

## DOMINGO DE SOTO, HEREU DE LA CINEMÀTICA MEDIEVAL

LLUIS MORAGAS I GASCONS

### RESUMEN

*Este artículo quiere constituir una aproximación a los antecedentes y las ideas científicas del dominico segoviano Domingo de Soto (1494-1560). Nos centramos, concretamente, en los temas de la caída libre de los cuerpos y del movimiento "uniformemente diforme con respecto al tiempo" (hoy, uniformemente acelerado) y constatamos cómo estos dos conceptos, que evolucionan por separado durante la Edad Media, son inequívocamente relacionados, por vez primera, por de Soto en sus 'Questiones', anticipándose en más de medio siglo a Galileo.*

*En apéndice se publica la primera traducción del original latino del texto clave que, hasta hoy, había sido profusamente citado pero, según parece, nunca traducido en su totalidad. Del análisis*

### ABSTRACT

*This paper establishes an approximation to the antecedents and scientific ideas of the Segovian Dominican Domingo de Soto (1494-1560). We pay special attention to the subjects of the free fall of bodies and the "uniformly difform motion with respect to time" (nowadays, uniformly accelerated), and we can see how these concepts, which developed separately during the Middle Ages, are unmistakably related for the first time by de Soto in his 'Questiones', anticipating Galileo's theory in more than half a century.*

*In an appendix, a first translation from the Latin original of the key text, which has often been quoted but never, so it seems, totally translated, is published. From the analysis of this text we can draw out some conclusions*

*de este texto podemos extraer varias conclusiones que suponen un cambio de mentalidad: la restricción del amplio concepto aristotélico de movimiento al caso local únicamente, el creciente interés por las matemáticas y, sobre todo, la preocupación por la comparación de la teoría con la realidad mediante el uso sistemático de ejemplos.*

*which represent a change of mentality: a restriction in the wide Aristotelean concept of motion to the local case only, a growing interest in Mathematics and, mainly, a concern for the comparison between theory and reality through a systematic use of examples.*

Palabras clave: Cinemática medieval, Merton College, Universidad de París, Universidad de Salamanca, Domingo de Soto.

### **Pròleg**

El meu interès per la història de la Física ve recolzat en la ferma convicció que en sí constitueix una part essencial i indestruïble del coneixement científic. Aquest no pot ésser complet fins que hom no accedeix a la perspectiva històrica en què les idees han anat solidificant.

Aquest treball conté una bona mostra d'això. En ell ens introduïrem en el món de la Cinemàtica medieval amb la finalitat de detectar una sèrie de conceptes i lleis, seguir-los en el temps i descobrir com esdevindran els gèrmens d'una teoria moderna mercès a una reinterpretació revolucionària però amb poc canvi formal.

Concretament, els dos temes que ens ocuparan seran la classificació teòrica dels moviments (en el seu sentit primitiu més ampli que l'estrictament moviment local) i la cinemàtica de la caiguda dels cossos, que evolucionaran en contextos diferents fins que, a finals del segle XV i principis del XVI es començaran a barrejar i, pels volts del 1550, Domingo de Soto els relacionarà plenament, identificant la caiguda dels cossos amb un moviment uniformement diforme amb el temps, és a dir, uniformement accelerat.

Això va comportar que es poguessin utilitzar els mètodes matemàtics relatius a aquell moviment, coneguts des de molt de temps abans, per a discutir el moviment natural (la caiguda lliure s'anomenava així doncs afectava tots els cossos i es justificava per una tendència d'aquests a anar cap al centre de la Terra, centre de l'Univers). Concretament, al Merton College d'Oxford i a París, amb Oresme, havien desenvolupat el teorema del grau mig segons el qual, aplicat al moviment local i amb terminologia moderna, l'espai recorregut per un mòbil uniformement accelerat és igual al que travessa un mòbil amb moviment uniforme amb velocitat igual a la de l'instant mig de l'altre moviment. Fou aplicat per de Soto a la caiguda dels cossos.

Ara bé, tot això va esdevenir dins el paradigma aristotèlic sense suposar en sí una revolució però sí un canvi d'actitud, de mentalitat. Encara que no dona importància a l'experimentació, sí que es refereix més sovint a exemples concrets de la Natura que els seus antecessors escolàstics que sempre es movien en el camp de la teoria i del sil·logisme. També representa una preocupació creixent per les relacions matemàtiques i quantitatives que existeixen a la Natura.

Tot això serà establert més clarament i definitiva par Gal·lileu uns noranta anys més tard però no hi ha dubte que l'influència d'aquest clima anterior serà important.

Una aportació interessant d'aquest article rau en la traducció íntegra del text de la qüestió que molts citen però que pocs coneixen i que serveix per a fer-se una idea més global del context en què es movia l'autor.

### **Semblança biogràfica de Domingo de Soto**

Domingo de Soto<sup>1</sup> va néixer, l'any 1494 (o 95) a Segòvia i fou batejat amb el nom de Francisco. De família humil, va començar a estudiar a Segòvia amb mestres il·lustres com Sancho de Villaveses i Juan de Oteo. Va haver d'interrompre els seus estudis per manca de recursos econòmics i va treballar durant un cert temps a Ochando, a la vora de Segòvia, de sagristà on només va aconseguir perfeccionar el llatí.

Quan va poder tornar-hi, va passar a la nova Universitat d'Alcalà on va tenir per mestre Sant Tomás de Villanueva que li ensenyà lògica i filosofia natural. També va conèixer Pedro Fernández de Saavedra amb qui va iniciar una gran amistat que duraria tota la seva vida. L'any 1516 va acabar el batxillerat.

L'amistat amb Saavedra és molt important en l'aspecte que ens ocupa de de Soto perquè fou mercès a les possibilitats econòmiques d'aquest que ambdós van decidir-se a anar a estudiar a París, aprofitant l'avinentesa que allà hi vivien i ensenyaven els germans segovians Antonio i Luis Coronel. Allà va estudiar al Col·legi de Santa Bàrbara on va obtenir el grau de mestre en arts i comptà entre els seus professors a Juan de Celaya que el va introduir en les teories del nominalisme de Guillem d'Ockahm. Després començà a estudiar teologia i entrà en contacte amb els ensenyaments de l'escocès John Major i els germans Coronel, tots ells al Col·legi de Montaigu. També conegué Francisco de Vitoria que era lector al convent dominic de Saint-Jacques i que més tard serà col·lega seu a Salamanca.

El 1519 torna a Alcalà i acaba els estudis de teologia amb Pedro Ciruelo i Fernando de Encinas. Seguidament, guanya unes oposicions a la càtedra de filosofia del Col·legi de San Ildefonso en amistosa pugna amb Fernández de Saavedra, l'octubre de 1520. Va romandre en el lloc fins a principis de 1524 quan va haver de deixar-lo per assumptes interns del Col·legi. Va decidir fer-se benedictí i va passar un petit període a Montserrat però va canviar de parer i va ingressar amb el seu gran amic Pedro Fernández de Saavedra al convent dominic de San Pablo a Burgos on va professar el 23 de juliol de 1525 i va canviar el seu primer nom de Francisco pel del fundador de l'Orde, Domingo.

Es va dedicar plenament a l'ensenyament, va ser lector d'arts a l'estudi general de Burgos i, destinat al convent de San Esteban de Salamanca, hi explicà teologia com a batxiller general. El regent del convent era el seu conegut de París, Francisco de Vitoria que era catedràtic de prima de teologia a la Universitat salmantina i a qui substituï en el curs 1531-32.

El 22 de novembre de 1532 accedí a la càtedra de vespres de Teologia que va ocupar durant setze anys, rivalitzant i col·laborant amb Vitoria. Entre els deixebles d'ambdós s'hi compten: fray Luis de León, Suárez, Herrera i d'altres pensadors de renom.

L'any 1545 fou enviat per l'emperador Carles I al Concili de Trent, en el qual va tenir un paper important com a representant de l'Emperador i del general dels dominics, va defensar la teologia escolàstica tradicional contra l'abat de Monte-Casino i, sobretot, va atacar la doctrina luterana de la justificació. En disoldre's el Concili, hom va determinar concedir a de Soto, malgrat la seva condició de religiós, escut consistent en dues mans que s'estrenyen i de la qual unió surt un feix de flames amb la llegenda 'Fides quae per charitatem operatur' (La fe que obra a través de la caritat).

Carles I el va nomenar el seu confessor i li va oferir, el 1549, el bisbat de Segòvia. Ell hoc va rebutjar, car el que desitjava era tornar a la Universitat. L'emperador el va enviar a Valladolid a presidir les Juntes dels Catorze constituïdes per a dirimir entre fray Bartolomé de las Casas i l'antihumanista Juan Ginés de Sepúlveda sobre la llibertat dels indis d'Amèrica. Mercès als seus arguments, l'assumepte fou resolt a favor dels drets del indígenes.

La càtedra de prima de teologia de Salamanca era ocupada per Melchor Cano qui va esdevenir bisbe de Canàries. De Soto va aprofitar aquesta vacant i va tornar a la Universitat on va romandre fins a la seva mort, el 15 de novembre de 1560.

L'obra literària i científica de de Soto és molt gran i de gran erudició en diversos camps: filosofia, teologia, dret, política, física, jurisprudència, fins al punt que en el seu temps era popular la dita 'Qui scit Sotum, scit totum' (Qui Soto coneix, tot ho coneix).

Algunes de les principals obres són:

- *Les Summulae* (Salamanca, 1539, reeditades: 1547, 1568, 1571, 1575), llibre de text usat durant molts anys.
- Els *In Dialecticam Aristotelis commentarii* (Salamanca, 1544, reeditats: 1548, 1566, 1574, 1580), comentaris a la Dialèctica d'Aristòtil.
- *La Deliberatio in causa pauperum* (Salamanca, 1545), escrit en defensa d'unes inculpacions que havia rebut sobre unes declaracions que havia fet a l'entorn de la repressió de l'indigència.
- Els *De natura et gratia libri tres* (Venècia, 1547), atacant la doctrina justificacionista dels protestants.

- El *De iustitia et de iure* (Salamanca, 1557), considerada una obra important de la filosofia del dret i de la política, on desenvolupa conceptes de llei natural i una teoria de l'origen de l'autoritat política.
- Els *In quartum sententiarum commentarii* (Salamanca, 1557-60).
- Els *In libros sententiarum commentarii* (Medina del Campo, 1579).
- Els *Commentarii* i les *Questiones super octo libros Physicorum Aristotelis* que són els que ens interessen en aquest treball. Foren editats<sup>2</sup> per primera vegada a Salamanca el 1545 però sense acabar, degut a l'anada al Concili. Concretament no contenen part de les del llibre setè i tot el llibre vuitè. La primera edició sencera és la de Salamanca del 1551 i n'hi ha d'altres de Salamanca (els anys 1555, 1563, 1569, 1572 i 1582), de Venècia (1582) i de Duaci (1613). Més endavant tractarem aquesta obra més detalladament.

### **El principi de la Cinemàtica i la classificació dels moviments**

Per comprendre l'importància del treball de Domingo de Soto és necessari donar primerament un cop d'ull a l'estat de la Mecànica en el seu temps. Un temps dominat encara per l'aristotelisme però amb aires de renovació provinents sobretot de les Universitats d'Oxford i París.

Les antigues idees van elaborant-se i sovint desestimant-se amb l'ajut de noves tècniques desenvolupades pels erudits. Aquestes idees es difonen per Europa i seran part de la formació que rebrà de Soto.

El moviment local és estudiat en el segle XIV com un cas particular en un context més general: el 'motus', el canvi que sofreixen les formes dels cossos, les seves qualitats.

De canvis<sup>3</sup> n'hi havia, per a Aristòtil, de dos tipus: quantitativus i qualitativus, pertanyent cadescun a categories completament diferents.

El canvi quantitativus consisteix, en la mentalitat aristotèlica, en l'afegit de parts noves sense canviar l'espècie doncs el subjecte major conté el menor realment. Un exemple és el creixement.

El canvi qualitatiu representa la pèrdua d'un atribut i l'adquisició d'un altre però no s'afegeix o es resta cap cosa. Per exemple, el canvi de color, el de lloc, el de velocitat.

Aquesta situació serà qüestionada al segle XIV i hom parlarà d'“intensio et remissio” de les qualitats o formes. És a dir, això comporta l'assignació d'una mena de quantitat a una qualitat i aquesta quantitat pot anar augmentant (intensificar-se) o disminuint (remetre) en canviar la intensitat de la forma. Aquest punt de vista era recolzat en els treballs de Duns Scoto i Guillem d'Ockham. Hom estableix graus d'intensitat susceptibles d'interpretació matemàtica i inaugura l'aplicació del càlcul a la filosofia natural.

A Oxford, al Merton College, es va desenvolupar aquesta idea de mans del ‘calcalatores’<sup>4</sup>: Thomas Bradwardine, William Heytesbury, Richard Swineshead i John Dumbleton en un període de temps que va de 1330 a 1350. Feien servir l'àlgebra de paraules, això és, les quantitats es representaven per lletres i les operacions s'explicaven amb frases.

La preocupació dels mertonians era l'expressió quantitativa del canvi d'una qualitat o forma. Les formes podien variar d'intensitat (‘intensio’) que també era anomenada latitud en contraposició a una altra forma invariable (‘extensio’) coneguda com a longitud, que podia ser la distància, el temps, la quantitat de matèria i en funció de la qual podien valorar la variació de la primera. Un canvi<sup>5</sup> podia ésser uniforme o diforme segons si la ‘intensio’ era porcional a l’‘extensio’ o no, respectivament. Per exemple, el moviment d'una pedra que cau seria uniforme respecte a les partícules que la formen perquè totes es mouen igual, en canvi, una roda es mou diformement perquè no tots els seus punts no tenen el mateix moviment (els exemples són seus). Encara més, un moviment (recordem que aquest terme no es redueix al moviment local) diforme pot ser uniformement diforme o diformement diforme. Tota aquesta divisió encara depenia de quina era la dependència que consideraven: a l'espai, al temps, a la matèria...

Les anteriors consideracions eren aplicades al moviment local pels ‘calcalatores’ com a exemple i consideraven tots els casos anteriors en respecte al temps i en respecte a les parts del mòbil. Però en cap dels textos donen il·lustracions físiques de cada cas. La discussió transcorre sempre pels camins de la teoria i la hipòtesi. Ara bé, cal reconèixer una sèrie d'aportacions importants<sup>6</sup> que, en termes actuals, són:

- La clara distinció entre la dinàmica, relacionada amb les causes del moviment, i la cinemàtica que se'n cuida dels efectes.
- Una aproximació a la idea de velocitat, amb la idea precisa de velocitat instantània i amb la noció implícita de funcionalitat.
- Una definició del moviment uniformement accelerat.
- L'enunciat i prova del teorema fonamental de la cinemàtica: el teorema del valor mig.

Per a provar les tres darreres afirmacions són interessants els següents fragments de les 'Regula solvendi sophismata' d'Heytesbury:

"In motu autem difformi, in quocumque instanti attendetur velocitas penes lineam quam describeret punctus velocissime motus, si per tempus moveretur uniformiter illo gradu velocitatis quo movetur in eodem instanti, quocumque dato".

"Uniformiter enim intenditur motus quicumque, cum in quacumque equali parte temporis, equalem acquirit latitudinem velocitatis".

"Omnis latitudo motus uniformiter acquisita vel deperdita correspondebit gradu medio ipsius, i.e., quod mobile idem ipsam latitudinem uniformiter acquires seu deperdens in aliquo tempore dato aequalem omnino magnitudinem pertransibit ac si ipsum continue per aequale tempus moveretur medio gradu"<sup>7</sup>.

Que venen a dir:

"Emperò en el moviment difforme, a qualsevol instant, la velocitat serà mesurada segons la línia que descriu el punt que es mogui més depressa, si durant un quant temps es mou uniformement al mateix grau de velocitat que es mou en el mateix instant qualsevol donat".

"En efecte, un moviment qualsevol accelera uniformement, quan en qualsevol part igual de temps, adquireix igual latitud de velocitat".

"Tota latitud de moviment uniformement adquirida o perduda correspondrà a un grau mig (de moviment), per exemple, un mateix cos que adquireixi o perdi uniformement en un temps donat la mateixa latitud, transcourrà una magnitud absolutament igual a si fa el mateix durant igual temps contínuament, movent-se a un grau mig"<sup>8</sup>.

Aquest teorema fou demostrat de diverses maneres.

Un resum adient de la contribució dels mertonians seria que establiren les característiques del moviment uniformement accelerat, que per a ells seria l'uniformement difforme respecte al temps, però sense relacionar-lo a res real.



Més tard, a Praga, pels volts de 1369, Joan d'Holanda, fent servir el mateix esquema de tipus, dona exemples físics per a cadascun i fa servir la caiguda d'una pedra per il·lustrar el moviment uniforme respecte a les parts del cos i, en canvi el moviment uniformement accelerat amb el temps és identificat amb un hipotètic Sòcrates augmenta uniformement la seva velocitat de marxa.

Mentrestant, a París, tenim l'altre gran centre cultural d'aquesta època<sup>9</sup>. Els seus integrants principals són: Jean Buridan, Nicolas Oresme, Albert de Saxònia i Marsilie d'Inghen. La seva formació és bàsicament nominalista però amb influències tomistes i escotistes. Treballen en la cinemàtica però també en la dinàmica, com veurem. Encara que Duhem<sup>10</sup> veu en ells els precursors de la Física Moderna sembla ser que els arguments emprats posteriorment en la resolució de problemes s'acosten més a aquells dels mertonians que no als dels parisencs. De tota manera, el seu paper és molt important.

Oresme († 1382), gran mestre del Col·legi de Navarra el 1356, es preocupa del tema dels diversos tipus de moviment i dona una nova demostració del teorema del valor mig. L'importància d'aquesta demostració radica, a part d'en la seva simplicitat i elegància, en el fet que és basada en un nou mètode: la representació geomètrica de les formes. Aquest mètode, que havia estat utilitzat amb anterioritat<sup>11</sup>, rep un desenvolupament important de mans d'Oresme. Ell representarà les longituds ('extensio') per una línia horitzontal sobre la que aixecarà segments perpendiculars a cada punt representant la latitud ('intensio') de la qualitat. Els extrems superiors de les perpendiculars formaran una línia que serà una recta horitzontal, en el cas d'una variació uniforme, o una recta amb pendent, si es tracta d'una variació uniformement diforme, o qualsevol corba. L'àrea determinada per aquesta línia i l'horitzontal serà relacionada, per ell, amb la quantitat total de qualitat. Així, àrees iguals suposaran variacions totals iguals. Aplicant-ho al moviment local les correspondències serien: 'intensio' = velocitat, 'extensio' = temps i l'àrea amb el total.

La demostració del teorema és, doncs, senzilla: l'àrea del triangle rectangle corresponent a un moviment uniformement diforme és igual a la d'un rectangle amb la meitat d'alçada: moviment uniforme amb velocitat igual a la del punt mig de l'anterior.

Amb el concepte de moviment uniformement diforme establert i amb aquest teorema cinemàtic tenim ben delimitat el problema del moviment local uniformement accelerat però fins ara no ha estat relacionat amb la caiguda dels cossos.

### **La caiguda dels cossos a l'Edat Mitjana**

Per conèixer les idees medievals al respecte de la caiguda dels cossos<sup>12</sup> ens hem de referir a l'explicació d'Aristòtil segons la qual els elements tenien un lloc natural a l'Univers i tendien a ocupar-lo. Els cossos pesants, per definició, són compostos bàsicament de terra, llavors tenen tendència a caure cap al centre de la Terra. És l'anomenat moviment natural. Ara bé, tot allò que es mou ho fa per alguna causa i l'Aristòtil i els seus seguidors sostenien que la velocitat d'un cos movent-se era directament proporcional a una força motriu i inversament a la resistència del medi. Aquesta concepció tenia tres dificultats<sup>13</sup>, que a la llarga serien decisives per a desestimar-la. Primerament, per a qualsevol força motriu hi hauria una velocitat, cosa contrària a l'experiència. Segon, per canviar de velocitat era necessari canviar de força motriu i, per tant, en la caiguda lliure, on hom observa canvis de velocitat, hi hauria d'haver canvis de "gravetat" (qualitat de pesant). Tercer, un mòbil que ha abandonat el seu motor inicial es manté en moviment.

A més, si la resistència era nul·la, això és el buit, la velocitat divergia i els moviments eren instantanis. D'ací deduien la impossibilitat del buit. També deien que en qualsevol medi homogeni un cos més pesant cauria més de pressa que un de més lleuger.

Per a solucionar el tercer dilema sense recórrer a l'acció a distància havien de suposar que l'acció es perllongava per l'aire a base de turbulències que empenyien el cos. Era el fenomen de l'antiperístasi. Buridan va proposar una explicació alternativa, dins l'ortodòxia, amb la seva teoria de l'ímpetus que era comunicat al mòbil i romania en ell un cert temps fins que es gastava i cessava el moviment.

L'acceleració observada en els cossos que cauen fou explicada en principi per la fal·lera d'aquests en ocupar el seu lloc natural però això

suposava que els cossos més propers al seu lloc natural haurien d'anar més de pressa, la qual cosa entra en conflicte amb l'experiència. Buridan va desestimar aquest raonament i va proposar un increment progressiu de l'ímpetus del cos al llarg de la caiguda. El problema era veure com era adquirit aquest ímpetus. És molt difícil de saber quina era l'opinió al respecte de Buridan però els historiadors s'inclinen per la proporcionalitat directa amb la distància de caiguda.

Oresme va parlar també d'aquest aspecte apuntant diferents possibilitats<sup>14</sup> de proporcionalitat amb el temps: creixement aritmètic de la velocitat en iguals períodes de temps, creixement aritmètic en parts continuament proporcionals de temps o creixement convergent en iguals períodes de temps. Sembla que ell opta per la primera però no podem assimilar-la a un moviment uniformement accelerat perquè les consideracions que fa sempre són sobre intervals de temps i no comporten la descripció en cada instant, infinitesimal.

Albert de Saxònia (c. 1316-1390) fou considerat per Duhem la font de la bona interpretació però la seva interpretació en sí és incorrecta doncs si bé en un primer moment fa una classificació semblant a la d'Oresme i sembla decantar-se cap a una bona explicació, en una menció posterior esmenta tres possibilitats: increments de velocitat iguals en parts de temps proporcionals, increments de velocitat iguals en parts de distància proporcionals o increments de velocitat iguals en parts iguals de distància. Ell opta clarament per aquesta tercera<sup>15</sup> demostrant-se que no ha trobat encara la solució correcta.

Al segle XV<sup>16</sup>, a la Universitat de Pàdua, hi ha un nou centre d'estudi d'aquest tema sobretot mercès a Pau de Venècia (c. 1372-1429), el qual havia estat estudiant a Oxford, coneixia els ensenyaments dels mertonians i va contribuir a la seva difusió per Itàlia. Van ésser publicats diversos comentaris a l'obra d'Heytesbury. Un dels comentaristes de Pàdua era Gaetano de Thiene (c. 1387-1465) que va fer una sèrie de modificacions a la classificació dels moviments dels mertonians basant-se en els parisencs. Donant exemples, va proposar la caiguda lliure com a cas uniforme respecte a les parts del cos i no uniforme respecte al temps. Però mai parla de moviment uniformement diforme.

Un cas digne de menció, per la seva excepcionalitat, és el de Leonardo da Vinci<sup>17</sup> (1452-1519) que va treballar també el tema de la cai-

guda dels cossos donant una formulació gairebé correcta però molt fosca on es confon la dependència de l'espai recorregut i la del temps. Hi ha un terme: "quantitat de moviment" que, segons com, es podria assimilar a l'ímpetus de Buridan i segons com a la distància recorreguda.

### **Les idees medievals a la Universitat de París del segle XVI**

Ja en el segle XVI, a la Universitat de París hi torna a haver una renovació en l'interés per la cinemàtica, degut a la presència, com a professor al Col·legi de Montaigu, de l'escocès John Major, nominalista que va revitalitzar les idees dels 'calculatores'. També un alumne seu al Col·legi de Montaigu, l'augustinia Jean Dullaert de Gant (1471-1513), va comentar Heytesbury i Swineshead així com Oresme i Pau de Venècia.

En aquest temps, molts estudiants provinents de la Península Ibèrica passaren per la Universitat de París.

L'aragonès Gaspar Lax<sup>18</sup> (1487-1560) també era professor al Col·legi de Montaigu (havia estudiat amb Major), considerat un dels escolàstics decadents i coneixedor de les matemàtiques va ser l'ànima d'una escola de matemàtics formats a París que van produir llibres de text emprats en el seu temps: Fernando de Encinas, Pedro Ciruelo (que després seran professors de de Soto a Alcalà com ja hem vist a la seva biografia), Juan Martínez Silíceo i Juan de Ortega.

Lax havia estat estudiant de John Major i de Jerónimo Pardo, que també ensenyava a París. Altres estudiants seus, a més de Dullaert, foren els germans Coronel (citats també a la biografia de de Soto).

Un alumne important de Lax i Dullaert fou Juan de Celaya qui després d'estudiar al Col·legi de Montaigu va ensenyar uns quants anys al Col·legi de Coqueret on va col·laborar amb l'escocès Robert Craibraith i amb Alvaro Thomaz, el portuguès profund coneixedor de les idees dels mertonians i els antics parisencs que esdevindrà el 'calulator' per excel·lència del París del primer quart del segle XVI. Celaya passà més tard al Col·legi de Santa Bárbara on seria professor de Domingo de Soto.

Celaya era un gran entusiasta de les matemàtiques i la lògica dels 'calculatores' i de la seva aplicació als problemes físics. Comentà Heytesbury i Swineshead. El 1517 apareix el seu llibre 'Expositio in octo libros Phisicorum Aristotelis cum questionibus ejusdem, secundum triplicem viam beati Thoma, realium et nominalium' on tracta, com el seu nom indica, el tema seguint els tres corrents filosòfics de moda: tomisme, escotisme i nominalisme. En l'obra, torna a la divisió dels moviments dels mertonians que havia estat bandejada durant un segle. Així, torna a parlar de moviment uniformement diforme però sense donar exemples. És fàcil d'imaginar com influirà això en Domingo de Soto.

### **Contacte de Domingo de Soto amb les idees medievals**

Ara, hem arribat a l'època de Domingo de Soto. Hem vist com en aquest temps els treballs dels 'calculatores' i dels parisencs del segle XIV eren coneguts i gaudien d'un especial predicament a la Universitat de París, on Domingo de Soto era, el 1518, estudiant al Col·legi de Santa Bárbara. Amb Juan de Celaya va entrar en contacte amb els textos d'aquells i, sobretot, amb l'esquema de classificació dels moviments.

De tornada, va estudiar amb Ciruelo i Encinas, a Alcalà, bons matemàtics de l'escola de Gaspar Lax i també coneixedors de l'herència mertoniana que van promoure a Alcalà i més tard a Salamanca un gran interès per la lògica nominalista.

Totes aquestes dades són suficients per a creure que Domingo de Soto estava familiaritzat amb les tècniques dels 'calculatores' i amb les seves idees en cinemàtica així com amb les diverses teories de la caiguda dels cossos. Això es recolza en el fet que la majoria dels autors que hem vist són citats en els seus treballs.

Per si això fos poc podem esmentar el seu contacte amb la tasca dels importants nominalistes que, encara que de formació parisenca, van exercir a la Península: Diego Diest i Diego de Astudillo. Hi ha una característica que relaciona aquests dos mestres amb Domingo de Soto:

tots tres donen, en els seus llibres, molts d'exemples dels diferents tipus de moviment, sens dubte amb l'intenció de facilitar la comprensió dels seus deixebles. Aquesta és una dada més important del que a simple vista sembla perquè suposa una nova manera de veure els vells exemples, la proposta de nous i un camí obert a l'eventual associació del moviment uniformement diforme amb la caiguda dels cossos.

Diego Diest<sup>19</sup> va ser professor de física a la Universitat de Saragossa i va publicar el 1511 les seves 'Questiones physicales super Aristotelis textum, sigillatim omnes materias tangentes in quibus difficultates que in theologia et aliis scientiis ex physica pendent discusse suis locis inseruntur' on cita Ockham, Gregori de Rimini, Walter Burley, Swineshead, Heytesbury, Buridan, Oresme, Albert de Saxònia, Marsilie d'Inghen. En la seva divisió dels moviments va proposar que el moviment diforme podia ser uniformement diforme o diformement diforme (recuperant l'esquema dels mertonians) i del moviment uniformement diforme va dir que podia ser-ho en el sentit linial o en el logarítmic, és a dir, arimèticament o geomètrica.

És important assenyalar que com a exemple de moviment uniformement diforme dóna la caiguda lliure dels cossos. Possiblement aquest sigui el primer cas en què es produeix aquesta identificació però, pel que diu, cal interpretar-ho com a proporció logarítmica amb l'espai recorregut doncs el text en qüestió diu:

"Patet in motu locali: dicitur communiter quod grave descendendo deorsum movetur uniformiter difformiter taliter intendendo motum quod velocius movetur in secunda parte proportionabili quam in prima, et in tertia magis quam in secunda, et sic procedendo"<sup>20</sup>.

És a dir:

"És palès en el moviment local: es diu comunament que un greu que cau de dalt a baix es mou d'una manera uniformement diforme tal que, en intensificar el moviment, es mou més de pressa en la segona part proporcionable que no pas en la primera, i en la tercera més que no pas en la segona, i així successivament".

És estrany que proposés això doncs ja fou desestimat per Albert de Saxònia.

Diego de Astudillo era dominic igual que Domingo de Soto, era amic de Francisco de Vitoria i fou professor del Col·legi de San Gre-

gorio a Valladolid. Va ésser un dels pocs dominics, excepció feta de de Soto, que es va interessar pels treballs dels 'calculatores'. De Soto va tenir coneixement del seu treball i, a través d'ell, del de Diest.

### La cinemàtica de Domingo de Soto

La contribució a la Física de Domingo de Soto<sup>21</sup> es concreta en el treball sobre els vuit llibres de Física d'Aristòtil que és dividit en dues parts: els 'Commentarii super octo libros physicorum Aristotelis' i les 'Questiones super octo libros physicorum Aristotelis'. En els primers exposa i comenta les idees d'Aristòtil i en les segones planteja problemes i aplicacions. Representen un curs complet de física per a la facultat d'art de Salamanca. La seva intenció és fornir d'un bagatge matemàtic mínim per a aplicar a la mecànica. Això és de considerable importància precursora. Cita Heytesbury, Pau de Venècia, Burley, Albert de Saxònia, Gregori de Rimini i els 'calculatores' en general, a part de contenir idees d'Alvaro Thomaz i Juan de Celaya.

Les 'questiones' mereixen una atenció especial car, en estar pensades per a aclarir i fer més entenedors els continguts de l'obra, proposen una gran quantitat d'exemples. Aquest interès per l'exemplificació serà la raó per la qual la caiguda dels cossos serà associada amb el moviment uniformement diforme respecte del temps, probablement per primera vegada.

La qüestió que conté allò referent a cinemàtica és, en concret, la tercera del llibre setè<sup>22</sup>. El seu interès global ha motivat la confecció de la traducció de l'original llatí que és adjuntada en forma d'apèndix al final del present treball. L'edició que hem utilitzat<sup>23</sup> és la de Salamanca, any 1582, és a dir, vint-i-dos anys després de la mort del seu autor, per la qual cosa cal suposar que conté les possibles correccions posteriors que aquest hagués pogut introduir i és, en aquest sentit, completa.

Hem cregut convenient d'introduir una sèrie de títols al llarg del text que donen una idea del seu contingut. Són:

- 0.0.            Introducció.
- 0.1.            Arguments en contra.

- 0.1.1. Mòbils de diferent amplada.
- 0.1.2. Descens per un arc o per una corda.
- 0.1.3. Moviment circular.
- 0.2. A favor: tesi aristotèlica.
- 1.0. Sobre el títol de la qüestió i la seva divisió en dos articles.
  - 1.0.1. "Sentit de la qüestió".
    - 1.1. Classificació: "Moviment uniforme i diforme".
    - 1.2. Moviment respecte al subjecte.
      - 1.2.1. Moviment uniformement diforme respecte al subjecte.
      - 1.2.2. Moviment diformement diforme respecte al subjecte.
    - 1.3. Moviment respecte al temps.
      - 1.3.1. Moviment uniformement diforme respecte del temps.
      - 1.3.2. Moviment diformement diforme respecte del temps.
  - 2.0. Article primer: moviment rectilini.
  - 2.1. Resposta al primer dels arguments en contra.
  - 2.2. Resposta al segon dels arguments en contra.
  - 2.3. "Argument que inquieta molts".
  - 3.0. Article segon ("Segona conclusió"): moviment circular.
    - 3.0.1. "Corol.lari remarcable".
    - 3.0.2. "Velocitat de la circulació" o angular.
      - 3.1. Resposta al tercer argument en contra.
      - 3.2. "L'infinit no és mòbil".
  - 4.0. Del moviment uniformement diforme respecte del temps.
- 5.0. "Del moviment més veloç i del més lent de tots".
  - 5.0.1. Parer d' "Albert de Saxònia, llibre 6, qüestió 7".

Així doncs, la qüestió comença donant uns arguments en contra de l'estudi del moviment segons els seus efectes per passar més endavant a rebatre'ls, després proposa la divisió de l'estudi del moviment segons les causes o segons els efectes i passa a donar la classificació dels moviments utilitzant l'esquema dels mertonians d'una sola variable, segurament influenciat per Celaya. Dóna exemples de cada tipus de moviment<sup>24</sup> i, així, associa:

- Una pedra arrossegada per un pla amb el moviment uniforme respecte a les parts del cos.
- La rotació d'una mola amb el moviment uniformement diforme respecte a les parts del cos.



- L'escalfament d'una barra amb el moviment diformement diforme respecte a les parts del cos.
- El moviment dels cels amb el moviment uniforme respecte al temps.
- El bellugueig dels animals amb el moviment diformement diforme respecte al temps.
- I, especialment, la caiguda lliure dels cossos amb el moviment uniformment diforme respecte del temps, accelerat, i el frenat d'un projectil llençat amb l'uniformement diforme retardat.

És curiós com en el cas del moviment diformement diforme respecte al subjecte s'excusa de fer servir un exemple que no pertoca al moviment local dient que aquest no pot ser de cap manera d'aquella mena car el rectilini no pot ser diforme respecte al subjecte i qualsevol moviment circular és uniformement diforme respecte al subjecte. Això constitueix una prova del que és evident al llarg del text: no es parla de moviment en el sentit general antic sinó que sempre s'està referint al moviment local en particular i quan no ho fa, ho notifica expressament.

Seguidament passa a contestar els arguments contraris inicials amb una colla de disquisicions d'entre les quals podriem destacar:

- Cal considerar el moviment d'un cos extens segons el del seu punt mig, "a causa de la seva dignitat", com pot veure's a l'apartat 2.1<sup>25</sup>.
- "Un punt i una línia no fan més que una línia" (apartat 2.3). Es pot interpretar com un problema de si la longitud d'un interval semiovert és igual que la d'un interval tancat, en terminologia moderna.
- Té dificultats en considerar punts ideals fora del subjecte estricte, com és palès al final de l'apartat 1.2.1 o al 3.0.
- Defineix correctament el concepte de velocitat angular: "la velocitat de circulació ha d'ésser considerada segons la magnitud dels angles descrits entorn del centre" (apartat 3.0.2).

Al final de la qüestió introdueix problemes de caire més teològic sobre els moviments més veloç i més lent de tots i la seva relació amb l'omnipotència de Déu.

Pel que fa als aspectes concrets que ens interessin, cal assenyalar que és clar que l'autor coneix el teorema del grau mig. Defineix els di-

versos tipus de moviments diformes d'una manera que ho recorda i que és més potent que la simple proporcionalitat (com reconeix al final de l'apartat 1.2.1). Les definicions són:

“És uniformement diforme el moviment d'un subjecte mogut amb una diformitat tal que, donada una extensió qualsevol, el punt mig de tota porció de línia és excedit pel punt més avançat en la mateixa proporció en què excedeix l'extrem més reculat”. (apartat 1.2.1).

“El moviment diformement diforme respecte al subjecte és el moviment d'un subjecte mogut amb una tal diformitat que, donada una extensió qualsevol, el punt mig de tota porció no excedeix i és excedit en la mateixa mesura”. (apartat 1.2.2).

“El moviment uniformement diforme respecte del temps és un moviment diforme tal que, si es divideix segons el temps (ço és, segons abans i després), el punt mig de cada part excedeix l'extrem més reculat d'aquella part en la mateixa proporció en què és excedit per l'extrem més avançat”. (apartat 1.3.1).

“El moviment diformement diforme respecte del temps és un moviment diforme tal que, si hom el divideix segons el temps, el punt mig de cada part no excedeix l'un extrem en la mateixa proporció en què és excedit per l'altre”. (apartat 1.3.2).

També en el cas de l'escalfament parla de l'importància del punt mig: “la calor, que és uniformement diforme, s'estén a través de qualsevol subjecte de manera que, per exemple, des de l'absència de grau fins a 8, no ha pas d'ésser designada a partir del grau més alt, sinó del grau mig, és a dir 4”; (apartat 0.1.3).

“Si un subjecte d'un peu de llargada calent des de l'absència de grau fins a 8,... cal considerar aquest accident segons el punt mig, de tal manera que es digui calent a 4...” (apartat 3.1).

En altres llocs fa ús del teorema per a desqualificar-ne la seva aplicació al cas del moviment circular (apartat 3.0).

La manera de definir els diferents tipus de moviment és especialment útil per poder aplicar el teorema a resoldre problemes concrets, com diu a l'apartat 4.0 referint-se al moviment uniformement diforme respecte del temps:

“Per exemple, si el mòbil *a* es mou durant una hora intensificant sempre el moviment des de l'absència de grau fins a 8, recorre el mateix espai que *b*, que al llarg del mateix espai, en el mateix temps, es mou uniformement a 4, d'on es dedueix que, quan els moviments dels mòbils siguin diformes, han d'ésser reduïts a uniformitats”.

I després dona un exemple concret on aplica el teorema. El problema que planteja és el següent: un mòbil  $a$  varia la seva velocitat de l'absència de grau fins a 4 en un quart d'hora i de 4 fins a 8 en tres quarts més, mentre que un mòbil  $b$  varia de l'absència de grau a 4 en tres quarts i de 4 a 8 en el darrer quart. Ambdós es mouen durant una hora des de l'absència de grau fins a 8 però no recorren igual espai. En calcular l'espai, fa servir el teorema i diu: " $a$  es mou en el primer quart a una velocitat de 2 que és el grau mig entre 4 i l'absència de grau i, en els tres quarts [restants] a una velocitat de 6, que és el punt mig entre 4 i 8" i el mateix per  $b$ . Llavors diu:  $a$  haurà recorregut  $2 \times 1 + 6 \times 3 = 20$  peus i  $b$  haurà recorregut  $2 \times 3 + 6 \times 1 = 12$  peus (amb la seva àlgebra de paraules).

Centrant-nos en el tema de la caiguda lliure dels cossos, aquesta ha estat associada al moviment uniformement diforme respecte al temps, com ja hem dit en parlar dels exemples. Després de la definició, que ja ha estat donada, afegeix (apartat 1.3.1): "Aquesta mena de moviment es troba pròpiament en el moviment natural i en el dels projectils [cap amunt]. En efecte, quan una mola cau de dalt a baix a través d'un medi uniforme, es mou més de pressa al final que no al principi. Però el moviment dels projectils és més lent al final que al principi. És per això que el primer s'intensifica d'una manera uniformement diforme i, el segon, remet també d'aquesta manera". Aquesta identificació dona via lliure a l'aplicació del teorema del valor mig al cas de la caiguda dels cossos i, per tant, l'explica.

Per si no quedés prou clara la relació que estableix entre el teorema i el problema concret de la caiguda lliure, encara podem fixar-nos en l'apartat 4.0, que és dedicat exclusivament al moviment uniformement diforme respecte del temps, on planteja una qüestió que associa ambdós conceptes. Es pregunta:

"... si la velocitat d'un mòbil que es mou d'una manera uniformement diforme ha d'ésser denominada a partir del grau més veloç de tal manera que, si un greu cau durant una hora a una velocitat que va de l'absència de grau fins a 8, hagués d'ésser dit que es mou a 8".

I, després de raonar la resposta afirmativa, diu:

"Hom respon, no obstant, que la velocitat del moviment uniformement diforme respecte al temps és considerada segons el grau mig i, a partir d'aquí, és denominada".

Així doncs, l'aportació de Domingo de Soto consisteix en què: en el seu temps es coneixia perfectament el moviment uniformement diforme i hi havia una sèrie d'idees sobre la caiguda lliure però, en identificar Domingo una cosa amb l'altra, resta oberta la porta per a aplicar el teorema del valor mig a la caiguda (i ell ho fa) i deduir-ne la llei fonamental dels espais proporcionals als quadrats del temps que ho farà explícitament Gal.lileu.

Després de tot això és el moment de mencionar que, ara per ara, cal considerar Domingo de Soto com el primer en dir clarament que el moviment de caiguda lliure dels cossos és un cas de moviment uniformement diforme respecte al temps doncs així sembla indicar-ho tot el que actualment es coneix sobre l'afer. Aquesta fou una conclusió proposada per Duhem i que ha estat acceptada per gran part de la comunitat d'historiadors de la Ciència. Calia considerar però la possibilitat que fos una casualitat la que guiés a de Soto en darrer extrem però hem pogut comprovar que el seu bagatge era prou important com per a emprendre la tasca amb coneixement de causa.

Hi ha una altra qüestió que correspon a per què fins a Gal.lileu no es torna a parlar del tema i si aquest coneixia l'obra de de Soto. El que està clar és que Gal.lileu tenia al seu abast els mateixos coneixements antics que de Soto i també sabia dels corrents més moderns però no sembla probable que conegués el cas concret. En uns assaigs primerencs de Gal.lileu, que hom anomena 'Juvenilia', són mencionats molts dels autors que hem vist i àdhuc Domingo de Soto però hom diu que aquests escrits corresponen, per la pulcritud, a apunts de la seva època d'estudiant i que, per tant, ell no coneixia a fons aquests autors. També hi ha qui els data al moment en què havia començat de professor amb la qual cosa el seu coneixement dels citats podria ésser més profund. Possiblement la resposta sigui un entremig: Gal.lileu havia de conèixer les idees medievals però és molt probable que no conegués el treball de Domingo de Soto amb els cossos en caiguda lliure.

De tota manera, un aspecte important és que Domingo de Soto, igual que els seus antecessors, no fa ni es recolza en cap experiment. Els seus raonaments parteixen de l'especulació amb una petita component d'observació passiva dels esdeveniments.

## Conclusions

En el capítol final de les conclusions mereix un especial interès, per a nosaltres, la contribució que aquest treball suposa en favor de les tesis que defensen l'existència d'una activitat important en el camp de la Física durant l'Edat Mitjana, amb l'elaboració de conceptes (molts d'ells embrionaris) i idees que més tard jugaran un important paper en el desenvolupament de la Ciència Moderna. La genialitat de Gal.lileu probablement no resideix en la creació d'un nou sistema sinó en la reinterpretació revolucionària dels anteriors conceptes. Aquesta activitat de què parlem és present a la Península Ibèrica d'una manera destacada, amb els autors que han estat citats, en ple Segle d'Or, en l'estudi del qual els historiadors s'han fixat més en els aspectes literaris, artístics, religiosos... que no en els científics.

Així doncs, diem, amb molta probabilitat Domingo de Soto va avançar-se a Gal.lileu en aquest tema en gairebé un segle. Ara bé, això no resta importància a la tasca de Gal.lileu. El seu mètode és nou, supedita la llei a l'experiment, el que vol és descriure la Natura i no establir esquemes teòrics desconnectats d'ella. És el principi d'una nova manera d'actuar que aportarà grans avenços a la Ciència.

Però, de tota manera, Domingo de Soto també representa un mètode diferent de l'escolàstic clàssic. La seva progressiva incorporació de la Matemàtica i les seves sovintejades mirades cap al món físic caracteritzen una etapa marcada pel canvi de mentalitat i que culminarà en el Renaixement.

Per concloure, cal dir que aquest treball<sup>26</sup> només pretén ésser el resultat d'una primera presa de contacte d'un estudiant inexpert amb l'apassionant tema de la gènesi dels conceptes que configuren el nostre món i haurà servit, si més no, per a enfortir la nostra disposició a perseverar en aquest camp.

**Primer intent de bibliografia a l'entorn de Domingo de Soto**

Baeza. Apuntes biográficos de escritores segovianos (Segovia, 1877).

Beltrán de Heredia, O.P., Vicente. Domingo de Soto: Estudio biográfico documentado. Biblioteca de Teólogos Españoles, vol. 20 (Salamanca, 1960).

Clagett, Marshall. The Science of Mechanics in the Middle Ages. University of Wisconsin Press (Madison, 1959).

Crombie, Alastair C. Historia de la Ciencia: de San Agustín a Galileo. Vol. 2, La Ciencia en la Baja Edad Media y comienzos de la Edad Moderna siglos XIII al XVIII. Alianza Universidad (Madrid, 1985).

Duhem, Pierre. Dominique de Soto et le Scolastique parisienne. Bibl. Hisp. (1911).

Duhem, Pierre. Etudes sur Léonard de Vinci; ceux qu'il a lus, ceux qui l'ont lu. Lib. Scient. A. Hermann (Paris, 1913).

Duhem, Pierre. Les origines de la statique. (Paris, 1905-1906).

Duhem, Pierre. Le système du monde. Vols. IV i V (Paris, 1916-1917).

Echard. Scriptores Ordinis Praedicatorum. Vol. II.

Ehrle. Beitrage zur Geschichte und Reform der Armenpflege. (Friburg, 1881).

Ehrle. Katholik, tom. II. (Friburg, 1884).

Esperabé. Historia de la Universidad de Salamanca.

Fernández, Alonso. Historia del Convento de San Esteban de Salamanca. Historiadores de San Esteban, vol. I (Salamanca, 1913).

Getino. Dominicos Españoles Confesores de Reyes. (Madrid, 1916).

Getino. El maestro Francisco de Vitoria y el renacimiento filosófico-teológico del siglo XVI. (Madrid, 1912).

Getino. Historia de un convento. (Vergara, 1904).

Hinojosa, Eduardo. Influencia ejercida por los filósofos y teólogos españoles en el desarrollo del derecho. (Madrid, 1890).

Maier, Anneliese. An der Grenze von Scholastik und Naturwissenschaft. Vol. 2. Auflage. Edizioni di Storia e Letteratura (Roma, 1952).

Menéndez Pelayo, Marcelino. La Ciencia Española. Vol. II.

Muñoz Delgado, O.M., Vicente. "La Lógica en Salamanca durante la primera mitad del siglo XVI", Salmanticensis, n° xiv (Salamanca, 1967).

Muñoz Delgado, O.M., Vicente. *La lógica nominalista en la Universidad de Salamanca (1510-1530)*. Publicaciones del Monasterio del Poyo, XI (Madrid, 1964).

Muñoz Delgado, O.M., Vicente. *Lógica Formal y Filosofía en Domingo de Soto*. Publicaciones del Monasterio del Poyo, XVI (Madrid, 1964).

Ramírez, O.P., S.M. "Hacia una renovación de nuestros estudios filosóficos: Un índice de la producción filosófica de los Dominicos españoles", *Estudios Filosóficos*, nº I (1952).

Rashdall, Hastings. *The Universities of Europe in the Middle Ages*. Ed. F.M. Powicke and A.B. Emden (Oxford, 1936).

Sancho, Hipólito. "Ideas penales del maestro Domingo Soto", *Ciencia Tomista* (1919).

Sancho, Hipólito. "Domingo de Soto y Alfonso de Castro", *Ciencia Tomista* (1919).

Sforza Pallavicino. *Istoria del Concilio di Trento*. (Roma, 1666).

Solana, Marcial. *Historia de la Filosofía Española: Epoca del Renacimiento (Siglo XVI)*, 3 vols. (Madrid, 1941).

Spivakovsky, Erika. "Diego Hurtado de Mendoza and Averroism", *Journal for the History of Ideas*, nº 26 (1965).

Taton, René. *History of Science*, vol. II: *The beginnings of Modern Science, from 1450 to 1800*. Basic Books (New York, 1964).

Theiner. *Acta genuina concilii tridentini*. (1874).

Viel, Aimé. "Dominique Soto", *Revue Thomiste*, vols. XII i XIII (1904-07).

Villoslada, S.J., R.G. "La Universidad de París durante los estudios de Francisco de Vitoria, O.P. (1507-1522)", *Analecta Gregoriana* (Roma, 1938).

Wallace, O.P., William A. "The concept of motion in the sixteenth century"; *Proceedings of the American Catholic Philosophical Association*, nº xli (1967).

Wallace, O.P., William A. "The Enigma of Domingo de Soto: Uniformiter Difformis and Falling Bodies in Late Medieval Physics", *Isis* nº 59 (1968).

Wallace, O.P., William A. "The 'calculatores' in early sixteenth-century physics", *The British Journal for the History of Science*, vol. 4, nº 15 (1969).

Wallace, O.P., William A. "Mechanics from Bradwardine to Galileo", *Journal of the History of Ideas*, nº 32 (1971).

Wallace, O.P., William A. "Galileo and the Thomists", St. Thomas Aquinas Commemorative Studies 1274-1974, vol. II.- Armand Maurer et al., eds. (Toronto, 1974).

Wallace, O.P., William A. "Pierre Duhem: Galileo and the Science of Motion", Proceedings of the PMR Conference, vol. 2 (1979).

Wallace, O.P., William A. Prelude to Galileo. Essays on Medieval and Sixteenth-Century sources of Galileo's thought. D. Reidel Publishing Company, vol. 62 (1981).

## APÈNDIX

*Qüestions sobre els vuit llibres de física d'Aristòtil*, del Reverend Pare Domingo de Soto, teòleg segovià, de l'Orde de Predicadors. Amb privilegi. (Salamanca, de l'oficina d'Ildefons de Terranova i Neila, 1582)

### Sobre el llibre setè

#### [92b] Qüestió tercera

*Si la velocitat del moviment ha d'ésser considerada a partir del seu efecte, ço és, segons la quantitat d'espai que ha estat recorregut.*

### [0.0. Introducció]

Un cop disposat ja allò que, sobre les proporcions, convenia al present afer, i passant tot seguit a les regles d'Aristòtil, només tractarem resumidament dues qüestions sobre la velocitat del moviment: l'una, segons l'efecte; l'altra, segons la causa. No seran pas sofismes de calculador (com els anomenen), que d'una manera tan inepte com bàrbara molts introdueixen en aquest tema (no pretenem pas confondre els bons enteniments), ans només uns quants exemples, el que sotmetrem a les regles d'Aristòtil. I, certament, aquesta qüestió tercera tenia el seu lloc (el més adient) en el llibre anterior sobre el text II<sup>1</sup>, però la tornem a treure a col·lació aquí, a fi d'ajuntar-la a l'altra, que tracta sobre la causa.

### [0.1. Arguments en contra] [0.1.1. Mòbils de diferent amplada]

Així doncs, de la part negativa s'argüeix: si dos mòbils, *a* d'una longitud de dos peus i *b* d'un peu, es mouen durant el mateix temps des d'una paret d'una aula a l'altra del costat oposat, de tal manera que ambdós (que tocaven amb el taló la primera paret) a la fi del moviment, al mateix moment, toquen l'altra paret amb el front, aleshores en el mateix temps haurien recorregut el mateix espai. Certament, *a* toca igualment l'un i



l'altre terme, el de procedència i el d'arribada, i també *b*, i no obstant això *b* sembla moure's més de pressa, per tal com qualsevol dels seus punts descriu una línia més gran, car un punt que estigui en la superfície anterior [de *b*], correspon, mentre són tots dos al terme de procedència, al punt mig d'*a* i, a la fi del moviment, correspondrà a un punt de la superfície anterior d'*a*. I hi ha el mateix argument per a qualsevol altre punt.

#### [0.1.2. Descens per un arc o per una corda]

Tot seguit, s'argüeix una segona raó. En el cas que dos greus caiguin d'una torre, l'un a través d'un arc i l'altre a través d'una corda, de tal manera que, no obstant això, a qualsevol moment del moviment, s'apropin igualment al centre de la Terra, aleshores ambdós semblaran moure's a la mateixa velocitat, quan, de fet, descendeixen igualment, sí, però, amb tot, no recorren el mateix espai: en efecte, l'arc és més llarg que no la corda i, doncs, 'diuen' no s'hauria de considerar pas la velocitat del moviment en relació a la magnitud de l'espai.

#### [0.1.3. Moviment circular]

En tercer lloc, i finalment, argüeixen el següent. La velocitat del moviment circular no ha d'ésser considerada en relació a l'espai descrit per tal moviment. Conseqüentment, no hi ha cap mesura vàlida. La prova que aporten del que acabem de dir és la següent: si això fos cert, amb més motiu caldria considerar la velocitat en relació a l'espai descrit pel punt que es mogué més de pressa, ço és, un punt de la superfície convexa, opinió en la qual coincideixen, lògicament, la majoria [92c] dels filòsofs, ja que l'espai descrit en aquell punt<sup>2</sup> és el que descriurà (categoremàticament) tot el mòbil. Hom argüeix, però, que això no és pas cert, car la mateixa mesura hauria de servir en tota classe de moviments, com és ara el moviment d'alteració; en aquest, la calor, que és uniformement diforme, s'estén a través de qualsevol subjecte de manera que, per exemple, des de l'absència de grau fins a 8, no ha pas d'ésser designada a partir del grau més alt, sinó del grau mig, és a dir 4; així doncs, en el cas d'una roda que es mou circularment, la velocitat del moviment s'estendrà des del centre fins a la circumferència amb una diformitat uniforme (car com més a prop del centre s'acosta un punt, més petit fa el cercle), s'esdevé que la velocitat del moviment de tota la roda ha d'ésser considerat segons el punt mig del semidiàmetre, ço és, la línia duta des del centre a la circumferència.

#### [0.2. A favor: tesi aristotèlica]

D'altra banda, a la part afirmativa trobem l'autoritat del Filòsof que, en el llibre 6, text II, diu: allò que es mou més depressa, en temps igual recorre un espai major i en menys temps igual espai, i així successivament.

#### [1.0. Sobre el títol de la qüestió i la seva divisió en dos articles]

Pel que fa al títol de la qüestió, que dividim en dos articles, cal remarcar que, ja que són dues les vies de coneixement d'una cosa, que Aristòtil consigna en el seu pròleg

–la primera, que en diríem a través de l'efecte, que és conèixer què és una cosa, és a dir, això és això, per exemple, en veure un home que riu, coneixem allò risible; i la segona, en ordre natural, a través de la causa, que és conèixer perquè una cosa és, en què consisteix pròpiament la raó de la ciència– en la present qüestió dilucidem la via de l'efecte: d'una banda, perquè ja Aristòtil la tractà en primer lloc, i de l'altra, perquè el nostre coneixement comença a percebre a través d'ella. I en la següent qüestió dilucidarem la via de la causa.

### [1.0.1.] Sentit de la qüestió

Com que el temps –com dèiem al llibre 4– és la mesura del moviment, és ell que ens mostra la velocitat del propi moviment. Així doncs, l'objectiu de la qüestió és de saber si el fet que aquest mòbil es mogui més de pressa que un altre i la proporció en què s'hi mou, ha de ser considerat segons la proporció entre l'espai recorregut per l'un i l'espai recorregut per l'altre, en el mateix temps.

### [1.1. Classificació:] Moviment uniforme i diforme

Hi ha, però, dues classes de moviment: l'uniforme i el diforme. A més, tant l'un com l'altre poden ésser considerats respecte al subjecte i respecte al temps.

### [1.2. Moviment respecte al subjecte]

Un moviment uniforme ho és respecte al subjecte quan les parts d'aquest es mouen totes a idèntica velocitat, com és ara el cas del moviment continuat rectilini a través d'un pla. En efecte, si fas moure una pedra d'un peu de llargada damunt d'un pla, totes les seves parts es mouran igual. En canvi, un moviment diforme ho és respecte al subjecte quan les parts del mòbil no es mouen totes igual. N'hi ha de dues classes: l'uniformement diforme i el diformement diforme.

### [1.2.1. Moviment uniformement diforme respecte al subjecte]

Es uniformement diforme el moviment d'un subjecte mogut amb una diformitat tal que, donada una extensió qualsevol, el punt mig de tota porció de línia és excedit pel punt més avançat en la mateixa proporció en què excedeix l'extrem més reculad. Aquest moviment només es dona entre els moviments locals en els que es mouen circularment i aquests són tots d'aquesta classe: com és palès en el cas d'una mola frumentària, per exemple, el centre indivisible de la qual restaria immòbil, si el moviment fos perfectament circular: i si la circumferència es mogué a 8 el punt mig entre aquesta i el centre es mouria a 4, i el punt mig entre la circumferència i el punt que es mou a 4 es mourà a 6, i el punt mig entre el punt que es mou a 4 i el centre es mourà a 2. També hi ha qui defineix aquest moviment com el moviment d'un subjecte mogut de tal manera que qualsevol punt, en la proporció que dista més del centre que un altre, es mou més de pressa. Ara bé, aquesta definició no escau al cas de les esferes, si no és pas que siguin sòlides fins al centre. En el cas d'un orbe celest (per exemple el de la lluna), que imagi-

nem-nos que mesurés quatre colzes, [92d] la superfície còncava del qual es mogué a 4, mentre que la convexa es mogué a 8, aquesta definició no hi quadra en absolut. Car el punt mig de la gruixària, que es troba a la fi del segon colze és el doble més lluny de la part còncava que no pas el punt en què termina el primer colze, i no obstant això, no es mou pas més de pressa, sinó a raó de sis cinquenes, perquè el punt en què termina el primer colze es mou a 5 i el punt en què termina el segon colze es mou a 6. Amb tot, es podria mantenir aquesta definició, tot parlant de la distància des d'un punt que es formaria en el moviment si al costat de la part còncava hi afegíssim mentalment uns altres quatre colzes uniformes fins a l'absència de grau. Però no és pas qüestió d'imaginar-se res, quan el que cal és una altra definició.

### [1.2.2. Moviment diformement diforme respecte al subjecte]

El moviment diformement diforme respecte al subjecte és el moviment d'un subjecte mogut amb una tal diformitat que, donada una extensió qualsevol, el punt mig de tota porció no excedeix i és excedit en la mateixa mesura. Per exemple, si un cos de quatre peus de llargada s'altera en una hora de tal manera que el primer peu arriba a una calor uniformement de 1 i el segon uniformement a 2 o a 3, etc. Car el punt mig de tal peu ni excedeix de l'un extrem ni és excedit per l'altre. I tot i que sobre aquesta mena de moviment d'alteració res no toca al tema que ens ocupa, hem afegit suara aquest exemple per tal com el moviment local no pot ésser de cap manera diformement diforme respecte del subjecte. Ja que, certament, la condició de rectilini nega d'alguna manera la condició de diforme: en efecte, totes les parts d'un continu<sup>3</sup> es mouen igual; en canvi, tot moviment circular és uniformement diforme.

### [1.3. Moviment respecte al temps]

Idèntica divisió pot establir-se respecte al temps. Així doncs, el moviment uniforme respecte del temps és aquell en què tot mòbil en idèntiques porcions de temps recorre idèntiques longituds d'espai, com pot ben veure's en el regularíssim moviment dels cels. Naturalment, els espais poden ésser reals o imaginaris, tal com es mou, segons els filòsofs, el primer mòbil, per damunt del qual consideren que no existeix res més. En canvi, el moviment diforme respecte del temps és aquell en què en parts iguals de temps es recorren espais no iguals, o bé en parts no iguals, espais iguals. I pot ser, com hem dit més amunt, o bé uniformement diforme, o bé diformement diforme.

#### [1.3.1. Moviment uniformement diforme respecte del temps]

El moviment uniformement diforme respecte del temps és un moviment diforme tal que, si es divideix segons el temps (ço és, segons abans i després), el punt mig de cada part excedeix l'extrem més reulat d'aquella part en la mateixa proporció en què és excedit per l'extrem més avançat. Aquesta mena de moviment es troba pròpiament en el moviment natural i en el dels projectils [cap amunt]. En efecte, quan una mola cau de dalt a baix a través d'un medi uniforme, es mou més depressa al final que no al principi. Però el moviment dels projectils és més lent al final que al principi. Es per això que el primer s'intensifica d'una manera uniformement diforme i, el segon, remet també d'aquesta manera.

### [1.3.2. Moviment diformement diforme respecte del temps]

En canvi, el moviment diformement diforme respecte del temps és un moviment diforme tal que, si hom el divideix segons el temps, el punt mig de cada part no excedeix l'un extrem en la mateixa proporció en què és excedit per l'altre. Com en el cas que una cosa es mogué, durant una hora, de tal manera que una estona es mogué uniformement a 1 i una altra a 2 o a 3, etc., cosa que pot trobar-se en els moviments de desplaçament dels animals. Certament, aquesta mena de moviments s'esdevé sovint en l'alteració dels cossos dels animals i pot trobar-se, en determinades circumstàncies, en els moviments de creixement i decreixement, entre els quals el primer que cal tractar és el de generació, però no pas aquí.

### [2.0. Article primer: moviment rectilini]

Així doncs, fetes prèviament aquestes distincions, hom respon a la qüestió plantejada [al títol] amb dues conclusions: l'una, en aquest primer article, sobre el moviment rectilini i l'altra en l'altre article, sobre el moviment circular. En primer lloc, la velocitat del moviment local rectilini ha de ser considerada segons la quantitat de la línia descrita. D'aquesta manera, en voler comparar les velocitats de dos mòbils [93a] segons fos la proporció entre les línies recorregudes en un mateix temps, així seria la proporció entre les seves dues velocitats. I hi ha la mateixa proporció, si hom compara el moviment amb què el mateix mòbil es mou durant un temps i aquell amb què es mou durant un altre. Per exemple, si *a* recorre 4 peus en una hora i en el mateix temps *b* en recorre 3, *a* es mourà quatre tercers parts més depressa; i si *b* en recorre 2, *a* es mourà el doble més de pressa; i si *b* en recorre només un, *a* es mourà el triple<sup>4</sup> més de pressa.

D'on es dedueix que per a l'estudi de la velocitat segons l'efecte no és necessari l'ús de la proporcionalitat. Car encara que es considerin dues proporcions, ço és entre els espais o entre les velocitats, amb tot són iguals i és per això que hom considera que són la mateixa. Certament, Aristòtil en el text esmentat del llibre 6, text II, poc se'n recorda gens de la proporció: ans només diu que el qui va més de pressa, en un temps igual recorre més espai i en menys temps igual espai i així successivament. D'on es dedueix clarament, amb tot, que la proporció entre les velocitats és igual que la que hi ha entre les longituds recorregudes.

### [2.1. Resposta al primer dels arguments en contra]

Així doncs, allò que es discerneix en el primer argument dels del principi és que tots mòbils en el mateix temps hauran recorregut espais iguals; i, és clar, segons aquest argument, passa el mateix amb tots dos mòbils; altrament, l'argument no seria creïble. Es nega, no obstant això, que seguint un punt designat respectivament en un i altre cos, es descriguin línies iguals, i segons això cal considerar la velocitat del moviment. Per això, l'argument concedeix que *b* es mou més de pressa que *a*, car el seu punt mig descriu una línia més llarga que no pas el d'*a*. I el mateix es pot dir respecte al punt anterior d'ambdues, i respecte al posterior, però a causa de la seva dignitat, el judici es fa a partir del punt mig. N'hi ha que diuen que ni l'un ni l'altre no recorren tota la longitud de l'aula, encara que en la seva superfície posterior toquin el terme de procedència i en la seva

superfície anterior toquin el d'arribada. Car, per tal d'haver recorregut tota la línia cal·dría (diuen) que el punt mig del mòbil toqués concretament el terme de procedència i també concretament el terme d'arribada. No hi ha cap raó, a més, per a dissentir del seny popular. En efecte, tothom és d'acord que, quan algú toca primer una paret amb els talons d'esquenes i al cap d'una estona ateny amb el pit la paret del costat oposat, ha recorregut tot l'interval. Per això, és més encertat de concedir simplement que aquells mòbils recorren el mateix espai; però com que no ho compleixen per al mateix punt, vol dir que no es mouen amb la mateixa agilitat.

## [2.2. Resposta al segon dels arguments en contra]

En el segon dels arguments del principi es concedeix que aquells mòbils, l'un dels quals cau de dalt a baix per un arc i l'altre per una corda, recorren espais desiguals<sup>5</sup>. En efectes, no hi fa absolutament res que la línia més llarga, que<sup>6</sup> es recorre en el mateix temps, sigui arcual o recta, i per això aquells mòbils es mouen desigualment. No es pot deduir: descendeixen igual, per consegüent es mouen igual. Car la velocitat del descens no ha d'ésser considerada segons la línia descrita, com la velocitat del moviment, ans segons l'apropament al centre de la terra.

## [2.3.] Argument que inquieta molts

Però resta encara, en això, un argument que inquieta força els sofistes. Si, en efecte (diuen), Pere i Pau comencen a moure's damunt dos segments, els quals han de mesurar-se durant una hora, i a l'instant final de l'hora —en el qual el punt anterior del peu ha de correspondre al punt final intrinsec de la línia— Pere demostra que deixa d'existir per primer cop, mentre que Pau resta sa i estalvi. Aleshores, Pere i Pau es mouen igual durant tota l'hora, car a una part qualsevol de l'hora, segons aquell progrés, els són mesurades porcions iguals de línia (com és ara, a la primera meitat de l'hora, les primeres meitats de línia, i en la tercera quarta part, les terceres quartes parts de línia, i així successivament) i, malgrat tot, en tota l'hora no han recorregut el mateix espai, ja que en el precís instant en què Pau és a terme, Pere ja no sobreviu. Però, si aleshores [93b] no és a terme mai no hi fou, i per consegüent mai no recorregué tota la línia. Ni és cap excusa que algú pugui rebutjar l'argument, negant l'exemple. Car quan el moviment (com discutim al llibre 6) cessa perquè es deixi d'existir per primer cop, res no impedeix que aquell instant sigui el primer en què es deixi d'ésser animat. Però, entre els qui admeten l'exemple, es donen respostes singulars. Algunes, en efecte, concedeixen que ambdós homes es mouen igual tota l'hora, tot i que no recorrin espais iguals, però n'hi ha prou —diuen ells— que Pere arribi a l'instant final del moviment per poder dir que ha recorregut el mateix. Això, però, és ridícul, ja que si hi ha res que Pere no arribés a recórrer de la línia, seria, és clar, el punt final; i aquest punt és indivisible, no augmenta res si hom l'afegeix a la línia i, finalment, per la seva pròpia condició, no es pot travessar. És per això que es fa incompreensible que sigui recorreguda una part qualsevol de línia, quan, categòricament, encara no ha estat recorreguda tota la línia. I ho confirma el fet que Pau, sa i estalvi en el precís moment en què Pere deixa d'ésser per primer cop, no travessa res ni es mou: consegüentment, Pau no ha travessat més que Pere i, a més, el fet que Pere no hi sigui aleshores no és cap obstacle perquè hagi recorregut el mateix que Pau. Hom admet, doncs, que ambdós es mouen igual tota l'hora; però hom nega que en

tota l'hora Pere no hagi recorregut tanta línia com Pau. I així hom nega la conseqüència: que Pere ni fou ni és al terme d'arribada i que, per consegüent, no ha fet tota la línia. Car n'hi ha prou que arribi fins al terme final per deixar d'ésser: ja que un punt i una línia no fan més que la línia.

### [3.0.] Segona conclusió. [Article segon: moviment circular]

En [aquest] segon article s'aporta la segona conclusió. La velocitat del moviment local uniformement diforme, ço és, el moviment circular (que és el lloc de l'uniformement diforme) ha d'ésser considerada segons el punt que es mou més de pressa, diguem segons un punt de la superfície convexa. Es una conclusió d'Heytesbury que els filòsofs, amb tota la raó, han acceptat; i és sobretot per aquesta raó que es manté. La línia descrita per la perifèria del cercle és descrita per tot el cos circular; per consegüent tant es mou el cos com llarga és eixa línia. La conseqüència és coneguda: ja que en altres mesures una cosa és tan llarga com ho sigui la seva part més llarga, i en el moviment rectilini una cosa es mou fins que la seva part més llarga ha atès el terme d'arribada, per consegüent és segons aquella línia que cal considerar la velocitat del moviment. En segon lloc, sobre això mateix, s'argüeix: si no s'hagués de considerar segons aquell punt, s'hauria de considerar, com volen alguns, segons el punt mig del semidiàmetre que va des del centre no mogut fins a la circumferència de manera que si un punt de la circumferència es mou a 8, tota la roda es mourà a 4, com el punt mig. D'entrada, però, això no pot pas ésser cert en les esferes còncaues, com són ara les celestes, perquè (com ja ha estat dit més amunt) la uniformitat no s'estén fins a l'absència de grau. Però, si es donés (per exemple) una roda buida de dins, que tingués una gruixària de quatre colzes, la superfície còncaua de la qual es mogué a 4, i la convexa a 8, aleshores caldria dir que la roda es mou a 6, com el punt mig. Car dir que la roda es mou a 4, fins i tot si fos sòlida fins al centre, seria ridícul. Primer, perquè com que no hi ha cap punt veritable inferior a 4, de cap manera 4 és el punt mig del moviment veritable. I en segon lloc: perquè si la concavitat esdevingués encara més gran, de manera que només restés la gruixària dels dos colzes exteriors, que és de 6 fins a 8, per la mateixa raó caldria dir aleshores que es mou a 4. Amb tot, aquell punt no existeix en la roda. Perquè si hom diu que en les esferes, que no són completament massisses, la velocitat ha d'ésser considerada segons el punt mig entre la superfície còncaua i la convexa, hom reincideix en una absurditat [93c] pitjor, ço es, que de dues rodes d'igual àmbit i magnitud de circumferència [exterior], les quals circumferències d'una i altra es moguessin igualment, la que fos més gruixuda cap al centre, es mouria més lentament. I igualment, la que tingués (per exemple) només dos pams amb una latitud de 6 fins a 8, es mouria a 7, mentre que la que en tingués 4, ço és, [amb una latitud] de 4 a 8, es mouria consegüentment a 6. Afegim-hi que si la que es mogué a 6 continuament, en moure's circularment, alhora es dilata vers el centre, continuament es mourà més lentament en cercle. Car, en créixer la latitud vers el no grau, el punt mig també esdevindria més proper al no grau. I si l'altre més gruixuda alhora condensés les parts internes vers la circumferència, augmentaria la velocitat. Car el punt mig esdevindria més allunyat del no grau. Com que això és absurd, suposem efectivament que les circumferències són iguals i que giren a igual velocitat. Però amb el primer argument ja n'hi ha prou per a fer convincent la conclusió: per això, no és pas qüestió d'acumular aquí gaires inèpcies.

**[3.0.1.] Corol.lari remarcable**

D'aquesta conclusió se'n segueix primer que, en el cas que l'esfera que es mou fos perfecta vers qualsevol punt, a la manera d'un globus, com ho són els orbes celests, la velocitat no ha d'ésser considerada segons qualsevol punt de la superfície convexa, sinó segons el punt mig equidistant dels pols, com la velocitat del primer mòbil, segons la línia equinoccial, que és considerada en la superfície convexa. Car aquella és la línia més gran que és descrita pel moviment d'aquell orbe. En segon lloc, se'n segueix que (tal com ha estat dit pel cas del descens) no és segons el mateix que ha d'ésser considerada la velocitat de la circulació i la velocitat del moviment que té lloc al llarg d'un cercle.

**[3.0.2.] Velocitat de la circulació [o angular]**

Perquè la velocitat de circulació ha d'ésser considerada segons la magnitud dels angles descrits<sup>7</sup> entorn del centre: ço que, en la qüestió precedent, ha estat demostrat en una figura visual. És per això que tots els punts de la roda de barber, que siguin considerats en la línia del semidiàmetre des del centre fins a la circumferència, volten igual, car en el mateix temps tots completen els seus cercles: encara que no facin cercles iguals i, doncs, es moguin desigualment, perquè descriuen línies desiguals; el mateix s'esdevé amb les esferes celestes: en efecte, tots els planetes volten igual, llevat del petit espai en què cadascun giravolta amb llur propi moviment. Car el mateix dia tots completen els seus cercles respecte al moviment del primer mòbil, tot i que llargament desiguals i, doncs, com més petita és l'òrbita, més lenta esdevé en el moviment diari. Per la mateixa raó, en una mateixa esfera, tots els punts volten igual, bé que com més a la vora són del pol, a menys velocitat es mouen.

**[3.1. Resposta al tercer argument en contra]**

En el tercer, doncs, argument inicial, es nega que sigui igual l'explicació del moviment local uniformement diforme respecte al subjecte que la de la qualitat. En efecte, com que es troben ensems qualitats contràries en el mateix subjecte, és necessari que on la calor sigui més fluixa, també allà el fred sigui més intens. I, per això, si un subjecte d'un peu de llargada calent des de l'absència de grau fins a 8, hom diria que és tot ell calent a 8, per la mateixa raó hauria d'ésser fred a 8, atès que, a l'inrevés, també ho seria el que fos fred des de l'absència de grau fins a 8; d'on s'esdevindria que alhora el mateix subjecte hauria d'ésser denominat per qualitats contràries en el més alt grau. Es per això que cal considerar aquest accident segons el punt mig, de tal manera que es digui calent a 4 i a 4 fred: com ja havíem dit anteriorment sobre la generació. Però moviments locals contraris no són possibles en el mateix subjecte: i per això, de la mateixa manera que el cos és tan gros com ho és el lloc, també la seva velocitat és tant grossa com ho sigui la línia més grossa descrita en el mateix temps. És d'aquesta manera que cal considerar la velocitat d'aquell moviment que [93d] es mogui sobre un cercle. Per exemple, si un home pugés damunt un arc o damunt un globus grandíol, la velocitat del moviment no hauria d'ésser considerada segons la línia que descriu amb els peus, sinó segons la que descriu amb el cap, ja que és la que dista més del centre. En canvi, el moviment damunt la terra, encara que físicament sigui esfèrica, no el considerem sinó com a moviment rectilini, perquè l'esfericitat [de la terra] no és perceptible sinó a una distància molt gran.

De la mateixa manera, si amb la mà fas rodar un bastó en cercle, la velocitat d'aquest moviment ha d'ésser considerada segons la línia descrita per l'extrem del bastó més distant de la mà. Continuen aquí a ésser ridiculament folls els qui argumenten sobre la roda infinita o sobre la línia infinita vers l'orient, aquí terminada, que es mouria vers l'extrem infinit en cercle. Aleshores, en efecte, no pot considerar-se la velocitat del moviment segons el punt que es mou més de pressa.

### [3.2.] L'infinit no és mòbil

Puix que, en la roda, no hi ha cap punt terminant: ni tampoc en la línia, el qual es mogui el més ràpidament possible. Aquests, dic jo, no veuen la demostració d'Aristòtil, al llibre 3, text 48, i més avall, la que ja hem explicat a la qüestió 3, que l'infinit, és clar, vers tal extrem, és immòbil. Hi ha també alguns ximpls que s'imaginin la línia de gir com si fos una columna, la primera part proporcional de la qual, en fer girar la primera meitat, es mouria a 1 i la segona, fent girar la tercera i quarta parts, es mouria a 2 i així creixent; no es donaria un punt que es mogués més de pressa que la resta. En efecte, en el mateix llibre, qüestió 4, contra aquests, demostràvem que de cap manera tal línia no és separable per cap potència, tal com no és possible que un continu sigui dividit en cap part. En resum, aquí demostrem que no és possible el moviment infinit. Però, un altre camí pot, de vegades, fer semblar l'argument, més aparent. I, efectivament, si en el temps de circulació d'una roda de cera, aquesta alhora es dilatés, aleshores no es donaria una circulació perfecta: perquè cap punt de la circumferència no tornaria al mateix punt del lloc d'on havia partit, sino a un altre superior, és a dir, més distant del centre i per consegüent cap punt no faria un cercle perfecte sinó a la manera d'una serp enroscada. Per això, no sembla que la velocitat aquí hagi d'ésser considerada com en el moviment circular. [Amb tot], hom respondrà que res no es relaciona però que la velocitat ha d'ésser considerada segons qualsevol línia que descrigués el punt més allunyat del centre. I, així, si la roda recorregués cercles sencers en parts iguals de temps de dilatació, aleshores es mouria sempre més i més de pressa perquè els cercles es farien més i més grossos. A causa d'això, aquell moviment seria uniformement diforme d'una manera i altra, ço és, tant respecte al temps com respecte al subjecte. I si es condensessin de semblant manera, també semblantment reduïrien la velocitat.

### [4.0. Del moviment uniformement diforme respecte del temps]

El moviment uniformement diforme és aquell que és regulat respecte al temps gairebé de la mateixa manera que el moviment uniforme; és a dir, si dos mòbils recorren línies iguals en el mateix temps, encara que l'un es mogui uniformement i l'altre diformement de qualsevol manera, és a dir, que en el primer quart d'hora descriuigui un peu i en el segon, dos peus, etc., mentre en tota l'hora hagi acabat just tants peus com l'altre mòbil que durant tota l'hora s'ha mogut uniformement, s'hauran mogut igual. Però, aquí hi ha un dubte: si la velocitat d'un mòbil que es mou d'una manera uniformement diforme ha d'ésser denominada a partir del grau més veloç de tal manera que<sup>8</sup>, si un greu cau durant una hora a una velocitat que va de l'absència de grau fins a 8, hagués d'ésser dit que es mou a 8. I la part afirmativa sembla la veritable, certament, ja que, per llei, sembla ser com el moviment uniformement diforme respecte al subjecte. Hom respon, no obstant, que la velocitat del moviment uniformement diforme respecte al temps es



considera segons el grau mig *i*, a partir d'aquí, és denominada: *i* no hi ha igual raó per a aquell, ja que és uniformement diforme respecte al subjecte. Car allà hi havia la raó que la línia que descrivia el punt que es movia més de pressa, el propi mòbil sencer [94a] la descrivia; de manera que tan de pressa es movia tot el mòbil com el punt aquell [més veloç]. Això no obstant, el que<sup>9</sup> es mou d'una manera uniformement diforme respecte al temps, no recorre tant d'espai com recorreria si, en el mateix temps es moguéssin uniformement a la velocitat del grau més alt. Això és ben evident per sí mateix, de manera que hem conjeurat que correspondria al grau mig. Per exemple, si el mòbil *a* es mou durant una hora intensificant sempre el moviment des de l'absència de grau fins a 8, recorre el mateix espai que *b*, que al llarg del mateix espai, en el mateix temps, es mou uniformement a 4; d'on es dedueix que, quan els moviments dels mòbils siguin diformes, han d'ésser reduïts a uniformitats; (per exemple) si el mòbil *a* es mou durant una hora per un espai, de tal manera que en el primer quart d'hora es mou des de l'absència de grau fins a 4 i en els restants tres quarts es mou de 4 fins a 8, mentre que *b* en els primers tres quarts d'hora es mou de l'absència de grau fins a 4 i en l'últim quart de 4 fins a 8, llavors ambdós es mouen durant tota l'hora de l'absència de grau fins a 8 i, amb tot, no es mouen pas igualment, ni de lluny. En efecte, *a* es mou més de pressa i recorrerà més espai que *b*. En efecte, *a* es mou en el primer quart a una velocitat de 2 que és el grau mig entre 4 i l'absència de grau *i*, en els tres quarts [restants] a una velocitat de 6<sup>10</sup>, que és el punt mig entre 4 i 8. Per la qual cosa, si en el primer quart<sup>11</sup> (per exemple) recorre dos peus, en els tres següents en recorrerà 18, conseqüència de la multiplicació dels sis graus de velocitat pels tres quarts de temps. Per això, en l'hora sencera, recorrerà 20 peus, mentre que *b* en els primers tres quarts es mou a una velocitat de 2, que és el punt mig entre 4 i l'absència de grau, de manera que en qualsevol quart recorre dos peus, però en l'últim es mourà a 6, que és el punt mig entre 4 i 8, per la qual cosa recorrerà en ell sis peus *i*, a més, en l'hora sencera, en recorrerà 12. Es mourà doncs *a* més de pressa que *b* en la proporció de quatre sisenes parts més, que és la proporció de 20 a 12. Però, causa una certa vergonya allargar aquestes explicacions.

### [5.0.] Del moviment més veloç i del més lent de tots

Un dubte que sol inquietar resta, malgrat tot, aquí: si es poden donar el moviment més veloç de tots, o bé el més lent de tots. I, certament, sobre el més veloç de tots, es fàcil de respondre amb dues conclusions.

La primera és: el moviment del primer mòbil és el més veloç que pot haver-hi per naturalesa, atès que (com ha estat dit al llibre 4) és la mesura de tots els moviments corporals –car, sobre els moviments espirituals (com són ara l'acte de pensar, les mocions dels àngels, que no depenen del lloc ni del temps, i els moviments dels cossos glorificats, ja que pel do d'agilitat competeixen amb aquells) no en fem aquí cap disquisició.

Segona, si hom té present la potència divina, no hi ha ni hi pot haver cap moviment, per ràpid que sigui, que no n'hi pugui haver un altre de més àgil –això és ben evident per aquells que han après que no és possible el moviment de velocitat infinita, com ha estat dit al llibre 3 i al llibre 4. Perquè si aquell fos possible, de cap manera no podria haver-n'hi un de més lleuger que ell. Però, donat un de qualsevol per sota d'ell, com que la virtut de Déu és infinita, podria algú moure's més de pressa per aquesta virtut. Car, donat un temps qualsevol, durant el qual una cosa es moguéssin des d'un cert punt a un

cert altre, podria moure's a través del mateix espai durant part d'aquell temps (el qual és divisible sense fi).

### [5.0.1. Parer d'] Albert de Saxònia, llibre 6, qüestió 7

Encara més: donada una magnitud qualsevol d'un orbe celest, Déu podria crear-ne a sobre un de més gran que recorri completament el cercle diürn en un dia natural. Es per aquesta raó que la velocitat del moviment pot ésser augmentada fins a l'infinit sin-categoremàticament. La qüestió és clara, si bé pel que fa al moviment més lent de tots n'hi ha que opinen de tal manera que creuen que realment existeix en l'orbe celest. En efecte, diuen que alguna part (per exemple) del primer mòbil es mou amb una certa lentitud, cosa que ningú dubta, vist que cap [part] no es mou a una velocitat infinita. I la [part] que es troba el doble més a prop [94b] del pol, es mou el doble més a poc a poc, o que semblantment també concedim, suposant que el pol sigui un punt immòbil, ja que en el moviment uniformement diforme començat a partir de l'absència de grau, un punt qualsevol es mou més lentament segons la proporció en què accedeix més a prop de l'absència de grau que un altre. Però, tal com efectivament pensen: aquest punt es mou lentament i el que és el doble més a la vora del pol, es mou el doble més lentament i el que és el quàdruple a la vora, s'hi mou el quàdruple, i així fins a l'infinit. Per consegüent que es doni un punt que es mou més lent que cap altre, no només no és cap conseqüència, sinó que fins i tot se n'extreu una conclusió absolutament contrària. En efecte, d'això —que aquesta divisió avança vers l'infinit i un punt es mou lentament i l'altre el doble més lentament i l'altre el quàdruple, etc.— se'n segueix que no es donarà el moviment més lent de tots, tal com no es donarà la última part proporcional del mòbil vers el pol. Es manté, doncs, el parer que, per impossibilitat absoluta, tal com no es dona la màxima velocitat, així tampoc no es dona la màxima lentitud. Més encara, això ho diem més que res sobre la lentitud, ja que, tot i que es doni, en acte, un punt mogut a la màxima velocitat per naturalesa (pensa en l'equinoccial), amb tot no hi ha cap punt mogut amb la màxima lentitud vers el pol. Però ja n'hi ha prou i de sobres pel que fa a la velocitat del moviment segons el seu efecte.

### Notes a l'apèndix

- 1 Es refereix a la qüestió II sobre el llibre sisè que es titula: 'Utrum motus dividatur ad divisiones et mobilis et temporis'.
- 2 Repeteix dues vegades 'descriptum tali puncto'.
- 3 Aquí diu 'continui'. A la cita de Wallace, a "The Enigma...", de l'edició de 1555 diu 'continue'.
- 4 Hauria d'ésser "quàdruple". Es tracta d'un lapsus calami.
- 5 Diu exactament 'in aequalia' però hem interpretat 'inaequalia'.
- 6 Diu realment 'qui' però hauria de dir 'quae'.
- 7 Diu 'describitur'. Sembla que hauria de dir 'describuntur'.
- 8 Diu concretament 'vi' en comptes de 'vt'.
- 9 Diu 'quo' en comptes de 'quod'.
- 10 Exactament diu 'b' però ha d'ésser '6'.
- 11 Diu 'pedalitate' però hem interpretat que hauria d'ésser 'quarta'.

REVERENDI PATRIS DOMINICI SOTO

Segobienſis Theologi ordinis prædicatorum ſuper octo libros Phyſicorum Ariſtorelis Quæſtiones.



Cum Priuilegio.

SALMANTICÆ,

Ex Officina Ildefonſi à Terranoua & Neyla.

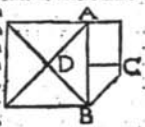
M. D. LXXXII.

92a. **Quaestio tertia.**

non potest consistit rati. Et si quis dicitur, si quadratum  
 yntatis, duplica iterum. 4. 1. super. 8. consistit rati  
 sequititeras: videlicet ad. 1. ad. 1. ad. 1. 7. Propo-  
 rtio 17. ad octo, quae est tripla supertripartena o-  
 ctava, est tripla ad sequititeram. Proportionabili mo-  
 do si vis consistit eadē dyas sequititeras, quod facere ne-  
 quis super primis terminis, videlicet. 1. & 4. (eo quod,  
 4. non habet tertiam sine divisione vntatis) triplica se-  
 mel terminum minorem, qui est. 1. & super. 9. facies  
 duas sequititeras, quae sunt ad. 1. & ad. 1. 6. & com-  
 peries proportionem super septem partecentes nonas,  
 quae est. 1. 6. ad. 9. esse duplam ad sequititeram. Haec  
 ex multis exemplis pauca subiicienda duximus, in co-  
 rum gratiam, quibus ludus hic proportionem cordā  
 fecerit.

**Ex his, quae dicta sunt, clarius elu-**

cebit exemplum proportionis irrationalia diametri ad  
 costam, quod supra relictum erat. Est enim supponen-  
 dum ex Geometria, quod quadratum diametri ad qua-  
 dratum costae habet proportionem duplam. Nominis  
 quadrati intelligitur absolute aequaliterum. De illo  
 enim tantum intelligitur, quod diametri ad costam sit pro-  
 portio irrationalis. Duo autem quadrata sic se habent,  
 tanquam quadratum diametri, & quadratum costae, quan-  
 do quilibet costam maioris est aequalis diametro mino-  
 ris, ut in hac passer figura, in qua  
 sunt tria quadrata ita gradatim  
 descripta ut costam maximam, puta  
 a. b. sit diameter medij: & costam  
 medij. a. c. sit diameter minimi.  
 Maximum ergo, quod dicitur qua-  
 dratum diametri respectu medij,  
 habet duplam proportionem ad medium: & eadē ratio-  
 nem medium ad minimum. Et est assertio de aere, non de  
 costis. Haec autem assertionem nos est locus hic Ma-  
 thematicē demonstrandi, sed satis est oculus exhiberi.  
 Vides namque triangulum, a. d. b. quae est quarta pars qua-  
 drati maximam, esse medietatem quadrati medij: atque  
 ideo totum medium quadratum esse medietatem totius  
 maximam. Hinc rursus patet conclusio alia mathe-  
 matica, videlicet, proportio quadratorum est propor-  
 tio costarum duplicata. Nam quae ratioque maximam ad  
 medium est proportio dupla, colligitur, medij quoque  
 quadrati ad minimum, esse itidem duplam. Quoniam  
 costam medij a. c. est diameter minimi. Sed per cose quae  
 proportio maximam ad minimum est quadrupla, siquidem  
 consistit ex duabus duplis, scilicet, maximam ad medij, &  
 medij ad minimum. Sicuti distum est, in numeris propor-  
 tionem quadruplam consistere ex duabus duplis. Propo-  
 rtio autem costae maximam ad costam minimam est dupla, ut  
 ad oculum patet, non medietas lineae. a. b. est costā qua-  
 drati minimi, ac quadrupla ad duplam (ut diximus) est  
 proportio dupla, igitur proportio quadratorum, est pro-  
 portio costarum duplicata id est, dupla ad proportio-  
 nem, quae est inter costas. Ex hoc deinceps retroceden-  
 do concluditur, quod proportio diametri ad costam  
 est irrationalis, hoc, si illogice esset proportio quadrati dia-  
 metri ad quadratum costae est dupla, ut maximam ad me-  
 dium in praedicta figura ergo per proportionem, quae co-  
 sistit maxime (quoniam, omnes sunt aequales) ad costam  
 medij est medietas dupla, ut proxima coniunctione mon-  
 stravit est. Duplex vero proportio, quae ad iuxta medietate  
 est proportio irrationalis: in utraque est supra proportio-  
 nem duplam non posse distat ut duae medietates. Et per



92b. **Quaestio tertia.**

consequens medietas dupla non potest denominari ab,  
 aliquo certo numero: componitur enim dupla ex ses-  
 quialtera, & sequitertia, quarum prima est maior, &  
 secunda minor sequitertia: ergo costae maximam quadra-  
 tum, quae est diameter medij (ut patet in linea. a. b.) ad co-  
 stam eiusdem quadrati medij est proportio irrationalis.  
 Maxima hic probatioem Aristotelis, quam refert  
 Campanus apud Euclidem. libro decimo propo. 6. Est  
 autem irrationalis proportionem hoc significat, quod  
 nulla pars aliquota costae, est aliquota sui diametri. Re-  
 liqua de proportionibus vide latissime apud Boetium,  
 Nicomachum, Euclidem, & reliquos. Praesentem enim ne  
 gotio haec sufficiant, nisi forte plus satis fuerint.

**Quaestio tertia.**

**VTRUM VELOCITAS**  
**motus ab effectu attendatur penes quantita-**  
**tem spatij, quod pertransitur.**

**P**ostquam de proportionibus ea praestri-  
 ximus, quae negotio praesenti subieciuntur,  
 ad regulas subinde Aristotelis descendentes:  
 duas tantum quaestiones compendio  
 tractabimus de velocitate motus, alteram  
 penes effectum: & alteram penes causam. Non sophista-  
 ta calculatoris (ut vocant) quae hic ineptissime, simul  
 ac barbarissime plurimi inculcant, non est ut bonis in-  
 genij confundamus, sed exempla tantum pauca regulis  
 Aristotele subiiciamus. Et quidem tertia haec quaestio li-  
 bro praecedenti super tex. 1. 1. sedem habebat propriam  
 sed consulto huc eam reieciimus, ut sancta esset alteri,  
 quae est penes causam. Arguitur ergo a patre negatiua,  
 si duo mobilia, bipedalis longitudinis, & b. pedalis:  
 moveantur eodem tempore ab vno pariete versus alium,  
 vsque ad alterum e regione oppositum taliter ut ambo,  
 quae a calce tangebant parietem primum, in fine motus  
 eodem momento a fronte tangant parietem alterum,  
 tunc eodem tempore percurrant idem spatium. Si qui-  
 dem, a. perinde tangit vtrumque terminum, id quo, & ad  
 quem atque. b. & tamen, b. velocius videtur moveri, et  
 quod quodlibet eius punctum maiorem lineam descri-  
 bit, nam punctum, quod est in anteriori superficie, re-  
 spondebat, dum erat in termino id quo, puncto medio  
 ipsius, a. & in fine motus respondet puncto super: fiet  
 anterioris eiusdem. Et est per argumentum de quocun-  
 que alio puncto.

¶ Deinde secunda ratione arguitur. Si duo graua a tur-  
 ri caderent, vnum per arcum & alterum per chordam,  
 ita tamen ut quocunque momento motus aequae appropin-  
 quant centro terrae, tunc videntur ambo aequali  
 velocitate moveri, quandoquidem aequaliter decen-  
 dunt, & tamen non aequalia transierunt spatia: est enim  
 arcus maior chorda: ergo non attenditur velocitas mo-  
 tus penes magnitudinem spatij.

¶ Tertio denique arguitur sic. Velocitas motus circu-  
 laris non attenditur penes spatium descriptum tali mo-  
 tu: ergo mensura non est certa. Probatur antecedens.  
 Si id verum esset, maximum quidem deberet accideri, pe-  
 nes spatium descriptum a puncto velocitatem in moto sic-  
 ligit quod est in superficie conuexa, in quam senten-  
 tiam merito consensit maximus philosophorum nu-  
 merus quoniam spatium descriptum tali puncto, de-

scribitur



93a.

Quantitas

93b.

93

estate conferantur, qualis fuerit proportio inter lineas eodem tempore transmissas, talis erit proportio inter velocitates. Et eadem est ratio, si motus eisdem mobilibus, quo uno tempore moventur, comparentur ad eum quo moventur in alio. Ut si a. mobile in vna hora percurrat pedes quatuor, in quo b. percurrat tres, movebitur in se quaterterio velocius, & si b. percurrat. i. movebitur in duplo velocius, si tantum vnum in triplo.

¶ **Quo** fit, ut ad iudicium velocitatis penes effectum non fit necessitas visus proportionalitatis. Nam est consideranda duae proportionales scilicet inter spatia, & inter velocitates, sunt tamen aequales, & ideo reputantur eadem. Aristote. quidem in reatu citato lib. 4. tex. 1. i. nihil mentit proportio: sed tantum dixit, qd velocius in equali tempore transit maius: & in minori, aequaliter & in minori, maius. Inde tamen manifeste colligitur, talem esse proportionem velocitatum, qualis est longitudo pertransitorem.

## 2.1 Igitur ad primum principale argumentum distinguitur, quod talia mobilia eodem tempore aequalia spatia confecerint: nempe secundum se tota, verum est, ut argumeto perfectum sit. Negatur tamen, qd secundum idem punctum respectu in vitro; designatum, aequaliter describitur linea: & penes hoc debet attendi velocitas motus. Quare conceditur argumentum, qd b. velocius moventur quam a. nam punctum eius medium longiorem lineam describit, quam punctum medium ipsius a. Idem est de puncto anteriori vtriusq; id est de posteriori, sed propter dignitate iudicium sumitur penes medium. Sicut qui dicant, neutrum transire totam longitudinem aule, licet secundum superficiem posterioriorem tangant terminum a quo, & secundum anteriorem constant terminum ad quem. Nam, ut pertransire totam lineam deberet (aliter) idem punctum mobilis tangere punctum termini a quo, & punctum termini ad quem. At non est cur a communi hominum sensu differantiam. Consentient enim omnes, cum quis calcibus a tergo primum tangit parietem, & pectore postmodum attingit e regione oppositum, perambulasse totum intervallum. Quare satis est simpliciter concedere, qd illa mobilia transierint idem spatium: sed quia id non praestat secundum idem punctum, non aequa moventur agilitate.

¶ **Ad** secundum principale argumentum conceditur, illa, quorum alteri cadit ab altero per arcum, & alteri per chordam in aequalia spatia peragere. Refert enim nihil lineam longiorem, qui eodem tempore transiunt, arcualem esse, & ideo illa mobilia inaequaliter moventur. Nec sequitur, qd qualiter descendunt, ergo aequaliter moventur. Nam velocitas descendit non attenditur penes describentem lineam, sicuti velocitas motus, sed penes accessum ad centrum terrae.

¶ **Vnum** hic casum superest argumentum, quod male philosophis contorquunt. Interim (sicut) Petrus & Paulus super duas partes lineas incipit moveri, quas sunt vna hora pariter emensuri: instanti autem terminatio horae, quo punctum aëris pedis debet respondere puncto in aëre terminatio lineae, Petrus designat esse per primum non esse; Paulo servat tunc Petrus & Paulus per totam horam inaequaliter moventur: non vna qualiter parte horae secundum illam progressionem aequaliter portiones lineae demittuntur (ut per primum medietate horae, primas medietates locarunt, & in tertia quarta, tertia quarta; & ita deinceps) & tamen in tota hora non peragunt idem spatium tamen primo instanti, quo Paulus est in termino, Petrus non est superius, si vero tunc

non est, non quem fuit in termino, & per consequens non quem pertransiit totam lineam. Neque totum peragunt est quo, quod potest argumentum docendum, in modo casum. Non enim motus (ut lib. 6. disputatum est) per primum non esse debet, nihil venit, quia id est instanti si primum non esse animalis. Sed tunc admittere casum, mirabiles varietate responsiones. Aliqui enim concedunt ambos homines aequaliter moveri tota hora, licet non equalia spatia pertransierint, sed satis est (aliter) quod Petrus tamen transiit, si restaret in instanti terminatio motus. Est tamen hoc ridiculosum, quoniam si Petrus aliquid non transiit illam lineam, id est fuisse punctum terminatioem illam aërem est insensibile, qd additum lineae, non facit maius, neque est transibile per sequare intelligibile non esse, quoniam; partem lineae esse pertransitam, quo tota linea cathedrae caecae fuerit pertransita. Et confirmatur quia Paulus, superstitis illo instanti, quo primum non est Petrus, nihil transiit, neque moventur ergo Paulus non plus transiit, quia Petrus; atq; adeo nihil obstat, non esse tunc Petrus, quominus eandem transierit quantum Paulus. Conceditur ergo quia liter ambos moveri per totam horam: sed negatur in tota hora Petrus non transiit totam lineam: quoniam Paulus. Et negatur consequentia. Petrus neque fuit neque est in termino ad quem; ergo non peregit tota lineam. Nam satis est, qd accigerit usque ad terminum ad quem per primum non est: eo qd punctum & linea non faciunt maius quam lineam.

## In articulo secundo subditur conclusio secunda. Velocitas motus localis uniformiter difformis. I. circularis (qui locus est uniformiter difformis) attenditur penes punctum velocitatem motum, puta penes punctum superficiem conae x. Celsatio est Hæstiberi quam merito Philosophi recipientur: & hac possunt ratione fulcitur. Linea descripta a peripheria circuli describitur a toto circulo corpore, ergo tantum moveri corpus quantum est illa linea. Consequentia nota est, quia in alijs dimensionibus tam longa est res, quam longissima eius pars, & in motu res tantum res moventur quantum attingit partem longissimam versus terminum ad quem, ergo penes illam lineam debet attendi velocitas motus. Secundo ad idem argumentum non attenditur penes illud punctum debet existimari, ut alij volunt; penes punctum medium semidiametri a centro non moventur usque ad circumferentiam ut si punctum circumferentiae moveretur ut. 1. tota rota moventur ut. 4. ut medium punctum. Hoc tamen primum omnium verum esse inquit in spheris concavis, quales sunt coelestes, quoniam (ut supra dictum est) uniformitas non extenditur usque ad non gradum. Sed si detur (v.g.) rota intus caeva, quae habeat grossitatem quadruplicatam, cuius superficies concava moventur ut. 4. & connexa ut. 2. necesse est tunc dicere, qd rota moventur ut. 6. velut punctum medium. Nam dicere qd rota moventur ut. 4. ut si esset solida visq; ad centrum ridiculum esset. Primum; quia cum nullas sit verus gradus citra 4. nullatenus, ut. 4. est medium veri motus. Et praeterea quod si ad hac concavitatem fieret maior ut non superest nisi grossities bicubita exterior, quae est 4. 6. usque ad 2. eadem ratione distans est tunc moventur ut. 4.

¶ **Quod** tamen punctum non est in rota. Quod si dicatur in spheris quae non sunt perfectae solidae per landam esse velocitatem penes punctum medium moveri superstitis concava concavitatem reciditur in aliam partem ab

M s furdita

3.0

3. Conclusio

Super septimum **Physicorum.**

93c.

93d.

firmitatem, nempe quod ex duabus rotis eiusdem ambitus, & magnitudinis circumferentia quae quidem virtusque circumferentiae aequaliter moueretur, illa quae versus centrum grauior est, tardius moueretur. Etiam quae (verbi gratia) distans tantum haberet palmos latitudinis a. 6. vsq; ad. 8. moueretur vt. 7. quae tamen haberet. 4. scilicet. a. 4. vsq; ad. 8. moueretur duatant vt. 6. Adde, quod si illa quae moueretur vt. 6. continuo dum circulariter mouetur simul rarefieri versus centrum, continuo tardius moueretur circulariter. Nam, quia latitudo crederet versus non gradum, punctum medium etiam fieret propinquius non gradui. Et si alia grauior simul condenseret partes internas versus circumferentiam, intenderet velocitatem. Nam punctum medium fieret distantius a non gradu. Consequens autem hoc absurdum est, suppositas enim circumferentias aequales esse, & aequali velocitate circumferri. At primum certe argumentum satis est, quo conclusio persuadetur: quare nihil opus plures hac inaeptias congeri. Ex hac conclusione, sequitur primo, quod ubi sphaera, quae mouetur, sperit perfecta versus omne punctum, ad modum globi, quales sunt orbis coelestes, velocitas non est attendenda penes quodcumque punctum superficiæ conuexae, sed penes medium aequidistantia a poliis, vt velocitas primi mobilis, penes lineam aequinoctialem, quae consideratur in superficie conuexa. Nam illa est maxima linea quae describitur motu illius orbis. Sequitur secundo, quod (vt de descensu dictum est) non penes idem attenditur velocitas circulationis, & velocitas motus, quae fit per circumulum. Velocitas enim circulationis attenditur penes magnitudinem angularum, quae describitur circa centrum: id quod quaestione praecedenti oculari figura monstratum est. Quare omnia puncta rotæ tonforis, quae considerantur in linea semidiametri a centro ad circumferentiam, aequaliter circueunt, nam eodem tempore complent omnia suos circulos: licet non faciant aequales circulos, & ideo inaequaliter mouentur: quia inaequales lineas describant, idē vsu venientibus orbibus: omnes enim planetæ aequaliter circueunt, praeter paruū illud spacium, quo vnusquisque proprio motu retrouertitur. Nam eodem die omnes complēt suos circulos ad motum primi mobilis: tamen si longe inaequales, & ideo quanto orbis est inferior, tanto motu diurno morosius fertur. Eadem ratione in eadem sphaera omnia puncta circueunt aequaliter, licet quanto sunt propinquiora polo, tanto minori velocitate mouentur.

moueretur super aliquem circumulum. Vt si aliquis homo, graderetur super arcum, aut super maximum globum velocitas illius motus non deberet censeri penes lineam, quam describit pedibuscum: sed penes illam quam describit capite: vt quae longissime distat a centro. Motum autem super terram quauis physice sit sphaerica, non iudicamus, nisi rationem motum rectum: quoniam globositas non est perceptibilis, nisi in distantia maxima. Eodem modo si baculum manū in orbem circueundaeris, velocitas illius motus attenditur penes lineam descriptam ab extremo baculi plurimum a manu distante. Pergit hic ridicule ineptire, quod argumentum de rota infinita, aut de linea infinita versus orientem, hic terminata, quae versus extremum inhaerent moueretur in circumulo. Tunc enim non posset iudicari velocitatem penes punctum velocissime motum. Quoniam nullum est illic punctum terminans rotam: aut lineam, quod sit citissime motum. Ibi, inquam non vident demonstrationem Arist. lib. 3. text. 4. 8. & infra, quam explicuimus q. 3. videlicet infinitum, versus talem extremum, esse immobile. Et sicut istudem nunc, quae de linea gyratoria contingunt in columna, cuius prima pars proportionalis, gyrans primam medietatem, mouetur vt. 1. & secunda gyrans tertiam quartam mouetur vt duo, & ita crescendo, non dabitur punctum velocissime motum. Eodem enim lib. q. 4. aduersus istos commonstratum nullatenus talem lineam esse separabilem per vllam potentiam, sicut non est possibile, continuum diuidi in omni suam partem. Propter, illic ostendimus, non esse possibilem motum infinitum. Sed alia via posset attendendo apparetur fieri argumentum. Etiam si tempore circulationis rotæ cetera simul eadem rarefieret, tunc non fieret perfecta circualitio: quoniam nullum punctum circulerentis rediret ad idem punctum loci: vnde fuerat digressum: sed ad aliud superius, scilicet, distantius a centro: per consequens nullum punctum faceret perfectum circumulum sed ad modum conuoluti colubri. Quare non videtur, quod velocitas illi attenderet, sicut in motu circulari. Responderetur, tamen nihil referre, sed attendenda esse velocitatem penes lineam quacumque punctum illud a centro remotissimum describeret. Et ideo si aequalibus partibus temporis rarefactionis integros circulos rota perageret, tunc semper velocius, & velocius moueretur, quoniam maiores & maiores fieret circuli. Quocirca motus ille vtroque modo esset informiter difformis, scilicet, & quo ad tempus, & quo ad subm. Et si pari modo cetera ferretur, remitteretur pariter velocitas. ¶ Motus vniformiter difformis quo ad tempus eodem ferme modo regulatur, quo motus vniformis nepe si duo mobilia aequales lineas emittantur in eodem tempore, quauis vnum vniformiter moueatur, & aliud quomodocumque difformiter. Si quod in prima quarta horae describat pedale, & in secunda duo pedalia, &c. dummodo in tota hora, tot iuste pedalitates conuertat, quot aliud mobile quod per rotam vniformiter mouetur, aequaliter mouebuntur. Sed vni est hic dubium. Vtrum velocitas mobilis vniformiter difformiter moti sit denominanda a gradu velocissimo, vt si gradu decidat in vna hora velocitate a non gradu vsq; ad. 8. dicendum sit moueri vt. 8, fit videtur pars affirmatiua vera: sicut quia lege videtur sequi motus vniformiter difformis quo ad subm. Responderetur nihilominus velocitatem motus vniformiter difformis ad tempus estimari penes gradum medium, & ab eo denominari: neque esse parē rationem illi: quae est vniformiter difformis quo ad subm. Nam ratio illic erat, quod lineam, quam describit punctum velocissime motum: totum mobile

3. 0. 1  
Corollarium notandum.

3. 0. 2  
Velocitas circualitio nis.

3. 2  
Infinitum non est mobile.

4. 0

3. 1  
**Ad tertium igitur principale argumentum** negatur eadem esse rationem motus localis vniformiter difformis, quo ad subiectum, quae est qualitatit. Cum enim qualitates contrariae simul in fine in eodem subiecto, necesse est, vt vbi est remissio calor, ibi sit frigiditas intensior. Et ideo si pedale subiectum a non gradu vsq; ad. 8. calidum, diceretur totum calidum, vt. 8. eadem ratione esset frigidum vt. 8. siquidem vice versa esset etiam frigidum a non gradu vsq; ad. 8. vnde fieret, vt idem simul subiectum contrariis in summo qualitatibus denominaretur. Quocirca penes punctum medium debet illud accidens estimari, taliter vt dicatur calidum vt. 4. & vt. 4. frigidum: vt primo de generatione dictum sumus. At vero motus locales contrarij non sunt in eodem subiecto: & ideo sicut tantum est corpus, quantum est locus, ita tanta est eius velocitas quanta maximam in tanto tempore describit lineam. Eodem modo censenda est velocitas motus illius, quod

94a.

Quæstio quarta.

94b.

94

... et ipsum describitur & ideo tam velociter movetur totum, quam per se dicitur illud. Attamen id, quo visio movetur differtur movetur quo ad tempus, non tantum spatio pertransit, quam pertransit. In tanto tempore visio movetur ea velocitate, in qua est gradus summus visio est manifestum: & ideo conjunctus respondere gradus modo. Exempli gratia si a mobile vna hora movetur intendendo semper motum a no gradu visio ad b. tamen dem spatio s' dicitur, quantum loquod per simile spatio eodem tempore visio movetur, vt. a. hinc sit, quod visio motus mobilium sunt differtur, ut dicitur in vna visio movetur (verbi gratia) si a. mobile in vna hora movetur per aliquod spatio talis, vt in prima quarta hora movetur a non gradu visio ad a. & in reliquis tribus quartis a. a. visio ad. b. v. q. in primis tribus quartis hora movetur a non gradu visio ad. a. & in vltima quarta a. a. visio ad. b. Tunc a. movetur in tota hora a non gradu visio ad b. & tamen longe movetur inaequiter. Velociter enim movetur. a. movetur pertransit spatio, quam b. a. enim movetur in prima. a. velocitate vt. 1. qui est gradus medius inter. a. & non gradum: & in tribus quartis velocitatis, vt. b. qui est medius inter. a. & b. Quocirca si in prima pedalcitate (verbi gratia) transit duas pedalcitates, in tribus sequentibus transibit. 18. multiplicatis sex gradibus velocitatis per tres quartas temporis. Quare in tota hora transibit. 10. pedalcitates. b. vero in primis tribus quartis movetur velocitate vt. 1. qui est gradus medius inter. a. & non gradum, & ideo in quacunque. a. transibit duas pedalcitates. In postrema vero. a. movetur velocitate vt. b. qui est gradus medius inter. a. & b. ideo transibit in illa sex pedalcitates: atque adeo in tota hora transibit. 1. 1. Movetur ergo. a. velocitatis quib. in proportione super quadruplicate sextas: qualis est proportio. 10. ad. 1. 1. At subpudet hæc prolatare.

5.0  
De motu  
sociis motu  
tardissimo.

¶ Dubium hic in submovetur solit, restat. Vtrum sit debilis motus velocissimus motus vt tardissimus. Et quidem de velocissimo facile respondetur duabus conclusionibus. Prima est. Motus primi mobilis est velocissimus, qui potest esse per naturam. Si quidem (vt libr. 4. dictum est) omnium est mensura corporaliu motuum. ¶ De spiritu valibus enim (vt de actu cogitandi, & angelorum motibus, qui non dependet a loco & tempore de quibus motibus corporum glorificantur, quia deo agilitatis eis competunt) nullus est hic nobis sermo. Secunda, si distans potentiam species, nullus est motus adeo citus, neque esse potest, quod non possit esse agilitior. ¶ Hinc in propulso est ijs, qui norant, non esse possibilem motum velocitatis infinite, vt in 1. & 4. lib. dictum est. Illo manque, si modo possibile esset, neutiquam esse potest peragitor. At citra illum. quocunque dato, comp virtus Dei sit infinita, potest eadem virtute citius quipiam moveri. Nam, quocunque tempore dato, quo res aliqua a se ipso in certum punctum movetur, poterit in parte illius temporis (quod absque fine est divisibile) per idem spatio moveri. Quin, quocunque magnitudinem data concessit orbis, poterit Deus maiorem orbem de super casare, qui de naturali peragat circulum diurnum. Quæ ratione augeri infinitum syncategorematicæ de motu tardissimo licet quidam ita sentientes, vt credant, rem esse in orbem certum. Alius enim aliqui partem (verbi gratia) primi mobilis aliqua tarditate movetur: quod motus dubium est postquam nulla est, quam minima velocitate movetur. Et que in duplo propia

Alber. Sa-  
zo lib. 6. q.  
7.

quor est polo, in duplo movetur tardius, id quod paupert concedimus, supposito, potest esse punctum in motum quoniam in motu visio movetur differtur incipit; & non gradu, quoad movetur punctum quoad, principii accedit non gradus quem alterum tardus movetur: hoc vero cum sic colligunt, hoc punctum tarde movetur, hoc quod in duplo est propinquius polo, movetur duplo tardius, & quod in quadruplo est propinquius, in quadruplo movetur tardius: & sic in infinitum: ergo datur punctum tardissimè motu, non solè nulla est cõsequentia, veram cõtraria profertur inferri inde cõclusio. Et enim, quod in infinitum procedit illa distans, aliquid punctum movetur tarde, & aliud in duplo tardius, & aliud in quadruplo, &c. sequitur quod nulli dabitur tardissimè motu: sicut non dabitur vltima pars proportionalis mobilis versus polam. Sic ergo velocitas, q. de potest ab soluta, vt non datur summa velocitas motus, ita nequa summa tarditas. Quin vero hoc amplius dicitur de tarditate, q. cu acta p. datur punctum velocissimè motum per naturam (pura in cõtinuitate) nullum tamen est punctum tardissimè motum vltimum polam, sed latet ac lapid de velocitate motus quo ad effectum.

TEX. XXXV. Quoniam autem  
mouens, &c.

Quæstio quarta.

VTRUM VELOCITAS  
motus attendatur ex parte cause penes  
proportionem proportionum, quæ  
sunt velocitatum ad suam ipsa-  
rum resistentias.



D partem negativam arguitur. Deus movet celerius rem vnam quam aliquam in duplo, arg. quæ sit proportio, & tamen varietas illa accideret nequis ex. Si quis proportionibus distans virtutis ad diuersas resistentias vt pote, quæ absq; vlla proportione infinitum excedit vniuersas, ergo. Quod si responderis Deum coagere agētibus particularibus iuxta eorum virtutē obid que penes eorū facultatē cõsiderandū esse velocitatē, restat dubitatio, q. Deus se solo peculiariter potest eodem modo mouere diuersa mobilia, inter ceteros virtutem & res illas nulla est proportio. Item nulli ligetia superioris orbis veloctus motus, quam intelligetia inferioris cuius tamen in causa non est proportio de vna super suas ipsarum resistentias: tum quia oculi ad resistit, tum quia nulla intelligetia mouere alii potest celerius aut remissius, quam modo mouet: & ideo non potest habere diuersas proportiones ad diuersos orbem. Neque vbi mobilia diuersarum ponderum moueretur per vacuū, potest attendi velocitas penes proportionem proportionum super resistentias: cū nulla illis esset resistentia. ¶ Sed arg. de magnete, q. eadē velocitate attrahit ad se ferrū parū & magnū, dum sit ad vtrūq; mouedū efficac: & tñ non habet eadem proportionē super vtrūq; cū vtrū eadē sit, resistēt vero, temperat. Et tertio arg. Et si Petrus iaciat lapidē ad pporcionē dupla inter vnam suā motricē, & lapidē resistētium, tñ eadē duplo leuiorē, super quā habet duplo maiorem proportionē non mouebit duplo maiori velocitate, vt sperimēto cõfirmat. Et cõfirmat erg. Si regula estat vna se quærit, q. si Pe-



## NOTES

- 1 Aquest apartat està inspirat bàsicament en l'entrada "Soto" del D.S.B. i de l'Enciclopedia Espasa.
- 2 És interessant al respecte la nota 58, p. 399 de W.A. Wallace, "The Enigma of Domingo de Soto..." i la llista de V. Beltran de Heredia, p. 528 de "Domingo de Soto, estudio biográfico..." (veure bibliografia).
- 3 Més informació a A.C. Crombie, "Historia de la Ciencia...", vol. 2, p. 83 i s. (veure bibliografia).
- 4 Sobre aquest tema, veure el capítol 4 de M. Clagett, "The Science of Mechanics in the Middle Ages" (veure bibliografia).
- 5 L'esquema es pot veure a la p. 386 de W.A. Wallace, op. cit.
- 6 Això és explicat a la p. 205 de M. Clagett, op. cit.
- 7 Els textos són donats per Clagett, op. cit. als Documents 4.4 i 5.2.
- 8 Haig d'agrair al meu company filòleg Narcís Figueras i Capdevila la seva col·laboració en la traducció directa dels textos llatins al català, sobretot pel que respecta a la confecció de l'apèndix.
- 9 Per a una introducció més detallada, veure J. Ferrater i Mora, "Diccionario de Filosofía" p. 2498 (Alianza Editorial, Barcelona, 1982).
- 10 Duhem.- "Les Origines de la Statique" (1905-1906). "Etudes sur Leonardo da Vinci" (1906-1913), "Le système du monde", vols. IV (1916) i V (1917).
- 11 Això és el que defensa Crombie, op. cit., p. 88 i s.
- 12 Sobre el tema és interessant el capítol 9 de Clagett, op. cit. i també el 3 de Crombie, op. cit.
- 13 Són analitzades amb deteniment a Crombie, op. cit., p. 52 i ss.
- 14 Això és estudiat a fons per Clagett, op. cit., sobretot p. 554.
- 15 Per a comprovar el que diu el propi Albert hom pot consultar el Document 9.2 de Clagett, op. cit. o l'explicació de Wallace, op. cit. p. 388-9.
- 16 Un bon estudi és el de Wallace, op. cit., p. 389 i ss.
- 17 Pot consultar-se el text original a Clagett, op. cit. (Document 9.4).
- 18 És estudiat per Wallace, "The 'calculatores' in early sixteenth-century physics", p. 223-4 (veure bibliografia).
- 19 Sobre ell val la pena veure el comentari de Wallace a "The enigma of Domingo de Soto...", p. 396-8.
- 20 El text és extret de la nota 50 de Wallace, "The Enigma...".
- 21 Algunes dades més a Wallace, "The 'calculatores'...", p. 230.
- 22 Alguns petits fragments poden trobar-se a Wallace, "The Enigma...", p. 400 i a Clagett, op. cit., p. 257n, 555 i 658.
- 23 N'existeix un exemplar a la Biblioteca Borja de Sant Cugat del Vallès.
- 24 Aquests exemples també són considerats per Wallace a "The Enigma...", p. 399.
- 25 La distribució d'apartats és nostra.
- 26 Ens cal agrair al Professor Manuel García Doncel llurs consells i dedicació que han induït i encaminat a bon port el present treball.