

# LA MATEMATICA EN LA INSTITUCION LIBRE DE ENSEÑANZA: CONCEPCIONES TEORICAS Y PEDAGOGICAS

JOSE M<sup>a</sup> NUÑEZ ESPALLARGAS  
JORDI SERVAT SUSAGNE

Dpto. de Didáctica de las Ciencias Experimentales y de las Matemáticas  
Universidad de Barcelona

## RESUMEN

*Se comenta, en primer lugar y de un modo muy sucinto, el papel desempeñado por la Institución Libre de Enseñanza en la historia cultural contemporánea y, especialmente, en el movimiento de renovación de la pedagogía española, para profundizar, después, en la concepción que los institucionistas tenían de la matemática como ciencia, así como, en la manera de enfocar su enseñanza.*

*Se han recogido y analizado los resúmenes conservados de las enseñanzas matemáticas impartidas en la Institución, los artículos de esta temática aparecidos en el Boletín de*

## ABSTRACT

*In the first part of this paper the role played by the spanish school Institución Libre de Enseñanza in the cultural history of contemporary Spain, specially in its movement of pedagogical renovation, is briefly reviewed. Then it is studied in depth the conception of Mathematics as a science held by the members of this institution and how they envisaged the mathematical education.*

*The following materials have been gathered and analyzed: the summaries of the mathematical lessons taught at the Institución, the articles about this subject matter*

*la Institución Libre de Enseñanza, desde su aparición en 1878 hasta 1936, fecha en que deja de publicarse, y otros documentos relacionados con la cuestión.*

*El análisis de los artículos de carácter teórico nos aporta información sobre la noción que los institucionistas tenían de la matemática y de su relación con las ciencias de la naturaleza y con la filosofía krausista.*

*El estudio de los textos pedagógicos pone de manifiesto el modo como trabajaban la enseñanza activa de las matemáticas desde los primeros niveles educativos, y la influencia ejercida por los educadores de la escuela activa centroeuropea.*

*appeared in the bulletin published by it from 1878 till 1936, and other related documents.*

*The analysis of theoretical articles points out the ideas maintained by the members of the Institución about Mathematics and its relation to natural sciences and to the thought of the german philosopher Karl Krause prevailing among them. The study of the pedagogical texts shows how they lead the active teaching of Mathematics from the first educational levels and the influence received from the european active school.*

**Palabras Clave:** Institución Libre de Enseñanza, Historia de las Matemáticas, Geometría en el siglo XIX, Enseñanza de las Matemáticas.

## **1. La Institución Libre de Enseñanza**

### ***1.1. Un nuevo proyecto educativo***

En 1875 la circular del ministro Orovio a los rectores de las Universidades españolas que limitaba la libertad de cátedra provoca la expulsión de los profesores Augusto González de Linares y Laureano Calderón, que es seguida inmediatamente por la renuncia de otros destacados catedráticos, entre los que se encontraban, Emilio Castelar, Francisco Giner de los Ríos, Nicolás Salmerón, Gumersindo de Azcárate, etc. De este grupo surge la decisión de crear un centro en el que se impartiera una enseñanza que fuera una alternativa a la enseñanza oficial y más conforme con sus propias ideas progresistas y liberales.

El 29 de octubre de 1876 se abre en Madrid el primer curso académico de la Institución Libre de Enseñanza (I.L.E.) siendo su principal impulsor y animador Francisco Giner de los Ríos. En un principio el nuevo centro se convierte en una especie de Universidad Libre en la que predominan las enseñanzas de carácter universitario dirigidas a estudiantes de Ciencias Jurídicas y Sociales. Más tarde, el grupo de profesores ve la necesidad, para que la reforma iniciada pueda tener un mayor alcance, de iniciar la labor a partir de los primeros niveles educativos. De esta forma la Institución extiende sus enseñanzas desde el parvulario hasta la Universidad<sup>1</sup>

### *1.2. Los estatutos*

La Institución Libre de Enseñanza se constituye como una sociedad anónima, en la que cada socio es propietario de varias acciones. En los estatutos de esta asociación se recogen claramente los principios básicos que la inspiran:

"La Institución Libre de Enseñanza es completamente ajena a todo espíritu de interés de comunidad religiosa, escuela filosófica o partido político, proclamando tan solo el principio de la libertad y la inviolabilidad de la ciencia, y de la consiguiente independencia de su indagación y exposición respecto de cualquier otra autoridad que la propia conciencia del profesor, único responsable de sus doctrinas"<sup>2</sup>.

### *1.3. Fundamentos filosóficos*

Prácticamente todos los profesores que integran desde un principio la I.L.E. tenían como ideario común el krausismo, ya que eran, en su mayoría, discípulos de Sanz del Río (1814-1869), introductor en España de este sistema filosófico<sup>3</sup>.

Sobre el krausismo español se ha dicho que no era un sistema filosófico propiamente dicho, sino una "actitud intelectual, un estilo, una vasta corriente de contornos poco precisos y hasta una actitud de protesta"<sup>4</sup>. Si tuviéramos que subrayar lo esencial del krausismo español tendríamos entonces que destacar cuatro aspectos característicos: la importancia otorgada al poder de la razón y de la ciencia, el derecho a la libertad de investigación y de pensamiento, la trascendencia de la función educativa y un cierto eclecticismo religioso.

No obstante esta base filosófica común, con el paso del tiempo y como consecuencia directa de la influencia de las diversas corrientes de pensamiento aparecidas en Europa en la segunda mitad del siglo XIX, surgen entre los institucionistas diversas tendencias que van desde el positivismo hasta el socialismo. Pero siempre mantuvieron una unidad de afinidad por el mismo hecho de pertenecer a la Institución y por la actitud de enfrentamiento con el pensamiento conservador y dogmático propio de muchos de sus contemporáneos.

#### *1.4. Ideario pedagógico*

Para los institucionistas el modo de conseguir la reforma de la sociedad española era a través de un cambio educativo profundo. De ahí la importancia que siempre otorgaron a la educación en todas las iniciativas que emprendieron. Sobre su ideario pedagógico Jutglar dice, acertadamente, que

"los fundadores de la Institución Libre de Enseñanza empalmaron con la pedagogía europea a través de Krause; existe una relación Krause-Froebel-Comenio-Pestalozzi-Rousseau innegable, de la que surge como resultado una decidida voluntad de acabar con la escuela tradicional"<sup>15</sup>.

Las características de su proyecto que más radicalmente se oponían al sistema educativo vigente en los centros españoles de la época eran:

- Se daba idéntica importancia a todos los niveles educativos, desde la enseñanza en el parvulario hasta la universitaria.
- No eran partidarios de la separación en etapas entre parvulario, primaria y secundaria. La enseñanza debía ser continua y cíclica.
- Se suprimieron las clases magistrales, el sistema de premios y castigos, los exámenes memorísticos, la obligatoriedad de los libros de texto y la enseñanza religiosa.
- Utilizaban el método intuitivo y el procedimiento socrático como pilares de la pedagogía, procurando siempre que el alumno alcanzase por sí mismo sus propios conocimientos. De esta forma se favorecía la observación y la inducción sobre la simple memorización.
- Consecuencia directa de este último punto era el deseo de que el alumno entrase en contacto con la realidad. Así se fomentaban la realización de excursiones a la naturaleza y las visitas de carácter cultural a museos e instituciones.
- Por primera vez en nuestro país se introducen talleres de oficios manuales en la enseñanza básica.
- Se implanta la coeducación.

- Adquiere importancia decisiva la formación de los equipos de educadores, eligiéndose el profesorado por su vocación e interés investigador. No eran partidarios de los sistemas de oposiciones ni de establecer jerarquías entre los enseñantes.

- Cuando la Institución tuvo más medios económicos se extendió al alumnado los contactos frecuentes con centros e instituciones extranjeras, que ya desde un principio tenían los profesores.

- Para que la labor educativa no fracasase daban mucha importancia a la cooperación de las familias en el proceso educativo<sup>6</sup>.

En definitiva, lo que se plantea es un cambio total de perspectiva, mientras en la escuela tradicional el eje de la educación es el maestro, para la Institución el centro es el niño, porque educar para los institucionistas es equivalente a hacer hombres, desenvolver integral, individual y socialmente todas las potencias intelectuales, manuales, afectivas y físicas.

Esta reforma del hombre que, como bien reconocía Giner "iba a ser obra lenta en verdad, mas la única segura"<sup>7</sup>, comenzó a dar sus frutos ya entrado el nuevo siglo con la creación, primero, del Instituto Escuela en 1918, que dió ya una forma oficial a las enseñanzas básicas de la Institución, y, después, la de otros centros y organismos de extraordinaria importancia en la historia de la pedagogía española<sup>8</sup>.

### *1.5. El Boletín de la Institución Libre de Enseñanza*

El medio de comunicación de todos los miembros de la Institución fue una revista cuya creación ya aparece en los Estatutos y que se denominó *Boletín de la Institución Libre de Enseñanza* (B.I.L.E.).

El primer número aparece el 7 de marzo de 1877 y, de un modo ininterrumpido, continúa publicándose hasta 1936. Al principio era de carácter quincenal pero, a partir de 1893, pasa a ser mensual.

Esta revista recoge todas las iniciativas, proyectos y logros de la Institución, así como comentarios, estudios e investigaciones de sus miembros, y constituye, por consiguiente, la fuente principal de información sobre las actividades desarrolladas por la I.L.E. y sobre los intereses, preocupaciones y líneas de pensamiento de los institucionistas.

Se suelen distinguir tres etapas en la vida del B.I.L.E., que son, a su vez, reflejo de los tres periodos por los que pasa la propia Institución:

- El primer periodo de la Institución, que se extiende desde 1876 a 1881, corresponde a su puesta en marcha y estructuración dentro del reducido marco constituido por sus fundadores. En esta primera época el B.I.L.E. se caracteriza por la abundancia de artículos escritos expresamente para la revista sobre temas científicos, filosóficos, artísticos y jurídicos.

- El segundo periodo de la Institución comienza en 1881 cuando un cambio de gobierno permite derogar los decretos de Orovio y posibilita el regreso a la docencia oficial de los profesores expulsados. La Institución tiende a ir consolidándose al ocupar algunos de sus miembros cargos públicos destacados:

"A partir de 1881, con la liberalización del régimen de Cánovas, la influencia de la I.L.E. en la enseñanza oficial y en los organismos para la Instrucción Pública se hará sentir. A ellos llegan sus orientaciones lo mismo en cuestión de principios que en cuestiones técnicas"<sup>9</sup>.

En esta época el Boletín experimenta un cambio de orientación pasando a ocupar un lugar preferente la publicación de artículos de carácter pedagógico. También la revista se abre ideológicamente recogiendo las corrientes de pensamiento europeas del momento, principalmente el positivismo y el socialismo, y como consecuencia directa de ello, se convierten en centros de interés las cuestiones sociológicas y etnológicas.

- En la primera década de nuestro siglo podemos situar el inicio del tercer periodo de la Institución, que supone también el de su eclosión, pues se crean toda una serie de organismos de indudable influencia en la vida del país: Junta para la Ampliación de Estudios (1907), Centro de Estudios Históricos (1910), Residencia de Estudiantes (1910), Dirección General de Primera Enseñanza (1911), Instituto Escuela (1918), Misiones Pedagógicas (1931), entre otros<sup>10</sup>. A partir de 1915, año en que muere Giner de los Ríos, el B.I.L.E. se va a limitar a recopilar artículos publicados en las más diversas fuentes y referidos al *maestro* o a temas pedagógicos de actualidad. De este modo, la revista pierde papel protagonista y se convierte, en palabras de Gil Cremades, "en instrumento de conservación de una idea, quizás de un mito"<sup>11</sup>.

## 2. Las matemáticas en el B.I.L.E.

### 2.1 *Relación y clasificación de artículos*

A lo largo de la vida del B.I.L.E. se publicaron 46 artículos de índole matemática. Tendremos dos grandes grupos si hacemos una primera

clasificación entre artículos originales, es decir, escritos por miembros de la Institución expresamente para la revista, y artículos tomados de otras fuentes y que son reproducidos total o parcialmente en el B.I.L.E. Estos últimos podían estar escritos por institucionistas o bien por personas ajenas a la I.L.E., pero cuyas ideas coincidían con las defendidas por sus miembros.

### 1) Artículos originales:

*Resúmenes de enseñanzas.* Corresponden a extractos de las clases impartidas por los profesores de la Institución. Se publicaron los siguientes:

- *Principios y definiciones de la geometría* por Eulogio Jiménez<sup>12</sup>.
- *Introducción a la geometría sintética* por Eulogio Jiménez (continuación del anterior)<sup>13</sup>.
- *Matemáticas (Primer curso)* por José Lledó<sup>14</sup>
- *Introducción a la matemática* por José Lledó<sup>15</sup>

*Artículos teóricos.* Predominan los estudios de carácter geométrico sobre los exclusivamente aritméticos o algebraicos. Se han localizado los siguientes:

- *Geometría y morfología natural* de Augusto González de Linares<sup>16</sup>
- *Principios y definiciones de la geometría* de Eulogio Jiménez<sup>17</sup>
- *Sobre la clasificación de las figuras geométricas* de Augusto González de Linares<sup>18</sup>
- *Dos observaciones sobre el espacio* de Francisco Giner de los Ríos<sup>19</sup>
- *Preocupaciones abstractas sobre la noción de espacio* de Augusto González de Linares<sup>20</sup>
- *Algunas ideas sobre la geometría y la morfología natural* de Laureano Calderón<sup>21</sup>
- *Raíces reales de las ecuaciones cuadradas y cúbicas* de Eulogio Jiménez<sup>22</sup>
- *Aritmética popular de Ribagorza* de M.L.<sup>23</sup>

*Artículos pedagógicos.* Bajo este epígrafe se recogen los trabajos sobre la enseñanza de las matemáticas. Sólo se publicaron dos:

- *La enseñanza de la aritmética en las escuelas* de José Lledó<sup>24</sup>
- *Algunas indicaciones sobre la enseñanza de la geometría* de Germán Flórez<sup>25</sup>

### 2) Artículos reproducidos de otras fuentes:

*Artículos teóricos.* También aquí domina la temática geométrica:

- *Un problema de geometría elemental* de Lutosławski<sup>26</sup>
- *La nueva geometría* de José Mur y Ainsa<sup>27</sup>

*Artículos pedagógicos.* Aparecieron los siguientes:

- *La enseñanza matemática en los institutos normales* de Félix Pernot<sup>28</sup>.
- *La génesis de la geometría en la raza y en la educación individual* de B. Branford<sup>29</sup>
- *Pedagogía matemática* de José Mur y Ainsa<sup>30</sup>
- *Valor educativo de la enseñanza matemática* de Julio Rey Pastor<sup>31</sup>
- *El estudio de la matemática* de Bertrand Russell<sup>32</sup>

Al observar la distribución a lo largo del tiempo de los artículos de carácter matemático aparecidos en el B.I.L.E. se ponen perfectamente de manifiesto las tres etapas en las que hemos visto se desarrolla la vida de la revista.

En los cinco primeros años (1876-1881), es decir, en lo que se ha llamado la primera etapa del B.I.L.E., se recogen más de la mitad de estos artículos, exactamente 31, y todos ellos escritos de un modo expreso para el Boletín (27 resúmenes de enseñanzas y 4 trabajos teóricos).

En la segunda etapa (1882-1915) decrece el interés por la temática científica en general y matemática en particular aumentando la preocupación por las cuestiones pedagógicas y sociales, ya que en más de treinta años que dura este periodo sólo hemos localizado 11 artículos (5 originales y 6 extraídos de otras publicaciones) de los que aproximadamente la mitad corresponden a la enseñanza de las matemáticas.

Este predominio de la problemática educativa se acentúa en la última etapa (1916-1936) y se recurre a otras fuentes de manera casi exclusiva. A lo largo de estos veinte años sólo se publicaron 4 artículos de tema matemático, reproducidos todos ellos, total o parcialmente, de otras publicaciones y dedicados también todos ellos a la enseñanza de las matemáticas.

## **2.2. Análisis temático de los artículos**

### **1) Artículos originales: resúmenes de enseñanzas**

- *Principios y definiciones de la geometría.* Eulogio Jiménez en una única lección intenta explicar los conceptos que tienen los científicos dedicados al estudio de la geometría de las formas, imágenes o representaciones



geométricas. Pasa luego a fundamentar la geometría, no en abstracciones puras, sino en los hechos de la naturaleza y de la realidad.

- *Introducción a la geometría sintética.* Este curso es una continuación del anterior y se desarrolló a lo largo de 13 lecciones. Eulogio Jiménez sigue en su exposición los fundamentos dados por Steiner, matemático alemán que trabajó la geometría proyectiva utilizando métodos sintéticos, de los que él era creador<sup>33</sup>.

Lecciones 1ª, 2ª y 3ª: Tras describir los puntos notables de un triángulo en las geometrías euclidiana y cartesiana pasa a desarrollar esta cuestión en la geometría proyectiva.

Lección 4ª: Trata de explicar el objeto propio de la geometría sintética. Esta geometría consiste básicamente, según el autor, en el estudio de las seis figuras fundamentales (serie de puntos, haz de rectas, haz de planos, el plano, la estrella y el espacio tridimensional) y el de sus relaciones y combinaciones proyectivas que conducen a la obtención de las figuras geométricas superiores<sup>34</sup>.

Lecciones 5ª, 6ª y 7ª: Estudia la razón armónica (o razón doble) que tiene decisiva importancia en la geometría sintética.

Lección 8ª: Define proyección de una figura geométrica sobre una superficie, centro de proyección, rectas proyectantes, superficies de proyección y establece en que condiciones una figura puede considerarse proyección de otra.

Lección 9ª: Analiza las transformaciones lineales entre figuras geométricas.

Lección 10ª: Define y estudia los ejes y los planos de semejanza, aplicando estos conceptos a los casos de la circunferencia y de la esfera.

Lección 11ª: Introduce el concepto de potencia de puntos, rectas y planos respecto a una circunferencia y a una esfera.

Lección 12ª: De la definición de circunferencias concéntricas pasa a definir y estudiar el haz de circunferencias. Del mismo modo, de la definición de esferas concéntricas pasa a definir y estudiar el haz de esferas.

Lección 13ª: Estudia las propiedades armónicas del círculo y de la esfera, para pasar a tratar, finalmente, la polaridad en el plano y en el espacio<sup>35</sup>.

- *Introducción a las matemáticas*. Este curso se desarrolló en sólo dos lecciones:

Lección 1<sup>a</sup>: El autor, José Lledó, se plantea definir el objeto de la matemática. Destaca como "la matemática ha ido prescindiendo cada vez más de la realidad, y apreciándose en ella cada progreso por una nueva y más exagerada abstracción". Intenta mostrar así la diferencia con otras ciencias naturales que toman como referencia constante la propia realidad de los fenómenos naturales.

Lección 2<sup>a</sup>: Explica la conceptuación en matemáticas como el conocimiento que nos formamos del objeto matemático. Los medios que el individuo tiene de alcanzar este conocimiento, así como su utilización, deben ajustarse a las exigencias del rigor científico.

- *Matemáticas (Primer curso)*. Este curso, también impartido por José Lledó, es una introducción a la aritmética y al álgebra desarrollando los conceptos más elementales hasta un nivel equivalente al de las enseñanzas medias. Se publicaron los extractos de las primeras 15 lecciones<sup>36</sup>.

Lecciones 1<sup>a</sup>, 2<sup>a</sup> y 3<sup>a</sup>: Tras una serie de consideraciones acerca de los conceptos de unidad y de número se trata la formación general de los sistemas numéricos y la clasificación de los números.

Lecciones 4<sup>a</sup> y 5<sup>a</sup>: Se describe la denominación de los números en el sistema decimal y sus representaciones gráficas.

Lecciones 6<sup>a</sup>, 7<sup>a</sup> y 8<sup>a</sup>: Se plantea la necesidad de las operaciones aritméticas a través del planteamiento y posterior resolución de problemas prácticos, para pasar, posteriormente, a la generalización utilizando la notación algebraica.

Lecciones 9<sup>a</sup>, 10<sup>a</sup> y 11<sup>a</sup>: Están dedicadas al estudio de la adición y en ellas se tratan cuestiones como el establecimiento del algoritmo general de la adición, las propiedades algebraicas de esta operación, la construcción de tablas aditivas y la suma de expresiones algebraicas.

Lecciones 12<sup>a</sup> y 13<sup>a</sup>: Corresponden al estudio de la operación sustracción y presentan un desarrollo semejante al seguido para la adición.

Lecciones 14<sup>a</sup> y 15<sup>a</sup>: En ellas se analiza la multiplicación de manera análoga a la seguida con las dos operaciones anteriores y, además, se

introducen conceptos como los de múltiplo de un número y la proporcionalidad directa.

Los cursos *Introducción a la matemática y Matemáticas (Primer curso)* son una adaptación de un manual escolar alemán publicado por Richard Baltzer que gozó de amplia difusión en Centroeuropa<sup>37</sup>.

## 2) Artículos originales: teóricos.

- *Geometría y morfología natural* de Augusto González de Linares. Comenta el autor la relación existente entre la geometría, por un lado, y la cristalografía y la morfología, por otro, para afirmar, después, que estas ciencias son parte de la geometría por tender ambas a prescindir de la materia en sus respectivos desarrollos teóricos. Concluye manifestando que sólo existe una ciencia del espacio dotada, eso sí, de diversas partes o ramificaciones.

- *Sobre la clasificación de las figuras geométricas* de Augusto González de Linares. Se pone en cuestión el criterio abstracto utilizado corrientemente por la geometría para clasificar las figuras geométricas y que se basa exclusivamente en la forma y número de los límites externos. Propone el autor otro criterio más realista que tiene en cuenta también las formas naturales que estudian la cristalografía y la morfología.

- *Dos observaciones sobre el espacio* de Francisco Giner de los Ríos. En este breve artículo el autor se manifiesta partidario del enfoque dado por Augusto González de Linares a la geometría y a su relación con las ciencias de la naturaleza.

- *Preocupaciones abstractas sobre la noción de espacio* de Augusto González de Linares. Defiende el autor la necesidad de incluir la morfogenia (ciencia que estudia la transformación de las formas naturales) dentro de la geometría como una rama más, de igual modo que había propuesto ya en un artículo anterior con la cristalografía y la morfología. Esta relación directa con la geometría conduciría en el futuro a la creación de una nueva doctrina científica, que el autor denomina *ciencia de la génesis del espacio*.

En apoyo de sus tesis sobre la necesidad de vincular la geometría con las ciencias de la naturaleza analiza la situación alcanzada por los estudios de la simetría, estudios que, a su juicio, la geometría clásica tenía en completo abandono y que gracias a la labor de cristalógrafos y naturalistas gozan de un amplio desarrollo en la época.

- *Algunas ideas sobre la geometría y la morfología natural* de Laureano Calderón. En clara contraposición a las tesis defendidas por Augusto González de Linares el autor cree firmemente que

"la geometría no ha aspirado nunca a explicar las formas naturales..., sino que, más bien, la razón ha aprovechado el espacio sensible primero, el imaginativo después, para representar un sinnúmero de relaciones cuantitativas que pueden ser en el espacio, que algunas son sin duda, pero que, seanlo o no, no pierden ni su valor y eficacia como relaciones cuantitativas, aun cuando no encontraran su traducción natural en el espacio sensible".

Por lo tanto, es partidario de una total independencia funcional y metodológica de la geometría con respecto a las ciencias de la naturaleza<sup>38</sup>.

- *Raíces reales de las ecuaciones cuadráticas y cúbicas* de Eulogio Jiménez. Se comenta el procedimiento llamado de Odstreil para determinar las raíces reales de las ecuaciones cuadráticas y cúbicas empleando divisiones sucesivas en lugar de la extracción de raíces cuadradas. Se proponen diversos ejemplos y su consiguiente resolución numérica<sup>39</sup>

- *Principios y definiciones de la geometría* de Eulogio Jiménez. El autor se manifiesta partidario de establecer los principios de la geometría basándose en "la naturaleza y en la realidad, y no en quiméricas abstracciones puramente". Describe, a continuación, los principales elementos geométricos del plano y del espacio.

- *Aritmética popular de Ribagorza* de M.L. Se describen con detalle los distintos métodos que tenían los habitantes del Alto Aragón para realizar mentalmente cálculos complejos. Se detallan diversos modos de multiplicar, de calcular intereses, de cambiar unidades de medida y de realizar cálculos con tarjetas.

### 3) Artículos originales: pedagógicos.

- *La enseñanza de la aritmética en las escuelas* de José Lledó. El artículo reproduce una conferencia pronunciada por el autor en la sede de la Institución Libre de Enseñanza y en la que expone los principios y la metodología empleados por él en sus clases de aritmética.

Cree que la aritmética, como el resto de la matemática, se trata en la escuela con demasiada abstracción por lo que su enseñanza se aparta de la metodología más empírica seguida por las restantes ciencias, lo que conduce a

que los alumnos sientan una mayor aversión por ella. Para evitar este enfoque preconiza la utilización de material didáctico que los mismos alumnos construyen. Además, es partidario de introducir múltiples actividades prácticas, así como juegos de carácter matemático.

Aunque no sigue ningún libro de texto recomienda como ayuda bibliográfica de las clases la traducción llevada a cabo por Eulogio Jiménez del ya citado manual de Richard Baltzer.

- *Algunas indicaciones sobre la enseñanza de la geometría* de Germán Flórez. El autor plantea la necesidad de iniciar la geometría en la escuela no a través de formas abstractas, sino utilizando formas concretas extraídas del mundo real. Propugna el empleo de materiales didácticos, especialmente los cuerpos geométricos contruídos por los mismos alumnos, y también cualquier otro material de los que ofrece la naturaleza, para así fomentar una enseñanza intuitiva de la geometría.

#### 4) Artículos tomados de otras fuentes: teóricos

- *Un problema de geometría elemental* de W. Lutoslawski<sup>40</sup>. El autor inspirándose en el diálogo platónico *Menón* en el que se explica como el área de un cuadrado contruído sobre la diagonal de otro es el doble de la superficie de éste, utiliza este resultado para demostrar el teorema de Pitágoras.

- *La nueva geometría* de José Mur y Ainsa<sup>41</sup> Después de comentar la problemática histórica planteada por el quinto postulado de Euclides, el autor explica de forma detallada las aportaciones de Saccheri, Gauss, Bolyai, Lobachewski, Legendre, Riemann y Beltrami al desarrollo de las geometrías no euclídeas.

#### 5) Artículos tomados de otras fuentes: pedagógicos

- *La enseñanza matemática en los institutos normales* de Félix Pernot<sup>42</sup> El autor insiste en la importancia de la enseñanza de la geometría en los niveles universitarios como eficaz instrumento de iniciación a los estudios científicos, no sólo en las carreras teóricas, sino también en las técnicas. Justifica esta creencia debido al carácter abstracto por un lado, pero fácilmente generalizable por otro de los conceptos geométricos y, también, al empleo, en geometría, tanto de métodos sintéticos y analíticos como de razonamientos por deducción, inducción y analogía. Tras describir las características generales de las diversas

geometrías (euclídea, cartesiana, proyectiva y no euclídeas) desarrolla el proyecto de un programa de geometría en un instituto normal francés.

- *La génesis de la geometría en la raza y en la educación individual* de B. Branford<sup>43</sup>. Este artículo es el resultado de las investigaciones del autor en el campo de la enseñanza de las matemáticas. En él se trata de demostrar el paralelismo existente entre el modo de evolucionar del conocimiento de los conceptos geométricos a través de la historia de la humanidad y el que se sigue en la enseñanza escolar de esta materia.

- *Pedagogía matemática* de José Mur y Ainsa<sup>44</sup>. Se pasa revista a la situación en que se encuentra la enseñanza de la matemática en los distintos países europeos, criticando los métodos tradicionales desarrollados hasta el momento y defendiendo las innovaciones surgidas en Alemania y en Francia, que propugnan una enseñanza de la matemática más centrada en los aspectos experimentales y prácticos que en los memorísticos y abstractos.

- *Valor educativo de la enseñanza matemática* de Julio Rey Pastor<sup>45</sup>. El autor comenta en este artículo el fracaso de la enseñanza de carácter enciclopedista en toda Europa y como aparece un amplio movimiento de reforma a fines del siglo XIX. Explica con detalle la aparición de la metodología heurística en la enseñanza de la matemática en Alemania y su posterior implantación, ya en los inicios del presente siglo, en otros países europeos, citando especialmente los casos de Francia, Inglaterra e Italia.

- *El estudio de la matemática* de Bertrand Russell<sup>46</sup>. Se defiende la necesidad de introducir la lógica simbólica en la enseñanza de la matemática, ya que el descubrimiento de sus principios lógicos constituye una parte tan importante de la matemática como lo son sus aplicaciones prácticas.

### 3. La matemática y su enseñanza en la Institución

#### 3.1. Matemática y ciencia

Analicemos a continuación las informaciones que pueden extraerse de los escritos publicados en el B.I.L.E. sobre la visión que los institucionistas tenían de la matemática.

Los primeros profesores que se hicieron cargo de las enseñanzas matemáticas de la Institución provenían de campos muy diversos de la ciencia y estaban influenciados claramente por la corriente filosófica del krausismo. Esta influencia es patente en José Lledó y en Augusto González de Linares ya que,

"entre otros, constituyen la tercera promoción de discípulos directos de Sanz del Río"<sup>47</sup>. Ambos aportan, además, una experiencia docente valiosa al haber sido profesores en el Colegio Internacional fundado por Salmerón en 1866 y que subsistió hasta 1874, centro que ha sido considerado como precedente directo de la Institución Libre de Enseñanza<sup>48</sup>.

Para el krausismo de Sanz del Río tanto la matemática como las restantes ciencias forman parte de un sistema mayor caracterizado por el hecho de que en él todas las partes constituyentes están interrelacionadas, todas se comunican entre sí. Además todo el sistema se debe corresponder con la percepción que tenemos del mundo real, pues como muy bien dice Madariaga,

"la filosofía de Krause contiene un elemento positivo, una tendencia a no olvidar nunca, el que su finalidad es la vida misma<sup>49</sup>. Pero, en la segunda mitad del siglo XIX, el avance de las distintas ciencias es espectacular, por ello la tarea fundamental que se propusieron los científicos afines ideológicamente al krausismo fue la de ensamblar la metafísica de Sanz del Río, que hace que todo comunique con los progresos reales de la ciencia"<sup>50</sup>.

Dentro del campo de las matemáticas la doctrina que más interesó a los institucionistas fue, sin lugar a dudas, la geometría. Posiblemente la explicación de este hecho radica en que, mientras la aritmética y el álgebra por sus propias características y por su desarrollo histórico estaban más en relación con las ciencias de la naturaleza, la geometría experimenta una evolución en el siglo XIX que la tiende a distanciar del resto de las ciencias.

Cuando Eulogio Jiménez se encarga de impartir en los locales de la Institución un curso de geometría, del que nos quedan unos amplios resúmenes publicados en el B.I.L.E., basa su exposición en la geometría sintética desarrollada por el alemán Steiner, que ofrece un intento por relacionar la geometría euclídea clásica, demasiado abstracta, con la moderna geometría proyectiva, más vinculada con algunos aspectos del mundo real, especialmente los artísticos y técnicos.

Un mayor interés, desde el punto de vista conceptual, presentan los esfuerzos del prestigioso hombre de ciencia, Augusto González de Linares, por relacionar las formas geométricas con la configuración de los objetos y seres reales con la intención, utilizando sus propias palabras, "de organizar el mundo 'geométrico' paralelamente al mundo 'material'"<sup>51</sup>. En un primer artículo publicado en 1877 subraya las semejanzas y concomitancias existentes entre la geometría del espacio, la cristalografía y la morfología de los organismos vivos, para acabar concluyendo con la afirmación de que, a su juicio, todas estas disciplinas debían constituir una misma y única ciencia del espacio. Incidiendo más en esta idea publica un segundo artículo, aparecido al año

siguiente, en el que, tras rechazar los criterios abstractos usualmente utilizados por los geómetras, defiende la observación y el estudio de las formas naturales como los criterios válidos que deben regir la clasificación de los cuerpos geométricos. Es importante señalar, que esta labor de *comunicar* la geometría con las ciencias de la naturaleza es apoyada explícitamente desde la Institución por el propio Giner de los Ríos, la figura que, quizás, encarnaba los ideales krausistas de una manera más pura<sup>52</sup>

Aún algunos años más tarde, en 1890, Augusto Goñzález de Linares escribe un tercer artículo en el que se manifiesta en la misma línea que en los artículos precedentes y en el que, además, defiende la creación de una nueva rama de la geometría (que él llamó *génesis del espacio*) que estudiara las leyes seguidas por las transformaciones de las formas y figuras naturales. Pero, ya en aquellos años, los propios avances de las ciencias naturales, por un lado, y la aparición de las diversas geometrías que buscaban su fundamentación en concepciones abstractas totalmente alejadas de la experiencia del mundo real, por otro, hacían cada vez más difícil de sostener un sistema en el que la geometría apareciera interrelacionada con las restantes ciencias. Además estamos ya en el segundo periodo de la vida de la Institución y comienzan a aflorar nuevas tendencias, especialmente el positivismo. Va a ser otro prestigioso hombre de ciencia de la Institución, Laureano Calderón, y precisamente amigo íntimo de González Linares, el encargado de cancelar su proyecto. En un artículo aparecido en 1890 en el B.I.L.E. defiende una tesis contrapuesta a la de González de Linares, manifestándose a favor de una independencia tanto estructural como metodológica de la geometría con respecto de las ciencias de la naturaleza.

### 3.2. Enseñanza activa de la matemática

La enseñanza de la matemática en la Institución, aunque se enmarca dentro de su ideario pedagógico general, presenta algunas particularidades que interesa comentar.

Creían los institucionistas que la enseñanza de la matemática debía iniciarse con procedimientos experimentales, ya que, a su juicio, el niño era incapaz de comprender una matemática concebida exclusivamente de un modo abstracto. Estos procedimientos empíricos debían reforzarse continuamente introduciendo problemas o situaciones de la vida real, de modo que hicieran así la enseñanza también más motivadora e instructiva. Una manera de llevar a cabo esta metodología fue a través del trabajo manual, técnica en la que la Institución era pionera: *La Institución es la primera que en España ha introducido el trabajo manual en toda la enseñanza primaria; y tal vez una de*



*las primeras de Europa que lo ha incluido en la secundaria por considerarlo un elemento indispensable, no solo en la educación técnica, sino de toda educación racional humana*<sup>53</sup>.

Defendían también los profesores de la Institución que debían limitarse en lo posible los métodos dogmáticos y excesivamente deductivos, dejando que fuese el propio alumno el que alcanzase por sí mismo todas las verdades matemáticas que se pretendían enseñar.

"Hay que partir de las ideas primitivas, toscas y confusas, que ya poseen los alumnos, y encaminarlos de tal modo que ellos mismos se percaten de su imperfección y demanden su perfeccionamiento. Este ha sido el camino seguido por la Humanidad para crear las matemáticas, y ese mismo debe ser el método para enseñarlas"<sup>54</sup>.

Resulta así que el método heurístico, que hace del alumno, cualquiera que sea su edad, un inventor, un creador de ciencia, y que será divulgado ampliamente en nuestro país en los años 30 por Rey Pastor, era ya una aspiración de los primeros profesores de la Institución al propugnar una enseñanza de *laboratorio*<sup>55</sup>.

Contrariamente a los programas de la enseñanza tradicional, demasiado extensos por su carácter marcadamente enciclopédico, la Institución era partidaria de reducir los contenidos de los programas, así como de limitar el número de materias a tratar. Todos los contenidos, y por supuesto también los de índole matemática, debían trabajarse de un modo continuo y cíclico desde la enseñanza primaria hasta la secundaria.

Una de las aportaciones principales que los institucionistas hicieron a la metodología de la enseñanza de las matemáticas fue el amplio uso del material. Este material lo construían los propios alumnos en el taller de trabajos manuales y a través de su manipulación se intentaba alcanzar la comprensión de los conceptos matemáticos, siendo así fieles a la-idea de que en

"matemáticas se debe partir, no de formas abstractas, que el niño es incapaz de entender como tales puras formas abstractas, sino por las formas reales"<sup>56</sup>.

Respecto al material para la enseñanza de la geometría no albergan duda alguna de su necesidad, ya que

"es un error el creer que, por medio de las figuras dibujadas en la pizarra, el alumno pueda pasar fácilmente a la consideración de las figuras naturales; poseyendo, en cambio, una colección de modelos construidos con madera,

alambres, hilos de seda, etc. el niño se fija sin ningún esfuerzo en las relaciones geométricas"<sup>57</sup>.

Pero también en la introducción de la aritmética se empleaba material:

"Los objetos que nos valemos para la enseñanza de la aritmética son las pajaritas de papel que los mismo niños construyen..."<sup>58</sup>

Estas pajaritas se construían de distintos tamaños y colores para poder trabajar los conceptos básicos de numeración, constituyendo un claro precedente del material conocido actualmente como *regletas de Cuisenaire*.

Coherentemente con el hecho de considerar al alumno como el eje de la escuela estaba la preocupación por adecuar la enseñanza a la psicología del niño; por ello, no descuidaban la utilización del juego como elemento motivador, especialmente en las primeras edades. En la enseñanza de la matemática los juegos se utilizaban también para introducir algunos de los conceptos matemáticos de carácter más complejo:

"los números figurados, que tanto sirven después para las teorías superiores del cálculo (combinatorio), pueden hacerse hasta como juegos, empleando los números triangulares, cuadrados y cubos"<sup>59</sup>.

En matemáticas, como en las restantes materias, los institucionistas no eran partidarios del empleo de libros de texto:

"... de seguir con los actuales libros (de matemáticas), se corre el riesgo de que los niños cobren aversión, a la ciencia, a la escuela y aún al maestro"<sup>60</sup>.

Sin embargo, el manual de Baltzer, traducido por Eulogio Jiménez y Manuel Merelo<sup>61</sup> fue la obra, si no de texto, al menos de consulta, más recomendada por seguir una metodología muy acorde con la línea pedagógica de la Institución, como ponen de manifiesto las palabras que José de Echegaray escribió en el prólogo:

"... y sin remontarse a grandes demostraciones, ni perder su carácter práctico, todo lo demuestra el autor por manera natural y sencilla... Y no es esto sólo, sino que el autor ha sabido utilizar todos los detalles y ejemplos, ya para algún fin ulterior y científico, ya para mostrar al alumno bajo forma de problema aritmético alguno de la vida real, ya para ejercitar su inteligencia y su discurso"<sup>62</sup>.

Para concluir este breve comentario de las características que ofrecía la enseñanza de la matemática en la Institución no debemos olvidar que dentro del programa de enseñanza activa, de enseñanza para la vida, había un objetivo que

destacaba sobre los demás, y que si bien era común a la enseñanza de todas las materias, era en las matemáticas donde tenía, quizás, mayor preponderancia: el desarrollo de la capacidad de razonar. Recordemos aquí la afirmación explícita de Rey Pastor, fundador del Laboratorio y Seminario Matemático de la Junta para la Ampliación de Estudios, "la finalidad fundamental de la enseñanza matemática es el desarrollo de la facultad de razonamiento y de abstracción"<sup>63</sup>.

## NOTAS

1 La bibliografía existente sobre la I.L.E. es muy extensa. La relación más completa puede verse en PRELLEZO GARCIA, J.M. (1976). *Francisco Giner de los Ríos y la Institución Libre de Enseñanza: Bibliografía (1876-1976)*. Roma, LAS (Quaderni di Orientamenti Pedagogici: 26).

2 Véanse los estatutos completos en el *B.I.L.E.* (1877). I, 11, 61-63.

3 Sobre el krausismo en España también se ha publicado mucho. Un intento de recopilación bibliográfica bastante completo hasta 1970 es el trabajo de MARESCA, M. (1971). Aportación a una bibliografía del krausismo español. *Anales de la Cátedra Francisco Suárez*. 11, 2, 281-336.

4 TUÑÓN DE LARA, M. (1970): *Medio siglo de cultura española (1885-1936)*. Madrid, Tecnos, p. 37.

5 JUTGLAR, A. (1969): *Ideología y clases en la España Contemporánea. Tomo II (1874-1931)*. Madrid, EDICUSA, p. 150.

6 Sobre el ideario pedagógico de la I.L.E. es esencial la obra de XIRAU, J. (1969). *Manuel B. Cossío y la educación en España*. Barcelona, Ariel, pp. 27-59.

7 LLOPIS, R. (1956): Francisco Giner de los Ríos y la reforma del hombre. *Cuadernos del Congreso por la Libertad de la Cultura*. París, 16, enero-febrero, p. 63.

8 Una revisión general de la labor pedagógica de la Institución puede verse en GUERRERO SALOM, E. y otros (1977): *Una pedagogía de la libertad: la Institución Libre de Enseñanza*. Madrid, EDICUSA.

9 GOMEZ MOLLEDA, M.D. (1966): *Los reformadores de la España Contemporánea*. Madrid, C.S.I.C., p. 440.

10 Una panorámica muy resumida de los organismos creados por la Institución se encuentra en CUESTA, P. (1976): Guía de las fundaciones creadas por los institucionistas. *Cuadernos de Pedagogía*. II, 22, 9-11.

11 GIL CREMADES, J.J. (1969): *El reformismo español*. Barcelona, Ariel, p. 213.

12 *B.I.L.E.* (1877) I, 3, 14-15.

13 *B.I.L.E.* (1878) II, 23, 11; 26, 35; 31, 77-78; 33, 91-92; 36, 116-118; 43, 168-169.

*B.I.L.E.* (1879) III, 48, 24-25; 49, 30-31; 50, 39; 54, 71-72; 55, 78-79; 56, 84-86; 59, (110-111); 60, 117-118.

*B.I.L.E.* (1880) IV, 70, 3-6; 73, 29-30.

*B.I.L.E.* (1881) V, 104, 84-86; 108, 113-114.

14 *B.I.L.E.* (1877) I, 15, 85-86; 19, 109-110; 20, 115-116.

- B.I.L.E.* (1878) II, 22, 4-6; 23, 19-20; 25, 41-42; 30, 101-102.
- 15 *B.I.L.E.* (1878) II, 24, 20-21; 27, 44-45.
- 16 *B.I.L.E.* (1877) I, 1, 1-2.
- 17 *B.I.L.E.* (1877) I, 3, 14-15. Este trabajo aparece originariamente incluido en la sección *Resúmenes de Enseñanza* del *B.I.L.E.*, pero, al tratarse en realidad de una conferencia, lo hemos considerado también como artículo teórico.
- 18 *B.I.L.E.* (1878) II, 22, 1-3.
- 19 *B.I.L.E.* (1879) III, 49, 25-27.
- 20 *B.I.L.E.* (1890) XIV, 316, 106-109.
- 21 *B.I.L.E.* (1890) XIV, 320, 164-168.
- 22 *B.I.L.E.* (1882) VI, 123, (65-66; 139, 261-262).
- 23 *B.I.L.E.* (1891) XV, 351, 280-287.
- 24 *B.I.L.E.* (1882) VI, 130, 158-159.
- 25 *B.I.L.E.* (1883) VII, 152, 173-174.
- 26 *B.I.L.E.* (1896) XX, 436, 197.
- 27 *B.I.L.E.* (1900) XXIV, 486, 273-285.
- 28 *B.I.L.E.* (1919) XLIII, 710, 140-147.
- 29 *B.I.L.E.* (1899) XXIII, 467, 46-48.
- 30 *B.I.L.E.* (1910) XXXIV, 607, 289-297; 608, 329-335.
- 31 *B.I.L.E.* (1930) LIV, 847, 363-369.
- 32 *B.I.L.E.* (1931) LV, 853, 129-137.
- 33 La obra más conocida de Jacob Steiner (1796-1863) es *Vorlesungen über synthetischen Geometrie* publicada en 1867 y reeditada varias veces.
- 34 Steiner introdujo este enfoque de la geometría proyectiva en su primer trabajo importante, *Systematische Entwicklung der Abhängigkeit geometrischer Gestalten von einander*, publicado en Berlín en 1832.
- 35 Los aspectos fundamentales de la aportación de Steiner a la geometría proyectiva pueden consultarse en WIELEITNER, H. (1932); *Historia de las matemáticas*. 2ª edición, Barcelona, Labor, pp. 311-331.
- 36 La interrupción de la publicación de las lecciones de este curso se debió, probablemente, a dos razones. En primer lugar, a la coincidencia con las primeras entregas del curso *Introducción a la geometría sintética* impartido por Eulogio Jiménez, que tenía un carácter más original para los lectores y, en segundo lugar, al hecho de que este autor tenía ya en proyecto inmediato la edición de una traducción de *Die Elemente der Mathematik* de Baltzer, obra en la que se basaba, en gran medida, el curso de José Lledó.
- 37 El manual, *Die Elemente der Mathematik*, se publicó en 1860 y de él se conocen, al menos, siete ediciones alemanas, la última de 1885. El nombre de su autor, Richard Baltzer (1818-1887), aparece en la historia de la matemática por una importante obra sobre determinantes, *Theorie und Anwendung der Determinanten*, publicada en 1857 y que contó, al igual que el manual, con varias reediciones, llegando, incluso, a ser traducida a diversas lenguas europeas.
- 38 Estas diferencias de concepción, cuyas razones de fondo analizaremos más adelante, se encuadran en la polémica de la época entre las dos tendencias básicas que querían orientar el desarrollo de la cristalografía. Por un lado la escuela alemana, más teórica, se dedicó al estudio puramente geométrico, mientras que la escuela francesa buscaba la explicación de los fenómenos cristalográficos en la

experiencia. Sobre esta cuestión puede consultarse FERNANDEZ NAVARRO, L. (1916); *Cristalografía geométrica elemental*. Madrid, Vistoriano Suárez, p. 12.

39 Se amplían en este artículo algunos aspectos contenidos en el tomo dedicado al álgebra de la obra *Die Elemente der Mathematik*, ya citada, y que había sido traducido por el propio Eulogio Jiménez.

40 No se indica la procedencia del artículo.

41 El artículo reproduce el discurso leído por José Mur en la apertura del curso académico 1900-1901 de la Universidad de Oviedo y que tenía por título: *Principios fundamentales de la geometría*.

42 En el B.I.L.E. sólo se indica que el artículo en cuestión ha sido reproducido del tomo X de los *Anales de Instrucción Primaria*.

43 Lo publicado es un extracto de un trabajo más extenso aparecido con el mismo título en *The Journal of Education* de Londres en septiembre de 1898.

44 Se trata de un resumen del discurso *Los maestros y los pedagogos en la ciencia matemática* con el que el autor abre el curso académico 1910-1911 de la Universidad de Oviedo.

45 Artículo reproducido de la revista *Nueva España* de Madrid correspondiente al número del mes de enero de 1930.

46 Según la nota publicada en el B.I.L.E. se trata de la reproducción del capítulo IV del libro *Mysticism and Logic* de Bertrand Russell traducido por Salomón de la Selva para la revista argentina *Repertorio Americano*.

47 DIAZ, E. (1973): *La filosofía social del krausismo*. Madrid, EDICUSA. p. 183.

48 Sobre la formación académica y científica de estos primeros profesores, así como de los servicios que prestaron a la Institución, pueden consultarse los datos aparecidos en las notas necrológicas siguientes:

(1884) Eulogio Jiménez. *B.I.L.E. VII, 172, 97*.

(1891) José Lledó. *B.I.L.E. XV, 341, 113-114*.

(1894) Laureano Calderón. *B.I.L.E. XVIII, 409, 97-98*.

(1902) Angelo García. *B.I.L.E. XXVI, 513, 382*.

(1904) Augusto González de Linares. *B.I.L.E. XXVIII, 534, 257-267*.

49 MADARIAGA, S. (1960). *De Galdós a Lorca*. Buenos Aires, Sudamericana. p. 103.

50 GIL CREMADES, J.J. (1969): *Ob. cit.* p. 104.

51 GONZALEZ DE LINARES, A. (1890): Preocupaciones abstractas sobre la noción de espacio. *B.I.L.E. XIV, 316, p. 108*.

52 Véase GINER DE LOS RIOS, F. (1879): Dos observaciones sobre el espacio. *B.I.L.E. III, 49, p. 26*.

53 GINER DE LOS RIOS, F. (1884): La educación técnica en la Institución Libre de Enseñanza (Informe presentado por el autor en la *Conferencia de Educación* de Londres). *B.I.L.E. VIII, 186, p. 328*.

54 REY PASTOR, J. (1930): Valor educativo de la enseñanza matemática. *B.I.L.E. LIV, 847, p. 366*.

55 GINER DE LOS RIOS, F. (1884): Un peligro de toda enseñanza. *B.I.L.E. VIII, 187, p. 349*.

56 FLOREZ, G. (1883): Algunas indicaciones sobre la enseñanza de la geometría. *B.I.L.E. VII, 152, p. 173*.

- 57 MUR Y AINSA, J. (1910): Pedagogía matemática. *B.I.L.E.* XXXIV, 608, p. 334.
- 58 LLEDO, J. (1882): La enseñanza de la aritmética en la escuela. *B.I.L.E.* VI, 130, p. 158.
- 59 Ibid. p. 158.
- 60 Ibid. p. 159.
- 61 La obra *Die Elemente der Mathematik*, originariamente en dos volúmenes, fue traducida y publicada en partes independientes:
- (1879) *Aritmética vulgar* (Primera parte del volumen I). Madrid, F. Góngora y Cía.
- (1880) *Aritmética universal* (Segunda parte del volumen I). Madrid, F. Góngora y Cía.
- (1980) *Algebra* (Tercera parte del volumen I). Madrid, Imprenta de Segundo Martínez.
- (1880) *Geometría* (Primera y segunda partes del volumen II). Madrid, Imprenta de Segundo Martínez.
- (1881) *Trigonometría* (Tercera parte del volumen II). Madrid, Imprenta de Segundo Martínez.
- 62 BALTZER, R. (1879): *Aritmética vulgar*. Ob. cit. p. VII.
- 63 REY PASTOR, J. (1930): *Ob. cit.* p. 368.