LLULL, vol. 14, 1991, 187-219

APRIORISMO Y BASE EMPIRICA EN LOS ORIGENES DE LA ESTADISTICA MATEMATICA

ANDRES RIVADULLA
Universidad Complutense
Departamento de Lógica y Filosofía de la Ciencia

RESUMEN

Los historiadores de la probabilidad y de la estadística suelen incluir en los primeros tiempos de sus disciplinas cuesiones tales como artimética política, estadística demográfica, matemática de seguros y estadística de mortalidad. Como consideramos que la fundación de la estadística matemática se produce con la introducción de la probabilidad en los estudios de poblaciones, me interesa en este articulo elucidar el comienzo de la aplicación de conceptos probabilísticos a datos estadísticos, así como las condiciones de esta aplicación. Las cuestiones a las que trataré de dar respuesta son las siguientes: ¿Es posible decir cuándo fue aplicada la probabilidad por vez primera, y por quién?, ¿Cómo se puede explicar el hecho de que una teoría propuesta originariamente para ser aplicada a los cálculos en los juegos de azar pudiese ser considerada válida para el cálculo de probabilidades de vida?, ¿Qué fiabilidad tienen las primeras tablas de mortalidad?, ¿Contenían elementos apriorísticos los primeros cálculos -publicados o no- en estadísticas de la vida?

ABSTRACT

Historians of probability and historians of statistics both usually include in the early times of their disciplines subject matters like political arithmetics, demographic statistics, life insurance mathematics and mortality statistics. Since we consider that the foundation on mathematical statistics begins with the introdution of probability into the field of population researches, I am concerned in this paper with the elucidation of the very beginning of the application of probability concepts to statistical data and with the conditions of this appliation. The questions I am interested in here are the following: Is it possible to say when probability was applied for the first time to stochastic data, and by whom? How can the fact be explained that a theory primarily intended to be applied to calculations in games of chance was also considered valid for the computation of probabilities of life?, How reliable were the first mortality tables?, How many aprioristic ingredients contained the early -published or unpublished- statistical computations?

Recibido el 4 de septiembre de 1990

Comenzando con el análisis de la primera Tabla de Mortalidad de Graunt de 1662, examino la influencia ejercida por ella sobre los matemáticos del siglo 17. Mi interés se centrará en la contribución al desarrollo de la estadística científica de autores como Huygens, de Witt, Leibniz y Halley.

Beginning with the analysis of the first mortality table by Graunt in 1662, I examine the influence exerted by it on mathematicians of the 17th century. My interest will be focused on the contribution to the development of scientific statistics by authors like Huygens, De Witt, Leibniz and Halley.

Palabras clave: Graunt, Huygens, De Witt, Leibniz, Halley, Siglo XVII, Estadística matemática.

1. Introducción

Mi intención en este trabajo es contribuir a aclarar la historia de los orígenes de la estadística científica. Entro pues en un terreno propio de los historiadores de la ciencia, aunque en calidad de epistemólogo; de manera que el modo como voy a referir esta historia estará guiado seguramente por un interés filosófico. Como epistemólogo debo precisamente al gran metodólogo de la ciencia y filósofo de la historia de la ciencia Imre Lakatos, discípulo distinguido de Sir Karl Popper, y divulgador crítico de las tesis de éste[1], la idea de que la filosofía de la ciencia sin la historia de la ciencia es vacía, y que ésta sin aquélla es ciega. Lo que, referido al tema que me ocupa, quiere decir, que hemos de partir de una idea preconcebida acerca de en qué consiste la estadística matemática, para poder saber cuál es el objeto de nuestro interés historiográfico. Al respecto me apoyo en una segunda tesis filosófica: la que afirma que, para la reconstrucción de una disciplina, no se debe poner en cuestión lo que los expertos sostienen acerca de ella.

Pues bien, los expertos cuyo juicio voy a tener en cuenta son el estadístico e historiador de la probabilidad y la estadística Karl Pearson -padre de Egon S. Pearson, el de la *historia Neyman-Pearson*- y el estadístico y genético Sir Ronald A. Fisher. Para el primero[2], *the science of statistics is the application of mathematics to the interpretation of mass observations*; y, casi en idénticos términos, Fisher[3] asevera: *The science of statistics is essentially a branch of Applied Mathematics, and may be regarded as mathematics applied to observational data.* Naturalmente, las matemáticas en que ambos piensan son la teoría de probabilidades; pero esto ni siquiera tenemos necesidad de suponerlo, por cuanto el propio Karl Pearson[4] viene a decir que la ciencia matemática de la estadística se desarrolla a partir de la tabla de mortalidad de Graunt, y gracias a la introducción de las ideas fundamentales del cálculo de probabilidades en el análisis de datos estadísticos. Con ello queda perfectamente acotado el objeto a historiografiar, y la cuestión a la que preferentemente voy a tratar de dar respuesta es: ¿Cuándo, y por quién o quienes, se aplica por vez primera el cálculo de probabilidades al análisis de datos estadísticos?[5], ¿Qué fiabilidad empírica tienen los primeros análisis estadísticos?

2. Los análisis estadísticos de Christiaan Huygens basados en la tabla de Mortalidad de Graunt

Los primeros cálculos de probabilidades de la vida humana constituyen el punto de partida de la estadística matemática. Para llevarlos a cabo era necesario contar, primero, con unas ideas fundamentales sobre el cálculo de probabilidades (o de posibilidades, *chances*) y, segundo, con un material estadístico susceptible de ser analizado matemáticamente. Este último lo proporcionó la Tabla de Mortalidad de la Ciudad de Londres, que el capitán John Graunt incluyó en sus *Natural and Political Observatios made upon the Bills of Mortality*, London 1662[6]; aquéllas estaban contenidas en el primer libro publicado sobre el cálculo de proporciones en los juegos de azar, el tratado de Christiaan Huygens *De Ratiociniis in ludo alae*, una versión latina de Franciscus van Schooten del original neerlandés de Huygens *Van Rekeningh in Spelen van Geluck*, publicado por van Schooten en sus *Exercitationum Mathematicarum*, Liber V.

Tras un estudio de los partes de defunción de la ciudad de Londres correspondientes a los años 1629 a 1636 y 1647 a 1658, Graunt concluyó que un 36% de los niños nacidos moría antes de cumplir seis años, y que la proporción de personas mayores de 70 años en el total de fallecimientos era de un 70%. Estos dos datos le bastaron a John Graunt para establecer su famosa Tabla de Mortalidad[7], a saber:

De cada 100 nacidos mueren en los 6 primeros años	36	personas
En la década siguiente	24	"
En la segunda década	15	"
En la tercera década	9	"
En la cuarta	6	"
En la siguiente	4	"
En la siguiente	3	"
" " "	2	"
" " "	1	"

Apenas dos meses después de la publicación del libro de Graunt, Robert Moray, secretario de la *Royal Society*, se lo hizo llegar a Ch. Huygens. Pero hubieron de transcurrir aún 7 años hasta que éste entrase a fondo en el análisis matemático-probabilístico de la Tabla. El estímulo lo recibió de su hermano Lodewijk, quien con fecha 22 de Agosto de 1669[8] le hizo llegar la tabla siguiente, basada en la de Graunt, sobre el tiempo que le queda de vida a las personas según su edad:

Edad media que alcanzará un recién nacido: 18 años y 2 meses

A quienes	hayan	cumplido	6	años	les	queda	una	media	de	20	años	y	10	meses
"	"	"	16	"	"	"	"	"	"	20	"	"	3	"
"	"	"	26	"	"	"	"	"	"	19	"	"	4	"
"	"	"	36	"	"	"	"	"	"	17	"	"	6	"
"	"	"	46	"	"	"	"	"	"	15	"			
"	"	"	56	"	"	"	"	"	"	12	"	"	8	"
"	"	"	66	"	"	"	"	"	"	8	"	"	4	"
"	"	"	76	"	"	"	"	"	"	5	"			
"	"	"	86	"	nada									

El procedimiento seguido por Lodewijk lo explica Christiaan del modo siguiente: Hay un número de personas (igual a 100) que, en conjunto, viven un número determinado de años; la Tabla de Graunt distribuye a estas personas por grupos, y esto permite decir que 36 de ellas alcanzan a vivir una media de sólo 3 años, en total 108 años; que 24 viven una media de (6+16)/2=11 años, en total 264, etc. *En términos del cálculo de los juegos de azar* podemos interpretar estos datos diciendo que hay

36	posibilidades	de	vivir	una	media	de	3	años,	en	total:	108
24	"	"	"	"	"	"	11	" ,	"	" :	264
15	"	"	"	"	"	"	21	" ,	"	" :	315
9	"	"	"	"	"	"	31	" ,	"	" :	279
6	"	"	"	"	"	"	41	" ,	"	" :	246
4	"	"	"	"	"	"	51	" ,	"	" :	204
3	"	"	"	"	"	"	61	" ,	"	" :	183
2	"	"	"	"	"	"	71	" ,	"	" :	142
1	posibilidad	de	vivir	"	"	"	81	" ,	"	" :	81
100	posibilidades de vivir un total de años igual a										1822

Luego, dividiendo el número total de años que han vivido las 100 personas por el número de personas, el resultado de 18 años y 2 $^1/_2$ meses es la *esperanza de vida* de un recién nacido. Este procedimiento constituye para Ch. Huygens una aplicación de su *regle des jeux de hazard*[9], y da cuenta del primer dato de la tabla de su hermano Lodewijk. Los restantes datos de la misma se obtienen por reiteración del método seguido. Así, los 64 supervivientes mayores de 6 años viven un total de 1822-108 = 1714 años, lo que da una *esperanza de vida* de 1714:64=26,78; como ya han vivido 6 años, les queda una media de 20,78 años de vida. Los 40 supervivientes mayores de 16 años viven un total de 1822-(108+264)=1450 años, lo que da una *esperanza de vida* de 1450:40=36,25 años; como ya han vivido 16, les queda una media de 20,25 años de vida. Y así sucesivamente.

Ahora bien, el problema con estos cálculos de la *esperanza de vida media* -observa Ch. Huygens- es que los valores que proporcionan no concuerdan con los datos que se desprenden de la Tabla de Graunt acerca de los años que *probablemente* cumplirá una persona de una edad determinada. La primera evidencia al respecto es la siguiente: Como de cada 100 nacidos sólo 40 cumplen 16 años, una *apuesta leal* sobre si un recién nacido cumplirá 16 años de edad o no, sería aquella que contara con 40 posibilidades a su favor, por 60 en contra, o sea, 2 contra 3. Dicho de otro modo, la probabilidad de que un recién nacido concluya sus primeros 16 años de vida es, de acuerdo con la Tabla de Graunt, del 40%. Y es que una apuesta leal acerca de cuántos años debe esperar razonablemente a vivir un recién nacido será aquella en que haya tantas posibilidades a favor como en contra de que éste alcance una edad determinada; edad situada en los 11 años, pues en ella -de acuerdo con la Tabla de Graunt- el número de supervivientes se ha reducido a la mitad, e. d. a 50 personas. Recurriendo a un sistema de coordenadas tal que, en el eje de abscisas se especifican los periodos vitales de Graunt en los puntos 6, 16,..., 86, y en el de ordenadas se anotan los supervivientes para cada uno de estos periodos, a saber: 64, 40, 25,..., 1, Ch. Huygens ofrece una representación gráfica de la Tabla de Mortalidad de Graunt en forma de una *ligne de vie*, la primera en la historia de la estadística, que pemite leer directamente la duración *probable* de la vida de una persona de edad determinada. Supongamos, en efecto, que una persona de 18 años de edad desea saber cuánto tiempo puede esperar razonablemente a vivir aún. Como la vertical alzada en el eje de abscisas sobre la edad 18 alcanza a la *ligne de vie* en el punto correspondiente a 36 del eje de ordenadas -lo que hay que interpretar como que hay 36 supervivientes de 18 años de edad-, entonces habrá que ver sobre qué punto del eje de abscisas -edades- se proyecta el punto de la *ligne de vie* correspondiente a 18 supervivientes; restando 18 años ya vividos de la edad encontrada en el eje de abscisas, la diferencia dará el número de años que probablemente vivirá aún una persona de 18 años de edad. Si la edad en cuestión es 33 años, las apuestas estarán 1 contra 1 en relación a la hipótesis de que un muchacho de 18 años vivirá aún 15 años más.

Lo visto hasta ahora, y otros ejemplos más que podríamos traer a colación[10] ponen claramente de manifiesto que el recién *inventado* cálculo de probabilidades encontraba una aplicación inmediata en campos tan ajenos a los juegos de datos y cartas, como eran las cuestiones relativas a la mortalidad.

Los hermanos Huygens no tuvieron la menor duda de que éstas constituían un *modelo posible* de la naciente *teoría de probabilidades*. A ellos, y en especial a Christiaan, les corresponde el honor de la creación de la *estadística matemática*, de acuerdo con la noción de *ciencia estadística* ofrecida en la Introducción de este trabajo.

3. Probabilidades de la vida y juegos de azar en el cálculo de Jan De Witt de rentas vitalicias

La circunstancia observada en la Sección 2 de que las cuestiones estocásticas relativas a la mortalidad de las personas constituían para Ch. Huygens un modelo de la teoría del cálculo en los juegos de azar, se observa también en el tratado de Jan de Witt, *Valeur des Rentes Viagères en Proportion des Rentes Amortissables*[11], cuyo objetivo es el de determinar el valor de las rentas vitalicias.

El tratado de De Witt, la *Waerdye*, es la primera obra en la historia de la ciencia actuarial en la que se propone un procedimiento, vía conocimiento *previo* de las probabilidades de vida a diferentes edades, para la aplicación del cálculo de los juegos de azar, a fin de determinar el valor de las rentas vitalicias. El problema es que, al contrario que Huygens, De Witt no se apoya en datos estadísticos previos para el cálculo de estas probabilidades de vida, sino que avanza una serie de *presuposiciones* al respecto. La segunda de estas presuposiciones afirma que

> "quand on a choisi à volonté une année de la vie d'un homme, et cela dans l'espace de temps ou l'homme ne se trouve ni par un âge trop tendre, ni par un âge trop élevé, dépourvu de la plénitude de forces et de la vigeur nécessaires pour continuer sa vie (cet espace será fixé ici à cinquante ans, s'éntendant par exemple de sa troisième ou quatrième année d'âge exclusivement jusqu'à sa cinquante-troisième ou cinquante-quatrième année d'âge inclusivement[12]), il n'y pas plus d'apparance que l'homme en question meure dans la première moitié de l'année choisie que dans la seconde moitié; de même, il n'y a pas plus d'apparance qui'il meure dans la seconde moitié de l'année considerée que dans la première moitié; mais que, quoiqu'il dépende du hasard que notre homme, aprés avoir atteint en état de vie l'année choisie, meure au cours de celle-ci, il n'y a même apparence ou hasard que son décés tombe dans la première ou dans la seconde moitié; exactement de même qu'il existe, dans le cas d'une pièce de monnaie jetée, absolument même apparance ou hasard pour qu'elle montre, une fois sa chute achevée, l'un ou l'autre de ses deux côtés ou, comme on dit communément, pile ou face, encore que le phénomène dépende du hasard à tel point que la pièce peut montrer dix, vingt, ou un plus grand nombre de fois, toujours face, et vice versa".

Esta presuposición es sumamente interesante por varias razones. En primer lugar, por la analogía que De Witt establece entre la muerte de un hombre en un año determinado y el resultado de lanzar una moneda a cara o cruz: un hombre puede morir en la primera o en la segunda mitad de un año con la misma probabilidad de que el lanzamiento de una moneda homogénea resulte en cara o cruz. El fallecimiento de un hombre en una de estas dos mitades de un mismo año sería un *modelo* del lanzamiento de una moneda a cara o cruz. Pero también es interesante esta presuposición por el conocimiento que De Witt demuestra de la *independencia probabilística* de los sucesos considerados.

Ahora bien, esta presuposición encierra más de lo que acabamos de indicar. Pues no se trata sólo de que, en el periodo de vigor vital, una vez elegido al azar un año determinado, el hombre en cuestión pueda morir con igual probabilidad en el primer o en el segundo semestre, de la misma forma que hay igual probabilidad de que salga cara o cruz en el lanzamiento de una moneda no sesgada. Esta presuposición viene complementada por la presuposición tercera, la cual encierra la idea de que la probabilidad de morir en cualquier de los 100 semestres de vigor vital es siempre la misma:

"... il n'y a pas plus d'apparence ou hasard... que le jour de son décés tombera, les deux sixtaines signalées étant considérées séparément, dans l'une d'elles plutôt que dans la troisième période de six mois, & vice versa; et ainsi de suite jusqu'à ce que l'espace de temps délimité plus haut [se refiere al periodo de vigor vital], se trouve entièrement épuisé".

La demostración la lleva a cabo De Witt en los términos siguientes: Si tomamos al azar un año de la vida de un hombre dentro de su periodo de vigor vital, la primera mitad del mismo es para él tan fatal como la segunda. Pero si se considera otro año de este periodo, comenzando en el segundo semestre del año natural precedente y concluyendo al final del primer semestre del año siguiente, como ambos semestres son igualmente fatales, resulta que este tercer semestre es tan fatal y mortal como el primero. De Witt concluye:

"comme le raisonnement que je viens de donner se laisse répeter par rapport à toutes les autres sixtaines de six mois qui se précèdent et se succèdent dans l'espace pris comme période de forte vitalité: la démostration se trouve démontrée".

Pero la presuposición tercera de De Witt sobre la ley de mortalidad de la humanidad especifica, además, cuál es la tasa de mortalidad en los periodos que siguen al de vigor vital. Así, para De Witt "un homme qui a derriere lui le temps de sa vigeur..., commence à montrer des apparences plus fortes de mourir au cours d'une année ou d'une demi-année, prises dans l'espace qui lui reste, qu'il n'en a montré... dans le passé".

En concreto:

"cette apparence ou hasard de mourir au cours d'une année ou d'une demie-année, choisies parmi la première dizaine d'années à venir, allant par example de sa cinquante-troisième année d'âge jusqu'à sa soixante-troisième année d'âge (l'une dans l'autre), ne dépasse pas dans une proportion supérieure de trois contre deux l'apparence ou hasard de mourir au cours d'une année ou d'une demi-année prises dans l'espace, déjà écoulé, de vigeur vitale".

Por lo que a las decenas siguientes respecta, la tasa de mortalidad de De Witt es la siguiente: Entre las edades de sesenta y tres y setenta y dos años, la probabilidad de morir, respecto al periodo de vigor vital, *ne pourra être estimée au-dessus du double, ou, autrement dit, plus forte que de deux contre un.* En los siete años siguientes, e.d. hasta la edad de 80 años, esta probabilidad no puede ser mayor *que de trois contre un.*

El posible *carácter apriórico* de la ley de mortalidad de De Witt ha llamado naturalmente la atención de los historiadores, quienes en general están de acuerdo en que De Witt no recurrió a observaciones empíricas para su establecimniento. Así se manifiesta por ejemplo William Orchard[13], y también Moritz Cantor[14], quien asevera que esta tasa de mortalidad, que constituye la base para el cálculo de De Witt del valor de las rentas vitalicias, no está justificada, sino es la expresión de meras suposiciones. Por su parte, G. Eneström[15] explica el proceder de De Witt diciendo que, al no existir en su época ninguna tabla de mortalidad buena, éste decidió dividir la duración de la vida humana en cuatro periodos, *suponiendo constante* el número de fallecimientos semestrales en cada periodo. Y en el artículo *Insurance* del volumen XII de la *Encyclopaedia Britannica*, 1856, basándose en la explicación que Frederick Hendriks ofrece del tratado de De Witt, se dice que, si suponemos que en los 100 semestres del periodo vital muere una persona en cada uno de ellos, e.d. 2 por año; y que en la primera decena (segundo periodo) muere 1 persona cada 9 meses, o sea, 0,66 personas cada medio año durante 20 semestres; y que durante la segunda decena (tercer periodo) mueren 0,5 personas cada medio año durante 20 semestres; y que durante el cuarto periodo mueren 0,33 personas cada medio año durante 14 semestres, resulta que

$$1.100 + {}^{2}/_{3}.20 + {}^{1}/_{2}.20 + {}^{1}/_{3}.14 = 128$$

es el número de personas que entraron en su periodo de vigor vital [ó 128*a*, si *a* designa el número de fallecidos en cada semestre del primer periodo, y, por consiguiente, $^2/_3a$, $^1/_2a$ y $^1/_3a$ representan las tasas de mortalidad en cada semestre de los tres periodos sucesivos]. Esto nos permite concluir que, para De Witt

En el	primer periodo	muere el	78,125%	del total
" "	segundo	" " "	10,414%	" "
" "	tercer	" " "	7,812%	" "
" "	cuarto	" " "	3,640%	" "

o, dicho de otro modo,

En el	primer periodo	muere el	78,125%	del total
" "	segundo	" " "	47,6%	de los supervivientes
" "	tercer	" " "	58,17%	de los restantes
" "	cuarto	" " "	100%	de los últimos

Ahora bien, la afirmación de De Witt de que el número de decesos semestrales es, para cada uno de los cuatro periodos de la vida humana, respectivamente proporcional a 1, 2/3, 1/2 y 1/3 choca con sus presuposiciones segunda y tercera, según las cuales las constantes de proporcionalidad son: 1, 3/2, 2 y 3 respectivamente. Este cambio asombra naturalmente a los críticos ya mencionados, ya que, contra lo supuesto por De Witt, la mortalidad decrece, en lugar de aumentar, a medida que se suceden los periodos de vida humana. Esto no parece perturbar lo más mínimo a Hacking[16], que acepta sin más la inversión de los valores de las constantes de proporcionalidad.

El caso es sin embargo que, con fecha 20 de Octubre de 1671, De Witt escribe a J. Hudde diciéndole, tras reflexionar *upon what you have communicated to me respecting the proportion found from experience in the mortality of lives year to year*[17]:

"I remark (contrary to my expectation) that the equation of mortality from year to year with confidence be defined as ascending from the age of 50 to that of 75 years; and it is found that, if one chooses several lives, aged 50 years,... they die almost exactly (at least without any sensible difference) as follows:

From	50	to	55	inclusive,	1/6	[*o sea, el 17%*]
"	55	"	60	" ,	1/5	[*o sea, el 20%*]
"	60	"	65	" ,	1/4	[*o sea, el 25%*]
"	65	"	70	" ,	1/3	[*o sea, el 33%*]
"	70	"	75	" ,	1/2	[*o sea, el 50%*]".

Y yendo más allá de los 70 años, la proporción es la siguiente:

"From	75	to	80	inclusive,	3/5	[*o sea, el 60%*]	
"	80	"	85	" ,	2/3	[*o sea, el 67%*]	
"	85	"	90	" ,	7/8	[*o sea, el 88%*]	
"	90	"	100	" ,	1/1	[*o sea, el 100%*]"[18].	

El cambio respecto de los nuevos datos aportados por Hudde, y asumidos por De Witt, es obvio, y pone de manifiesto la posibilidad del carácter puramente *apriórico* de los datos presentados por De Witt en su *Waerdye*. Pero, independientemente de la fiabilidad empírica de la Ley de Mortalidad que De Witt presenta en su tratado, el estadístico (y estadista) neerlandés ha pasado a la historia de la ciencia actuarial como el primer matemático que publicó una aplicación del cálculo de los juegos de azar, tal y como su contemporáneo y compatriota Christiaan Huygens había desarrollado en su opúsculo de 1657, para el cálculo del valor de las rentas vitalicias. De no haber muerto en 1672 en circunstancias trágicas, junto a su hermano Cornelius, Jan De Witt habría podido gozar quizás en vida del reconocimiento de hombres importantes de su época como Gottfried Wilhelm Leibniz y Jakob Bernoulli.

Sobre el trabajo matemático previo del que De Witt parece haber hecho uso, hace ya referencia Leibniz en el capítulo XVI *Des degrés d'Assentiment* en el Libro IV, De la *Connoissance*, de sus *Philosophische Schriften*, página 447[19], donde afirma lo siguiente:

"Les Mathematiciens de nostre temps ont commencé à estimer les hazards à l'occasion de jeux. Le Chevalier de Meré, dont les agremens et autres ouvrages ont esté imprimés, homme d'un esprit penetrant et qui estoit joueur et Philosophe, y donna occasion en formant des questions sur les partis, pour savoir combien vaudroit le jeu, s'il estoit interrompu dans un tel ou tel estat. Par là il engagea Mr. Pascal, son ami, à examiner un peu ces choses. La question eclata et donna occasion à Mr. Hugens de faire son traité de Alea. D'autres savans hommes y entrérent. On etablit quelques principes dont se servit aussi Mr. le Pensionnaire de Witt dans un petit discours imprimé en Hollandais sur les rentes à vie".

Por su parte, Marie Jean Antoine Caritat, marqués de Condorcet (1743-1797), en su *Discours Preliminaire* afirma de De Witt que se trata de

"the first mathematician who thought of applying calculation to political questions ... It was he who first essayed to fix the rate of life annuities according to the probabilities of like given by the tables of mortality[20]".

Por lo que a Jakob Bernoulli respecta, interesado en aplicar la teoría de la *estimación de probabilidades ad civilia, moralia et oeconomia,* en vano intentó durante año y medio que Leibniz le hiciese llegar una copia del trabajo de De Witt[21].

Entre los historiadores de la estadística, el reconocimiento de la labor pionera de De Witt es claro. En efecto, tras exponer la opinión de Simons en *Jan de Witt en zeyn Tyd* de que la aplicación del cálculo de los juegos de azar, que ya había desarrollado Huygens, al cálculo del valor de rentas vitalicias *is the work of De Witt, and he is,..., the first who made so useful an application of the doctrine of chances,* F.Hendriks afirma en nota a pie de página 103 de su *Contributions to the History of Insurance* que .

"De Wit's and Hudde's studies respecting annuities were entered upon consentaneously with or rather innmediatly consequent upon their attention being directed to the discoveries of the laws of chance or probability, exemplified in the then unpublished but already celebrated labours of Pascal and Fermat, on those laws applied to games of hazard; and which were the more familiar to De Wit and Hudde through the treatise of their countryman Huyghens".

Para Hendriks, en definitiva (Cfr. pág. 120), De Witt

"may be considered as the first who perceived that a new-found science, which was but beginning to attract the attention of philosophers of his day, could be applied not solely to the investigation of the hazards of players at ignoble games of cards and dice, but also to the business of life and the good of the commonwealth".

También para Van Rooijen la publicación de Huygens sirvió de guía a De Witt, hasta tal punto que

"comparer Waerdye et Rekeningh in Spelen van Geluck, c'est conclure que les considerations de Huygens ont amené de Witt à calculer la valeur d'une rente viagère au moyen de la théorie des jeux de hasard"[22].

Cualquiera que sea el valor científico que se quiera reconocer al método seguido por De Witt, van Rooijen ve en el tratado de éste un hito importante de la conexión de la mortalidad con la probabilidad:

"La Waerdye a ouvert la voie à l'étude vraiment scientifique des quetions de l'assurance sur la vie. Ensuite, c'est à de Witt que nous devons le fait que le problème de la mortalité est devenu connexe du calcul des probabilités...: le calcul des probabilités a puissamment contribué à faire progresser l'étude des problèms relatifs à la mortalité... Malgré les objections que l'étude de la

Waerdye fait surgir, il y a tout lieu de considérer Johan de Witt comme le créateur de la science des assurances sur la vie"[23].

Finalmente, para Biermann-Faak, el tratado de De Witt

"no ofrecía desde luego nada nuevo ni importante. Pero lo que lo habría hecho tan interesante para Jakob Bernoulli era la conexión de consideraciones probabilísticas, tal y como podían ser encontradas p.e. en Huygens, con un planteamiento fuera del complejo de los juegos de azar. ¡Esto era nuevo! De Witt fue el primero que, en una publicación, dio este paso"[24].

4. El enfoque apriórico de Leibniz sobre la tasa de mortalidad humana y su contribución a la aritmética política

Aunque la contribución de Leibniz al desarrollo de la teoría de probabilidades no pasó del mero enfoque cualitativo de la distinción de *grados de probabilidad*, a instancias del duque de Roannez Leibniz se vio en la necesidad de dar respuesta a dos cuestiones, exhaustivamente analizadas por Kurt R. Biermann[25]. Una tercera pregunta: *De 64 personas 36 mueren a lo largo de 10 años; se desea conocer el número de fallecimientos anuales*, y la solución que Leibniz ofrece, nos interesa especialmente por su relevancia para el problema de las probabilidades de vida. Kurt R. Biermann[26] reconstruye el razonamiento de Leibniz, que sigue los pasos siguientes: Sea z_1 el número de fallecidos durante el primer año; el número de supervivientes que acceden al segundo año es pues $A_1 = 64 - z_1$.

Como la proporción de fallecidos durante el primer año, respecto a las 64 personas originarias, es $z_1/64$, si designamos con z_2 el número de fallecidos durante el segundo año, la proporción de éstos respecto a A_1 será: $z_2/(64-z_1)$. Ahora bien, según Leibniz sucede que

$$\frac{z_1}{64} = \frac{z_2}{64 - z_1} ;$$

luego

$$z_2 = \frac{z_1 (64 - z_1)}{64} .$$

El número de supervivientes que acceden al tercer año es $A_2 = 64 - z_1 - z_2$. Pero muere un número z_3 de ellos durante este tercer año, cuya proporción respecto a A_2 será: $z_3/(64 - z_1 - z_2)$. De nuevo, según Leibniz, sucede que

$$\frac{z_1}{64} = \frac{z_3}{64 - z_1 - z_2} ,$$

luego

$$z_3 = \frac{(64 - z_1 - z_2) \,.\, z_1}{64} .$$

Llamemos, a efectos de mayor simplicidad, $w_2 = z_1 + z_2$. Así, el número de supervivientes que acceden al cuarto año es $A_3 = 64 - w_2 - z_3$, de los que durante este año muere un número z_4, cuya proporción respecto a A_3 es $z_4/(64 - w_2 - z_3)$. Naturalmente, para Leibniz sigue siendo

$$\frac{z_1}{64} = \frac{z_4}{64 - w_2 - z_3} ,$$

con lo que

$$z_4 = \frac{(64 - w_3) \,.\, z_1}{64} ,$$

y en general,

$$z_n = (C - w_{n-1}) \,.\, \frac{z_1}{C} ,$$

y

$$\frac{z_n}{z_{n+1}} = \frac{C - w_{n-1}}{C - w_n} ,$$

donde

$$w_n = \sum_{i=1}^{n} z_i .$$

Ahora bien, el problema con este argumento de Leibniz radica precisamente en aceptar *a priori* que *la tasa de mortalidad se mantiene constante, año tras año,* o sea que

$$\frac{z_1}{64} \cdot 100\% = \frac{z_2}{64 - z_1} \cdot 100\% = \ldots = \frac{z_n}{64 - w_{n-1}} \cdot 100\%$$

En efecto, en el cálculo con el que Biermann cierra su artículo se observa claramente este hecho. Como Biermann calcula que en el primer año mueren 5,079 personas, esto quiere decir que en este primer año ha muerto el 7,935% de los 64 individuos de partida. Para el segundo año quedan pues 58,921 personas. Si es verdad, como afirmo, que Leibniz acepta *a priori* un porcentaje constante de mortalidad, tiene que ocurrir que durante el segundo año muera un 7,935% de los 58,921 supervivientes, o sea, 4,67538 personas. Y, en efecto, en la tabla de Biermann observamos que, según sus cálculos, durante el segundo año mueren 4,676 personas. Esta concordancia existe también entre los demás valores. Claro que, si el duque de Roannez hubiera sabido de antemano que la tasa de mortalidad se mantiene constante, él mismo habría podido resolver seguramente el problema. Pero, suponer, como hace Leibniz, un conocimiento *a priori* acerca de una tasa *constante* de mortalidad en cada uno de los 10 años, es, tal vez, suponer demasiado.

Los cálculos de Leibniz sobre probabilidades de la vida humana constituyen un caso extremo de enfoque apriorístico. No sólo porque no tiene en cuenta para nada la experiencia, aunque sin duda Leibniz conocía el trabajo de Graunt[27], sino porque ni siquiera se preocupa por suponer que la tasa de mortalidad varía con la edad, y no es en absoluto constante. Leibniz podía al menos haberse aproximado al tratamiento -no menos apriorístico, desde luego- de De Witt, cuyo tratado, como ha quedado reflejado en la Sección 3, conocía a la perfección.

Esta despreocupación de Leibniz por los datos de experiencia para el cálculo de probabilidades de vida es harto elocuente en su trabajo mencionado *Essay... sur la vie humaine*. Suponiendo, de modo completamente arbitrario -Leibniz dice recurrir a las Sagradas Escrituras y a la experiencia, según las cuales nadie cumple los 81 años de edad- que, de cada 81 personas nacidas, muere uniformemente 1 por año, sin que ninguna de ellas agote los 81 años de vida, Leibniz se entrega en su *Essay* a una serie de meros ejercicios aritméticos elementales a fin de calcular la duración media de la vida humana, la probabilidad de vida de una persona de una edad determinada, la proporción de personas de cada edad que muere anualmente, las proporciones relativas de personas vivas en función de la edad, etc. Carente de cualquier valor empírico, este *Essay* tiene no obstante el interés de que 1) identifica *l'apparence* de un fenómeno con su *degré de probabilité*[28], 2) identifica sin paliativos la duración media de la vida de una persona de una edad determinada con su probabilidad de vida futura[29], y 3) sostiene que el conocimiento de la probabilidad de vida es necesario para el cálculo exacto del valor de las rentas vitalicias[30]. Todo lo cual indica que Leibniz dominaba el cálculo de probabilidades en los juegos de azar y que, participando de la inquietud general de la época, defiende su aplicabilidad en otros dominios, como el de la mortalidad, y su utilidad para un tratamiento matemático del valor de las rentas vitalicias.

Tal vez por ello Leibniz acaba convenciéndose de la conveniencia política de disponer de datos sobre país y población, y recomendando la observación atenta. Así, en una serie de escritos de los años ochenta[31], propone la confección de tablas estadísticas oficiales, el establecimiento de un Registro, etc. En particular, asevera, en las *Acta und Archiva des Collegii Sanitatis*

"hay que incluir también los extractos semanales, mensuales y anuales de los registros de mortalidad, o Bills of mortality, a fin de observar cuántas personas nacen y mueren, y a causa de qué enfermedades, sin olvidar la edad y otras circunstancias; lo que sin duda iluminará nuestro conocimiento"[32].

Finalmente, en su tratado *Quaestiones calculi politici circa hominum vitam et cognatae*, Leibniz plantea, sin ningún tipo de comentario, 56 cuestiones susceptibles de ser tenidas en cuenta en un tratado de aritmética política. De ellas voy a citar unas cuantas, resolubles sólo por medio de una atenta recopilación de datos:

1. Numerus hominum
6. Quot cujusque aetatis homines
7. Quae aetates magis mortibus obnoxiae
9. Quae sit longitudo media vitae humanae
11. Quanti sit reditus ad vitam
21. Comparatio mortium et nativitatum
22. Incrementum aut decrementum generis humani
39. Quot homines cujuscumque professionis, et quae eorum proportio
48. Annotationes omnium mutationum mortium bapt. conjug. etc.

4. El cálculo empírico de Edmund Halley de las probabilidades de vida

La primera vez que se pone en duda la fiabilidad de los resultados de Graunt ocurre cuando Halley califica de defectuoso el procedimiento seguido por aquél, debido:

"First, in that the Number of the People was wanting. Secondly, That the Ages of the People dying was not to be had. And Lastly, That both London and Dublin by reason of the great and casual Accession of Strangers who die therein (as appeared in both, by the great Excess of the Funerals above the Births) rendred them incapable of being Standards for this purpose; wich requires, if it were posible, that the People we treat of should not at all be changed, but die where they were born, without any Adventitious Increase from Abroad, or Decay by Migration elsewhere"[33].

Estos requisitos parecía satisfacerlos la ciudad de Breslau, en Silesia, pues, a decir de Halley, las *late curious Tables of the bills of Mortality at the City of Breslau* tienen la excelente propiedad de que

"both the Ages and Sexes of all that die are monthly delivered, and compared with the number of the Births, for Five Years last past, viz. 1687, 88, 89, 90, 91, seeming to be done, with all the Exactness and Sincerity possible"[34].

Los datos de que se sirve Halley para construir la primera tabla emprírica de mortalidad fueron recogidos por Caspar Neumann (1648-1715) en la ciudad de Breslau, donde, según G. E. Guhrauer[35], a partir de 1542 en la iglesia de María Magdalena fueron registrados los nombres de los bautizados, desposados y fallecidos, y también en la de Santa Isabel, a partir de 1569. Las listas de mortalidad de la ciudad de Breslau fueron comunicadas a la *Royal Society* de Londres por su secretario Justell, y Halley reconoce la autoría de Neumann[36]. Neumann gozó del apoyo moral del Dr. Gottfried Schultz, médico de Breslau, que había traducido el trabajo de Graunt[37], pero sobre todo de Leibniz, que fue quien en definitiva le puso en contacto con la Royal Society de Londres. El interés de éste por temas de aritmética política ya lo hemos reflejado al final de la Sección 3, donde también hemos referido el hecho que Leibniz apoyó el ingreso de Neumann en la Academia de Ciencias de Berlin por las *excelentes* Observationes *que ha llevado a cabo al estilo de los* bills of mortality *ingleses*. Como Leibniz había sido elegido miembro de la *Royal Society* el 18 de Abril de 1673, parece que tuvo que ser él quien llamara la atención de los miembros de esta honorable sociedad sobre los estudios de Neumann. El hecho es que el 7 de Octubre de 1692 Justell acusa recibo a Neumann de su carta de Enero del mismo año que acompañaba al envío por parte de éste de las listas de mortalidad de los años 1687, 88, 89 y 90, y le comunica que las presentará ante la *Royal Society* en cuanto ésta vuelva a reunirse. En su contestación de fecha 9 de Diciembre del mismo año, Neumann adjunta los extractos de los resgistros correspondientes a 1691, y todavía en 1694 se dirigiría a Halley con el material correspondiente al año 1692.

El estudio de este material le permite concluir a Halley que en Breslau nace una media anual de 1238 personas de las que: 1) 348 mueren antes de cumplir su primer año de vida, 2) 198 mueren entre 1 y 6 años de edad, sin alcanzar por consiguiente a cumplir los 7, y 3) que el resto muere de acuerdo con la cadencia siguiente (que Halley concreta en su famosa Tabla I):

- con 7 y 8 años de edad mueren 11 personas anualmente
- entre 9 y 25 años de edad mueren 6 personas anualmente
- entre 25 y 50 años de edad mueren de 7 a 9 personas anualmente
- entre 50 y 70 años de edad mueren de 9 a 12 personas anualmente
- a partir de 70 años de edad decrece el número de fallecimientos anuales, hasta la extinción completa de los pocos que devienen centenarios

Tabla I [38]

7 . 8 9. . 14 . 18 . 21 . 27 . 28 . . 35 .
11 . 11 . 6 . $5\frac{1}{2}$. 2 . $3\frac{1}{2}$ 5 6 $4\frac{1}{2}$ $6\frac{1}{2}$ 9 . 8 . 7 . 7 .

36 . 42 . 45 . 49 54 . 55 . 56 . 63
8 . $9\frac{1}{2}$ 8 . 9 . 7 . 7 . 10 11 . 9 . 9 . 10 . 12

70 71 . 72 77 81 84 . 90 91 .
$9\frac{1}{2}$ 14 9 . 11 $9\frac{1}{2}$ 6 . 7 . 3 . 4 . 2 . 1 . 1 . 1 .

98 . 99 . 100.
0 . $\frac{1}{5}$. $\frac{3}{5}$

A partir de esta Tabla I Halley construye la siguiente:

Tabla II

Age. Curt.	Per-sons.	Age. Curt.	Per-sons	Age. Curt.	Per-sons	Age. Curt.	Per-sons	Age. Curt.	Per-sons	Age. Curt.	Per-sons	Age.	Persons.
1	1000	8	680	15	628	22	585	29	539	36	481	7	5547
2	855	9	670	16	622	23	579	30	531	37	472	14	4584
3	798	10	651	17	616	24	573	31	523	38	463	21	4270
4	760	11	653	18	610	25	567	32	515	39	454	28	3964
5	732	12	646	19	604	26	560	33	507	40	445	35	3604
6	710	13	640	20	598	27	553	34	499	41	436	42	3178
7	692	14	634	21	592	28	546	35	490	42	427	49	2709
Age Curt	Per-sons.	Age. Curt.	Per-sons	Age. Curt.	Per-sons	Age Curt	Per-sons	Age. Curt.	Per-sons	Age. Curt.	Per-sons	56	2194
43	417	50	346	57	272	64	202	71	131	78	58	63	1694
44	407	51	335	58	262	65	192	72	120	79	49	70	1204
45	397	52	324	59	252	66	182	73	109	80	41	77	692
46	387	53	313	60	242	67	172	74	98	81	34	84	253
47	377	54	302	61	232	68	162	75	88	82	28	100	107
48	367	55	292	62	222	69	152	76	78	83	23		34000
49	357	56	282	63	212	70	142	77	68	84	20		Sum Total.

del número de personas de la misma edad que viven en Breslau. El provecho que comporta el uso de esta Tabla II es múltiple; como propio Halley afirma, 1) *It exhibits the* Number of People *in the City of* Breslaw *of all Ages, from the* Birth *to extream* Old Age, 2) *thereby shews the Chances of* Mortality *at all* Ages, así como 3) *the* Chances *that there are that a* Person *of any* Age *proposed does live to any other* Age *given*; por último muestra 4) *how to make a certain Estimate of the value of* Annuities for Lives, *which hitherto has been only done by an imaginary Valuation.*

El cálculo de los juegos de azar constituye el marco conceptual por medio del cual Halley hace inteligible la noción de *grados de mortalidad*, o, mejor dicho, de vitalidad:

> "for if the number of Persons of any Age remaining after one year, be divided by the difference between that and the number of the Age proposed, in shews the odds that there is, that a Person of that Age does not die in a Year"[39].

En efecto, en la Tabla II observamos que, de 567 personas de 25 años de edad (the Age proposed), sólo mueren 7 en un año, ya que 560 es el número de personas que quedan de 26 años (the number of Pearson remaining after one year); obviamente, pues, *a Person of 25 Years of Age has the odds of 560 to 7 or 80 to 1, that he does not die in a Year.* Análogo procedimiento se sigue para ver en qué relación están las posibilidades de que una persona de edad dada alcance cierta edad, es decir, viva aún un número determinado de años: *What is the odds* -se pregunta Halley- *that a Man of 40 lives 7 years.* La respuesta es bien simple: Como el número de personas de 47 años de edad es 377, en los 7 años precedentes han muerto 445-377= 68 personas; luego las apuestas están en la proporción de 377 contra 68, o de 5,5 contra 1, a favor de que una persona de 40 años cumplirá 47.

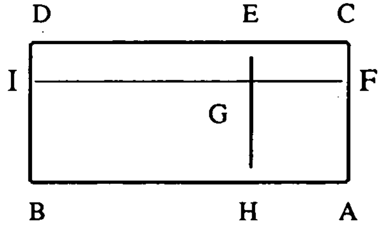
La Tabla II permite también responder fácilmente a la pregunta acerca de *at what numer of Years, it is an even Lay that a Person of any Age shall die,* dicho de otra manera, lo que se pregunta es *the Age, to which it is an even Wager, that a Person of the Age proposed shall arrive before he die.* También aquí la respuesta es simple: La edad, a la que se ha reducido a la mitad el número de personas de una edad dada, es aquélla en que las apuestas sobre si una persona alcanzará esa edad están en la proporción de 1 contra 1.

Lo dicho tiene consecuencias obvias para el cálculo del valor de rentas vitalicias, ya que al efecto hay que deducir de la Tabla de Mortalidad la *probabilidad* de que una persona de una edad determinada siga aún con vida un cierto número de años. La razón es que tiene que haber una diferencia de precio entre la renta comprada para una persona de 20 años y la correspndiente para una de 50: *it being 100 to 1 that a Man of 20 dies not in a year, and but 38 to 1 for a Man of 50 Years of Age*[40]. Con lo que el precio del seguro de vida de la primera para un año ha de ser el 38% del valor del de la persona de 50 años de edad.

Halley es completamente consecuente en su aplicación del cálculo de los juegos de azar a las cuestiones relativas a la mortalidad; hasta el punto de que la noción de sucesos *probabilísticamente* independientes le sirve para concebir la duración de la vida de una persona como *independiente* de la de otra. Este *principio de independencia* le resulta muy útil a Halley para calcular, dadas dos personas de edades diferentes, transcurridos unos años, a) *the Chances that both the Persons are living*, b) *the Chances that both the persons are dead*, y c) *the Chances that there are that each Party survives the other.*

Supongamos, en efecto, dos personas, una de 26 años y otra de 35; identificando, según un criterio comúnmente seguido en la época[41], el número de personas de edad determinada con el número de posibilidades (chances) de cada persona de esta edad, diremos que cada vida de 26 años de edad tiene 560 chances, y que cada una de las de 35 años de edad tiene 490. Transcurridos, digamos, 10 años, el número de personas de 26 años de edad ha quedado recudido a 481, y el de las de 35 ha quedado reducido a 397. Como las diferencias respectivas, 79 y 93, representan el número de personas de ambas edades fallecidas en estos diez años, entonces $\frac{487 \text{ x } 397}{560 \text{ x } 490} = 0{,}696$ es la *probabilidad* de que ambas vivan al cabo de esos diez años. Por contra, $\frac{79 \text{ x } 93}{560 \text{ x } 490} = 0{,}027$ es la *probabilidad* de que ambos hayan muerto. Análogamente, $\frac{481 \text{ x } 93}{560 \text{ x } 490} = 0{,}16$ y $\frac{397 \text{ x } 79}{560 \text{ x } 490} = 0{,}114$ son, respectivamente las *probabilidades* de que, al cabo de diez años, el más joven aún viva, pero no el mayor, y que el mayor aún viva, pero no el más joven. En efecto, la suma de esta *probabilidades* es prácticamente igual a 1.

Halley ofrece una representación geométrica, muy al uso en la época, de la situación que acabo de reflejar, que resumo a continuación:



1) AB = CD: número de personas de la edad menor
DE = BH: supervivientes después de un número de años
CE = AH: número de fallecidos en este tiempo

2) AC = BD: número de personas de mayor edad
AF = BI: supervivientes después de los años pasados
CF = DI: número de fallecidos en este tiempo

3) Sea el paralelogramo ABCD el producto Nn de los dos números de personas dadas al comienzo; entonces

- el rectángulo HD = HBDE es el número de supervivientes jóvenes
- el rectángulo AE = AHEC es el número de jóvenes fallecidos
- el rectángulo AI = ABIF es el número de supervivientes mayores
- el rectángulo FD = FIDC es el número de mayores fallecidos.

4) - el rectángulo HI = HBIG es el número Rr de supervivientes de ambas edades.

- el rectángulo FE = FGEC es el número Yy de fallecidos de ambas edades.

- el rectángulo GD = GIDE es el número Ry de supervivientes jóvenes y fallecidos mayores.

- el rectángulo AG = AHGF es el número rY de supervivientes mayores y jóvenes fallecidos.

En conclusión,

- Como el rectángulo AD [Nn] es a FE [Yy], así también todas las chances respecto a las de que ambos mueran.

- Como AD es a GD [Ry], así también el número total de chances respecto a las de que el joven sobreviva y el mayor muera.

- Como AD es a AG, así también el número total de chances respecto a las de que el mayor sobreviva y el joven muera.

- Como AD es a HI, así también el número total de chances respecto a las de que ambos sobrevivan.

La *probabilidad* de que tres personas continuen en vida tras una serie de años, o la *probabilidad* de cualquier otra combinación lógicamente posible, la muestra Halley construyendo, sobre la base del rectángulo de arriba, un paralepípedo *Nn*n, en cuyo interior pueden ser construidos 8 paralepípedos menores. Las relaciones de éstos con *Nn*n dan las *probabilidades* buscadas.

Obsérvese que, cada vez que he utilizado el término *probabilidad* en esta Sección lo he escrito en cursiva. Ello se debe a que Halley no lo emplea *nunca*, utilizando en su lugar las expresiones *chance y odds*, propias de los juegos de azar. Pero los historiadores no se han andado con remilgos, y ya desde fecha muy temprana han identificado ambos conceptos con el de *probability*. Así, en el artículo *Annuities* de la primera edición de 1771 de la *Encyclopaedia Britannica*, el articulista anónimo afirma que, en *Dr. Halley's table on the bills of mortality... the probability of the continuance or extinction of human life is estimated as follows*[42], a saber:

"The probability that a person of a given age shall live a certain number of years, is measured by the proportion which the number of persons living at the proposed ages has to the difference between the said number and the number of persons living at the given age".

Y unas líneas más abajo se identifica sin paliativos probabilidad con chance, cuando se habla de la *probability* or *chance* de que una persona determinada viva aún cierto número de años.

En esta misma edición de la *Encyclopedia Britannica*, en el artículo anónimo *Gaming*, que trata de la *doctrine of chances* y su aplicación a los juegos de azar, el articulista, que toma como base el tratado *De mensura sortis* de Abraham De Moivre, relaciona sin ningún reparo los términos *chance*, *probability* y *odds*. Supongamos, viene a decir, que participo en dos apuestas tales que las posibilidades (chances) de ganar la primera están a mi favor en la proporción de 3 a 2, y las de ganar la segunda en la proporción de 7 a 4. El articulista se pregunta por la *probability* a) de ganar ambas apuestas, b) de ganar la primera y perder la segunda, c) de ganar la segunda y perder la primera, y d) de perder ambas. Como lo que me interesa es mostrar la relación que, desde pronto, existe entre los tres conceptos mencionados, sólo voy a citar la respuesta que el articulista da a la primera pregunta:

"The probability of winning the first is 3/5, that is the number of chances I have to win, divided by the number of all chances: The probability of winning the second is 7/11: therefore, multiplying these two fractions together, the product will be 21/55, which is the probability of winning both wagers. Now, this fraction being substracted from 1, the remainder is 34/55, which is the probability I do not win both wagers: therefore the odds against me are 34 to 21".

Como se ve fácilmente, el cálculo de Halley de las *probabilidades* de vida futura de dos personas de edades diferentes no es sino un ejemplo palpable de la situación descrita por el articulista de *Gaming* sobre las dos apuestas. De nuevo, las cuestiones relativas a la mortalidad de las personas aparecen como modelo del cálculo de los juegos de azar.

La historiografía posterior de la estadística matemática ve también en Halley un impulsor decisivo del cálculo de probabilidades de vida futura sobre base puramente empírica. Así, en el artículo *Insurance* de la *Encyclopaedia Britannica*[43] se dice lo siguiente:

"Dr. Halley may be designed,..., the discover and scientific arranger of what are called Lifes Tables, but there is no doubt that De Witt preceded him by some years in the elimination of a method by which the true value of a life annuity could be obtained. Halley was more scientific than De Witt, but there is no occasion to place the one above the other, they both... may be referred to as the originators of the application of the doctrine of probabilities of life and death to practical uses".

Por su parte, Isaac Todhunter[44] afirma que la interpretación geométrica de Halley, expuesta más arriba, nos permite conocer *the probability of one or both being alive at the end of a given number of years*. Y también para Mortiz Cantor[45] Halley utiliza suTabla II para determinar la probabilidad de vida (Lebenswahrscheinlichkeit). Cantor acepta perfectamente que el concepto de probabilidad en Halley ha de ser interpretado en términos de apuesta: "Si junto a 1 año de edad está el número 1000, y junto a 2 años de edad está el número 855, lo que indica una diferencia de 145, esto quiere decir que se puede apostar 855 contra 145, o sea, 6 contra 1, que un niño de 1 año de edad cumplirá 2 años.De igual forma se obtiene de la Tabla la probabilidad, en inglés *the odds*, de que una persona de 40 años de edad viva 7 años más". Y en relación a la representación geométrica de Halley, Cantor afirma que *la probabilidad de cada suceso* [es decir: *Rr, Yy, Ry, Yr*. A.R.] *se obtiene dividiendo el producto correspondiente por Nn.*

Abundando en las opiniones favorables acerca de la contribución de Halley al desarrollo de la estadística científica, R. Böckh[46] asevera que el día en que Halley publicó su tratado puede ser considerado el del nacimiento de la ciencia estadística. Opinión que Sheynin corrige replicando que parece imposible hablar del nacimiento de la ciencia estadística sin mencioanr a Petty y Graunt. Para concluir, Karl Pearson[47] asevera que Halley introdujo for *the first time* *under the* chance of living *the ideas of the calculus of probability into statistics.*

Pero la Tabla II de Halley contiene algunos puntos oscuros que conviene poner de manifiesto. Los datos aportados por Halley para los 6 primeros años de vida no aparecen reflejados en ella; tan sólo que 692 niños inician su séptimo año de vida. Sumando las personas que se encuentran con vida en cada una de las edades, Halley obtiene que el número de habitantes de Breslau asciende a 34.000 almas. Obsérvese empero 1) que, sin partimos de 1238 nacimientos, sólo alcanzan su primer año de vida 1238-348 = 890 niños, de los que mueren 198 antes de cumplir su séptimo año de vida. Extraña pues que Halley parta en su Tabla II de 1000 niños que han cumplido su primer año de vida; sobre todo extraña que, hasta llegar a los 692 niños que han cumplido su séptimo año de vida, hayan fallecido 308 de los 1000 primeros, pues la proporción no se mantiene. En efecto, si de 890 niños de 1 año de edad mueren 198 antes de haber cumplido 7 años, de 1000 deberían morir 222, y no 1000-692 = 308, como Halley indica en su Tabla II; y 2) que, para Halley, entre 85 y 100 años de edad hay 107 personas, cuyo desglose por años él no especifica en su Tabla.

Pero los problemas que plantean los números de esta Tabla II vienen de antiguo. Ya Isaac Todhunter[48] desconfiaba de su fiabilidad, y para justificar su recelo remite a dos interpretaciones diferentes de la misma: la de Montucla, quien, según Todhunter, entendía que, de 1000 nacidos, 855 cumplían la edad de 1 año; que 798 de éstos cumplían 2 años de edad, etc., y la de Daniel Bernoulli, quien entendía que Halley no especificaba en su Tabla el número de nacidos, correspondiendo el de 1000 a los que se supone que habían cumplido 1 año de edad, 855 a los que de éstos habían alcanzado los 2 años de edad, etc.

Una interpretación distinta de estas dos es la de Willem Kersseboom, quien[49] interpreta el dato de Halley *Age current 1: 1000* como *A la edad entre 0 y 1 año había 1000 personas.* Moritz Cantor sugiere por su parte[50] el carácter proporcional de los datos de la Tabla, los cuales habrían sido calculados por Halley en relación a 1000, mientras que para Karl Pearson[51] la Tabla II indica que, de los 1000 nacidos, 855 comienzan su segundo año de vida, 798 su tercer año, etc.

Vinzenz John y G.F. Knapp analizan también con bastante detenimiento el contenido de la Tabla de Halley, tratando de buscar una explicación razonable de la misma, y de sus interpretaciones. Pues bien, para Knapp[52] la respuesta consistente en decir que Halley, por reducción matemática, toma la base 1000, es insostenible porque lo que Halley quiere en primer lugar es calcular la población *real* de Breslau, y esto es imposible partiendo de una base arbitraria. Se podría pensar, afirma por su parte V. John[53] que la entrada *1000 Personas a la edad entre 0 y 1 año* tuviese la siguiente explicación: igualando el número de nacidos al de fallecidos, o sea, 1174, y restándole los 348 fallecidos, quedarían 826 niños que habrían cumplido 1 año de edad. El número de personas existentes entre 0 y 1 año sería la media aritmética entre el número de nacimientos, y el de quienes llegaron a cumplir 1 año, a saber: (1174+826) . 1/2 = 1000. El problema es que ninguna otra entrada de la Tabla II se explica de esta manera, con lo que el procedimiento de su confección no puede ser éste. Como alternativa se podría pensar que el rótulo *Age current* hace referencia al número de personas que acaban de cumplir la edad correspondiente. Pero en este caso *sólo* sería comprensible la entrada correspondiente a la edad de 7 años, y la Tabla tendría que comenzar con 1238 personas que hubieran cumplido su primer año de vida. Con lo que en este caso tampoco todos los datos de la Tabla encuentran explicación. La conclusión de Vinzenz John es la de que parece que no hay más remedio que afirmar que la Tabla II está confeccionada más o menos arbitrariamente. A ello habría que añadir que, como la Tabla sólo incluye personas hasta 84 años de edad, cuando Halley suma el número total de habitantes de Breslau, añade, sin más explicación, 197 personas correspondientes a las edades entre 85 y 100 años.

Cualquiera que sea, pues, el verdadero valor empírico de la Tabla de Mortalidad de Halley, al eminente astrónomo inglés le corresponde el honor de haber marcado la metodología a seguir por la estadística empírico-científica. Sin olvidar que sus investigacioens sobre mortalidad (junto a las de De Witt y De Moivre) servirían para que James Dodson sentase las bases de una ciencia actuarial rigurosa, contribuyendo en 1762 a la fundación de la *Society for Equitable Assurances on Lives and Survivorships,* la primera compañía de seguros que aplicó las estadísticas científicas de mortalidad al cálculo de seguros de vida.

5. Conclusión

Desde un punto de vista epistemológico me interesa destacar en este trabajo el hecho de que los teóricos de probabilidades del siglo XVII vieran ya desde un principio en las estadísticas de mortalidad -dicho en terminología contemporánea- un modelo potencial del cálculo en los juegos de azar. El honor de haber reconocido por vez primera la aplicabilidad de la naciente teoría de probabilidades al cómputo de probabilidades de vida y rentas vitalicias les corresponde a los hermanos Huygens, y en particular a Christiaan, quien trasladó nociones características del cálculo en los juegos de azar como: esperanza, apuesta leal, chance, así como usos propios de loterías (extracción de boletos) etc.[54], al cálculo de esperanzas de vida futura. Pero sus trabajos permanecieron inéditos y deben ser considerados más bien como ejercicios que como un corpus de teoría estadística. Tal vez por ello los Huygens no se preocuparon por indagar la fiabilidad empírica de la Tabla de Mortalidad de Graunt[55], aunque tampoco lo hicieran Leibniz ni Bernoulli.

Así, el tratado de De Witt es el primer trabajo publicado en que el cálculo de probabilidades aparece aplicado a dominios distintos de los juegos de azar; si bien la tasa de mortalidad de que se sirve es puramente apriórica, y sólo cuando, a sugerencias de Hudde, De Witt la corrige, se aproxima bastante a las que se desprende de otras tablas de mortalidad construidas sobre base empírica[56]. Más radicalmente apriórico es el enfoque de Leibniz quien, a pesar de conocer bien los trabajos de Graunt y De Witt, no tiene reparos en asumir a priori una tasa de mortalidad anual constante. De todas maneras, también Leibniz ve en los dominios de la mortalidad y rentas vitalicias un modelo potencial del cálculo de probabilidades.

El trabajo estadístico más rigurosamente científico de la época es el de Halley, quien por primera vez primera cuestiona la fiabilidad empírica de la Tabla de Mortalidad de Graunt y construye, a partir de los datos registrados en la ciudad de Breslau, una tabla de mortalidad que le permite el cálculo empírico de probabilidades de vida futura y de rentas vitalicias. Si bien es verdad que ni Halley ni los otros matemáticos aquí considerados emplea la palabra *probabilidad*, no es menos cierto que los usos de Halley de términos tales como *chance* y *odds* son perfectamente equiparables a *probabilidad*. Así, y aunque la Tabla de Halley no sea todo lo clara que su autor pretendiera, la investigación del astrónomo inglés une al rigor conceptual -ya presente en la correspondencia de Huygens- una preocupación fundamental por la fiabilidad empírica de sus cálculos.

Agradecimientos

Este trabajo lo he realizado en calidad de investigador de la Fundación Alexander von Humboldt, a la que estoy muy reconocido por su apoyo. Pero la confección del mismo habría sido imposible de no haber contado con las facilidades de todo tipo que me ofrecieron tanto la Biblioteca Universitaria como el *Fachbereich Philosophie* de la Universidad de Frankfurt, a las que expreso mi más sincero agradecimiento.

NOTAS

1 En RIVADULLA, A. (1988) hago constar que la mayor contribución de Lakatos a la metodología de la ciencia fue la de desarrollar las ideas implícitas en la filosofía popperiana de la ciencia.

2 PEARSON, K. (ed.) (1978), p. 126.

3 FISHER, R.A. (1925), Introducción.

4 *Op. Cit.*, *Ibid.* y p. 2.

5 Aquí voy a utilizar el término cálculo de probabilidades en un sentido amplio que incluye el cálculo [*de proporciones*] en los juegos de azar. No pretendo con ello discutir las razones que llevan a Ivo Schneider en varios trabajos: (1796), (1979), (1981) y (1984), a afirmar que fue Jakob Bernoulli el verdadero creador del cálculo de probabilidades. Pero los hechos siguientes; 1) el reconocimiento por parte del propio Ivo Schneider de que el capítulo 16' del *Ars cogitandi* [la *Lógica de Port Royal*], en el que el viejo concepto de probabilidad [subjetiva] conecta con los comienzos del cálculo en los juegos de azar, sólo contenga como novedad el hecho de que las razones entre chances se expresan en términos de razones entre grados de probabilidad; 2) que I. Schneider mencione que, en la traducción llevada a cabo por J. Arbuthnot, con el título *Of the Laws of Chance, or, A Method of Calculation of the Hazards of Game*, publicada en 1692, del tratado de Christiaan Huygens, *De ratiociniis in ludo alae*, 1657, en la que *equal chances* se traducía ya como *equal probabilities*; 3) que ya en la primera edición de 1771 de la *Encyclopaedia Britannica*, particularmente en los artículos "Annuities" y "Gaming" se identifique *chance* y *probability*; y 4) que en su trabajo (1980), p. 272 asevere que "In retrospect, after the creation of a calculus of probabilities by Jakob Bernoulli and Abraham de Moivre, Huygens appeared as a pioneer of the new discipline. This is to say that Huygens's work could be translated very easily into the new terminology and soon was undestood only within it", estos hechos pueden sugerir que, desde su comienzo los términos *chance* y *probability* son prácticamente intercambiables.

6 Existe una versión española de esta obra en DE MORA, M.S. (1989).

7 GRAUNT, J. (1662) capítulo XI.

8 Ver HUYGENS (1895), Vol. VI, Nr. 1755.

9 Ver HUYGENS, *op. cit.*, Nr. 1777.

10 Ver HUYGENS, *op. cit.*, Nr. 1777. Para un análisis más detallado de estas cuestiones, así como en relación a un planteamiento crítico de la fiabilidad de la Tabla de Mortalidad de Graunt, ver RIVADULLA, A. (1990).

11 Traducción de la edición holandesa de 1671, *Waerdye van Lyfrenten Naer Proportie van Losrenten;* en CHATELEUX, P.J.L. de & VAN ROOIJEN, J.P. (1937) *Le rapport de Johann de Witt sur le calcul des rentes viagères*. La Haye, Martinus Nijhoff. De la *Waerdye* sólo se imprimieron 30 ejemplares. Sobre la historia del redescubrimiento de alguno de éstos, así como de algún manuscrito, disponemos del *comentario histórico* de van Rooijen anexo a la traducción francesa de de Chateleux de la *Waerdye*, así como de las referencias que al respecto dan K. Kohli y B.L. van der Waerden (1975). Según estos autores, Bierens de Haan, profesor de la Universidad de Leiden, encontró en 1875 un

ejemplar de la *Waerdye* en poder del Jonkheer J.F.L. Coenen van's Graves loot. Con ocasión del centenario de la Wiskundig Genootschap, celebrado en 1879, Bierens de Haan compuso un opúsculo titulado *Feest-Gave van het Wiskundig Genootschap te Amsterdam... van zijn honderjarig bestan*, que contenía una reproducción facsímil de la Waerdye. K. Kohli y van der Waerden para más datos: "Otro ejemplar original fue encontrado en 1887 en la Biblioteca de la Algemeene Maatschappij van Levensverzekering en Lijfrente. (...) Un tercer ejemplar impreso fue adquirido por 20 gulden por la Vereeniging voor Levensverzekering en una subasta el 12 de Noviembre de 1918. Un cuarto ejemplar se encuentra en posesión de la *Levensverzekeringsmaatschappij* 'De Utrecht' en Utrecht. Un ejemplar manuscrito, probablemente de la mano del burgomaestre de Amsterdam Johann Hudde, se encuentra en el Rijks-Archief de la Haya".

12 La explicación de por qué es éste el espacio de vigor vital la da De Witt en la p. 27 de su *Waerdye:* "dans la plupart des cas, les rentes viagères sont effectivement achetées sur des enfants jeunes et sains, ayant 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 ans,...; eh bien! pendant leur enfance, et même un peu au-delà, ces têtes sont légèrement plus résistantes et moins sujettes à mourir qu´elles ne le seront environ cinquante ans plus tard, car la jeunesse n'est guère exposée à trouver la mort à la suite de causes accidentelles et extraordinaires, parmi lesquelles il convient de citer: les guerres, les voyages périlleux, l'abus des boissons fortes, le commerce avec les femmes poussé à l'excés ou, plus généralement, le manque de conduite, et, pour ce qui regarde plus particulièrement les femmes, la mise au monde des enfants et des inconvénientes semblables; par rapport à ce que nous venons d'énumérer, ce sont dònc encore les premières années aprés l'achat ou la constitution des rentes qui offrent le moins de danger".

13 Ver ORCHARD (1852).

14 Ver CANTOR, M. (1900), Vol. II, p. 46.

15 ENESTRÖM, G. (1898), p. 63.

16 HACKING, I. (1975), p. 117.

17 Cita tomada de HENDRIKS, F. (1853), Vol. III, p. 105. De Witt se refiere a la Tabla de Mortalidad que Hudde construyó "des personnes sur les têtes desquelles des contrats de rentes viagères ont été vendus par le gouvernement des provInces unies, en 1586, 1587, 1588, 1589 et 1590", y que presumiblemente es la misma que envió a Huygens. Ver al respecto la carta de Hudde a Huygens, fechada en Amsterdam el 18 de Agosto de 1671, Documento Nr. 1839 del Vol. II de Huygens: *Oeuvres Complètes*, 1897.

18 Estos valores se ven bastante bien confirmados por la *Tabla de Mortalidad* de Hudde. En efecto, si tomamos el número de personas (igual a 412) mayores de 50 años correspondientes a los trece primeros grupos de la citada Tabla, observamos que

De	50 a 54	años	muere	ca.	el	13%	del total de mayores de 50 años		
De	55 a 59	"	"	"	"	19%	de los supervivientes		
"	60 a 64	"	"	"	"	24%	"	"	"
"	65 a 69	"	"	"	"	33%	"	"	"
"	70 a 74	"	"	"	"	48%	"	"	"
"	75 a 79	"	"	"	"	56%	"	"	"

"	80 a 84	"	"	"	" 71%	"	"	"
"	85 a 89	"	"	"	" 90%	"	"	"
"	90 a 100	"	"	"	" 100%	"	"	"

Este carácter ascendente lo muestran también las

		Tablas de		
	Halley	Kersseboom	Deparcieux	
Entre 50 y 54 años muere ca	17%	12%	9%	de los superviv.
55 y 59	18%	14%	12	
60 y 64	23%	18%	15%	
65 y 69	29%	22%	22%	
70 y 74	44%	29%	32%	
75 y 79	69%	43%	44%	
80 y 84	100%	55%	59%	
85 y 89	-	78%	77%	
90 y 95	-	100%	100%	

19 *Die philosophischen Schriften von Gottfried Wilhelm Leibniz*, Vol. V, (1892). Berlin, Herausgegeben von C.I. Gerhardt.

20 Citado en la p. 396 del artículo "Insurance" de la *Encyclopaedia Britannica*, Vol. XII, 1856.

21 En su trabajo de 1959 "G.W. Leibniz und die Berechnung der Sterbewahrscheinlichkeit bei J. de Witt", *Forschungen und Fortschritte, 33*, pp. 168-173, Kurt R. Biermann und Margot Faak exponen el intercambio epistolar entre Jakob Bernoulli y Gottfried W. Leibniz en torno al tratado de De Witt. Bernoulli escribió el 3 de Octubre de 1703 a Leibniz [*LMS*. Vol. III/1, p. 78] llamando su atención sobre una nota aparecida en los *Monatliche Deutsche Auszüge* de Hannover de Septiembre de 1700 y Enero de 1701 acerca del, hasta entonces para él desconocido, tratado de De Witt, en una copia del cual estaría muy interesado.

La respuesta de Leibniz [*LMS*, III/1, p. 84] reza lacónicamente: "Se trata de un librito sin importancia del Gran Pensionista de Wit en el que utiliza la conocida estimación de la posibilidad igual de casos iguales...". Bernoulli a Leibniz el 20 de Abril de 1704 [*op. cit.*, p. 89]: "Deduzco de tu descripción que el tratado holandés de Johann de Wit contiene cosas que son de extraordinaria utilidad para mis objetivos. Por ello te ruego muy encarecidamente,..., que, a la primera oportunidad que se presente, me envies tu ejemplar del libro". Requerimiento que Bernoulli reitera a Leibniz de nuevo los días 2 de Agosto y 15 de Octubre del año citado [*op. cit.*, pp. 91 y 92].

El 28 de Noviembre de 1704 Leibniz contesta a Bernoulli haciéndole saber que no encuentra entre sus papeles el trabajo de De Witt, el cual no contiene por cierto nada "que pueda ser nuevo para ti" [*Cfr. op. cit.*, p. 93]. Repitiendo su petición el 28 de Febrero de 1705, Bernoulli insiste: "contenga lo que contenga, será nuevo para mí" [*op. cit.*, p. 95]. De nuevo se excusa Leibniz en Abril de 1705 [*op. cit.*, p. 99] de que no hay manera de encontrar el texto de De Witt, en el que Bernoulli no debería encontrar nada nuevo, ya que descansa "sobre las mismas bases..., de las que otros hombres ilustres se habían servido: Pascal en su tratado sobre el triángulo aritmético, y Huygens en la disertación sobre los dados, a saber, que la media aritmética se toma entre incertidumbres iguales". Bernoulli moriría el 16 de Agosto de 1705 sin haber podido ojear el tratado de De Witt.

Biermann-Faak recuerdan sin embargo (pág 171) "que Leibniz incorporó el escrito de De Witt al proyecto de biblioteca que realizó en 1689 en Italia para el canciller imperial Theodor Althet Heinrich von Strattmenn (1637-1693). Obviamente a Leibniz se le pasó por alto, cuando le comunicó a Bernoulli su opinión despectiva del tratado de De Witt, que él mismo había hecho de él (por lo menos) dos resúmenes exhaustivos casi completamente en alemán.

A Leibniz le llamó la atención sobre el trabajo de De Witt Friedrich Walter (1649-1718) el 3/13 de Abril de 1672. Y quizás llegó a su poder en Noviembre de 1676 cuando visitó a Hudde en Amsterdam".

22 VAN ROOIJEN, (1937), p. 44. Las cursivas son mías.

23 VAN ROOIJEN, (1937), p. 40.

24 BIERMANN, K.R. & FAAK, M. (1951), p. 171. La cursiva es mía.

25 BIERMANN, K.R. (1954) y (1955a).

26 BIERMANN, K.R. (1955b).

27 Ya que, a decir de KLOPP, O. (1866), p. XXXVIII, el trabajo de Leibniz *Essay de quelques raisonnements nouveaux sur la vie humaine et sur le nombre des hommes* surgió a raíz del *Essay in political Arithmetick, concerning the growth of the city of London, ..., by Sir William Petty.* Por otra parte en su escrito de los años 80 "Von Bestellung eines Reistratur Amtes" [En KLOPP, O., (1966), pp. 315-320], Leibniz afirma lo siguiente: "En Inglaterra hay un tipo especialmente útil de los denominados Bills of Mortality,..., pues en ellos no sólo se indica cuántas personas mueren, sino también a causa de qué enfermedades, por lo que de las partidas de bautismo y matrimonio un concienzudo *scribent* inglés puede extraer muchas consecuencias de las útiles *observationes* tanto *physicas* como *politicas*".

Además, como asevera Vinzenz John en su *Geschichte der Statistik*, 1884 Sttutgart, Leibniz defendió la elección de Caspar von Neumann [Véase la Sección siguiente] como miembro de la Academia de Ciencias de Berlín, aduciendo como mérito las excelentes *Observationes* realizadas por éste al estilo de los *bills of mortality* ingleses.

28 "Par exemple un dé, dont on se sert pour jouer, ayant ses six faces bien egales, l'apparence est egale pour chacune de ces faces,... Mais sin l'on jette deux dés à la fois, et qu'on assemble le nombre des points des deux dés pour en faire une somme, il y aura plus d'apparance, qu'on fera septs points que douze", [LEIBNIZ, "Essay de quelques raisonnemens nouveaux sur la vie humaine et sur le nombre des hommes", en KLOPP, O (ed.) (1866), p. 327.

29 "On demande combien longtemps un enfant de 10 ans achevés, doit encor vivre probablement, c'est à dire la longueur moyenne de la vie qui lui reste" [LEIBNIZ, *op. cit.*, p. 331].

30 "Donc nous pouvons dire que 40 ans sont la longueur moyenne de la vie humaine. Et par consequent, s'il y avoit une rente à vie, ou pension viagère affectée à un enfant né depuis peu, il la faudroit considerer comme si c'estoit une pension temporelle fixée au nombre de 40 ans, lequels ecoulés elle devroit expirer, et par là on peut estimer sa valeur presente, c'est à dire, pour combien

une telle pension devroit estre achetée presentement" [LEIBNIZ, *op. cit.*, pp. 330-331].

31 Se trata de las *Verschiedene politische und staatswissenschaftliche Abhandlungen*, recogidas por Onno Klopp en *Die Werke von Leibniz*, pp. 301-363.

32 LEIBNIZ, *op. cit.*, p. 324.

33 HALLEY, E. (1693a), p. 597.

34 HALLEY, *op. cit.*, Ibid.

35 GUHRAUER (1863) "Leben und Verdienste Caspar Neumann". *Schlessische Provinzialblätter*, 2. [Citado por SHEYNIN, O.B. (1977), p. 229].

36 Cfr. HALLEY, E. (1693b), p. 654.

Por otra parte, ELSNER, E. (1974) "Entwicklungslinien der Statistik". *Humanismus und Technik 18*, p. 138 [citado por Sheynin en op. cit., p. 231, nota 1] menciona los títulos de dos trabajos de Neumann enviados a Halley a través de Leibniz, a saber: *Schöne Anmerkungen göttlicher Providenz über unser Leben und Tod* y *Reflexionen über Leben und Tod bei denen in Breslau Geborenen und Gestorbenen.*

37 Sobre la historia de la recopilación del material y de la relación de Neumann con la Royal Society, así como del redescubrimiento del mismo a finales del siglo pasado en el archivo municipal de Breslau, ver JOHN, V. (1884), pp. 206-207 y 212 y sigs.

38 Los huecos en esta Tabla I, corresponden, según KNAPP, G.F. (1874) *Theorie des Bevölkerungswechsels*, p. 126 y JOHN, V. (1884) p. 195, a los años no mencionados, en los que muere el mismo número de personas. Así, entre 9 y 14, se ha de interpretar que a las edades de 10, 11, 12 y 13 años, mueren cada vez 5 1/2 personas. Y análogamente en los demás casos. Esto vale también para las edades entre 49 y 54, y 91 y 98, donde una errata de imprenta impidió que aparecieran como:

49		54
10	10 1/2	11

y:

91		98
1	1	0

respectivamente. En efecto, como (10,5 x 4) + (1 x 6) = 48 es la diferencia entre 1173,8, la mortalidad media de los años 1687-1691, y el valor que se desprende de la Tabla I, se puede concluir que Knapp y John han conseguido subsanar las aparentes deficiencias de la Tabla de Halley.

39 HALLEY, *op. cit.*, p. 601.

40 HALLEY, *op. cit.*, p. 602.

41 Como claramente hemos visto en el caso de Ch. Huygens, Cfr. RIVADULLA, A. (1990).

42 La expresión *estimación de la probabilidad*, en el sentido de *cálculo de la probabilidad* es corriente en la época. Leibniz la utiliza.

43 Vol. XII, 1856, pp. 396-397.

44 TODHUNTER, I. (1865), pp. 42-43.

45 CANTOR, M. (1901), Vol. III, pp. 50-52.

46 BÖCKH, R. (1893) "E. Halley als Statistiker". *Bull. Inst. Int. Stat.* 7(1), 1-24 [citado por O. B. Sheynin (1977) en la nota 2 de la página 227].
47 PERSON, K. (ed.) (1978), pp. 78-80.
48 *Cfr. op. cit.*, p. 42
49 Según KNAPP, G.F. *Theorie des Bevölkerungswechsels*, p. 128 [citado por V. John en su *Geschichte der Statistik*].
50 CANTOR, M. (1901), pp. 49-50.
51 PEARSON, K. (1978), pp. 78-80.
52 KNAPP, G.F., *op. cit.*, pp. 58-59 y 122 sigs.
53 JOHN, V. (1884), pp. 199-200.
54 *Cfr.* RIVADULLA, A. (1990), p. 306.
55 Ver al respecto RIVADULLA, A. (1990), Sección 3.
56 *Cfr.* la Nota 18 de este trabajo.

BIBLIOGRAFIA

BERNOULLI, J. (1975) *Die Werke von Jakob Bernoulli*, Vol. III. Basel, Birkhäuser Verlag.

BIERMANN, K. R. (1954) "Über die Untersuchung einer speziellen Frage der Kombinatorik durch G. W. Leibniz". *Forschungen und Fortschritte, 28*, 357-361.

BIERMANN, K. R. (1955a) "Über einer Studie von G. W. Leibniz zu Fragen der Wahrscheinlichkeitsrechnung". *Forschungen und Fortschritte, 29*, 110-113.

BIERMANN, K. R. (1955b) "Eine Untersuchung von G. W. Leibniz über die jährliche Sterblichkeitsrate". *Forschungen und Fortschritte, 29*, 205-208.

BIERMANN, K. R. & FAAK, M. (1959) "G. W. Leibniz und die Berechnung der Sterbewahrscheinlichkeit bei J. de Witt". *Forschungen und Fortschritte, 33*, 168-173.

CANTOR, M. (1900) *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, Vol. II. New York; 1965, Johnson Reprint Corporation, Stuttgart, B. G. Teubner Verlagsgesellschaft.

CANTOR, M. (1901) *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, Vol. III, ibid.

DE MORA, M. S. (ed.) (1989) *Los inicios de la teoría de la probabilidad*. Universidad del País Vasco.

DE WITT, J. (1671) *Waerdye van Lyfrenten Naer Proportie van Losrenten*. Traducción francesa: *Valeur des Rentes Viagères en Proportion des Rentes Amortissables*. En CHATELEUX, P.J.L. de & VAN ROOIJEN, J.P. (1937) *Le rapport de Johann de Witt sur le calcul des rentes viagères*. La Haye, Martinus Nijhoff.

ENESTRÖM, G. (1898) "Sur la méthode de Johann de Witt (1671) pour le calcul des rentes viagères". *Archief voor de Verzekerings-Wetenschap en aanverwandte Vakken, 3*, 62-68.

FISHER, R. A. (1925) *Statistical Methods for Research Workers*. Edinburgh, Oliver and Boyd.

GERHARDT, C. I. (ed.) (1892) *Die philosophischen Schriften von Gootfried Wilhelm Leibniz*, Vol. V. Berlin.

GRAUNT, J. (1662) *Natural and Political Observatios made upon the Bills of Mortality*. London.

HACKING, I. (1975) *The Emergence of Probability*. Cambridge University Press.

HALLEY, E. (1693a) "An Estimate of the Degrees of the *Mortality* of Mankind, drawn from curious Tables of the *Births and Funerals* at the City of *Breslaw*; with an Attempt to ascertain the Price of *Annuities* upon *Lives*". *Philosophical Transactions, 17*, 596-610.

HALLEY, E. (1693b) "Some further Considerations on the *Breslaw* Bills of Mortality". *Philosophical Transactions, 17*, 654-656.

HENDRIKS, F. (1853) "Contributions to the History of Insurance, and the Theory of Life Contingencies". *The Assurance Magazine and Journal of the Institute of Actuaries, 3*, 93-120.

HUYGENS, CH. (1895) *Oeuvres Complètes*. Vol. VI. La Haye, Societé Hollandaise des Sciences, Martinus Nijhoff.

JOHN, V. (1884) *Geschichte der Statistik*. Stuttgart, Verlag von Ferdinand Encke.

KLOPP, O. (ed.) (1866) *Die Verke von Leibniz*. Vol. V, Hannover, Erste Reihe.

KOHLI, K. & VAN DER WAERDEN, B. L. (1975) "Bewertung von Leibrenten". In: *Die Werke von Jakob Bernoulli*, Vol. III. Basel, Birkhäuser Verlag.

LEIBNIZ, G. W. (1866) "Essay de quelques raisonnemens nouveaux sur la vie humaine et sur le nombre des hommes". In: O. Klopp (1866).

ORCHARD, W. (1852) "On De Wit's Hypothesis as to the Rate of Mortality". *The Assurance Magazine, 2*, 393-395.

PEARSON, K. (ed.) (1978) *The History of Statistics in the 17th and 18 th Centuries*. London, Charles Griffin & Co. LTD.

RIVADULLA, A. (1988) "La racionalidad de la metodología lakatosiana de los Programas de Investigación Científica". In: W. J. González (ed.), *Aspectos metodológicos de la investigación científica*. Universidad de Murcia. Segunda edición, Ediciones de la Universidad Autónoma de Madrid-Publicaciones de la Universidad de Murcia, Madrid-Murcia, 1990.

RIVADULLA, A. (1990) "The Roots of Theoretical Statistics. Probabilities of life in the second half of the 17th century". En Díaz, A. et al. (eds.), *Structures in Mathematical Theories*. San Sebastián. Servicio Editorial de la Universidad del País Vasco.

SCHNEIDER, I. (1976) "The Introduction of Probability into Mathematics". *Historia Mathematica, 3*, 135-140.

SCHENEIDER, I. (1979) "Die Mathematisierung der Vorhersage künftiger Ereignisse in der Wahrscheinlichkeitstheorie vom 17. bis zum 19. Jahrhundert". *Berichte zur Wissenschaftsgeschichte, 2*, 101-112.

SCHNEIDER, I. (1980) "Christiaan Huygen's Contribution to the Development of a Calculus of Probabilities". *Janus, 67*, 269-279.

SCHNEIDER, I. (1981) "Why Do We Find the Origin of a Calculus of Probabilities in the seventeenth Century?" In: J. Hintikka et. al. (eds.), *Pisa Conference Proceedings*, Vol. II. Dordrecht, D. Reidel.

SCHNEIDER, I. (1984) "The Role of Leibniz and Jakob Bernoulli for their Development of Probability Theory". *Llull, 7*, 69-89.

SHEYNIN, O. B. (1977) "Early History of the Theory of Probability". *Archive for History of Exact Sciences, 17*, 201-259.

TODHUNTER, I. (1865) *A History of the Mathematical Theory of Probability. From the Time of Pascal to that of Laplace.* Cambridge and London, Macmillan and Co.

VAN ROOIJEN, J. P. (1937) "Historique". In: P.J.L. Chateleux & J.P. van Rooijen, *Le rapport de Johann de Witt sur le calcul des rentes viagères*. La Haye.