrupción".

9 Esta tabla y también los dos artículos precedentes están firmados por la estrella que era el signo de autor de Diderot.

10 "La obra de la que hoy damos el primer volumen tiene dos finalidades: como Enciclopedia, debe exponer en tanto que sea posible, el orden y la concatenación de los conocimientos humanos; como Diccionario razonado de las Ciencias, de las Artes y de los Oficios, debe contener, de cada Ciencia y de cada Arte, sea liberal, sea mecánica, los principios generales que constituyen su base, y los detalles más esenciales que forman su cuerpo y su substancia".

11 Y más adelante [I, IV] se lee: "Es entonces evidente que las nociones puramente intelectuales del vicio y de la virtud, el principio y la necesidad de las leyes, la espiritualidad del alma, la existencia de Dios y nuestros deberes hacia él; en una palabra, las verdades de las que tenemos una necesidad más viva e indispensable son el fruto de las primeras reflexiones que nuestras sensaciones ocasionan". No es finalidad de este artículo analizar las opiniones filosóficas de los autores, que constituyen el telón de fondo de la obra y de la concepción de las matemáticas.

12 Esta parte está llena de ideas interesantes. Por ejemplo, se escribe en el prefacio, en cuanto a la materia de la aritmética: "El examen que hacemos de la extensión figurada nos presenta un gran número de combinaciones que hacer, por lo que es necesario inventar algún medio que nos haga esas combinaciones más fáciles; y como éstas consisten principalmente en el cálculo y la relación de las diferentes partes de las cuales imaginamos que están formados los cuerpos

geométricos, esta búsqueda nos conduce muy pronto a la Aritmética o Ciencia de los números..." [I, V].

13 Además de esas ciencias [I, VII], se habla de una parte amplia de la física, es decir, de las ciencias naturales, "llamada Física general y experimental. Difiere de las Ciencias Físico-Matemáticas en que no es propiamente más que una compilación razonada de experiencias y de observaciones, mientras que estas últimas, por aplicación de los cálculos matemáticos a la experiencia, deducen a veces de una sola y única observación un gran número de consecuencias que por su certeza se aproximan a las verdades geométricas".

14 Estas dificultades son analizadas por MOLODCHII, V. N. (1963) *Osnovy ucheniya o chisle v. XVIII rachale XIX veka*. Moscú.

15 En la página siguiente [I, IX] los autores mencionan brevemente la lógica que, en su opinión, enseña a clasificar las ideas en los puestos más naturales. "El arte de razonar es un presente que la Naturaleza hace por sí misma a los buenos espíritus; y se puede decir que los libros que tratan de ello no son útiles más que a aquél que no los necesita".

16 "La imaginación no interviene menos en un Geómetra que crea que en un Poeta que inventa. Es verdad que actúan de forma diferente sobre su objeto; el primero lo estudia y lo analiza, el segundo lo compone y lo embellece" [I, XVI].

17 Es interesante en esta parte la siguiente afirmación: "La probabilidad tiene lugar principalmente para los hechos históricos, y en general para todos los acontecimientos pasados, presentes o futuros, que atribuímos a algo como un azar, porque no podemos desentrañar sus causas" [I, XIX].

18 Los autores llegan a distinguir tres categorías de conocimientos humanos, es decir, la memoria que es la historia de la humanidad y de la naturaleza, la razón de la que nace la ciencia y la imaginación que es la base del arte. [I, XVI].

19 El sistema general de conocimientos humanos se denomina también *Arbre encyclopédique* (Arbol enciclopédico). En un artículo especial de Diderot *Observaciones sobre la división de las ciencias del Canciller Bacon* [I, LI-LII], se lee: "Todos los Arboles enciclopédicos se parecen necesariamente por la materia; lo único que puede distinguirlos son el orden y el origen de las ramas. En el Arbol de Chambers y en el nuestro se encuentran aproximadamente los mismos nombres de las Ciencias. Nada hay sin embargo más diferente".

20 En la nota precedente se cita un artículo de Diderot [I, LI] en el que se añade: "Nuestra división de la Medicina es de Boerhaave...". Pero en otro lugar se constata que, desde los tiempos de Bacon, la ciencia había dado un gran paso adelante, de forma que la división de las matemáticas se presenta en la *Enciclopedia* de forma diferente [I, XXV].

21 Como ejemplo expresivo de la Ilustración, es característica esta declaración: "...Dios, al conocimiento del cual el hombre se ha elevado por la reflexión sobre la Historia Natural y sobre la Historia Sagrada..." [I, XLVIII].

22 NOVY, L. (1981) "Relation of Mathematics and Physics in the System of Natural Disciplines Since the 18th Century". En: *Proceedings of the 16th International Congress of History of Science*. Bucarest, 134-138.

23 Como en muchos casos de grandes artículos, quizá hubo más autores. El autor de la primera parte del artículo *Aritmética* [673-675] fue de la Chapelle,

utilizando el signo E, y después quizá fuera d'Alembert quien continuó (su signo está en la página 680).

Su comentario comienza [675] constatando que éste sólo encuentra un precedente en la enciclopedia inglesa (de Chambers) e indicando que desea analizar *los principios de esta Ciencia.* Su punto de partida es la *Arithmetica universalis* de Newton.

24 Somos conscientes de que hemos simplificado un poco el pensamiento de d'Alembert. En los artículos *Geómetra* [VII, 627-629] y *Geometría* [VII, 629-638] describe los mismos problemas de un modo ligeramente diferente. Aquí, d'Alembert establece la división de la geometría en tres partes [VII, 633]: geometría elemental, trascendente y "geometría sublime o de los nuevos cálculos", en la que presenta una línea que va desde Cavalieri y sus indivisibles hasta el desarrollo de los cálculos diferencial e integral y los trabajos de los discípulos de Newton y Leibniz, y a la que pertenecen también diferentes métodos de exhaución, el método del límite, etc. En la conclusión [VII, 637-638], observa, discutiendo la relación entre la geometría y el álgebra que "el álgebra podría considerarse como la geometría simbólica, y no les falta razón a algunos geómetras filósofos que han definido la Geometría como la ciencia de las magnitudes en general".

25 D'Alembert deriva la apelación del griego, es decir, "un ángulo" y "una medida", y señala que se trata de medir ángulos sobre el papel, en el terreno o un ángulo entre tres objetos cualesquiera. Remite a los artículos *Grado* o *Círculo* para una explicación de la medida de los ángulos.

26 El artículo tiene 18 líneas y su autor es de la Chapelle. Se recuerda aquí incluso el artículo *Estereometría* [XV, 512], del mismo autor, que la considera como una parte de la geometría que enseña la manera de medir los cuerpos sólidos. Es interesante que se cuente también entre los artículos geométricos la *Estereotomía* [XV, 512], que es la técnica de cortar las piedras. Por el contrario no se incluyen entre los artículos geométricos los artículos de d'Alembert titulados *Estereografía* [XV, 510, 9 líneas], que es el arte de dibujar la forma o la figura de los sólidos en un plano, y *Estereográfica* [XV, 510-512], en perspectiva.

27 En muchos otros artículos sobre las matemáticas hay también un comentario dedicado a la literatura más reciente, lo cual es deseo de d'Alembert y probablemente también obra suya.

28 Su autor es Yvon, que discute los axiomas desde un punto de vista filosófico, con afirmaciones del tipo de la cosa existe o no existe, la afirmación es verdadera o su negación es verdadera, el conjunto es más grande que sus partes, etc.

29 Al final del artículo *Elementos de las ciencias* [V, 487] se habla "de los elementos de las matemáticas" como comentarios acabados; en ese sentido, se habla de los elementos de Euclides, incluidas las publicaciones de Barrow, Tacquete y otros, y se acentúa que por una cadena de razonamientos llega a una demostración completa.